信号分析与处理(四)：滤波器

2023、11、26 V1.0

4.1 滤波器概述

← 2023.10.23 Lec 15

1、滤波：根据有用信号与噪声信号的不同特性，实现二者的有效分离，从而提取有用信号，消除或减弱噪声。

2、经典滤波器：假设有用信号与希望去掉的噪声具有不同频带，通过选取频率来滤除无用信号。但有用信号与无用信号频谱重叠时，无能为力。

现代 ~ ：从含有噪声的信号中估计出噪声本身，所得信号比原信号具有更高信噪比

还可分为 有/无源滤波器，低通，高通，带通，带阻，全通滤波器

模拟滤波器 — 模拟信号　$y(t) = x(t) * h(t)$　$Y(\omega) = H(\omega)X(\omega)$

数字滤波器 — 数字信号　$y(n) = x(n) * h(n)$　$Y(\Omega) = H(\Omega)X(\Omega)$

3、滤波器的技术要求：
- 允许幅频特性在通带和阻带内有一定衰减范围，且在这范围内允许有起伏
- 在通带和阻带间有一定的过渡带

通带：该频率范围的信号通过滤波器后衰减很小

阻带： ~ 被阻止(较大程度衰减)

过渡带：通带与阻带之间。

技术指标：① 中心频率：通带、阻带截止频率的几何平均值。　$\omega_0 = \sqrt{\omega_p \omega_s}$

② 通带波动：通带内频率特性曲线最大峰值和最小谷值之差；

③ 相移 ϕ：某一特定频率信号通过滤波器时，其在输入端与输出端的相位差。

④ 群延迟：$\tau_g = -\dfrac{d\phi(\omega)}{d\omega}$　常为正值

⑤ 衰减函数 α：$\alpha = 20\lg\dfrac{|H(0)|}{|H(\omega)|} \overset{|H(0)|=1}{=} -20\lg|H(\omega)| = -10\lg|H(\omega)|^2$

通带衰减函数　$\alpha_p = -20\lg|H(\omega_p)|$

阻带 ~　$\alpha_s = -20\lg|H(\omega_s)|$

注意：有衰减时衰减函数为正值。

一般取幅值下降 3dB 时所对应的频率值 ω_{3dB} 作为 ω_p　即 $20\lg\dfrac{|H(\omega)|}{|H(0)|} = -3$ (dB)

此时 $\alpha_p = 3dB$　[原因：若 $\dfrac{|H(\omega)|}{|H(0)|} = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$，则 $20\lg\dfrac{|H(\omega)|}{|H(0)|} = -3dB$

即衰减 3dB 以内等价于能量衰减至之前的一半

能量衰减较小的信号即能通过滤波器]

4.2 模拟滤波器　处理模拟信号

1、设计方法：① 根据给定的频率响应特性寻求可实现的有理函数 $H(s)$

一般是根据幅度平方函数 $|H(\omega)|^2$ 来求系统函数。有若干种类型可供选择 (Butterworth，Chebyshev，…)

② 由选定的 $H(s)$ 实现二端口网络 电路结构与参数

2、基本要求：① 稳定的线性非时变系统　② 实系数的 s 有理函数，极点在左半平面

③ 分子多项式阶数不大于分母多项式阶数　④ $h(t) = \mathcal{L}^{-1}[H(s)]$ 是 t 的实函数

由 $|H(j\omega)|^2\Big|_{j\omega=s} = H(j\omega)H^*(j\omega)\Big|_{j\omega=s} = H(j\omega)H(-j\omega)\Big|_{j\omega=s} = H(s)H(-s)$ 则H(s)的零、极点对虚轴呈镜像分布

$A\bar{A}=|A|^2$（复数性质）　由于希望 $h(t)$ 是实函数，则 $H(j\omega)$ 应具有共轭对称性（关于虚轴对称）　$H(j\omega)=H^*(-j\omega)$　$H(-j\omega)=H^*(j\omega)$

[$j\omega$ 和 $-j\omega$ 都能使 $|H(j\omega)|^2$ 为0，若将其中 $j\omega$ 划给 $H(s)$，则 $-j\omega$ 必划给 $H(-s)$]

结合H(s)分子、分母为实系数多项式，虚根必然是共轭虚根，则它的零极点关于实轴也呈对称分布 $\Rightarrow$ 零极点对称分布

则 $|H(j\omega)|^2$ 中的零点和极点，一半属于 $H(s)$，另一半属于 $H(-s)$，

因此，确定 $H(s)$ 零、极点的方法为，① 将幅度平方函数中 $j\omega$ 换成 s，ω^2 换成 $-s^2$　求出零点和极点。

② 所有极点中分布在左半平面上的极点是 $H(s)$ 的极点，其余是 $H(-s)$ 的极点；

③ 若要求是最小相位系统，则所有零点也必须在左半平面或虚轴上

虚轴上零点应平分给 $H(s)$ 或 $H(-s)$　注意，比例系数也要平分。

若无此要求，则零点可任意选取。

巴特沃思（Butterworth）低通滤波器

$$|H(\omega)|^2=\frac{1}{1+\left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^{2n}}$$

ω_c 为通带截止频率　对应衰减为 3dB

幅频特性：① 最大平坦性　n 阶的 Butterworth 滤波器在 $\omega=0$ 处前 $(2n-1)$ 阶导数均为 0　以原点的最大平坦性来逼近理想低通滤波器

② 频响曲线单调下降

③ 随 n 增大，通带幅频特性变平坦　阻带幅频特性衰减加快

④ 通带内频响无起伏

$$|H(s)|^2=\frac{1}{1+(-1)^n\left(\frac{s}{\omega_c}\right)^{2n}}$$

令分母多项式为0，则 $1+\left(\frac{s}{j\omega_c}\right)^{2n}=0 \Rightarrow S_k=j\omega_c(-1)^{\frac{1}{2n}}=\omega_c e^{j\left(\frac{\pi}{2}+\frac{2k-1}{2n}\pi\right)}$　$k=1,\cdots,2n$

$e^{\frac{\pi}{2}j}$　$e^{j\frac{2k-1}{2n}\pi}$

$2n$ 个极点以 $\frac{\pi}{n}$ 为间隔均匀分布于半径为 ω_c 的圆上。$j\omega$ 轴上无极点。

n 为奇数时，有两个实极点 $s=\pm\omega_c$　n 为偶数时无实极点。

则：为使系统稳定，$H(s)$ 应取落在 s 域左半平面的极点，因而 $H(s)=\dfrac{\omega_c^n}{\prod_{k=1}^{n}(s-s_k)}$ $\rightarrow$ $s=0$ 时 $|H(s)|=1$。

此 $H(s)$ 与 ω_c 有关，因此为了通用性，将频率作归一化处理，$H(s)$ 上下同除以 ω_c^n，$\bar{s}=\frac{s}{\omega_c}$，$\bar{s_k}=\frac{s_k}{\omega_c}$

则：
$$H(\bar{s})=\frac{1}{\prod_{k=1}^{n}\left[\bar{s}-e^{j\left(\frac{\pi}{2}+\frac{2k-1}{2n}\pi\right)}\right]}=\frac{1}{\prod_{k=1}^{n/2}\left[\bar{s}-e^{j\left(\frac{\pi}{2}+\frac{2k-1}{2n}\pi\right)}\right]\left[\bar{s}-e^{j\left(\frac{\pi}{2}+\frac{2(n-k+1)-1}{2n}\pi\right)}\right]}=\frac{1}{\prod_{k=1}^{n/2}\left[\bar{s}^2-2\cos\left(\frac{2k-1}{2n}\pi+\frac{\pi}{2}\right)\bar{s}+1\right]}$$

$\Rightarrow$ $\boxed{\text{有 Butterworth 多项式表可查}}$

显然 n 为偶数，若 n 为奇数　$H(\bar{s})=\dfrac{1}{\prod_{k=1}^{(n-1)/2}\left[\bar{s}^2-2\cos\left(\frac{2k-1}{2n}\pi+\frac{\pi}{2}\right)\bar{s}+1\right](\bar{s}+1)}$

Butterworth 低通滤波器阶次的确定：

$$\alpha=-20\lg|H(\omega)|=-20\lg\left[\frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^{2n}}}\right]=10\lg\left[1+\left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^{2n}\right]$$

$\omega=\omega_s$ 时，阻带衰减函数 $\alpha_s=10\lg\left[1+\left(\frac{\omega_s}{\omega_c}\right)^{2n}\right]$　若要求阻带衰减函数大于一定值 α_{s_0}，

则 $10\lg\left[1+\left(\frac{\omega_s}{\omega_c}\right)^{2n}\right]\geqslant\alpha_{s_0} \Rightarrow 1+\left(\frac{\omega_s}{\omega_c}\right)^{2n}\geqslant 10^{0.1\alpha_{s_0}} \Rightarrow 2n\lg\frac{\omega_s}{\omega_c}\geqslant\lg\left[10^{0.1\alpha_{s_0}}-1\right] \Rightarrow n\geqslant\dfrac{\lg\sqrt{10^{0.1\alpha_{s_0}}-1}}{\lg\left(\frac{\omega_s}{\omega_c}\right)}$

[ω_s 一般大于 ω_c，故 $\lg\left(\frac{\omega_s}{\omega_c}\right)>1$]

同理，$\omega=\omega_p$时，$\alpha_p = 10\lg\left[1+\left(\frac{\omega_p}{\omega_c}\right)^{2n}\right]$ 若要求通带衰减函数小于一定值α_{p_0}，则有

$10\lg\left[1+\left(\frac{\omega_p}{\omega_c}\right)^{2n}\right] \le \alpha_{p_0} \Rightarrow 1+\left(\frac{\omega_p}{\omega_c}\right)^{2n} \le 10^{0.1\alpha_{p_0}} \Rightarrow 2n\lg\frac{\omega_p}{\omega_c} \le \lg\left[10^{0.1\alpha_{p_0}}-1\right] \Rightarrow n \geq \dfrac{\lg\sqrt{10^{0.1\alpha_{p_0}}-1}}{\lg\left(\frac{\omega_p}{\omega_c}\right)}$ [ω_p一般小于ω_c，故$\lg\left(\frac{\omega_p}{\omega_c}\right)<1$]

通过例题来熟悉 Butterworth 低通滤波器的设计流程

例 Butterworth 低通滤波器的频域指标为 $\omega_1 = 2\,rad/s$ 时，衰减不大于3dB；$\omega_2 = 6\,rad/s$ 时 衰减不小于 30dB

求滤波器的传递函数

解：令 $\omega_c=\omega_p = 2rad/s$，$\omega_s = 6\ rad/s$ 归一化频率 ⇐ Step 1 归一化频率参量

$\bar{s} = \frac{s}{2}$ $\quad \bar{\omega_c} = \frac{\omega_c}{\omega_c} = 1$ $\quad \bar{\omega_s} = \frac{\omega_s}{\omega_c} = 3$ $\quad \alpha_s = 30dB$

则 $n \geq \dfrac{\lg\sqrt{10^{0.1\alpha_s}-1}}{\lg\frac{\omega_s}{\omega_c}} \approx 3.143$ ⇐ Step2 确定滤波器阶数

取n=4，查表得滤波器归一化传递函数，再由 $\bar{s}=\frac{s}{\omega_c}$，将 $H(\bar{s})$ 变换回 $H(s)$ 即可。 ⇐ Step 3

* Chebyshev 滤波器： Butterworth 低通滤波器通带内误差分布不均，为使阻带特性下降迅速，则滤波器阶数增加

若能使误差均匀分布在通带内，则可以降低滤波器阶数 可以通过选择有等波纹特性逼近函数来实现

I型：通带内等波纹，阻带内单调下降 II型反之

滤波器类型的转化： (高⟷低) $s = \frac{S}{\omega_r}$ →参考频率 (高通归一化用λ表示) $\lambda_p = -\frac{1}{\omega_p}$ $\quad \lambda_s = -\frac{1}{\omega_s}$

通过一个例题巩固 Butterworth 低通滤波器的设计。此例题名为设计高通滤波器，实则只是多一步转化过程，本质是设计低通滤波器。

例 (郑君里书2e 例10-10) 给定高通滤波器技术指标： 通带内起伏小于1dB，$\omega \geq 2\pi\times1.5\times10^4\ rad/s$

阻带衰减大于15dB，$0\le\omega\le 2\pi\times10^4\ rad/s$ 求Butterworth型滤波器传函。

解：① 取参考频率为 3dB处截止角频率 ω_c (未明确给出，设为未知量) 归一化各频率

$\lambda_p = \frac{\omega_p}{\omega_c} = \frac{1}{\omega_c}(2\pi\times1.5\times10^4)$ $\quad \lambda_s = \frac{\omega_s}{\omega_c} = \frac{1}{\omega_c}\times(2\pi\times10^4)$ 此处求得的已经是相对于低通滤波器参考频率的归一化频率

② 求对应的低通滤波器频率指标 $\omega_p' = -\frac{1}{\lambda_p} = -\frac{\omega_c}{2\pi\times1.5\times10^4}$ $\quad \omega_s' = -\frac{1}{\lambda_s} = -\frac{\omega_c}{2\pi\times10^4}$

[注意此处 ω_c是原高通滤波器的截止频率，不要误以为是低通滤波器的]

结合 $\alpha_p = 10\lg\left[1+\left(\frac{\omega_p'}{\cancel{\omega_c}}\right)^{2n}\right] \le 1dB$ 无需 $\Rightarrow (\omega_p')^{2n} \le 10^{0.1}-1$ $\quad \Rightarrow \left(\frac{\omega_p'}{\omega_s'}\right)^{2n} \le \frac{10^{0.1}-1}{10^{1.5}-1}$

$\alpha_s = 10\lg\left[1+\left(\frac{\omega_s'}{\cancel{\omega_c}}\right)^{2n}\right] \geq 15dB \Rightarrow (\omega_s')^{2n} \geq 10^{1.5}-1$

$\Rightarrow n \geq \dfrac{\lg\left(\frac{10^{0.1}-1}{10^{1.5}-1}\right)}{2\lg\left(\frac{\omega_p'}{\omega_s'}\right)} = 5.886$ 因此取6阶 Butterworth 低通滤波器，查表得其传函。

③ 求参考频率 ω_c： 由 $\alpha_s = 10\lg\left[1+(\omega_s')^{2\times6}\right] = 15$ 可解得 ω_s'，结合 ω_s 和 ω_c 关系即得 ω_c

将 $s = \frac{\omega_c}{S}$ 代入上述 Butterworth 滤波器方程得 高通滤波器传递函数。

4.3 数字滤波器　　输入、输出都是数字信号　　← 2023.10.25　Lec 16

流程：原模拟信号频谱 $\xrightarrow{\text{时域采样}}$ 原频谱的周期延拓 $\xrightarrow[\text{频谱函数相乘}]{\text{与滤波器}}$ 处理后信号频谱 $\xrightarrow{\text{加窗}}$ 取出输出信号频谱

数字滤波器可用 LTI 离散系统表示为 $y(n)+\sum_{k=1}^{N} a_k y(n-k)=\sum_{k=0}^{M} b_k x(n-k)$

$$\Downarrow$$

$$H(z)=\frac{Y(z)}{X(z)}=\frac{\sum_{i=0}^{M} b_k z^{-k}}{1+\sum_{i=1}^{N} a_i z^{-i}}$$

（由Z反变换可得）最多 $(M+1)$ 项

$\begin{cases} a_i=0 & H(z)=\sum b_k z^{-k}，\text{单位脉冲响应仅由有限项构成} \\ a_i\neq 0, & \text{分母至少存在一个根不为分子所抵消} \end{cases}$

有限冲激响应滤波器

则为无限冲激响应滤波器

无限冲激响应滤波器的设计方法：模拟化设计法

给定数字滤波器指标 ⟶ 转换成模拟滤波器指标 ⟶ 设计模拟滤波器 ⟶ 转换回数字滤波器

两个基本条件：　s平面的复频率轴（虚轴）⟶ z平面的单位圆；　s平面左半平面 ⟶ z平面单位圆内

（一）冲激响应不变法

$h(n)=h_a(nT)$ ［脉冲响应为对应模拟滤波器冲激响应的采样］　a: analog（表示所对应的模拟情形）

$$H_a(s)=\sum_{i=1}^{N}\frac{k_i}{s-p_i}\ \overset{L^{-1}}{\Longrightarrow}\ h_a(t)=\sum_{i=1}^{N}K_i e^{p_i t}u(t)\ \overset{\text{采样}}{\Longrightarrow}\ h_a(nT)=\sum_{i=1}^{N}K_i e^{p_i nT}u(nT)\quad H(z)=\sum_{i=1}^{N}K_i\frac{z}{z-e^{p_i T}}$$

⇒ s平面中极点 p_i 映射至 z平面中极点：$z=e^{p_i T}$

↓ 写成　　　　z变换 ↗

$$h(n)=\sum_{i=1}^{N}k_i e^{p_i nT}u(n)$$

下面验证此种方法满足我们之前的两个基本条件：

$$z=e^{sT}=e^{(\sigma+j\omega)T}=e^{\sigma T}e^{j\omega T}=e^{\sigma T}e^{j\Omega}=e^{\sigma T}\cdot e^{j(\Omega+2k\pi)}=e^{\sigma T}e^{j(\omega+\frac{2k\pi}{T})T}$$

数字角频率与模拟角频率的关系：$\Omega=\omega T$（由采样过程即知）

线性关系

则 $\begin{cases}\sigma=0 & \Rightarrow |z|=1\\ \sigma>0 & \Rightarrow |z|>1\\ \sigma<0 & \Rightarrow |z|<1\end{cases}$　且知，同一个 ω 映射至z平面上可能有多个Z！

具体而言，s域上，沿虚轴每隔 $\frac{2\pi}{T}$，z域上映射就重复一次。

考虑多值性的另一角度：

延迟性质　　冲激响应不变

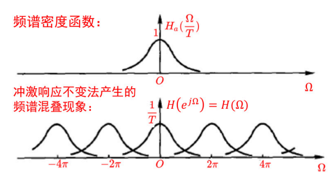
$$\mathcal{L}\left[h_a(t)\sum_{n=-\infty}^{\infty}\delta(t-nT)\right]=\sum_{n=-\infty}^{\infty}h_a(t-nT)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}h_a(nT)e^{-snT}=\sum_{n=-\infty}^{\infty}h(n)z^{-n}\Big|_{z=e^{sT}}=H(z)\Big|_{z=e^{sT}}$$

$$\text{又}\ \mathcal{L}\left[h_a(t)\sum_{n=-\infty}^{\infty}\delta(t-nT)\right]=\mathcal{L}\left[h_a(t)\frac{1}{T}\sum_{k=-\infty}^{\infty}e^{j\frac{2\pi}{T}kt}\right]=\frac{1}{T}\sum_{k=-\infty}^{\infty}H_a\left(s+j\frac{2\pi}{T}k\right)$$

→ 时移性质

s平面与z平面映射为多值关系

↓ s 取 $j\frac{\Omega}{T}=j\omega$ ⟶ $H(z)=H(e^{j\Omega})=H(\Omega)=\frac{1}{T}\sum_{k=-\infty}^{\infty}H_a\left(j\omega+j\frac{2\pi}{T}k\right)$



例（课件 P76 例4-5）　$s\to z$：$\frac{1}{s-s_k}=\frac{z}{z-e^{s_k T}}$

即：$H(\Omega)$ 是很多个 $H_a(\omega)$ 周期重复，重叠部分就发生了频谱混叠！

减小采样间隔可减少混叠但可能导致增益过高

例（课件 P77 例4-6）　利用冲激响应不变法设计数字滤波器的步骤：

① $\Omega=\omega T$　将数字角频率指标转化为模拟角频率

② 设计模拟滤波器

③ 利用 z反变换 将s域函数反变换回z域。

（二）双线性变换法

原因：冲激响应不变法中频率映射的多值性容易造成频谱混叠 ⇒ 寻求模-数频率一一对应的变换

$Re(s)<0$（左半平面：稳定）→ $Re\left(\frac{2}{T}\frac{\sigma+j\omega-1}{\sigma+j\omega+1}\right)<0 \xleftrightarrow{\text{当T=2}} Re\left(\frac{\sigma^2-1+\omega^2+j2\omega}{(\sigma+1)^2+\omega^2}\right)<0 \xleftrightarrow{\text{当T=2}} \sigma^2+\omega^2<1$　即单位圆内部

s域 ω 从 $0\sim\pm\infty$ 压缩至 $0\sim\pm\pi$　　关系式 $s=\frac{2}{T}\left(\frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}\right)$　　$H(z)=H_a\left[\frac{2}{T}\left(\frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}\right)\right]$

↑ 或考虑

$$\Rightarrow z=\frac{1+\frac{T}{2}s}{1-\frac{T}{2}s}=\frac{1+\frac{\sigma T}{2}+j\frac{\omega T}{2}}{1-\frac{\sigma T}{2}-j\frac{\omega T}{2}},\qquad |z|^2=\frac{(1+\frac{\sigma T}{2})^2+(\frac{\omega T}{2})^2}{(1-\frac{\sigma T}{2})^2+(\frac{\omega T}{2})^2}$$

$\sigma<0$　$|z|<1$

$\sigma>0$　$|z|>1$

$s=j\omega$：$|z|=1$　　满足两个基本条件！

将s平面到z平面一一对应，避免频率响应混叠现象；　s左半平面 → 单位圆内，右 ～ → ～ 外　保证稳定性

非线性对应关系！

Ω 和 ω 的关系？　$z=e^{j\Omega}=\frac{1+j\frac{\omega T}{2}}{1-j\frac{\omega T}{2}}$（单位圆上 $s=j\omega$）⇒ $\Omega=2\arctan\frac{\omega T}{2}$　　$\omega=\frac{2}{T}\tan\left(\frac{\Omega}{2}\right)$

⇒ 数字滤波器与模拟滤波器在频响、频率关系上发生畸变

校正方式：频率预畸变　　设所求数字滤波器通带与阻带截止频率分别为 Ω_p 和 Ω_s

按 $\omega=\frac{2}{T}\tan(\frac{\Omega}{2})$ 算出 ω_p 和 ω_s，作为模拟滤波器的通带和阻带截止频率。

例（课件P86 例4-7）　利用双线性变换法设计数字滤波器的步骤：

① 频率预畸变

② 设计模拟滤波器

③ $s=\frac{2}{T}\left(\frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}\right)$，代入所求 $H_a(s)$，得 $H(z)$。

IIR数字滤波器的网络结构：

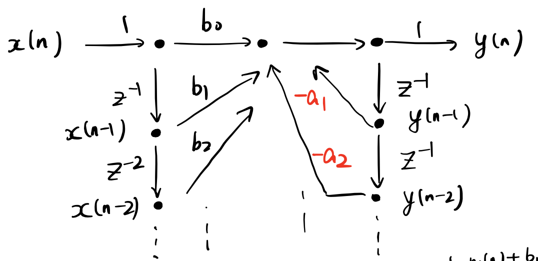
** 了解

$$H(z)=\frac{\sum_{i=0}^{M} b_i z^{-i}}{1+\sum_{i=1}^{N} a_i z^{-i}}=\frac{Y(z)}{X(z)}$$

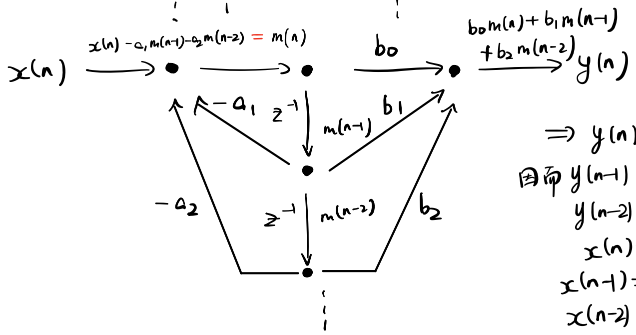
对应N阶差分方程为 $y(n)+\sum_{k=1}^{N} a_i\, y(n-k)=\sum_{i=0}^{M} b_i\, x(n-i)$

$$\Rightarrow y(n)=\sum_{i=0}^{M} b_i\, x(n-i)-\sum_{k=1}^{N} a_i\, y(n-k)$$

直接I型



直接II型：



好好啊！

$\Rightarrow y(n)=b_0 m(n)+b_1 m(n-1)+b_2 m(n-2)$　$*1$

因而 $y(n-1)=b_0 m(n-1)+b_1 m(n-2)+b_2 m(n-3)$　$*a_1$

$y(n-2)=b_0 m(n-2)+b_1 m(n-3)+b_2 m(n-4)$　$*a_2$

$x(n)=m(n)+a_1 m(n-1)+a_2 m(n-2)$　$*b_0$

$x(n-1)=m(n-1)+a_1 m(n-2)+a_2 m(n-3)$　$*b_1$

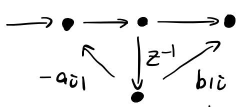
$x(n-2)=m(n-2)+a_1 m(n-3)+a_2 m(n-4)$　$*b_2$

$\Rightarrow$ 满足 $y(n)+\sum_{i=1}^{N} a_i\, y(n-i)=\sum_{i=0}^{M} b_i\, x(n-i)$

（可代入验证）

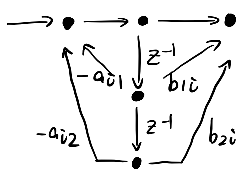
级联型：　$H(z)=A_0\prod_{i=1}^{k} H_i(z)$

（可控零极点）　　相乘形式



$H_i(z)=\frac{1+b_{1i}z^{-1}}{1+a_{1i}z^{-1}}$

（一阶）



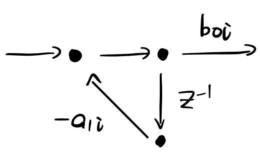
$H_i(z)=\frac{1+b_{1i}z^{-1}+b_{2i}z^{-2}}{1+a_{1i}z^{-1}+a_{2i}z^{-2}}$

（二阶）

（每个单元均是用直接II型实现）

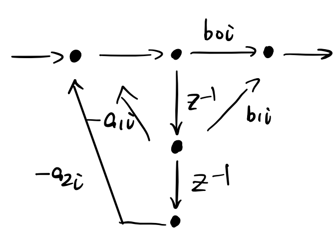
并联型　$H(z)=C+\sum_{i=1}^{k} H_i(z)$

（速度高，可单独调整极点）　　相加形式



$H_i(z)=\frac{b_{0i}}{1+a_{1i}z^{-1}}$

（一阶）



$H_i(z)=\frac{b_{0i}+b_{1i}z^{-1}}{1+a_{1i}z^{-1}+a_{2i}z^{-2}}$

（二阶）

有限冲激响应(FIR)滤波器（了解基本概念）

与IIR对比：

- IIR　计算量小，设计简单；含零极点，可用模拟滤波器设计；有稳定性问题；非线性相位
- FIR　可用FFT辅助设计；总是稳定的；相位严格线性；阶数高，计算量大
  - 直接型
  - 级联型
  - 线性相位型

FIR：根据要求的频响 $H_d(\Omega)$，找出单位脉冲响应 $h(n)$ 为有限长的离散时间系统，使其频响尽可能逼近 $H_d(\Omega)$

易控制过渡频率
$h(n)$ 长
幅频特性理想

无稳定性问题
易做到线性相位
可以设计多种滤波器

窗函数法：① $H_d(\Omega)\rightarrow h_d(n)=IDTFT[H_d(\Omega)]$

② 由给定指标选择窗 $w(n)$　③ $h(n)=h_d(n)\,w(n)$

④ $H(\Omega)=DTFT[h(n)]$，检验。