第四次作业

2022 年 10 月 26 日

1. 若已知有限长序列 $x(n)$ 如下式

$$x(n)=\begin{cases}1 & (n=0)\\ 2 & (n=1)\\ -1 & (n=2)\\ 3 & (n=3)\end{cases}$$

求 $\mathrm{DFT}[\boldsymbol{x}(n)]=\boldsymbol{X}(k)$，再由所得结果求 $\mathrm{IDFT}[\boldsymbol{X}(k)]=\boldsymbol{x}(n)$，验证你的计算是正确的。求解过程建议写作矩阵形式。

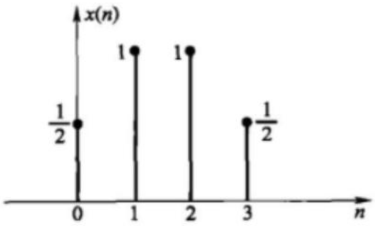
2. 考虑如题图 2-1 所示的$N=4$ 有限长序列$x(n)$，求解以下卷积和，**要求写出求解过程，（若仅给出结果的序列图形而无相应的解释，则不计分）**：

(1) $x(n)$与$x(n)$的线性卷积，画出所得序列；

(2) $x(n)$与$x(n)$的 4 点圆卷积，画出所得序列；

(3) $x(n)$与$x(n)$的 10 点圆卷积，画出所得序列；

(4) 欲使$x(n)$与$x(n)$的圆卷积和线性卷积相同, 求长度 L 的最小值。



题图 2-1 有限长序列$x(n)$

提示：根据圆卷积的定义，N点圆卷积对应的就是定义式中累加项最大项数N的取值。求解 10 点圆卷积，需要为序列$x(n)$补 6 个零，替换变量后得到的$x(m)$补零位置在原序列样值之后（右侧），相应地，$x((n-m))_{10}R_{10}(m)$补零的位置在已知样值之前（左侧）。

3. 求下列微分方程描述的系统单位冲激响应$h(t)$和单位阶跃响应$c(t)$。

(1) $\frac{d}{dt}y(t)+3y(t)=2\frac{d}{dt}x(t)$

(2) $\frac{d^2}{dt^2}y(t)+\frac{d}{dt}y(t)+y(t)=\frac{d}{dt}x(t)+x(t)$

(3) $\frac{d}{dt}y(t)+2y(t)=\frac{d^2}{dt^2}x(t)+3\frac{d}{dt}x(t)+3x(t)$

提示：冲激响应$\boldsymbol{h(t)}$和阶跃响应$\boldsymbol{c(t)}$定义为零状态条件下，分别以单位冲激信号$\boldsymbol{\delta(t)}$和单位阶跃信号$\boldsymbol{u(t)}$激励系统得到的输出。根据$\boldsymbol{\delta(t)}$的定义可知，$\boldsymbol{\delta(t)=0, t>0}$，因而$\boldsymbol{h(t)}$的特解为零，齐次解即完全解，基于系统特征方程求解即可。

4. 若系统函数$H(\omega)=H(j\omega)=\frac{1}{j\omega+1}$，激励为周期信号$x(t)=\sin t+\sin(3t)$，试求响应$y(t)$，画出$x(t)$、$y(t)$的波形，讨论信号经该系统传输是否引起失真。

提示：基于傅里叶变换、频率响应和无失真传输的相应知识求解。

5. 已知理想低通的系统函数表示式为

$$H(\omega)=\begin{cases}1 & (\ |\omega|<\dfrac{2\pi}{\tau}\ )\\ 0 & (\ |\omega|>\dfrac{2\pi}{\tau}\ )\end{cases}$$

而激励信号的傅氏变换式为

$$X(\omega)=\tau Sa(\frac{\omega\tau}{2})$$

利用时域卷积定理求响应的时间函数表示式 $y(t)$。

提示：所得结果包含取样函数的积分形式，可以用正弦积分函数表示。

6. 巴特沃思低通滤波器的频域指标为：当$\omega_1=1000\mathrm{rad/s}$时，衰减不大于 3dB；当$\omega_2=5000\mathrm{rad/s}$时，衰减至少为 20dB。求此滤波器的实际系统传递函数$H(s)$。

提示：需要查巴特沃思多项式的表，教材和课程讲义上都有该表格；实际系统传递函数需经过反归一化处理得到。