自动控制理论A-作业7

3.35 已知特征方程为 $s^6+4s^5-4s^4+4s^3-7s^2-8s+10=0$

由于特征方程各项系数有正有负，可知系统不稳定，可列劳斯行列表

s^6	1	-4	-7	10	
s^5	4	4	-8		
s^4	-5	-5	10		同时除以5
	-1	-1	2		
s^3	0	0			有辅助方程 $-s^4-s^2+2=0$，求导 $-4s^3-2s=0$
	-4	-2			
s^2	$-\frac{1}{2}$	2			同时乘以2
	-1	4			
s^1	-18				
s^0	4				

由于劳斯行列表第一行有两次变号，说明S平面右半平面的特征根数目为2

求共轭虚根之值，求解辅助方程 $-s^4-s^2+2=0$ 得 $s_{1,2}=\pm1$，$s_{3,4}=\pm j\sqrt{2}$

故共轭虚根为 $\pm j\sqrt{2}$

3.36

已知系统开环传递函数 $G(s)H(s)=\frac{K(s+1)}{s(Ts+1)(2s+1)}$，得系统闭环传递函数 $F(s)=\frac{Ks+K}{2Ts^3+(2+T)s^2+(K+1)s+K}$

可得特征方程 $2Ts^3+(2+T)s^2+(K+1)s+K=0$，列劳斯行列表：（默认负反馈）

s^3	$2T$	$K+1$
s^2	$2+T$	K
s^1	$1+K\frac{2-T}{2+T}$	0
s^0	K	

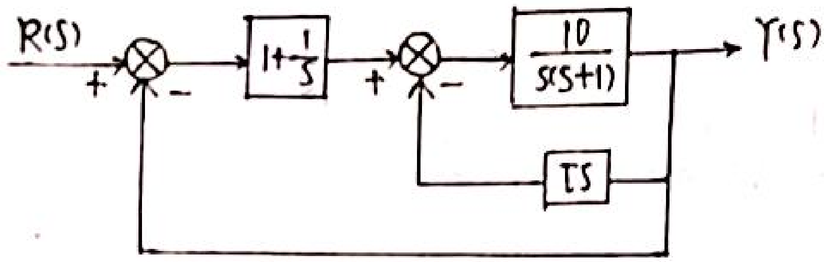
若令系统稳定则有，劳斯行列表第一列大于0，以及特征方程每一项系数大于0

$$\begin{cases}2T>0\\2+T>0\\K+1>0\\K>0\\1+K\frac{2-T}{2+T}>0\end{cases} \quad 得 \begin{cases}0<T\le2 & K>0\\ T>2 & 0<K<1+\frac{4}{T-2}\end{cases} \quad 或 \begin{cases}T>0\\K>0\\1+K\frac{2-T}{2+T}>0\end{cases}$$

又有特征方程每一项系数小于0，以及劳斯表第一列均小于0

$$\begin{cases}2T<0\\2+T<0\\K+1<0\\K<0\\1+K\frac{2-T}{2+T}<0\end{cases} \quad 得无解$$

3.37



经过方框图化简可有闭环传函为：$G(S)=\dfrac{10(S+1)}{S^3+(10\tau+1)S^2+10S+10}$

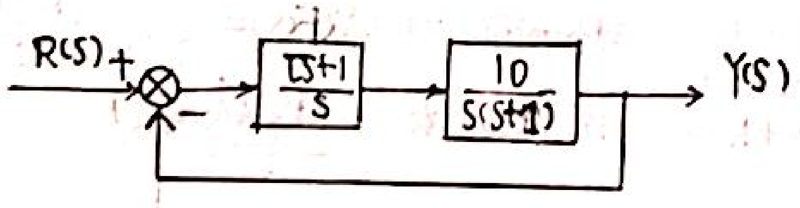
则特征方程为 $S^3+(10\tau+1)S^2+10S+10=0$，可有各项系数大于0，$10\tau+1>0$，列劳斯行列表：

$$\begin{array}{lll} S^3 & 1 & 10 \\ S^2 & 10\tau+1 & 10 \\ S^1 & \dfrac{100\tau}{10\tau+1} & \\ S^0 & 10 & \end{array}$$

若使系统稳定，劳斯行列表第一列全大于0，特征方程系数全大于0

$$\begin{cases} 10\tau+1>0 \\ \dfrac{100\tau}{10\tau+1}>0 \end{cases}$$ 解得 $\tau>0$，即 $\tau>0$ 时系统稳定

3.38



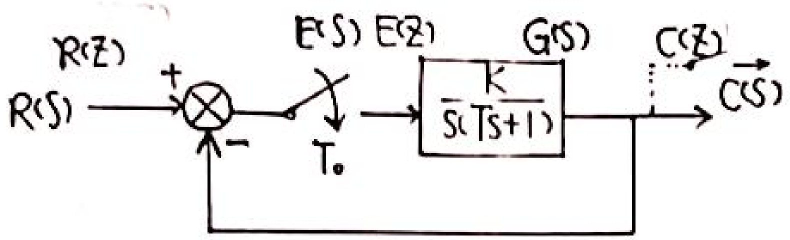
经方框图化简，可有闭环传函：$G(S)=\dfrac{10(\tau S+1)}{S^3+1S^2+10\tau S+10}$

则特征方程为 $S^3+1S^2+10\tau S+10=0$，各项系数大于0，$10\tau>0$，列劳斯行列表：

$$\begin{array}{lll} S^3 & 1 & 10\tau \\ S^2 & 1 & 10 \\ S^1 & 10\tau-10 & \\ S^0 & 10 & \end{array}$$

若要系统稳定，有 $\begin{cases} 10\tau>0 \\ 10\tau-10>0 \end{cases}$ 解得 $\tau>1$，即 $\tau>1$ 系统稳定

7.17



$$\begin{cases} E(s)=R(s)-C(s) \\ C(s)=G(s)\cdot E(s) \end{cases}$$ 得 $$\begin{cases} E(z)=R(z)-C(z) \\ C(z)=G(z)\cdot E(z) \end{cases}$$ 故 $\Phi(z)=\dfrac{C(z)}{R(z)}=\dfrac{G(z)}{1+G(z)}$

由于 $G(s)=\dfrac{K}{s}-\dfrac{K}{s+\frac{1}{T}}$,即 $G(z)=\dfrac{Kz}{z-1}-\dfrac{Kz}{z-e^{-\frac{T_0}{T}}}=\dfrac{Kz\left(1-e^{-\frac{T_0}{T}}\right)}{z^2-(1+e^{-\frac{T_0}{T}})z+e^{-\frac{T_0}{T}}}$

故 $$\Phi(z)=\frac{Kz(1-e^{-\frac{T_0}{T}})}{z^2+(K-Ke^{-\frac{1}{T}T_0}-1-e^{-\frac{1}{T}T_0})z+e^{-\frac{1}{T}T_0}}$$

即特征~~多项~~方程为 $z^2+(K-Ke^{-\frac{T_0}{T}}-1-e^{-\frac{T_0}{T}})z+e^{-\frac{T_0}{T}}=0$,令 $z=\frac{1+\omega}{\omega-1}$ 代入,化简有

$$K(1-e^{-\frac{T_0}{T}})\omega^2+2(1-e^{-\frac{T_0}{T}})\omega+(2-K+Ke^{-\frac{T_0}{T}}+2e^{-\frac{T_0}{T}})=0$$

~~列劳斯列表~~ 已知 $T>0$、$K>0$、$T_0>0$,即特征方程各项大于0,列劳斯表

ω^2	$K(1-e^{-\frac{T_0}{T}})$	$2-K+Ke^{-\frac{T_0}{T}}+2e^{-\frac{T_0}{T}}$
ω	$2(1-e^{-\frac{T_0}{T}})$	
ω^0	$2-K+Ke^{-\frac{T_0}{T}}+2e^{-\frac{T_0}{T}}$	

即 $$\begin{cases} K(1-e^{-\frac{T_0}{T}})>0 \\ 2(1-e^{-\frac{T_0}{T}})>0 \\ 2-K+Ke^{-\frac{T_0}{T}}+2e^{-\frac{T_0}{T}}>0 \end{cases}$$ 可得 $T>0$, $0<K<\dfrac{2(1+e^{-\frac{T_0}{T}})}{1-e^{-\frac{T_0}{T}}}$

仅供参考 反对抄袭
方未艾
2023.6