自动控制原理A－作业11

1.单位反馈系统开环传递函数 $G(s)=\dfrac{\omega_n^2}{s(s+2\xi\omega_n)}$

则其闭环传递函数 $\Phi(s)=\dfrac{\omega_n^2}{s^2+2\xi\omega_n s+\omega_n^2}$

当 $r(t)=2\sin t$ 时，系统稳态输出 $C_{ss}(t)=2\sin(t-45^\circ)$

即 $\Phi(j\omega)=\dfrac{\omega_n^2}{(\omega_n^2-\omega^2)+2j\xi\omega_n\omega}$，由此可有 $\begin{cases}|\Phi(j1)|=1\\ \angle\Phi(j1)=-45^\circ\end{cases}$

即 $\begin{cases}\dfrac{\omega_n^2}{\sqrt{(\omega_n^2-1)^2+4\xi^2\omega_n^2}}=1\\ -\arctan\dfrac{2\xi\omega_n}{\omega_n^2-1}=-45^\circ\end{cases}$ 即 $\begin{cases}2\omega_n^2-4\xi^2\omega_n^2-1=0\\ \omega_n^2-2\xi\omega_n-1=0\end{cases}$

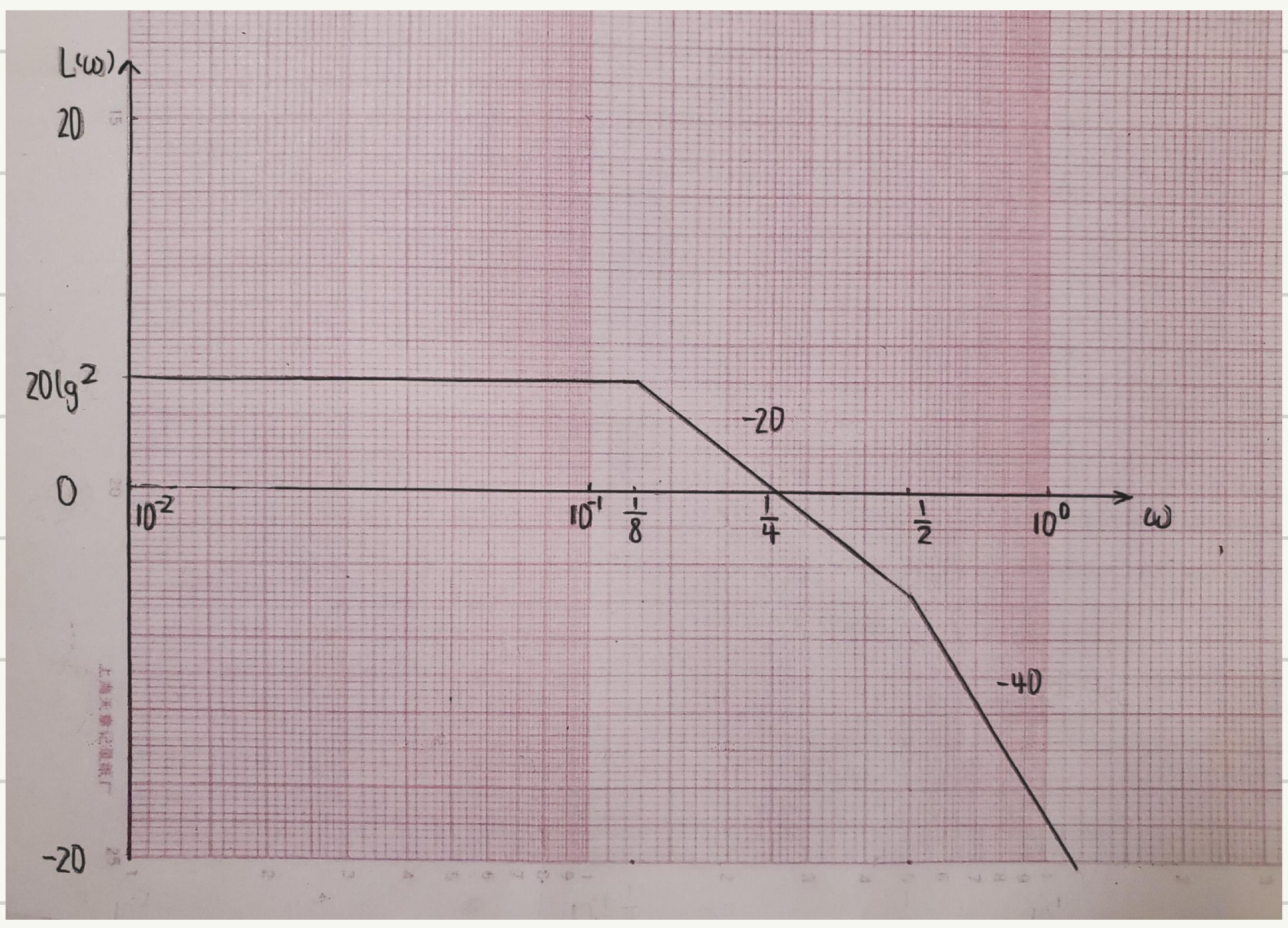
解得 $\omega_n=\sqrt{2+\sqrt{2}}\approx 1.848$

$$\xi=\frac{\omega_n^2-1}{2\omega_n}=\frac{1+\sqrt{2}}{2\sqrt{2+\sqrt{2}}}\approx 0.653$$

2. 绘制传递G(s)的对数幅频渐近特性曲线

(1) $G(s)=\dfrac{2}{(2s+1)(8s+1)}$ 为最小相位系统，其曲线最左段取决于比例环节2，为高 $20\lg 2$ 的水平线。渐近特性的转折频率、斜率增量如下

环节类型	转折频率	斜率增量
惯性环节 $\frac{1}{8s+1}$	$\omega=\frac{1}{8}$	-20dB/dec
惯性环节 $\frac{1}{2s+1}$	$\omega=\frac{1}{2}$	-20dB/dec



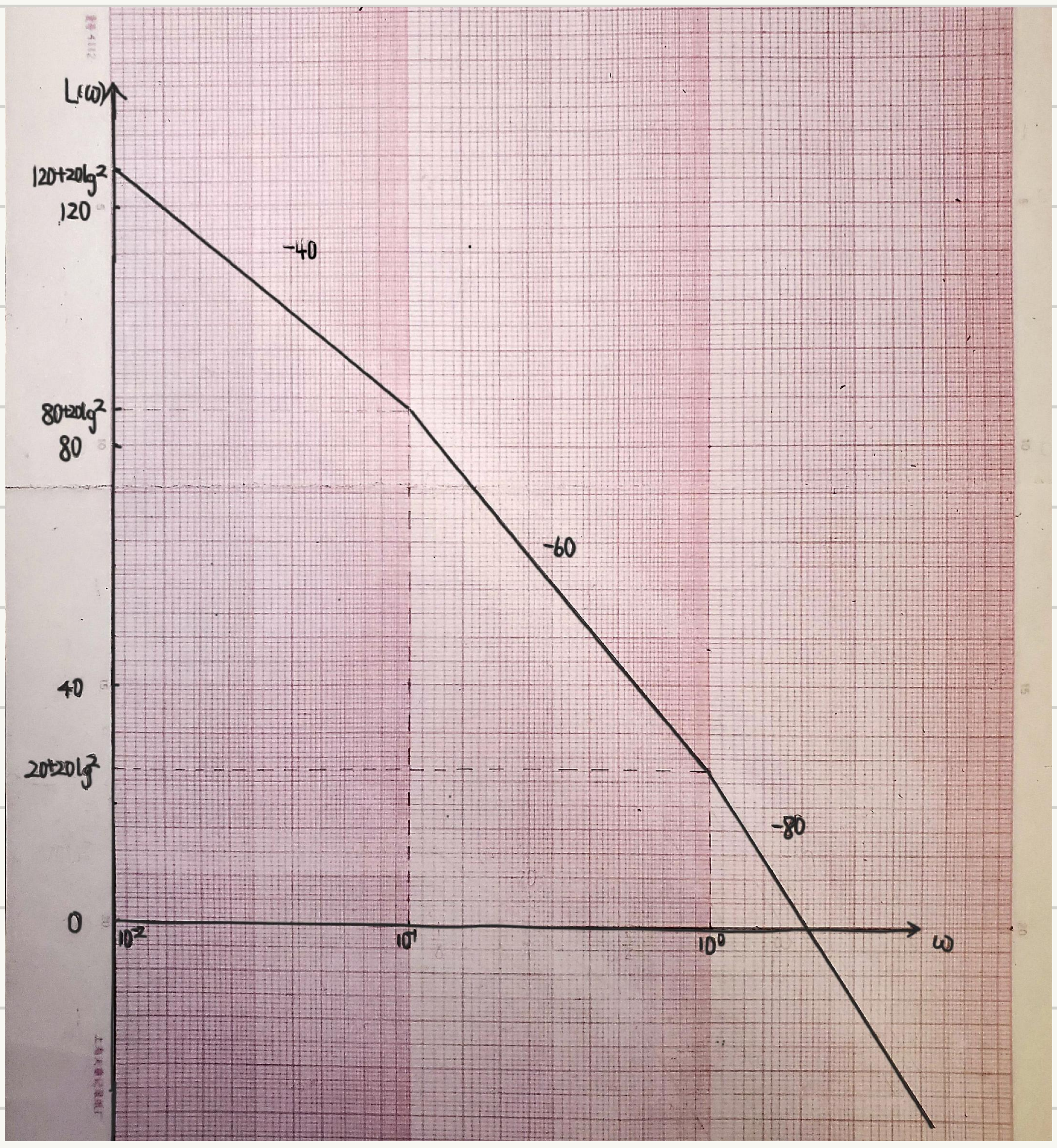
$\omega_c=\frac{1}{4}\,rad/s$

(2) 由题 $G(S)=\dfrac{200}{S^2(S+1)(10S+1)}$，其曲线最左端由 $\dfrac{200}{S^2}$ 决定。

是通过点 $(\omega=1,\ L(\omega)=20\lg 200\,dB)$，斜率为 $-40dB/dec$ 的直线

渐近特性的转折频率、斜率增量如下：

环节类型	转折频率	斜率增量
惯性环节 $\dfrac{1}{10S+1}$	$\omega=\dfrac{1}{10}$	$-20dB/dec$
惯性环节 $\dfrac{1}{S+1}$	$\omega=1$	$-20dB/dec$



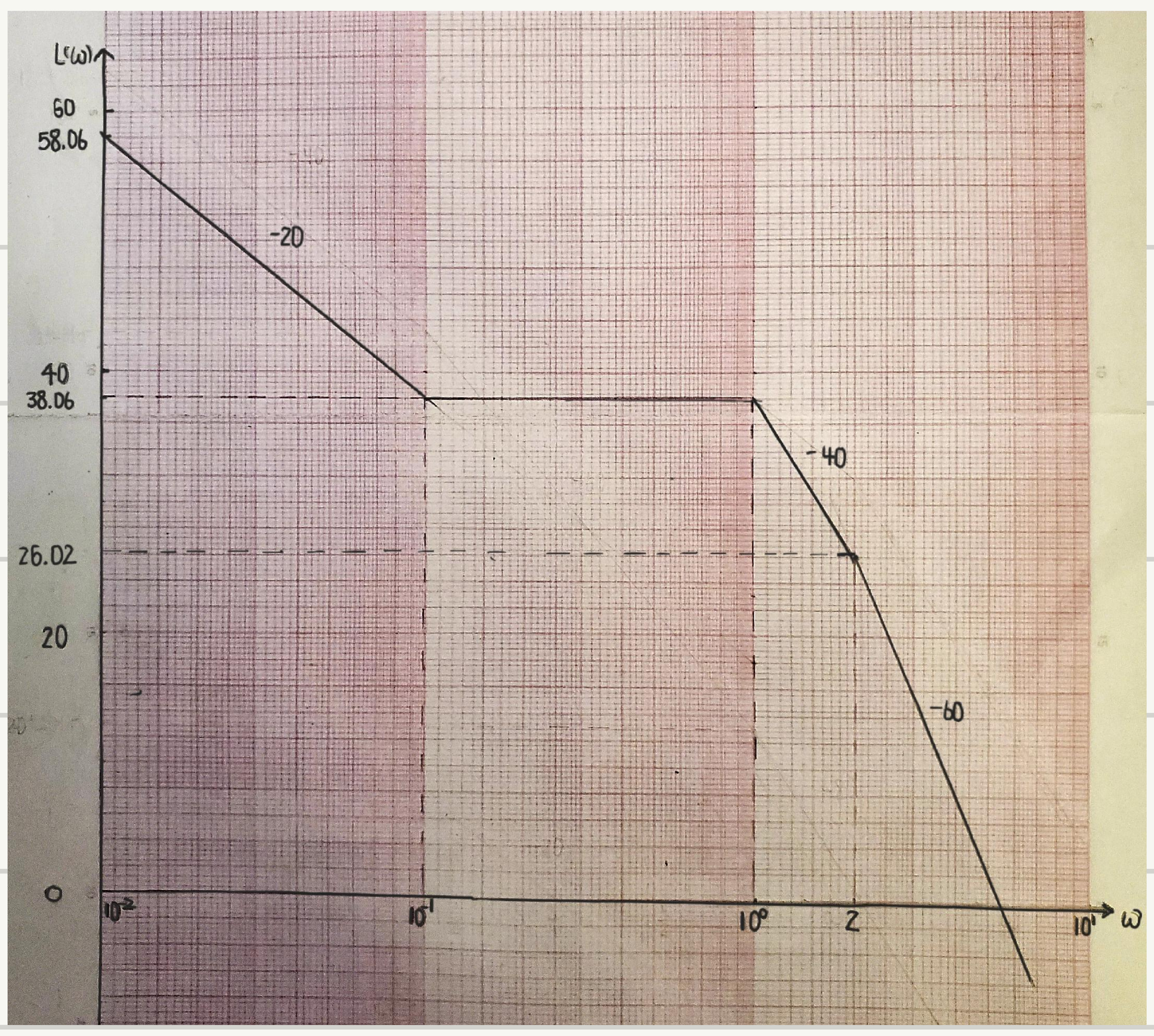
$\omega_c=2.115\,rad/s$

(3) 由题 $G(S)=\dfrac{8(\frac{S}{0.1}+1)}{S(S^2+S+1)(\frac{1}{2}S+1)}$，其曲线最左端由 $\dfrac{8}{S}$ 决定，

是通过点 $(\omega=1,\ L(\omega)=60\lg 2)$，斜率为 $-20dB/dec$ 的直线

渐近特性的转折频率、斜率增量如下：

环节类型		转折频率	斜率增量
一阶微分环节	$\dfrac{S}{0.1}+1$	$\omega=0.1$	$+20dB/dec$
振荡环节	$\dfrac{1}{S^2+S+1}$	$\omega=1$	$-40dB/dec$
惯性环节	$\dfrac{1}{\frac{1}{2}S+1}$	$\omega=2$	$-20dB/dec$



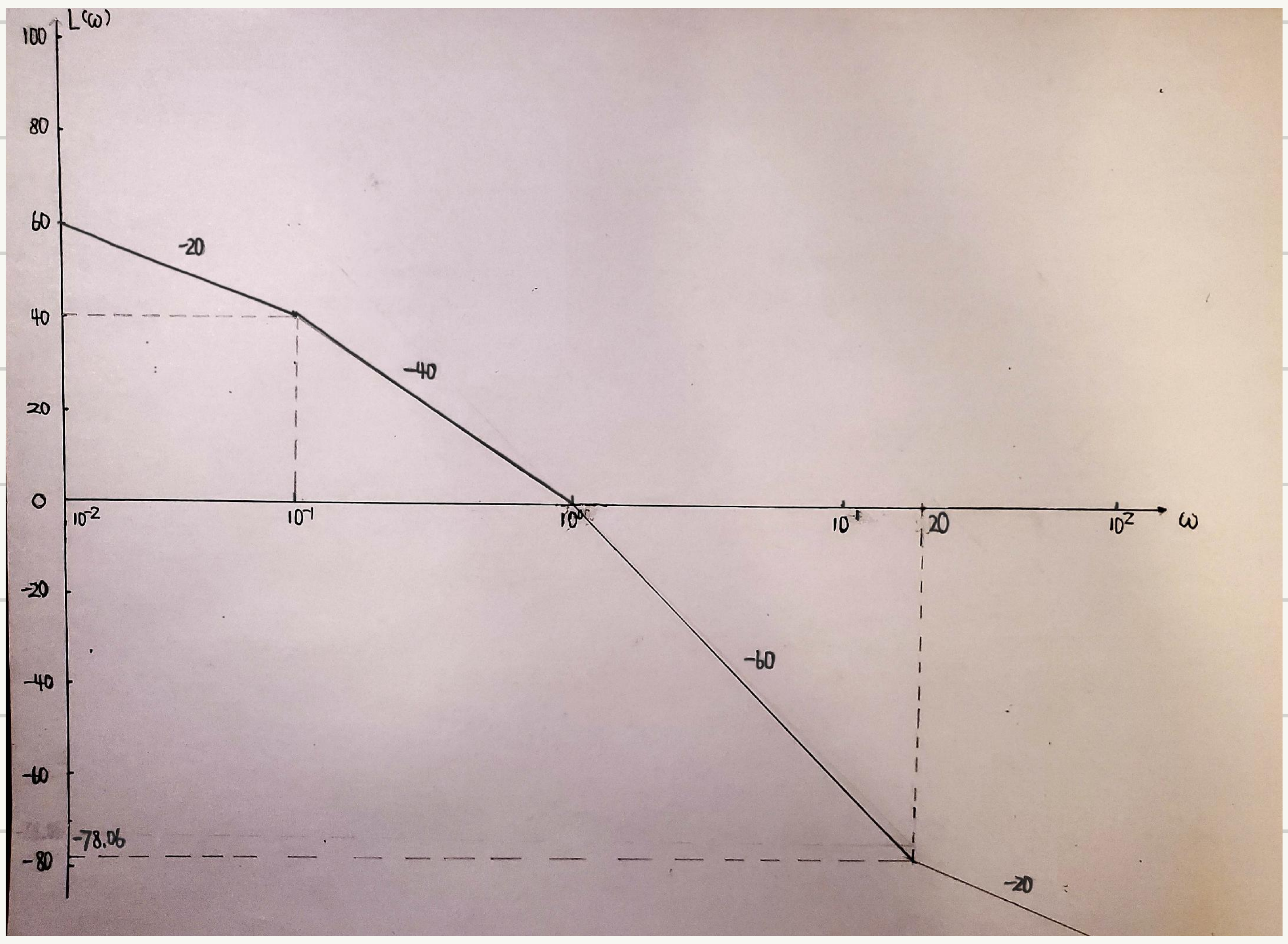
$\omega_c=5.429\,rad/s$

(4) 由题 $G(S)=\dfrac{10(\frac{S^2}{400}+\frac{S}{10}+1)}{S(S+1)(\frac{S}{0.1}+1)}$，其曲线最左端由 $\frac{10}{S}$ 决定，其为通过

($\omega=1$, $L(\omega)=20dB$)，斜率为 $-20dB/dec$ 的直线

其渐近特性曲线，转折频率，与斜率增量如下

	环节类型	转折频率	斜率增量
惯性环节	$\frac{S}{0.1}+1$	$\omega=0.1$	$-20dB/dec$
惯性环节	$S+1$	$\omega=1$	$-20dB/dec$
二阶微分环节	$\frac{S^2}{400}+\frac{S}{10}+1$	$\omega=20$	$40dB/dec$



$\omega_c=1\,rad/s$

5.1. 一阶环节传函 $G(S)=\dfrac{T_1S+1}{T_2S-1}$，且 $1>T_1>T_2>0$

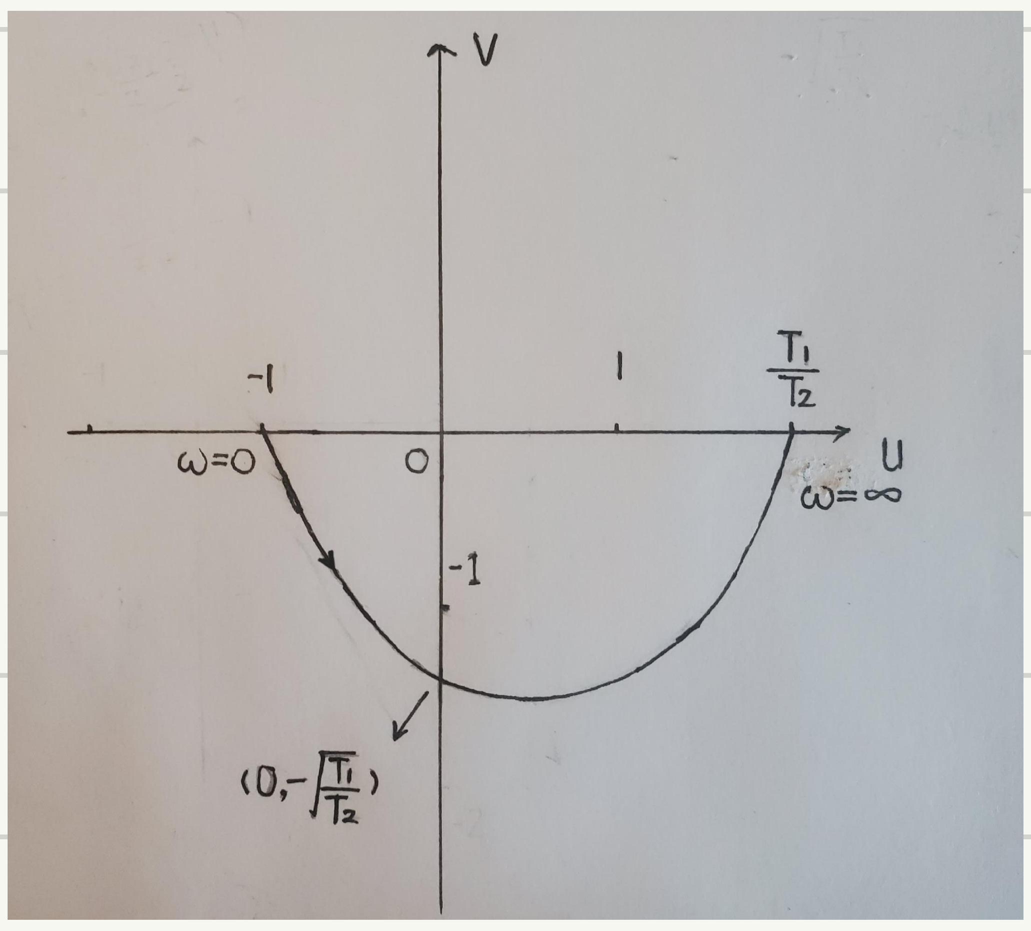
即 $G(j\omega)=\dfrac{1+jT_1\omega}{-1+jT_2\omega}=\dfrac{T_1T_2\omega^2-1}{T_2^2\omega^2+1}+j\dfrac{-(T_1+T_2)\omega}{T_2^2\omega^2+1}$

令 $U=\dfrac{T_1T_2\omega^2-1}{T_2^2\omega^2+1}$，$V=\dfrac{-(T_1+T_2)\omega}{T_2^2\omega^2+1}$.

则 $\omega^2=\frac{U+1}{T_1T_2-T_2^2U}$ 代入 $V^2=\frac{(T_1+T_2)^2\omega^2}{T_2^4\omega^4+2T_2^2\omega^2+1}$，且V小于等于0，化简得

$V=-\sqrt{\frac{(U+1)(T_1-T_2U)}{T_2}}$ ，而 $1>T_1>T_2>0$ ，过 $(-1,0)$，$(\frac{T_1}{T_2},0)$，$(0,-\sqrt{\frac{T_1}{T_2}})$

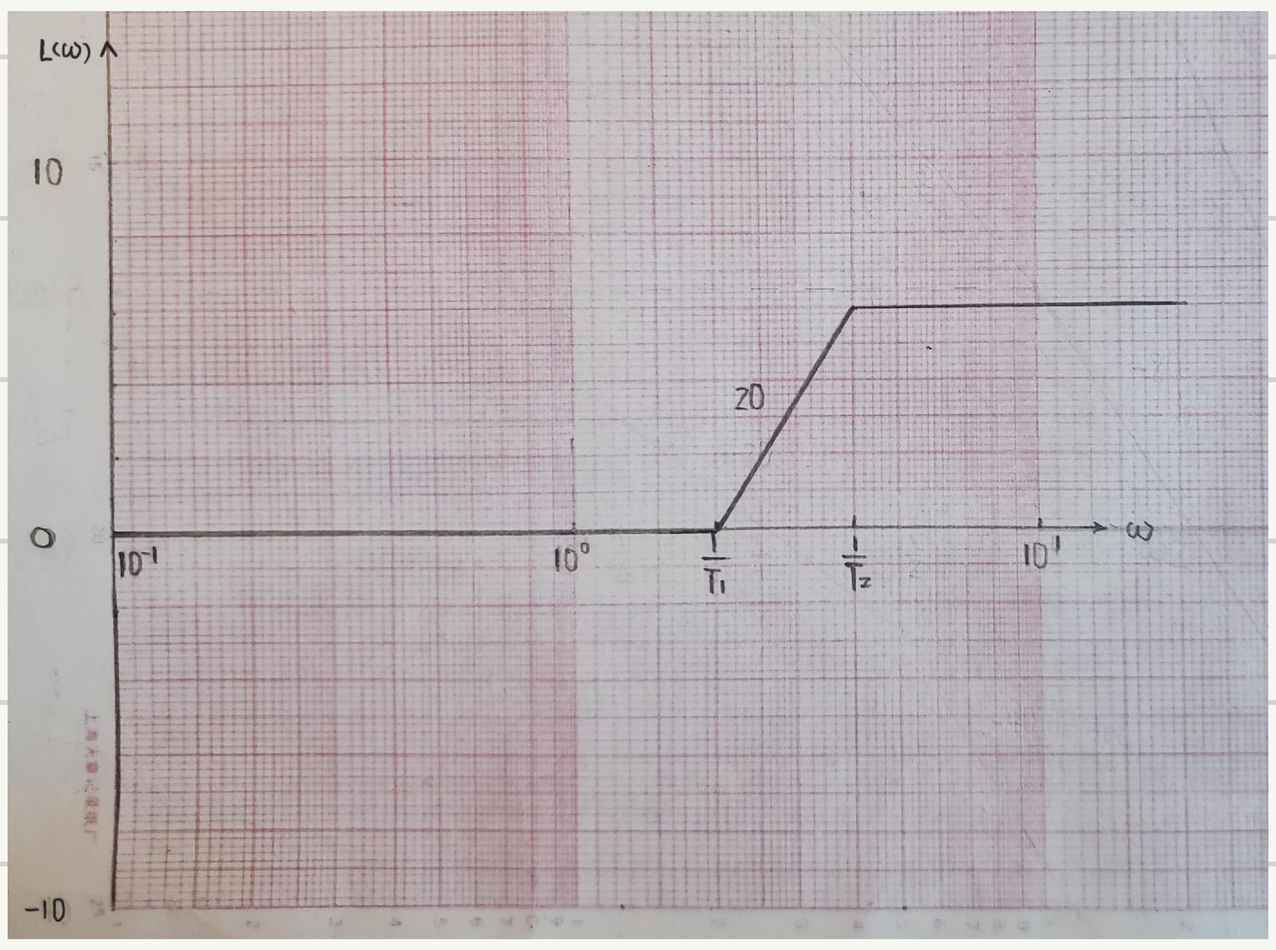
则Nyquist图如下

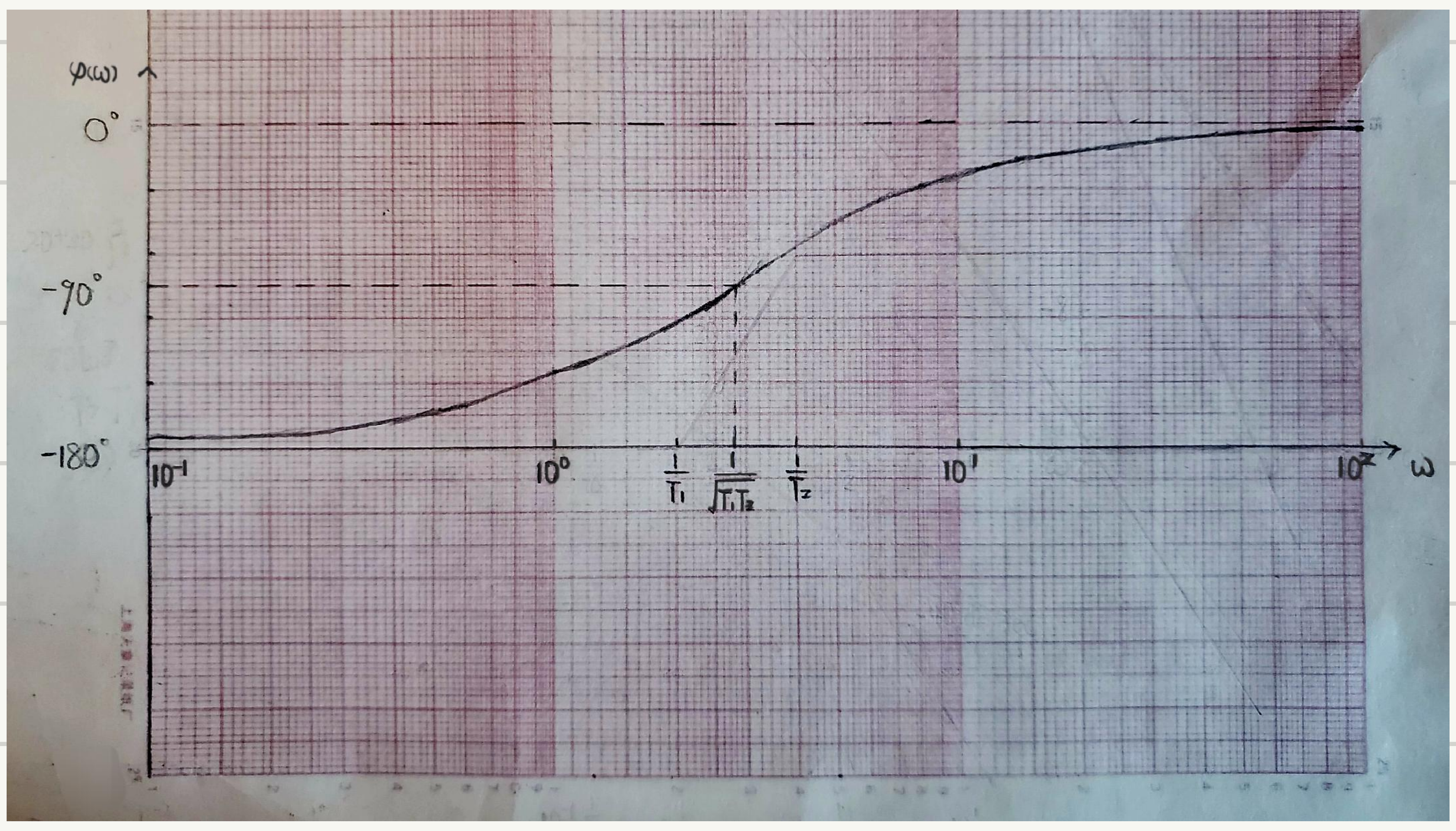


注意图中从 $\omega=0$ 到 $\omega=\infty$ 的箭头方向

由题Bode图对数幅频曲线最左端直线即与横轴重合，初始相位为 $-180°$

环节类型		转折频率	斜率增量	幅角增量
一阶微分环节	T_1S+1	$\omega=\frac{1}{T_1}$	+20dB/dec	$+90°$
惯性环节	$\frac{1}{T_2S-1}$	$\omega=\frac{1}{T_2}$	-20dB/dec	$+90°$





5.3 已知系统开环传递函数 $G(S)H(S)=\frac{Ke^{-0.1S}}{S(0.1S+1)(S+1)}$，$G(j\omega)H(j\omega)=\frac{Ke^{-0.1j\omega}}{j\omega(0.1j\omega+1)(j\omega+1)}$

即 $|G(j\omega)H(j\omega)|=\frac{K}{\omega\cdot\sqrt{0.01\omega^2+1}\cdot\sqrt{\omega^2+1}}$ ，又知 $\omega_c=5\,rad/s$

得 $|G(j\omega_c)H(j\omega_c)|=\frac{K}{\omega_c\cdot\sqrt{0.01\omega_c^2+1}\cdot\sqrt{\omega_c^2+1}}=1$

解得 $K=28.504$

5.4 某系统单位阶跃响应 $y(t)=1-1.8e^{-4t}+0.8e^{-9t}$，$t\geq 0$

$Y(S)=\frac{1}{S}-1.8\frac{1}{S+4}+0.8\frac{1}{S+9}$ 即 $\Phi(S)=\frac{Y(S)}{X(S)}=1-1.8\frac{S}{S+4}+0.8\frac{S}{S+9}$

即 $\Phi(S)=\frac{1}{(\frac{S}{4}+1)(\frac{S}{9}+1)}$

即频率响应 $\Phi(j\omega)=\frac{1}{(\frac{j\omega}{4}+1)(\frac{j\omega}{9}+1)}$

5.5 已知最小相位系统Bode图幅频特性如图。其含比例环节

且知转折频率 ω_1，ω_2，对应斜率增量均为 $-20dB/dec$，均为惯性环节，无积分环节

设开环传函为 $G(S)=\frac{K}{(\frac{S}{\omega_1}+1)(\frac{S}{\omega_2}+1)}$，$\omega_1<\omega_2$

且 $20\lg K=40$，可知 $K=100$

由此 $G(S)=\frac{100}{(\frac{S}{\omega_1}+1)(\frac{S}{\omega_2}+1)}$

比例环节

5.7 最小相位系统Bode图幅频特性已知，初始曲线为 $20\lg\omega-20\lg\omega_1$，即初始为微分环节

而转折频率为 ω_2、ω_3，斜率增量为 $-20dB/dec$，均为惯性环节

设开环传递函数 $G(S)=\frac{KS}{(\frac{S}{\omega_2}+1)(\frac{S}{\omega_3}+1)}$

当 $\omega=\omega_1$ 时，$L(\omega)=0=20\lg K\omega_1$ 即 $K=\frac{1}{\omega_1}$

综上 开环传函为 $G(S)=\frac{\frac{S}{\omega_1}}{(\frac{S}{\omega_2}+1)(\frac{S}{\omega_3}+1)}$

5.8 最小相位系统Bode图幅频特性已知

初始最左端为比例环节和积分环节，转折频率为 $\omega_1=1rad/s$，$\omega_2=2.5rad/s$

前者斜率增量为 $20dB/dec$ 为一阶微分环节，

后者斜率增量为 $-40dB/dec$，为振荡环节。

设开环传函 $G(S)=\frac{K(\frac{S}{\omega_1}+1)}{S(\frac{S^2}{\omega_2^2}+\frac{2\xi S}{\omega_2}+1)}$，

而初始 $\omega=1rad/s=\omega_1$，$L(\omega_1)=20dB=20\lg K-20\lg\omega_1$，$K=10$

对于振荡环节由Nyquist图可知当 $\omega=\omega_n$，振荡环节幅值实际为 $\frac{1}{2\xi}$

即 $20\lg\frac{1}{2\xi} = 8\,dB$ 得 $\xi_1 = \frac{1}{2}\times 10^{-\frac{2}{5}} \approx 0.199$

综上开环传函为 $G(S) = \dfrac{10(S+1)}{S\left(\frac{S^2}{6.25}+\frac{0.398S}{2.5}+1\right)}$

5.9 已知最小相位系统Bode图的幅频特性

最左端为比例环节，转折频率 $\omega_1 = 3.16\,rad/s$，$\omega_2 = 31.6\,rad/s$，$\omega_3 = 400\,rad/s$

分别为二阶微分环节、振荡环节、惯性环节

令开环传函为 $G(S) = \dfrac{K\left(\frac{S^2}{\omega_1^2}+\frac{2\xi_1 S}{\omega_1}+1\right)}{\left(\frac{S^2}{\omega_2^2}+\frac{2\xi_2 S}{\omega_2}+1\right)\left(\frac{S}{\omega_3}+1\right)}$

而最左端为 $20\lg K = -20\,dB$，得 $K = 0.1$

而在 $\omega = \omega_1$，修正项 $20\lg 2\xi_1 = -8\,dB$，得 $\xi_1 = 0.5\times 10^{-\frac{2}{5}} = 0.199$

在 $\omega = \omega_2$，修正项 $20\lg\frac{1}{2\xi_2} = -6\,dB$，得 $\xi_2 = 0.5\times 10^{\frac{3}{10}} = 0.998$

即 $G(S) = \dfrac{0.1\cdot\left(\frac{S^2}{3.16^2}+\frac{2\times 0.199}{3.16}S+1\right)}{\left(\frac{S^2}{31.6^2}+\frac{2\times 0.998}{31.6}S+1\right)\left(\frac{S}{400}+1\right)}$

5.10 最小相位系统Bode图幅频特性如图

曲线最左端为比例环节、积分环节，转折频率 ω_1，为振荡环节

设开环传函 $G(S) = \dfrac{K}{S\left(\frac{S^2}{\omega_1^2}+\frac{2\xi S}{\omega_1}+1\right)}$，

初始曲线为 $20\lg K - 20\lg\omega$，过 $(100, 0)$，说明 $K = 100$。

对于振荡环节，谐振频率 $\omega_r = \omega_1\sqrt{1-2\xi_1^2}$，得修正项 $20\lg\frac{1}{2\xi\sqrt{1-\xi_1^2}} = 4.85\,dB$

且 $0 < \xi_1 < \frac{\sqrt{2}}{2}$，得 $\xi_1 = 0.2999$，$\omega_1 = \frac{\omega_r}{\sqrt{1-2\xi_1^2}} = 50.02\,rad/s$

故 $G(S) = \dfrac{100}{S\left(\frac{S^2}{50.02^2}+\frac{2\times 0.2999}{50.02}S+1\right)}$

仅供参考 反对抄袭

方未艾

2023.6