自控理论A 作业9

Nov. 25th, 2019

3.39

- 令$F(s)=0$，开环传函
$$G(s)=\frac{K_1K_2}{s(T_1s+1)(T_2s+1)+K_1K_2}$$
系统为I型系统，在单位斜坡输入下稳态误差
$$e_{ssr}=\frac{1}{K_1K_2}$$
- 令$R(s)=0$，则
$$E_f(s)=\Phi_{ef}(s)F(s)=\frac{-K_2(T_1s+1)}{s(T_1s+1)(T_2s+1)+K_1K_2}\cdot\frac{-1}{s}$$
所以
$$e_{ssf}=\lim_{s\to 0}sE_f(s)=\frac{1}{K_1}$$
- 综上，
$$e_{ss}=e_{ssr}+e_{ssf}=\frac{1}{K_1K_2}+\frac{1}{K_1}$$

3.40

(1)

- 由图知
$$\Phi_{ef}(s)=-\frac{G_2(s)}{1+G_1(s)G_2(s)}=-\frac{K_2}{s(T_2s+1)+K_1K_2}$$

1. 当$f_1(t)=1$时
$$e_{ssf1}=\lim_{s\to 0}s\frac{1}{s}\Phi_{ef}(s)=-\frac{1}{K_1}$$
2. 当$f_2(t)=t$时
$$e_{ssf2}=\lim_{s\to 0}s\frac{1}{s^2}\Phi_{ef}(s)=\infty$$

(2)

- 由图知
$$\Phi_{ef}(s)=-\frac{G_2(s)}{1+G_1(s)G_2(s)}=-\frac{K_2s}{s^2(T_2s+1)+K_1K_2(T_1s+1)}$$

1. 当$f_1(t)=1$时

$$e_{ssf1}=\lim_{s\to 0}s\frac{1}{s}\Phi_{ef}(s)=0$$

2. 当$f_2(t)=t$时

$$e_{ssf2}=\lim_{s\to 0}s\frac{1}{s^2}\Phi_{ef}(s)=-\frac{1}{K_1}$$

3.41

- 由Mason公式得系统闭环传函：

$$\Phi(s)=\frac{50\lambda_2 s^2+(50\lambda_1+20)s+100}{0.2s^3+1.2s^2+21s+100}$$

- 判定系统稳定性：Routh表: 由表知系统稳定

s^3	**0..2**	**21**
s^2	1.2	100
s^1	4.3	
s^0	100	

- 偏差闭环传递函数

$$\Phi_e(s)=1-\Phi(s)=\frac{0.2s^3+(1.2-50\lambda_2)s^2+(1-50\lambda_1)s}{0.2s^3+1.2s^2+21s+100}$$

- 又要求系统为III 型系统，故分子s因子阶次为3，故

$$\begin{cases}1.2-50\lambda_2 &=0\\ 1-50\lambda_1 &=0\end{cases}$$

- 解得

$$\begin{cases}\lambda_1 &=0.02\\ \lambda_2 &=0.024\end{cases}$$

7.

- 特征多项式

$$D(s)=s^4+6s^3+100s^2+20s+10=0$$

- Routh 表:

s^4	**1**	**100**	**10**
s^3	6	20	0
s^2	290/3	10	0
s^1	562/29	0	
s^0	10		

  由表知系统稳定

- 开环传函写作频率法表达式

$$G(s) = \frac{0.1(2s+1)}{s^2(0.01s^2+0.06s+1)}$$

可知该系统为II型系统，静态加速度误差系数

$$K_a = K = 0.1$$

1. 当$r(t)=2t$ 时，显然II型系统对斜坡信号无稳态跟踪误差，故

$$e_{ss} = 0$$

2. 当$r(t)=2+2t+t^2$ 时，由线性系统叠加原理知：

$$e_{ss} = \frac{2}{K_a} = 20$$

9.

- 特征多项式：

$$D(s) = s^4 + 9s^3 + 18s^2 + K_0 s + K_0$$

- Routh表：

s^4	**1**	**18**	K_0
s^3	9	K_0	0
s^2	$\frac{162-K_0}{9}$	K_0	0
s^1	$K_0 - \frac{81K_0}{162-K_0}$	0	
s^0	K_0		

- 欲使系统稳定，须满足：

$$\begin{cases} 162 - K_0 > 0 \\ K_0(162-K_0) - 81K_0 > 0 \\ K_0 > 0 \end{cases}$$

解得

$$0 < K_0 < 81$$

- 开环传递函数

$$G(s) = \frac{K_0(s+1)}{18s^2(s/3+1)(s/6+1)} = K\frac{(s+1)}{s^2(s/3+1)(s/6+1)}$$

知该系统为II型系统，静态加速度误差系数

$$K_a = K = \frac{K_0}{18}$$

- 又 稳态误差

$$e_{ss} = \frac{2}{K_a} = \frac{2}{K} < 0.5$$

故

$$K > 4$$

- 结合系统稳定条件知

$$4 < K < 4.5$$

6.21

- 开环传函Z变换：

$$G(z)=(1-z^{-1})\left[\frac{5z}{z-1}+\frac{2z}{(z-1)^2}\right]=5+\frac{2}{z-1}$$

  知该系统为I型系统。

- 特征方程

$$6z-4=0$$

  作W变换

$$2w+10=0$$

  显然系统稳定。

- 当输入$r(t)=1+t+t^2/2$ 时，

$$e_{ss}=\infty$$

6.24

- 开环传函Z变换：

$$G(z)=(1-z^{-1})\left[Kz^{-2}\frac{Tz}{(z-1)^2}\right]=\frac{0.25K}{z^2(z-1)}$$

  知该系统为I型系统，静态速度误差系数

$$K_v=\lim_{z\to 1}\frac{0.25K}{z^2}=0.25K$$

- 闭环脉冲传递函数

$$\Phi(z)=\frac{0.25K}{z^3-z^2+0.25K}$$

- 特征方程

$$z^3-z^2+0.25K=0$$

  做W变换

$$0.25Kw^3+(2-0.75K)w^2+(4+0.75K)w+2-0.25K=0$$

- Routh 表：

s^3	**KT**	**4+3KT**	**0**
s^2	2-3KT	2-KT	0
s^1	$4+3KT-\dfrac{KT(2-KT)}{2-3KT}$	0	
s^0	$2-KT$		

  解得

$$0<KT<\frac{\sqrt{5}-1}{2}$$

- 由开环脉冲传函知系统稳态误差

$$e_{ss}=\frac{0.25}{K_v}=\frac{1}{K}<0.5$$

解得

$$K > 2$$

- 综上

$$2 < K < 2\sqrt{5} - 2$$