自动控制理论 A 作业 8

2019 年 11 月 12 日

3.35　已知系统的特征方程为

$$s^6 + 4s^5 - 4s^4 + 4s^3 - 7s^2 - 8s + 10 = 0$$

试确定在 S 平面右半部的特征根数目，并计算其共轭虚根之值。

3 - 35　已知系统的特征方程为

$$s^6 + 4s^5 - 4s^4 + 4s^3 - 7s^2 - 8s + 10 = 0$$

试确定在 s 平面右半部的特征根数目，并计算其共轭虚根之值。

解　列 Routh 表

s^6	1	-4	-7	10
s^5	4	4	-8	0
s^4	(-5)	(-5)	(10)	（该行各项除以 5）
	-1	-1	2	
s^3	0	0		
	-4	-2		
s^2	$-\frac{1}{2}$	2		
s^1	-18	0		
s^0	2			

第四行为全零行，辅助方程

$$F(s) = -s^4 - s^2 + 2 = 0, \quad \frac{\mathrm{d}F(s)}{\mathrm{d}s} = -4s^3 - 2s = 0$$

其中各项系数代替第四行的元素。Routh 表第一列元素符号改变 2 次。所以此系统在 s 右半平面有 2 个特征根。由辅助方程得，$s_{1,2} = \pm \mathrm{j}\sqrt{2}$，$s_{3,4} = \pm 1$。所以系统的共轭虚根为 $\pm \mathrm{j}\sqrt{2}$。

3.36　某控制系统的开环传递函数为

$$G(s)H(s) = \frac{K(s+1)}{s(Ts+1)(2s+1)}$$

试确定能使闭环系统稳定的参数 K、T 的取值范围。

3－36　某控制系统的开环传递函数为

$$G(s)H(s)=\frac{K(s+1)}{s(Ts+1)(2s+1)}$$

试确定能使闭环系统稳定的反馈参数 K,T 的取值范围。

解　系统特征方程为 $1+G(s)=0$,即

$$2Ts^3+(2+T)s^2+(1+K)s+K=0$$

列 Routh 表

$$\begin{array}{lll} s^3 & 2T & 1+K \\ s^2 & 2+T & K \\ s^1 & 1-K\dfrac{T-2}{T+2} & 0 \\ s^0 & K & \end{array}$$

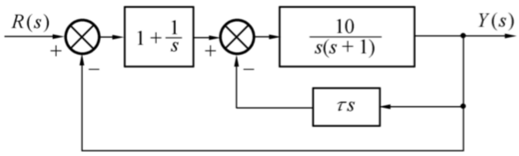
若闭环系统稳定,则有

$$T>0,\quad 2+T>0,\quad 1-K\frac{T-2}{T+2}>0,\quad K>0$$

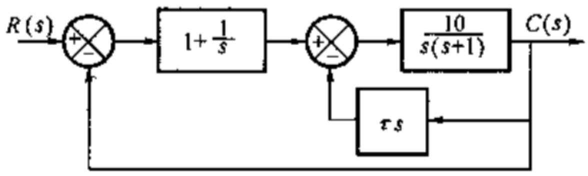
则 K 和 T 的取值范围为

$$T>0,\quad 0<K<\frac{T+2}{T-2}$$

3.37　已知系统方框图如题 3.37 图所示。试应用 Routh 稳定判据确定能使系统稳定的反馈参数 τ 的取值范围。



3－37　已知系统方框图如题 3－37 图所示。试应用 Routh 稳定判据确定能使系统稳定的反馈参数 τ 的取值范围。



题 3－37 图

解　系统的闭环传递函数为

$$\Phi(s)=\frac{10s+10}{s^3+(1+10\tau)s^2+10s+10}$$

则特征方程为

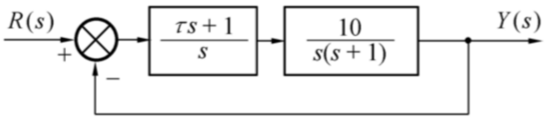
$$s^3+(1+10\tau)s^2+10s+10=0$$

列 Routh 表

$$\begin{array}{lll} s^3 & 1 & 10 \\ s^2 & 1+10\tau & 10 \\ s^1 & \dfrac{100\tau}{1+10\tau} & 0 \\ s^0 & 10 & \end{array}$$

若使系统稳定,则应有 $1+10\tau>0,\dfrac{100\tau}{1+10\tau}>0$。最后解得当 $\tau>0$ 时,系统稳定。

3.38　在如题 3.38 图所示系统中,τ 取何值方能使系统稳定?



3－38　在如题 3－38 图所示系统中，τ 取何值方能使系统稳定？

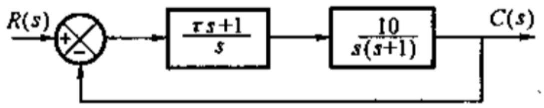
解　系统的闭环传递函数为 $\Phi(s)=\dfrac{10\tau s+10}{s^3+s^2+10\tau s+10}$

特征方程为

$$s^3+s^2+10\tau s+10=0$$

列 Routh 表

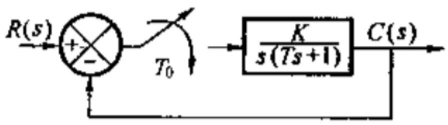
s^3	1	10τ
s^2	1	10
s^1	$10\tau-10$	0
s^0	10	



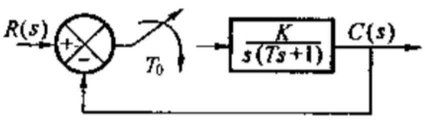
题 3－38 图

若使系统稳定，应有 $10\tau-10>0$，即有 $\tau>1$。所以当 $\tau>1$ 时，系统稳定。

7－17　设某线性离散系统方框图如题 7－17 图所示，其中参数 $T>0$，$K>0$。试确定给定系统稳定时参数 K 的取值范围。



7－17　设某线性离散系统方框图如题 7－17 图所示，其中参数 $T>0$，$K>0$。试确定给定系统稳定时参数 K 的取值范围。



题 7－17 图

解　由题 7－17 图有

$$G(z)=\mathscr{Z}\left[\frac{K}{s(Ts+1)}\right]=\frac{K}{T}\mathscr{Z}\left[\frac{T}{s}-\frac{T}{s+\frac{1}{T}}\right]$$

$$=K\left(\frac{z}{z-1}-\frac{z}{z-e^{-\frac{T_0}{T}}}\right)$$

系统的特征方程为 $1+G(z)=0$，即

$$z^2-(1+e^{-\frac{T_0}{T}})z+e^{-\frac{T_0}{T}}+Kz(1-e^{-\frac{T_0}{T}}=0$$

$$z^2+(-1+K-e^{-\frac{T_0}{T}}-Ke^{-\frac{T_0}{T}})z+e^{-\frac{T_0}{T}}=0$$

令 $z=\dfrac{\omega+1}{\omega-1}$，有　$K(1-e^{-\frac{T_0}{T}})\omega^2+2(1-e^{-\frac{T_0}{T}})\omega+(2-K+2e^{-\frac{T_0}{T}}+Ke^{-\frac{T_0}{T}})=0$

列 Routh 表

ω^2	$K(1-e^{-\frac{T_0}{T}})$	$2-K+2e^{-\frac{T_0}{T}}+Ke^{-\frac{T_0}{T}}$

ω^1	$2(1-e^{-\frac{T_0}{T}})$	0
ω^0	$2-K+2e^{-\frac{T_0}{T}}+Ke^{-\frac{T_0}{T}}$	0

给定系统稳定时 $K(1-e^{-\frac{T_0}{T}})>0,\quad 2-K+2e^{-\frac{T_0}{T}}+Ke^{-\frac{T_0}{T}}>0$

又由 $T>0, K>0$,求得 K 的取值范围为$0<K<\dfrac{2(1+e^{-\frac{T_0}{T}})}{1-e^{-\frac{T_0}{T}}}$。

例. 设单位反馈系统的开环传递函数为

$$G(s)=\frac{K}{s(s^2+7s+17)}$$

试确定：① 系统产生等幅震荡的 K 值及相应震荡角频率；

.0

② 全部闭环极点位于 s=-2 垂线左侧时的 K 取值范围。

例 12：设单位反馈系统的开环传递函数为 $G_0(s)=\dfrac{K}{s(s^2+7s+17)}$

试确定：① 系统产生等幅振荡的K值及相应的振荡角频率。

② 全部闭环极点位于s=-2 垂直线左侧时的K 取值范围。

解: 1) 闭环特征方程 $\Delta(s)=s^3+7s^2+17s+K$

劳斯行列式：

s^3	1	17
s^2	7	K
s^1	?	
s^0	K	

或由3阶系统 $a_2a_1-a_0a_3>0$

$7\times17-K>0$

$7\times17-K=0$

等幅振荡: s^1行全0。 ∴ K–119= 0 , $K=119$

振荡频率: 辅助多项式 $7s^2+K=0$ ω_n=?

$s_{1,2}=\pm j\sqrt{119/7}=\pm j\sqrt{17};\ \omega_n=\sqrt{17}$

例 12： 设单位反馈系统的开环传递函数为 $G_0(s)=\dfrac{K}{s(s^2+7s+17)}$

试确定：① 系统产生等幅振荡的K值及相应的振荡角频率。

② 全部闭环极点位于s＝-2 垂直线左侧时的K 取值范围。

解: 2) 令 $s=z-2$

则 $Q(z)=(z-2)^3+7(z-2)^2+17(z-2)+K$

$=z^3+z^2+z+K-14$

新的劳斯行列式：

z^3	1	1
z^2	1	K-14
z^1	$-K+15$	0
z^0	$-14+K$	

$-K+15>0$ 和 $-14+K>0$ ⇒ $14<K<15$

或由必要条件

$K>14$

由3阶系统

$a_2a_1-a_0a_3>0$

$1-(K-14)>0$

若取$14<K<15$，全部闭环极点位于s＝-2 垂直线左侧。