主管领导审核签字

姓名______ 学号______ 班号______ 学院______

密 封 线

哈尔滨工业大学（深圳）2019 年秋季学期

自动控制理论 A 期末试题（A）

题　号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	总分
得　分										
阅卷人										

考生须知：本次考试为闭卷考试，考试时间为 120 分钟，总分 100 分。

一、填空题（每空 1 分，共 15 分）

1. 对自动控制系统的基本要求可以概括为四个方面，即 稳定性 、 准确性 、 快速性 和 平稳性 。

2. 根轨迹起始于 开环极点 ，终止于 开环零点(或无穷远处) 根轨迹法:开环看闭环

3. 稳定是对控制系统最基本的要求，若一个控制系统的响应曲线为衰减震荡，则该系统 稳定 。判断一个闭环线性控制系统是否稳定，可采用 劳斯稳定判据、根轨迹 等方法。 $G(j\omega)=\frac{K}{j\omega(T_1j\omega+1)(T_2j\omega+1)}$

4. 设系统的开环传递函数为 $G(s)=\frac{K}{s(T_1s+1)(T_2s+1)}$，则其开环幅频特性为 $|G(j\omega)|=\frac{K}{\omega\sqrt{1+(T_1\omega)^2}\sqrt{1+(T_2\omega)^2}}$ ，相频特性为 $\angle G(j\omega)=-90^\circ-\arctan(T_1\omega)-\arctan(T_2\omega)$。

5. 奈奎斯特稳定判据中，Z = P − 2N，其中 P 是指开环传函中具有正实部的极点的个数，Z 指 闭环传函中具有正实部的极点个数 ，N 指 开环幅相曲线(Nyquist 曲线)包围[G]平面(-1, j0)的圈数 注 对数频率稳定判据的N指当$L(\omega)>0$dB时$\varphi(\omega)$穿越-180°线的次数

6. 系统的状态方程为齐次微分方程 $\dot{x}=Ax$，若初始时刻为0, $x(0)=x_0$，则其解为 $x(t)=e^{At}x_0$ ，其中 e^{At} 称为系统状态转移矩阵。

注: e^{At}的求法 ①定义法: $e^{At}=\sum_{k=0}^{\infty}\frac{(At)^k}{k!}$ ②特征根法:若A的n个特征值两两相异,则 $e^{At}=Pe^{\Lambda t}P^{-1}$ ③拉氏变换法: $e^{At}=\mathcal{L}^{-1}[(sI-A)^{-1}]$

二、判断题（每题 1 分，共 10 分）

1. 对于线性定常负反馈系统，

(1) (×)它的传递函数随输入信号变化而变化。

(2) (×)它的频率特性随输入信号变化而变化。频率特性 $G(j\omega)=G(s)|_{j\omega}$ 是指 $\omega:0\to\infty$ 时的频率响应,是系统的固有特性

(3) (√)它的稳态误差随输入信号变化而变化。

(4) (√)它的特征方程是唯一的。

(5) (√)劳斯判据是根据系统闭环特征方程系数判别闭环系统稳定性的一种准则。

(6) (×)奈奎斯特判据是根据系统闭环频率特性判别闭环系统稳定性的一种准则。注:根轨迹、Nyquist判据、对数频率稳定判据都是开环看闭环

2. (√) 已知离散系统输入为$r(k)$，输出为$c(k)$，其差分方程为$c(k+2)=3c(k+1)-2c(k)+3r(k+1)-r(k)$，则脉冲传递函数为 $\frac{3z-1}{z^2-3z+2}$. 问过助教,是对的

3. (√) 对于线性定常系统 $\dot{x}=Ax$，其 Lyapunov 意义下的渐近稳定性和特征值（A的）都具有负实部是一致的。充要条件

$0<\xi<1$ $\quad \sigma\%=e^{-\xi\omega_n T_p}=e^{-\frac{\xi\pi}{\sqrt{1-\xi^2}}}$ $\quad \theta\uparrow \to \xi\downarrow \to \sigma\%\uparrow$

4. (√) 对于欠阻尼二阶系统，阻尼系数（ξ）越小，超调量越大，平稳性越差。

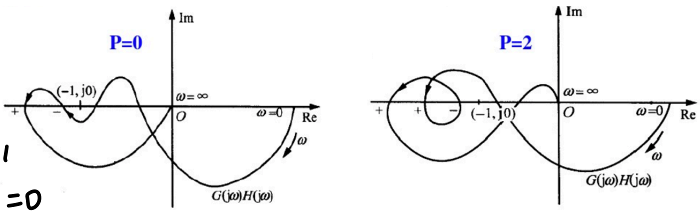
5. (×) 如果一个系统的 Lyapunov 函数确实不存在，那么我们可以断定该系统是不稳定的。指能量函数$V(x)$

三、选择题（每题 3 分，共 15 分）

1. 两系统的开环 Nyquist 曲线如下图(a)、(b)所示，图中所标注的 P 表示开环不稳定极点的个数，判断闭环系统的稳定性。（ B ）

$Z=P-2N$

(a) $N^+=1, N^-=1$
$N=0 \Rightarrow Z=0$



(a) (b)

(b) $N^+=2, N^-=1$
$N=1$
$Z=P-2N=0$

A. (a)稳定(b)不稳定　B. (a)稳定(b)稳定　C. (a)不稳定(b)稳定　D. (a)不稳定(b)不稳定

2. 若保持二阶系统的 ξ 不变，提高 ω_n，则可以（ B ）

A. 提高上升时间和峰值时间　$T_r=\frac{\pi-\varphi}{\omega_d}$　$T_p=\frac{\pi}{\omega_d}$　B. 减少上升时间和峰值时间

C. 提高上升时间和调整时间　$T_s(2\%)=\frac{4}{\xi\omega_n}$　D. 减少上升时间和超调量　$\sigma\%=e^{-\frac{\xi\pi}{\sqrt{1-\xi^2}}}$

3. 设系统的特征方程为$D(s)=3s^4+10s^3+5s^2+s+2=0$，则此系统中包含正实部特征根的个数为（ C ）个。

s^4	3	5	2
s^3	10	1	
s^2	4.7	2	
s^1	-3.26		
s^0	2		

A. 0　B. 1　C. 2　D. 3

4. 关于奈氏判据及辅助函数 $F(s)=1+G(s)H(s)$，错误的说法是（ A ）

闭环传函$\Phi(s)=\frac{G(s)}{1+G(s)H(s)}$，设$G(s)H(s)=\frac{A(s)}{B(s)}$，则$F(s)=\frac{A(s)+B(s)}{B(s)}$

~~A.~~ $F(s)$ 的零点就是开环传递函数的极点　B. $F(s)$ 的极点就是开环传递函数的极点

C. √ $F(s)$ 的零点数与极点数相同　D. √ $F(s)$ 的零点就是闭环传递函数的极点

由开环极点数=闭环极点数

5. 已知单位反馈系统的开环传递函数为$G(s)=\frac{10(2s+1)}{s^2(s^2+6s+100)}$，当输入信号是$r(t)=2+2t+t^2$ 时，系统的稳态误差是（ D ）

Ⅱ型系统，$K_a=\lim_{s\to 0}s^2G(s)=\frac{1}{10}$，$e_{ss}=\frac{A}{K_a}=20$

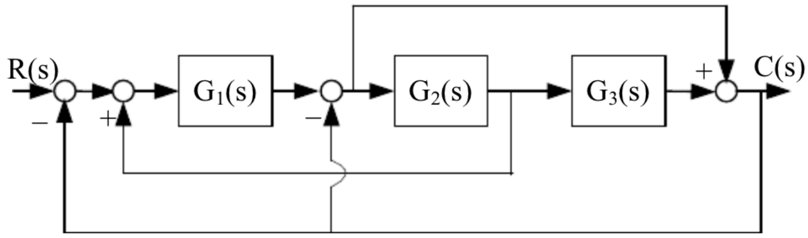
A. 0　B. ∞　C. 10　D. 20

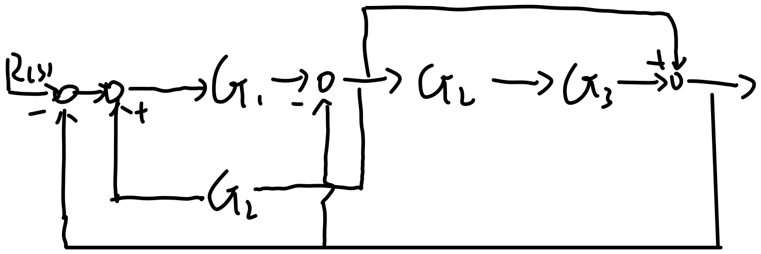
注：静态误差系数法是由开环看闭环

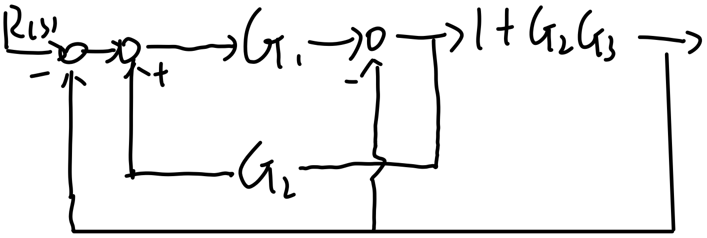
姓名 学号 班号 学院

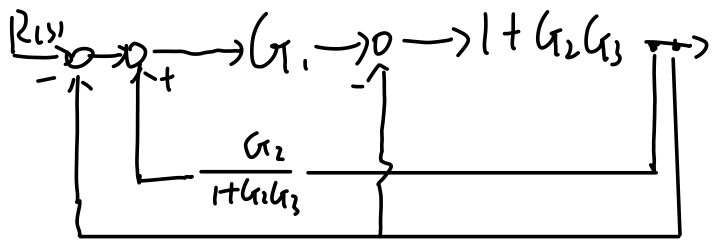
密 封 线

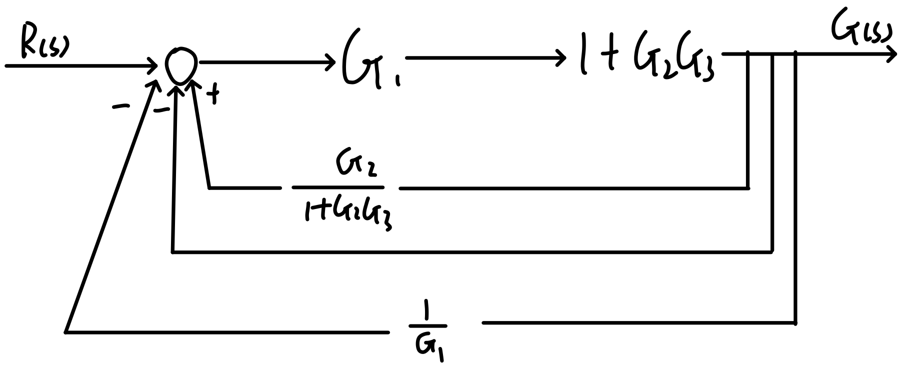
四、(10 分) 如图所示系统结构图，试用方框图化简方法求传递函数 C(s)/R(s)







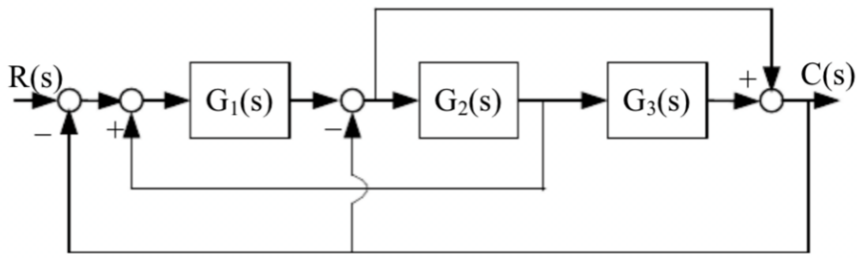


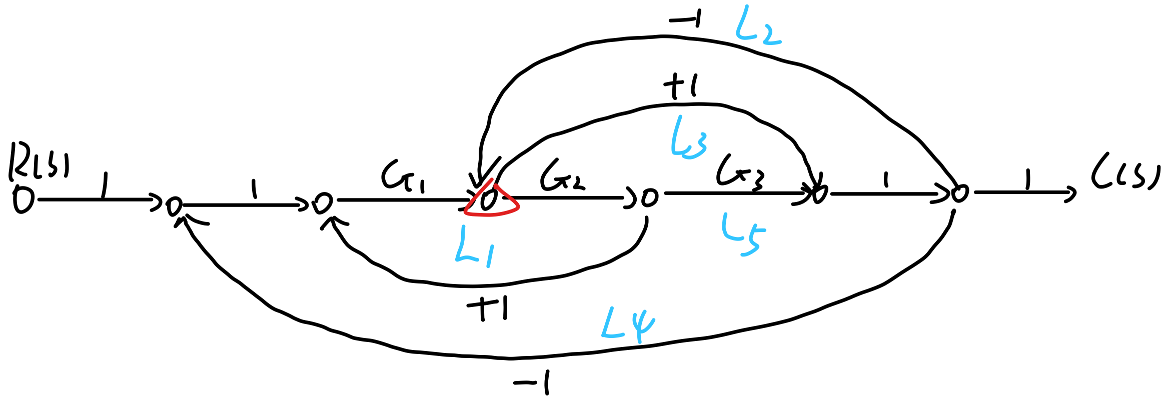


正反馈，$G = G_1(1+G_2G_3)$

$$H = \frac{G_2}{1+G_2G_3} - 1 - \frac{1}{G_1} = \frac{G_1G_2 - G_1 - G_1G_2G_3 - 1 - G_2G_3}{G_1(1+G_2G_3)}$$

从而 $\Phi = \frac{G}{1-GH} = \frac{G_1+G_1G_2G_3}{2-G_1G_2+G_1+G_1G_2G_3+G_2G_3}$





回路：$L_1=G_1G_2$, $L_2=-1$, $L_3=-G_2G_3$, $L_4=-G_1G_2G_3$, $L_5=-G_1$

互不接触回路 无

$$\Delta = 1-(L_1+L_2+L_3+L_4+L_5) = 2-G_1G_2+G_2G_3+G_1+G_1G_2G_3$$

前向通路 $P_1=G_1G_2G_3$, $\Delta_1=1$

$P_2=G_1$ $\Delta_2=1$

$$\Phi = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G_1+G_1G_2G_3}{2-G_1G_2+G_2G_3+G_1+G_1G_2G_3}$$

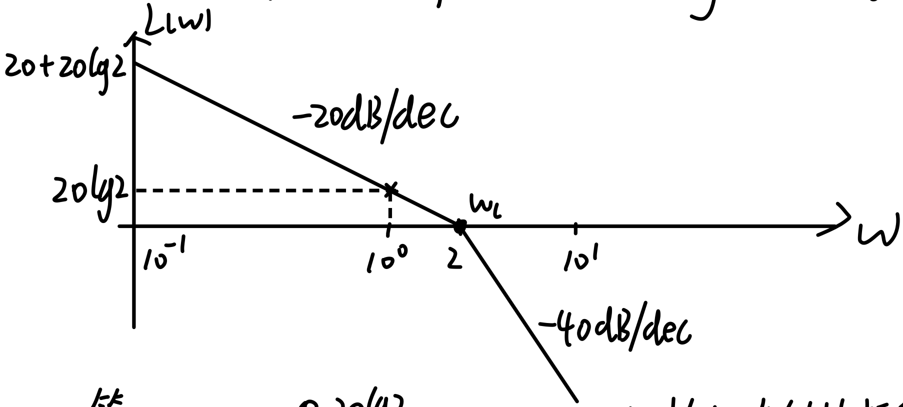
五、(共 10 分) 已知单位负反馈系统的开环传递函数 $G(s)=\frac{4}{s(s+2)}$，试求：

1. (5 分) 绘制开环对数幅频特性曲线的渐近线。
2. (5 分) 输入为 $r(t)=2\sin(2t+90^{o})$ 时，闭环系统的稳态输出 $C_{ss}(t)$.

第一步:化为标准型

解.(1) $G(s)=\frac{2}{s(\frac{s}{2}+1)}$，$K=2$，转折频率 $w=2$，$-20dB/dec$

基准线：斜率 $-20dB/dec$，$L(1)=20\lg K=20\lg 2\doteq 6.02$



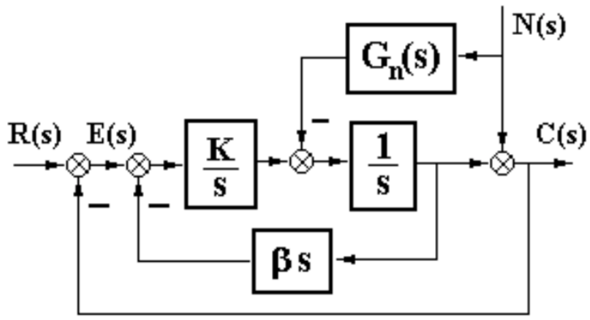
计算 w_c：$-20=\frac{0-20\lg 2}{\lg w_c-\lg 10^{0}} \Rightarrow w_c=2\,rad/s$，恰好在转折频率处

(2) 闭环传递 $\Phi(s)=\frac{G(s)}{1+G(s)}=\frac{4}{s^2+2s+4}$，$D(s)=s^2+2s+4$ 由劳斯知系统稳定

$\Phi(jw)=\frac{4}{-w^2+2jw+4}$．输入 $r(t)=2\sin(2t+90^{\circ})$ 时，$w=2$

$\Phi(j2)=\frac{1}{j}=-j \Rightarrow |\Phi|=1$，$\angle\Phi=-90^{\circ} \Rightarrow$ 输出 $C_{ss}(t)=2\sin(2t)$

六、（10 分）系统结构图如图所示：

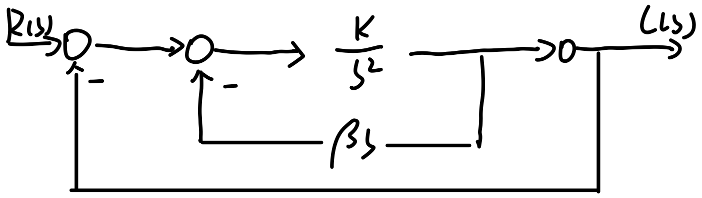


1、（3 分）写出闭环传递函数 $\Phi(s)=\dfrac{C(s)}{R(s)}$ 表达式；

2、（3 分）要使系统满足条件：$\xi=0.707$，$\omega_n=2$，试确定相应的参数 K 和 β；

3、（4 分）求此时系统的动态性能指标 $\sigma\%$，$t_s(\Delta=0.02)$。

解. 1. $r(t)$ 作为输入时. 方框图如下



$G=\dfrac{K}{s^2}$. $H=\beta s+1$ 负反馈, $\Phi(s)=\dfrac{C(s)}{R(s)}=\dfrac{G}{1+GH}=\dfrac{K}{s^2+K\beta s+K}$

2. 对比 $\Phi(s)$ 和二阶系统标准式 $\dfrac{w_n^2}{s^2+2\xi w_n s+w_n^2}$，有

$\begin{cases} w_n^2=K \\ 2\xi w_n=K\beta \end{cases}$，当 $\xi=0.707, w_n=2$，有 $\begin{cases} K=4 \\ K\beta=4\cdot 0.707 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} K=4 \\ \beta=0.707 \end{cases}$

3. 公式 $\sigma\%=e^{-\xi w_n T_p}\times 100\%$，其中 $T_p=\dfrac{\pi}{w_d}$，$w_d=w_n\sqrt{1-\xi^2}$，$T_s(2\%)=\dfrac{4}{\xi w_n}$

代入 $\xi=0.707, w_n=2$，有 $w_d=1.414$，$T_p=2.222$，

$\sigma\%=e^{-0.707\times 2\times 2.222}\approx 4.32\%$，$T_s(2\%)=\dfrac{4}{0.707\times 2}=2.829$

七、（共 10 分）已知某单位反馈系统的开环传递函数为 $G(s)=\frac{K^*}{s(s+3)^2}$ ：

1. （6 分）绘制该系统以根轨迹增益 K^* 为变量的根轨迹（求出：渐近线、分离点、与虚轴的交点等）；

2. （4 分）确定使系统满足 $0<\xi<1$ 的开环增益 K 的取值范围。

解. $G(s)=\frac{K^*}{s(s+3)^2}=\frac{\frac{1}{9}K^*}{s(\frac{s}{3}+1)^2}$，开环增益 $K=\frac{1}{9}K^*$

$n=3$, $p_1=0$, $p_2=p_3=-3$, $m=0$ 无开环零点，实轴上根轨迹 $(-\infty,0]$

渐近线. $\sigma_a=\frac{0-3-3-0}{3-0}=-2$, $\varphi_a=\frac{(2k+1)\pi}{3-0}=\pm 60°, 180°$

分离点 $\frac{1}{d}+\frac{2}{d+3}=0 \Rightarrow 3d+3=0 \Rightarrow d=-1$

求分离点法二：$\frac{d}{ds}D(s)=0 \Rightarrow 3s^2+12s+9=0 \Rightarrow s_1=-1, s_2=-3$

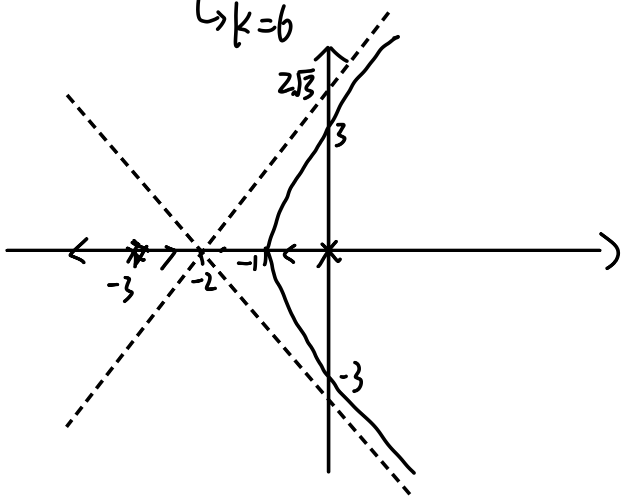
好处是可以用CASIO算

代入 $K^*=|d||(d+3)^2| \Rightarrow K_d^*=4, K_d=\frac{4}{9}$

与虚轴交点. 令 $D(s)=s^3+6s^2+9s+K^*=0$ 代入 $s=j\omega$，有

$$\begin{cases} 实. \ K^*-6\omega^2=0 \\ 虚: -\omega^3+9\omega=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \omega=3\,rad/s \\ K^*=54 \end{cases} 或 \begin{cases} \omega=0 \\ K^*=0 \end{cases}$$

$\hookrightarrow K=6$



2. $0<\xi<1$ 即从分离点到与虚轴交点的部分

由1.知 $\frac{4}{9}<K<6$

八、（10 分）已知线性定常连续系统状态方程为

$$\dot{x}=\begin{bmatrix}0 & 1\\ -1 & -1\end{bmatrix}x$$

试用李雅普诺夫方程判断系统的渐近稳定性。

注：离散 $x(k+1)=Ax(k)$

$A^TPA-P=-I$

解：连续 $A^TP+PA=-I$

已知 $A=\begin{bmatrix}0 & 1\\ -1 & -1\end{bmatrix}$，设 $P=\begin{bmatrix}a & b\\ c & d\end{bmatrix}$

$$A^TP+PA=\begin{bmatrix}0 & -1\\ 1 & -1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}a & b\\ c & d\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}a & b\\ c & d\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0 & 1\\ -1 & -1\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}-c-b & a-b-d\\ a-c-d & b+c-2d\end{bmatrix}=-I=\begin{bmatrix}-1 & \\ & -1\end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow\begin{cases}b+c=1\\ a-b-d=a-c-d=0\\ b+c-2d=-1\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a=\frac{3}{2}\\ b=c=\frac{1}{2}\\ d=1\end{cases}$$

即 $P=\begin{bmatrix}\frac{3}{2} & \frac{1}{2}\\ \frac{1}{2} & 1\end{bmatrix}$，$P_{11}=\frac{3}{2}>0$，$|P|=\frac{3}{2}-\frac{1}{4}=\frac{5}{4}>0\Rightarrow P$ 为正定阵

系统渐近稳定

九、（10 分）已知最小相位系统 Bode 幅频特性如图所示。试求取该系统的开环传递函数。

注：最小相位系统才能由 $L(\omega)$ 求 $G(s)$

修正项公式 转折频率处 近似值 0dB

真实值·振荡 $-20\lg(2\xi)$ dB

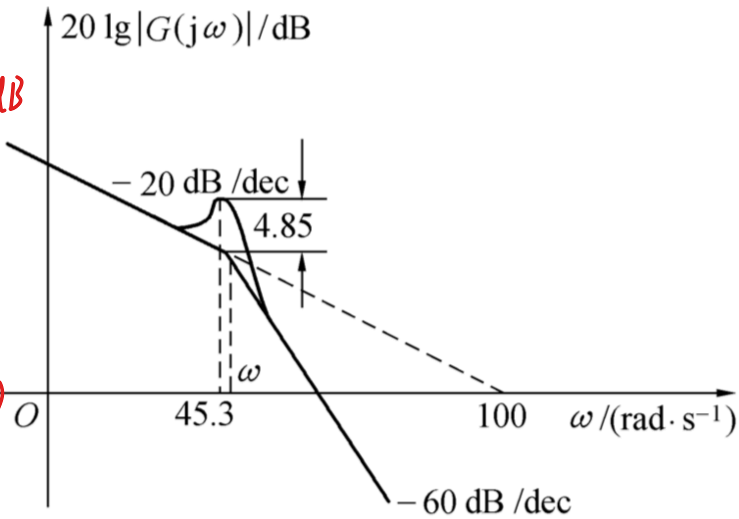
二阶微分·$20\lg(2\xi)$ dB

对于无零点标准振荡环节，$0\le\xi\le0.707$

$\omega_r=\omega_n\sqrt{1-2\xi^2}$ （对比 $\omega_d=\omega_n\sqrt{1-\xi^2}$）

$M_r=\dfrac{1}{2\xi\sqrt{1-\xi^2}}$ （记得 20lg）

注：两个公式都有2！



解 基准线 斜率 -20dB/dec 基准点 $L(1)=20\lg K=40\Rightarrow K=100$

在 $\omega_n>45.3$ rad/s 处有一转折频率，ξ，有

$$G(s)=\frac{100\times\omega_n^2}{s\left[s^2+2\xi\omega_n s+\omega_n^2\right]}$$

由 $\begin{cases}45.3=\omega_n\sqrt{1-2\xi^2}\\ 4.85=20\lg\dfrac{1}{2\xi\sqrt{1-\xi^2}}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\xi=0.95\\ \omega_n=\end{cases}$ （错） $\begin{cases}\xi=0.300\\ \omega_n=50.03\end{cases}$

$$\Rightarrow G(s)=\frac{100\times50.03^2}{s\left[s^2+0.6\times50.03s+50.03^2\right]}$$