自动控制理论 A—作业 6

（Due: Nov. 03, 2022）

1. (20’)
试根据下列系统矩阵求连续时间线性时不变系统 $\dot{x} = Ax + Bu$ 的状态转移矩阵 $\Phi(t)$。

$$A = \begin{bmatrix} \lambda & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda \end{bmatrix}$$

2. (20’)
给定线性时不变系统 $\dot{x} = Ax$，如果当 $x(0) = \begin{bmatrix}1 & -1\end{bmatrix}^T$ 时，$x(t) = \begin{bmatrix}e^{-2t} & -e^{-2t}\end{bmatrix}^T$；当 $x(0) = \begin{bmatrix}2 & -1\end{bmatrix}^T$ 时， $x(t) = \begin{bmatrix}2e^{-2t} & -e^{-2t}\end{bmatrix}^T$，试求该系统的系统矩阵 A ，以及状态转移矩阵 $\Phi(t)$。

3. (20’)
给定如下线性时不变系统

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -3 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix} u, \qquad x(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad t \geq 0$$
$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} x$$

当输入为 $u(t) = 1,\ t \geq 0$ 时，求系统的输出 $y(t)$。

4. (20’)
设采样周期为的 T，求下面连续系统所对应的离散化状态方程。

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u$$

5. (20’)
设描述线性时不变系统的差分方程为 $y(k+2) + 3y(k+1) + 2y(k) = u(k)$ 。选取 $x_1(k) = y(k),\ x_2(k) = y(k+1)$ 为一组状态变量，写出该系统的状态方程。假设系统初始值为 $y(0) = 0,\ y(1) = 1$，求系统的单位阶跃响应 $y(k)$。