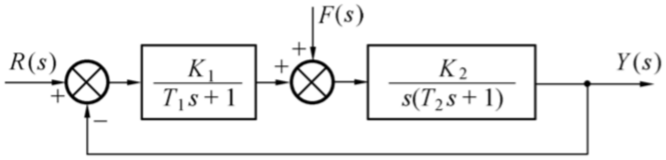
自动控制理论 A 作业 9

2019 年 11 月 20 日

3.39　某控制系统方框图如题 3.39 图所示。已知 $r(t)=t, f(t)=-1(t)$，试计算该系统的稳态误差。



解　(1)令 $F(s)=0$，求系统在 $r(t)=t$ 作用下的稳态误差。

系统的开环传递函数为 $G(s)=\dfrac{K_1K_2}{s(T_1s+1)(T_2s+1)}$，系统为 Ⅰ 型单位负反馈系统。

在 $r(t)=t$ 下的稳态误差

$$e_{ssr}=\frac{1}{k_v}=\frac{1}{\lim\limits_{s\to 0}sG(s)}=\frac{1}{\lim\limits_{s\to 0}\dfrac{K_1K_2}{(T_1s+1)(T_2s+1)}}=\frac{1}{K_1K_2}$$

(2)令 $R(s)=0$，求系统在 $f(t)=-1(t)$ 作用下的稳态误差。

$$\Phi_{ef}(s)=\frac{E_f(s)}{F(s)}=\frac{-\dfrac{K_2}{s(T_2s+1)}}{1+\dfrac{K_1}{T_1s+1}\dfrac{K_2}{s(T_2s+1)}}=\frac{-K_2-K_2T_1s}{K_1K_2+s+(T_1+T_2)s^2+T_1T_2s^3}$$

$$=-\frac{1}{K_1}+\frac{-K_1K_2T_1+1}{K_1^2K_2}s+\cdots$$

误差系数 $c_0=-\dfrac{1}{K_1}$，则　$e_{ssf}(t)=\sum\limits_{i=0}^{\infty}c_if^{(i)}(t)=c_0f(t)=\dfrac{1}{K_1}$

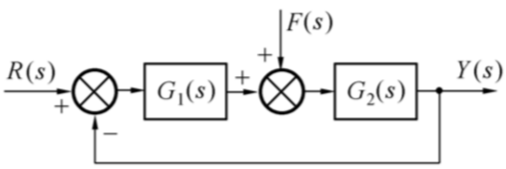
(3)所以系统在 $r(t)=t, f(t)=-1(t)$ 作用下的稳态误差

$$e_{ss}(t)=e_{ssr}(t)+e_{ssf}(t)=\frac{1}{K_1K_2}+\frac{1}{K_1}$$

3.40　某控制系统的方框图如题 3.40 图所示。当扰动信号分别为 $f(t)=1(t), f(t)=t$ 时，试计算下列两种情况下系统响应扰动信号 $f(t)$ 的稳态误差：

(1) $G_1(s)=K_1\quad G_2(s)=\dfrac{K_2}{s(T_2s+1)}$

(2) $G_1(s)=\dfrac{K_1(T_1s+1)}{s}\quad G_2(s)=\dfrac{K_2}{s(T_2s+1)}\quad (T_1>T_2)$



解 (1)系统的扰动误差传递函数

$$\Phi_{ef}(s) = -\frac{C(s)}{F(s)} = -\frac{G_2(s)}{1+G_1(s)G_2(s)} = -\frac{K_2}{K_1K_2+s+T_2s^2} = -\frac{1}{K_1}+\frac{1}{K_1^2K_2}s+\cdots$$

则误差系数 $c_0 = -\frac{1}{K_1}, c_1 = \frac{1}{K_1^2K_2}$。利用误差系数法得

$$e_{ssf}(t) = \sum_{i=0}^{\infty}\frac{1}{i!}\phi_{ef}^{(i)}(0)f^{(i)}(t) \approx \sum_{i=0}^{\infty}c_if^{(i)}(t)$$

当 $f(t)=1(t)$ 时 $$e_{ssf}(\infty) = e_{ssf}(t) = c_0f(t) = -\frac{1}{K_1}$$

当 $f(t)=t$ 时

$$e_{ssf}(t) = c_0f(t)+c_1\dot{f}(t) = -\frac{1}{K_1}\cdot t+\frac{1}{K_1^2K_2},\quad e_{ssf}(\infty) = \lim_{t\to\infty}e_{ssf}(t) = \infty$$

(2)系统的扰动误差传递函数

$$\Phi_{ef}(s) = -\frac{G_2(s)}{1+G_1(s)G_2(s)} = \frac{-K_2s}{K_1K_2+K_1K_2T_1s+s^2+T_2s^3} = -\frac{1}{K_1}s+\cdots$$

则误差系数 $c_0=0, c_1=-\frac{1}{K_1}$,则应用误差系数法求得

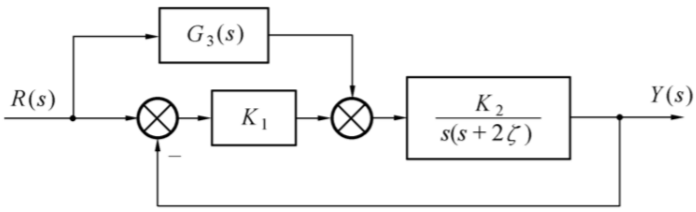
$f(t)=1(t)$ 时 $$e_{ssf}(\infty) = e_{ssf}(t) = c_0f(t) = 0$$

$f(t)=t$ 时 $$e_{ssf}(\infty) = e_{ssf}(t) = c_0f(t)+c_1f(t) = -\frac{1}{K_1}$$

3.41 设有控制系统,其方框图如题 3.41 图所示。为提高系统跟踪控制信号的准确度,要求系统由原来的 Ⅰ 型提高到 Ⅲ 型,为此在系统中增置了顺馈通道,设其传递函数为

$$G_2(s) = \frac{\lambda_2s^2+\lambda_1s}{Ts+1}$$

若已知系统参数为 $K_1=2, K_2=50, \zeta=0.5, T=0.2$,试确定顺馈参数 λ_1 及 λ_2。



解 由题 3-41 图有

$$C(s) = K_1\cdot\frac{K_2}{s(s+2\zeta)}[R(s)-C(s)]+G_3(s)\cdot\frac{K_2}{s(s+2\zeta)}\cdot R(s)$$

则系统的闭环传递函数为

$$\Phi(s)=\frac{C(s)}{R(s)}=\frac{K_2\lambda_2 s^2+(K_2\lambda_1+K_1K_2T)s+K_1K_2}{(Ts+1)(s^2+2\zeta s+K_1K_2)}=\frac{50\lambda_2 s^2+(50\lambda_1+20)s+100}{0.2s^3+1.2s^2+21s+100}$$

(1)系统特征方程为　　　$0.2s^3+1.2s^2+21s+100=0$

列 Routh 表

s^3	0.2	21
s^2	1.2	100
s^1	4.3	0
s^0	100	

可见系统稳定。

(2)等效单位反馈系统开环传递函数为

$$G(s)=\frac{\Phi(s)}{1-\Phi(s)}=\frac{50\lambda_2 s^2+(50\lambda_1+20)s+100}{0.2s^3+(1.2-50\lambda_2)s^2+(1-50\lambda_1)s}$$

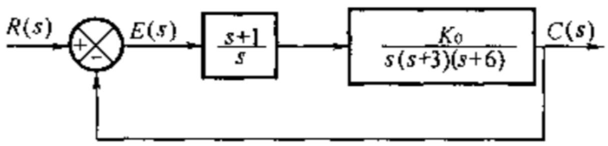
若 $1.2-50\lambda_2=0$，$1-50\lambda_1=0$，即当 $\lambda_1=0.02$，$\lambda_2=0.024$ 时，系统成为Ⅲ型系统。

7.已知单位反馈系统的开环传递函数为

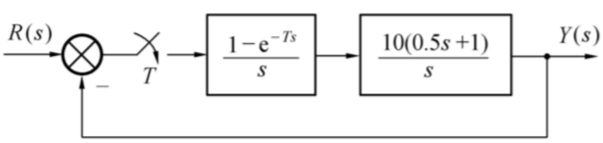
$$G(s)=\frac{10(2s+1)}{s^2(s^2+6s+100)}$$

试求输入分别为 $r(t)=2t$ 和 $r(t)=2+2t+t^2$ 时，系统的稳态误差。

9.已知系统结构图如题 9 图所示，要求系统在 $r(t)=t^2$ 作用时，稳态误差 $e_{ss}<0.5$，试确定满足要求的开环增益 K 的范围。



6.21　离散系统如题 6.21 图所示，采样周期 $T=0.2$ s。判断系统的稳定性，并求 $r(t)=1+t+\frac{t^2}{2}$ 时系统稳态误差的终值 $e_{ss}(\infty)$。



6.24　已知系统结构如题 6.24 图所示，采样周期 $T=0.25$ s。当 $r(t)=2\cdot 1(t)+t$ 时，欲使稳态误差小于 0.5，试求 K 的值。