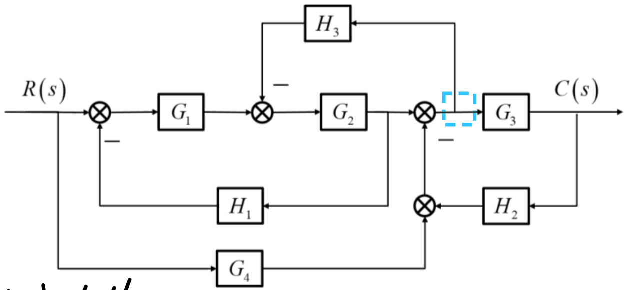
By 22-psp

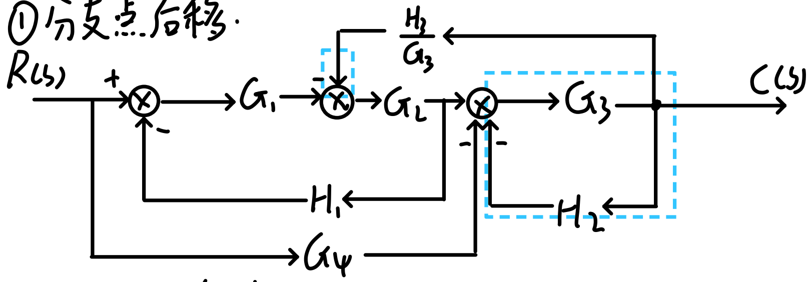
100

自动控制理论 A—作业 2

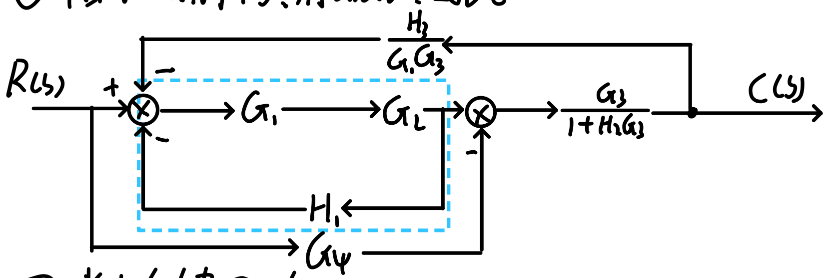
1. (20’) 系统方框图下图所示，请计算系统的传递函数$G(s)=\dfrac{C(s)}{R(s)}$。



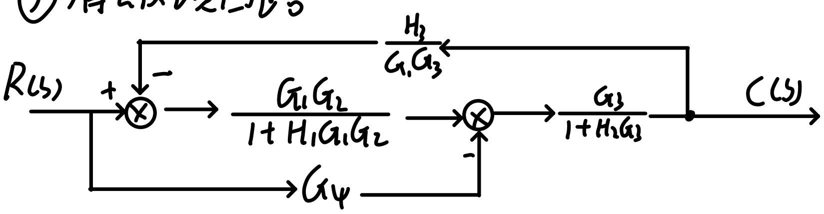
①分支点后移.



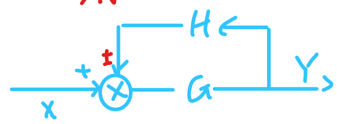
②相加点前移、消去反馈回路



③消去反馈回路

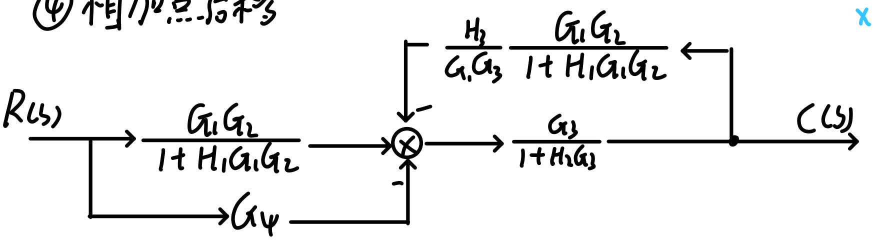


消去反馈回路.



$$\frac{Y}{X}=\frac{G}{1\mp GH}$$

④相加点后移

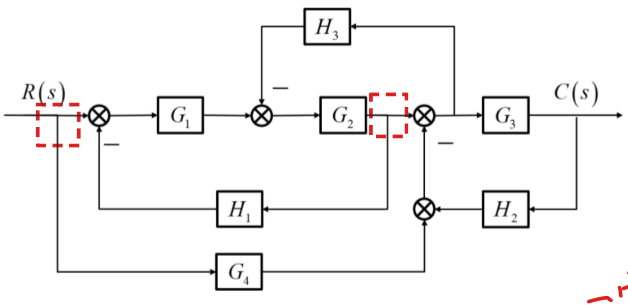


⑤消去反馈回路

$$R(s)\rightarrow \frac{G_1G_2}{1+H_1G_1G_2}-G_4 \rightarrow \frac{\dfrac{G_3}{1+H_2G_3}}{1+\dfrac{H_3}{G_1G_3}\cdot\dfrac{G_1G_2}{1+H_1G_1G_2}\cdot\dfrac{G_3}{1+H_2G_3}} \rightarrow C(s)$$

综上，
$$G(s)=\frac{C(s)}{R(s)}=\frac{G_1G_2-G_4-H_1G_1G_2G_4}{1+H_1G_1G_2}\times\frac{G_3+H_1G_1G_2G_3}{1+H_1G_1G_2+H_2G_3+H_3G_2+H_1H_2G_1G_2G_3}$$

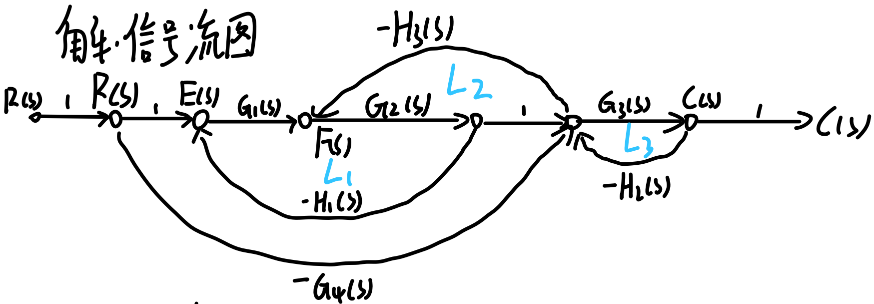
$$=\frac{G_1G_2G_3-G_3G_4-H_1G_1G_2G_3G_4}{1+H_1G_1G_2+H_2G_3+H_3G_2+H_1H_2G_1G_2G_3}$$



一定要注意
相加点前的引出点

第一题方法二:

解:信号流图



此图一个有3个回路,回路增益

$L_1=-G_1G_2H_1$, $L_2=-G_2H_3$ $L_3=-G_3H_2$

互不接触回路增益积

$L_1L_3=G_1G_2G_3H_1H_2$

特征式 $\Delta=1-\sum_a L_a+\sum_{bc} L_{bc}=1-(-G_1G_2H_1-G_2H_3-G_3H_2)+G_1G_2G_3H_1H_2$

$=1+G_1G_2H_1+G_2H_3+G_3H_2+G_1G_2G_3H_1H_2$

信号流图的前向通道及对应的特征余子式为

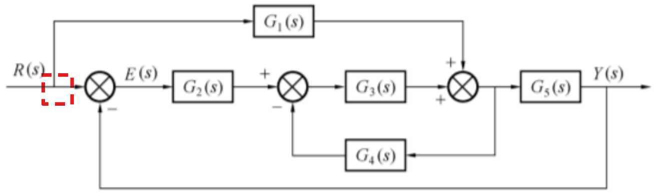
$P_1=G_1G_2G_3$ $\Delta_1=1$

$P_2=-G_3G_4$ $\Delta_2=1-L_1=1+G_1G_2H_1$

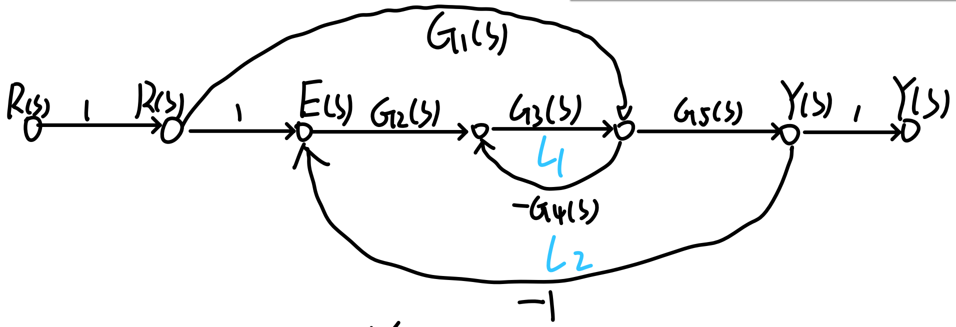
故 $G(s)=\frac{1}{\Delta}\sum_k P_k\Delta_k=\frac{G_1G_2G_3-G_3G_4-G_1G_2G_3G_4H_1}{1+G_1G_2H_1+G_2H_3+G_3H_2+G_1G_2G_3H_1H_2}$

结果与方法一一致

2. (30’) 考虑如下所示系统的方框图，试画出其对应的信号流图，并用梅森公式求解系统的传递函数 $G(s)=\dfrac{Y(s)}{R(s)}$ 和 $H(s)=\dfrac{E(s)}{R(s)}$ 。



解:信号流图.



一定要注意
相加点前的引出点

1.求$Y(s)$与$R(s)$的关系

此图一个有2个回路，回路增益

$L_1=-G_3G_4$ ， $L_2=-G_2G_3G_5$

互不接触回路增益积 0

特征式 $\Delta=1-\sum_a L_a=1+G_3G_4+G_2G_3G_5$

信号流图的前向通道及对应的特征余子式为

$P_1=G_2G_3G_5,\ \Delta_1=1 \qquad P_2=G_1G_5,\ \Delta_2=1$

故 $G(s)=\frac{1}{\Delta}\sum_k P_k\Delta_k=\dfrac{G_2G_3G_5+G_1G_5}{1+G_3G_4+G_2G_3G_5}$

2.再求$E(s)$与$R(s)$的关系

此图一个有2个回路，回路增益

回路不随信号流的终点而变 ⇒ 分母相同

$L_1=-G_3G_4$ ， $L_2=-G_2G_3G_5$

互不接触回路增益积 0

注意.有公共点即有接触

特征式 $\Delta=1-\sum_a L_a=1+G_3G_4+G_2G_3G_5$ (与上相同)

信号流图的前向通道及对应的特征余子式为

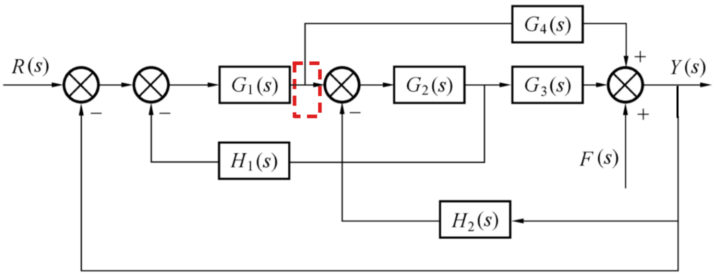
$P_1=1,\ \Delta_1=1-L_1=1+G_3G_4,\ P_2=-G_1G_5,\ \Delta_2=1$

故 $H(s)=\frac{1}{\Delta}\sum_k P_k\Delta_k=\dfrac{1+G_3G_4-G_1G_5}{1+G_3G_4+G_2G_3G_5}$

$G(s)$与$H(s)$ 分母相同，分子不同

$\Delta \qquad \sum_k P_k\Delta_k$

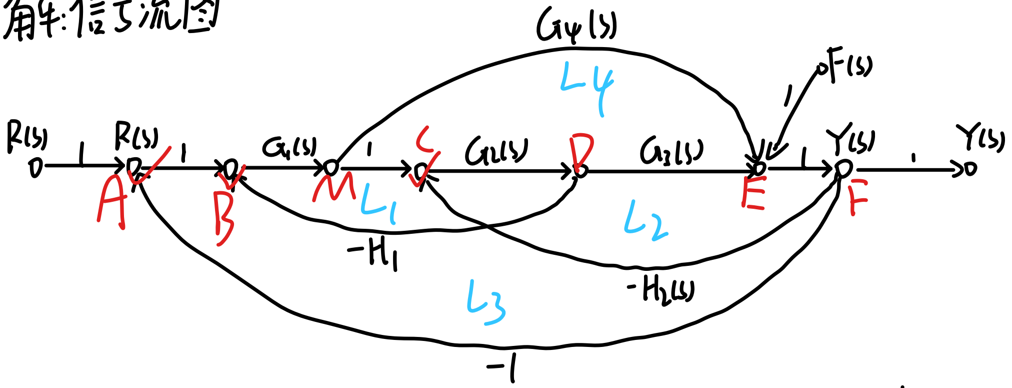
3. (30’) 考虑如下系统，其中 $R(s)$为系统的输入，$Y(s)$为系统的输出，$F(s)$为系统受到的干扰。请分析当 G_1,G_2,G_3,G_4,H_1,和H_2 满足什么关系时，系统的输出信号 $Y(s)$将不受干扰信号 $F(s)$的影响。



注意要学会数回路
关注有反馈支路输入的所有节点

一定要注意
相加点前的引出点

解：信号流图



由于线性系统的叠加原理，$Y(s)$为$R(s)$和$F(s)$单独作用时响应之和

要$Y(s)$不受$F(s)$影响，只需 $G(s)=\frac{Y(s)}{F(s)}=0$ 而不需考虑 $R(s)$

下求 $G(s)=\frac{Y(s)}{F(s)}$.

此图一共有5个回路，回路增益

$L_1=-G_1G_2H_1,\ L_2=-G_2G_3H_2,\ L_3=-G_1G_2G_3,\ L_4=-G_1G_4,\ L_5=G_1G_2G_4H_1H_2$ (如下图)

互不接触回路增益积 0

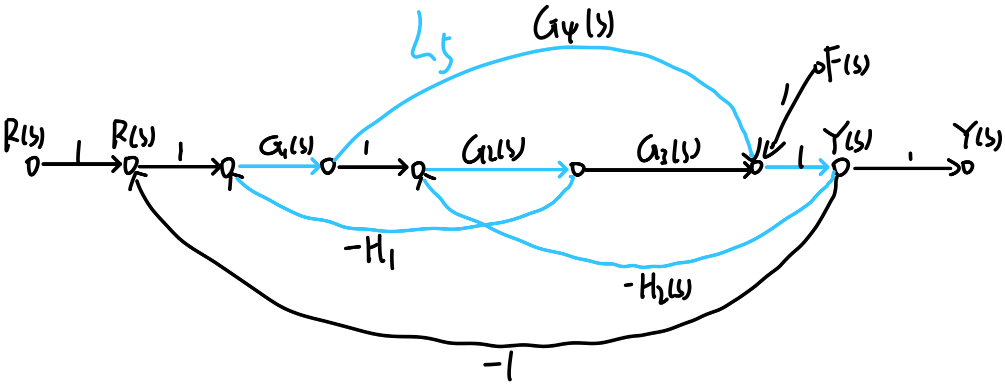
特征式 $\Delta=1-\sum_a L_a=1+G_1G_2H_1+G_2G_3H_2+G_1G_2G_3+G_1G_4-G_1G_2G_4H_1H_2$

信号流图的前向通道及对应的特征余子式为

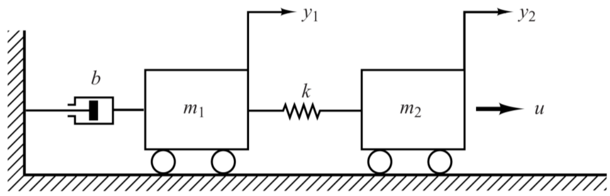
$P_1=1,\quad \Delta_1=1-L_1=1+G_1G_2H_1$

故 $G(s)=\frac{1}{\Delta}\sum_k P_k\Delta_k=\frac{1+G_1G_2H_1}{1+G_1G_2H_1+G_2G_3H_2+G_1G_2G_3+G_1G_4-G_1G_2G_4H_1H_2}$

$\Rightarrow$ 当 $G_1G_2H_1=-1$ 且 $1+G_1G_2H_1+G_2G_3H_2+G_1G_2G_3+G_1G_4-G_1G_2G_4H_1H_2\neq0$ 时，$Y(s)$ 不受 $F(s)$ 影响



4. (20’) 考虑如下图所示的一个机械系统，其中 u 为系统的输入，y_1 和 y_2 为系统的输出，请列出系统的状态变量，并写出系统的状态空间表达式。



解. 先列写运动微分方程.

$$m_2 \cdot \ u - k(y_2 - y_1) = m_2\ddot{y}_2$$

$$m_1 \cdot \ k(y_2 - y_1) - b\dot{y}_1 = m_1\ddot{y}_1$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \ddot{y}_1 = \frac{-k}{m_1}y_1 + \frac{k}{m_1}y_2 - \frac{b}{m_1}\dot{y}_1 \\ \ddot{y}_2 = \frac{k}{m_2}y_1 - \frac{k}{m_2}y_2 + \frac{1}{m_2}u \end{cases}$$

两个二阶微分方程,有四个状态变量

设 $x_1 = y_1$, $x_2 = \dot{y}_1$, $x_3 = y_2$, $x_4 = \dot{y}_2$, 输入 $u(t)$, 输出 $y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix}$

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{y}_1 \\ \ddot{y}_1 \\ \dot{y}_2 \\ \ddot{y}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{-k}{m_1} & \frac{-b}{m_1} & \frac{k}{m_1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{k}{m_2} & 0 & \frac{-k}{m_2} & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{1}{m_2} \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} x$$

即: $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{-k}{m_1} & \frac{-b}{m_1} & \frac{k}{m_1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{k}{m_2} & 0 & \frac{-k}{m_2} & 0 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{1}{m_2} \end{bmatrix}$. $C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$, $D = 0$