自动控制理论 A 作业 1

2019 年 9 月 6 日

1. 判断下列方程描述的系统是线性定常系统、线性时变系统还是非线性系统。式中r(t)为输入信号，c(t)为输出信号。

$$c(t)=5+r^2(t)+t\frac{d^2r(t)}{dt^2}$$

$$\frac{d^3c(t)}{dt^3}+3\frac{d^2c(t)}{dt^2}+6\frac{dc(t)}{dt}+8c(t)=r(t)$$

$$t\frac{dc(t)}{dt}+c(t)=r(t)+3\frac{dr(t)}{dt}$$

存在的问题：没有过程；用拉氏变换判断系统类型（有这种方法吗？）

答案：（建议判断过程再完整一些）

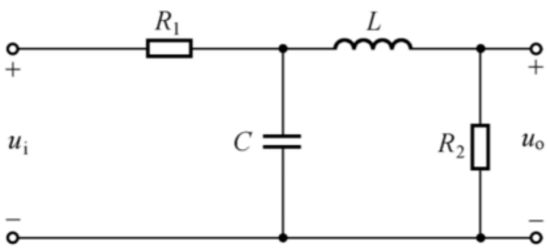
① 判断下列系统是线性定常系统、线性时变系统还是非线性系统？

解：$c(t)=5+r^2(t)+t\frac{d^2r(t)}{dt^2}$ 非线性系统（因存在 r(t) 的平方项）

$\frac{d^3c(t)}{dt^3}+3\frac{d^2c(t)}{dt^2}+6\frac{dc(t)}{dt}+8c(t)=r(t)$ 线性定常系统

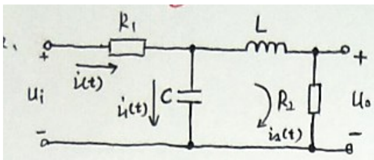
$t\frac{dc(t)}{dt}+c(t)=r(t)+3\frac{dr(t)}{dt}$ 线性时变系统（$\frac{dc(t)}{dt}$ 的系数为t，时变的）

2. 试建立如图所示电路的微分方程式。



（错得很多！！！）存在的问题：化简出错，缺项、符号错误等

答案：



$i_2(t) = \frac{U_0(t)}{R_2}$. $\quad U_L = L\frac{di_2(t)}{dt} = \frac{L}{R_2}\cdot\frac{dU_0(t)}{dt}$

$\therefore U_C(t) = U_L + U_0(t) = U_0(t) + \frac{L}{R_2}\cdot\frac{dU_0(t)}{dt}$

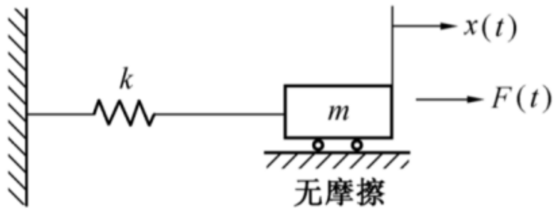
故 $i_1(t) = C\frac{dU_C(t)}{dt} = C\frac{dU_0(t)}{dt} + \frac{LC}{R_2}\cdot\frac{d^2U_0(t)}{dt^2}$

$\therefore i(t) = i_1(t) + i_2(t) = \frac{1}{R_2}U_0(t) + C\frac{dU_0(t)}{dt} + \frac{LC}{R_2}\cdot\frac{d^2U_0(t)}{dt^2}$

由 $U_i(t) = i(t)\cdot R + U_C(t)$

得: $U_i(t) = (\frac{R_1}{R_2}+1)U_0(t) + (R_1C + \frac{L}{R_2})\frac{dU_0(t)}{dt} + \frac{LCR_1}{R_2}\cdot\frac{d^2U_0(t)}{dt^2}$

3. 求如图所示的机械系统外作用力 F(t)和质量的位移 x(t)间的微分方程和传递函数，m 为质量，k 为弹簧的弹性系数。



问题：不清楚传递函数的输入输出；通常以外力 F(t)为输入，系统的改变量（位移 X(t)为输出）；题目没有给出初始位移为 0,有些同学没有按照零初始条件来做。

答案：

(1) 微分方程: $F(t) - kx(t) = m\frac{d^2x}{dt^2}$

$\Downarrow$

$$m\frac{d^2x(t)}{dt^2} + kx(t) = F(t)$$

零初始条件，由拉氏变换得 $ms^2X(s) + kX(s) = F(s)$

$$\frac{X(s)}{F(s)} = \frac{1}{ms^2+k} = G(s)$$ 传递函数

4. 若系统在阶跃输入作用 $r(t) = 1(t)$ 时，系统在零初始条件下的输出响应为

$$c(t) = 1 - 2e^{-2t} + e^{-t}$$

试求系统的传递函数和脉冲响应。

问题：常规问题，错得不多。

答案：

4、 $R(s) = \frac{1}{s}$. $C(s) = \frac{1}{s} - \frac{2}{s+2} + \frac{1}{s+1}$

$\therefore G(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = 1 + \frac{s}{s+1} - \frac{2s}{s+2} = \frac{3s+2}{s^2+3s+2}$

若：$r(t) = \delta(t)$ ，即 $R(s) = 1$. 此时 $C(s) = \cancel{R}\, G(s) R(s) = \frac{3s+2}{s^2+3s+2} = \frac{4}{s+2} + \frac{-1}{s+1}$

$\therefore L^{-1}[C(s)] = 4e^{-2t} - e^{-t} = c(t)$