主管
领导
审核
签字

哈尔滨工业大学 2019 学年 秋 季学期

自动控制原理 C 试 题

题号	一 10 分	二 10 分	三 10 分	四 10 分	五 10 分	六 10 分	七 10 分	小计 70 分	平时 5 分	作业 10 分	实验 15 分	总分 100 分
得分												
阅卷人												

片纸鉴心 诚信不败

授课教师

姓名

学号

院系

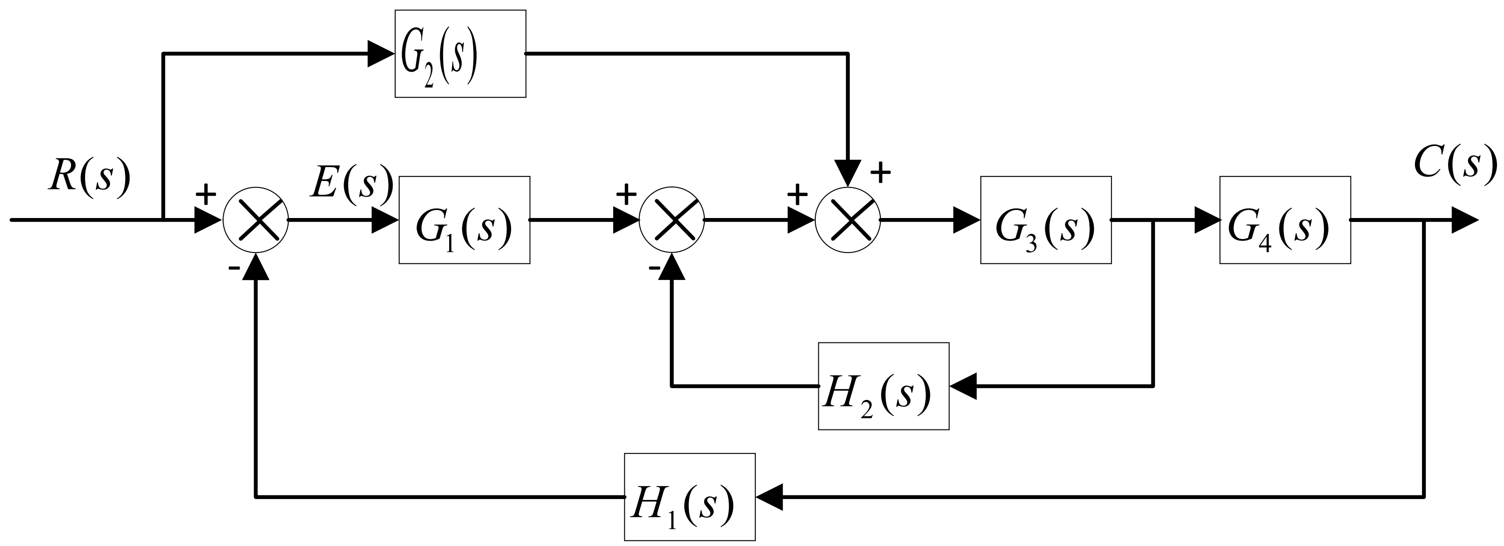
注意行为规范

遵守考场纪律

密 封 线

主管
领导
审核
签字

第 1 题（10 分）：**控制系统方框图如下图所示，求：（1）闭环传函 $\dfrac{C(s)}{R(s)}$，（2）偏差传函 $\dfrac{E(s)}{R(s)}$。**



答案：

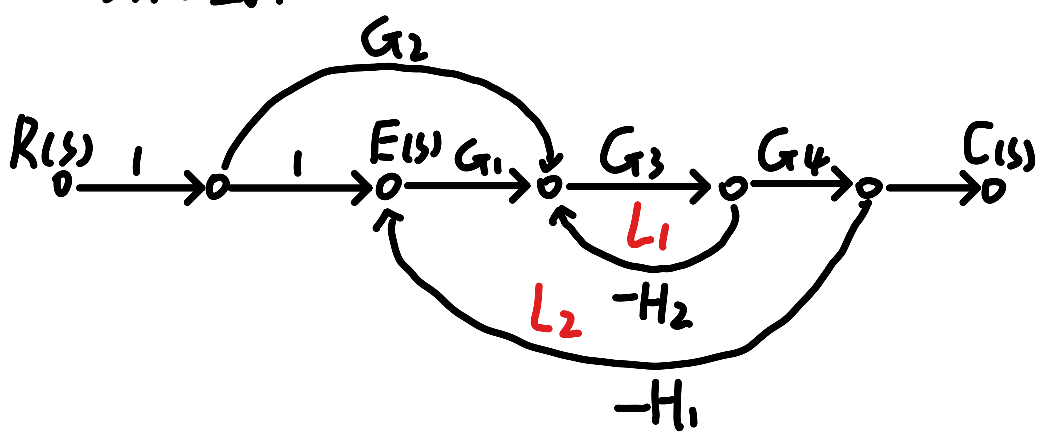
- 梅森公式：

共 2 个回路， $L1=-G_3H_2$， $L2=-G_1G_3G_4H_1$，相接触。

$\Delta=1-L1-L2=1+G_3H_2+G_1G_3G_4H_1$ ⇒所求的两个传函的分母相同

（1）对于 $\dfrac{C(s)}{R(s)}$，前向通道 2 个， $P1=G_1G_3G_4$，与两回路均有接触，则 $\Delta1=1$； $P2=G_2G_3G_4$，与两回路均有接触，则 $\Delta2=1$；所以有 $\dfrac{C(s)}{R(s)}=\dfrac{G_1G_3G_4+G_2G_3G_4}{1+G_3H_2+G_1G_3G_4H_1}$

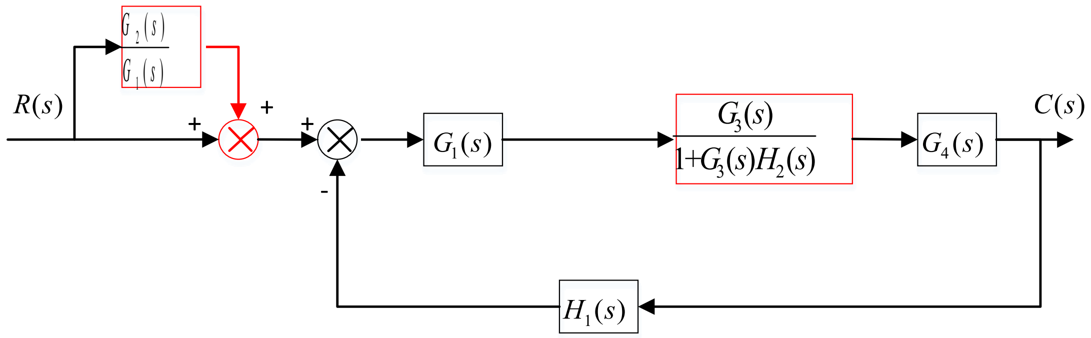
信号流图.



（2）对于 $\dfrac{E(s)}{R(s)}$，前向通道 2 个，$P1=1$，与 L2 接触，则 $\Delta1=1+G_3H_2$；$P2=-G_2G_3G_4H_1$，与两回路均有接触，则 $\Delta2=1$；

所以有 $\dfrac{E(s)}{R(s)}=\dfrac{1+G_3H_2-G_2G_3G_4H_1}{1+G_3H_2+G_1G_3G_4H_1}$

➢ 框图化简：



$$\frac{C(s)}{R(s)}=(1+\frac{G_2}{G_1})\frac{G_1\dfrac{G_3}{1+G_3H_2}G_4}{1+G_1\dfrac{G_3}{1+G_3H_2}G_4H_1}=\frac{G_1+G_2}{G_1}\frac{G_1G_3G_4}{1+G_3H_2+G_1G_3G_4H_1}=\frac{G_1G_3G_4+G_2G_3G_4}{1+G_3H_2+G_1G_3G_4H_1}$$

$$\frac{E(s)}{R(s)}=\frac{R(s)-H_1(s)C(s)}{R(s)}=1-H_1\frac{G_1G_3G_4+G_2G_3G_4}{1+G_3H_2+G_1G_3G_4H_1}=\frac{1+G_3H_2-G_2G_3G_4H_1}{1+G_3H_2+G_1G_3G_4H_1}$$

注：$E(s)=R(s)-H_1(s)C(s)$ 由原图得出，
化简后的框图已无 $E(s)$

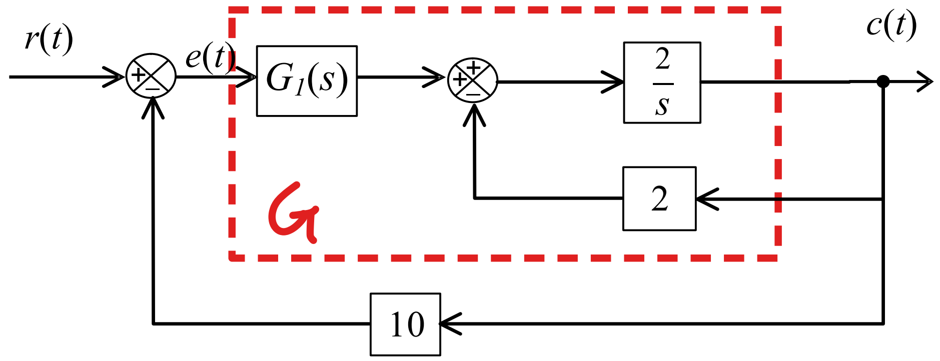
授课教师________ 姓名________ 学号________ 院系________

密 封 线

第 2 题（10 分）：已知：对图中 $G_1(s)$ 单独进行测试，其单位阶跃响应为 $0.8(1-e^{-5t})$。由 $G_1(s)$ 等环节构成的非单位负反馈控制系统如下图所示，若 $r(t)$ 为单位阶跃信号，求：（1）系统稳态输出 $c(\infty)$，（2）稳态误差终值 e_{ss}。（参考公式：e^{-at} 的拉普拉斯变换为 $\frac{1}{s+a}$）

系统辨识

$$G_1(s)=\frac{A}{Ts+1}=\frac{0.8}{0.2s+1}=\frac{4}{s+5}$$



答案： 已知 $C_1(t)=0.8(1-e^{-5t})$，则：

$$C_1(t)=0.8\left(\frac{1}{s}-\frac{1}{s+5}\right)=\frac{4}{s(s+5)}=G_1(s)\cdot\frac{1}{s}$$

$\therefore G_1(s)=\frac{4}{s+5}$ $\therefore$ 系统 $G(s)=G_1(s)\cdot\frac{\frac{2}{s}}{1+\frac{4}{s}}=\frac{4}{s+5}\cdot\frac{2}{s+4}=\frac{8}{(s+4)(s+5)}$，且已知 $R(s)=\frac{1}{s}$

系统闭环传函 $\Phi(s)=\frac{\frac{8}{(s+4)(s+5)}}{1+10*\frac{8}{(s+4)(s+5)}}=\frac{8}{s^2+9s+100}$

偏差关于输出的传函 $\Phi_e(s)=\frac{1}{1+10*\frac{8}{(s+4)(s+5)}}=\frac{s^2+9s+20}{s^2+9s+100}$

$$c(\infty)=\lim_{s\to0}s\cdot C(s)=\lim_{s\to0}s\cdot R(s)\cdot\Phi(s)=\lim_{s\to0}s\cdot\frac{1}{s}\cdot\frac{8}{s^2+9s+100}=0.08$$

$$e_{1ss}=\frac{1}{H}e_{ss}=\frac{1}{10}\times\lim_{s\to0}s\cdot R(s)\cdot\Phi_e(s)=\frac{1}{10}\times\lim_{s\to0}s\cdot\frac{1}{s}\cdot\frac{s^2+9s+20}{s^2+9s+100}=0.02$$

第 3 题（10 分）：已知单位反馈系统的开环传递函数为 $G(s)=\dfrac{k}{s(\frac{s}{3}+1)(\frac{s}{6}+1)}$，请分析确定闭环系统稳定时 k 值的范围。

答案：

闭环系统传递函数为 $\Phi(s)=\dfrac{G(s)}{1+G(s)}=\dfrac{k}{\frac{s^3}{18}+\frac{s^2}{2}+s+k}$

由劳斯表知：

s^3	$\frac{1}{18}$	1
s^2	$\frac{1}{2}$	k
s^1	$1-\frac{k}{9}$	
s^0	k	

若系统　稳定，第一列均大于零，得：0<k<9.

法二：根轨迹法.

$G(s)=\dfrac{K}{s(s+3)(s+6)}$，开环增益 $k=\frac{1}{18}K$，$D(s)=s^3+9s^2+18s+K$

$n=3, P_1=0, P_2=-3, P_3=-6$，$m=0, n-m=3, V=1$

实轴上根轨迹. $(-\infty,-6]$, $[-3,0]$

分离点. $\frac{1}{d}+\frac{1}{d+3}+\frac{1}{d+6}=0 \Rightarrow d=-1.27$，求法二：$\frac{d}{ds}D(s)=0 \Rightarrow d_1=-3+\sqrt{3}\approx-1.27$

$d_2=-3-\sqrt{3}\approx-4.7$（舍去）

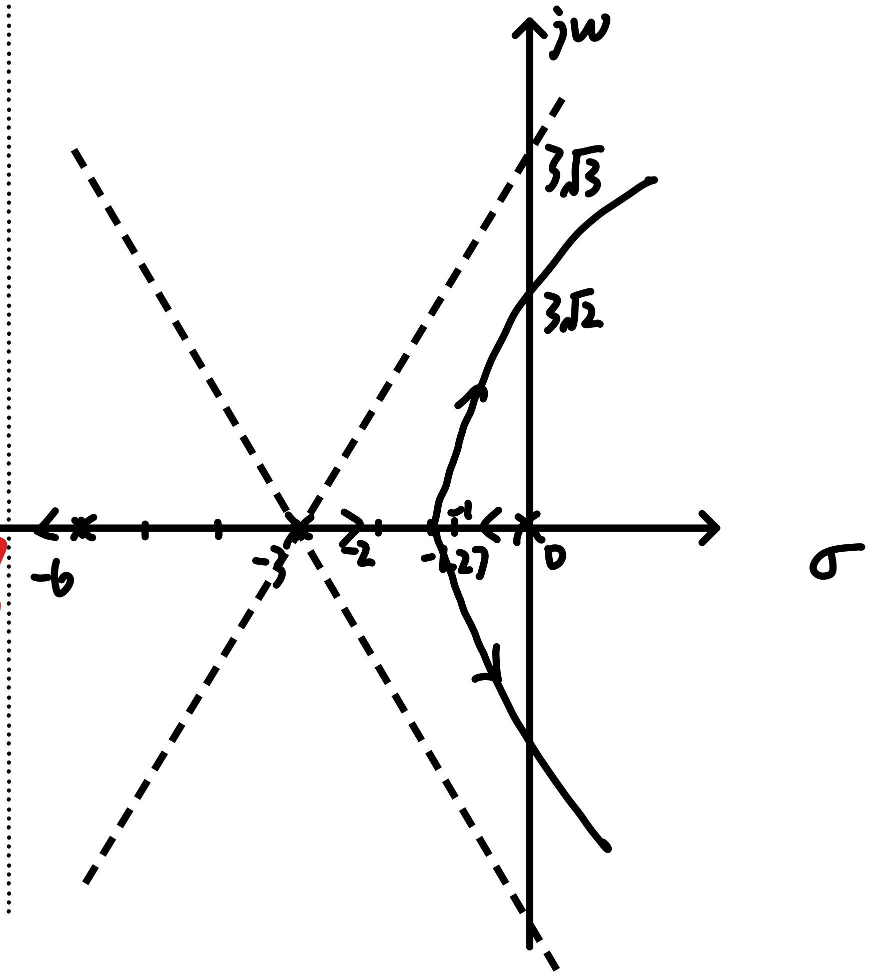
由 $K=|d||d+3||d+6| \Rightarrow K_d=10.39$

渐近线. $\sigma=\dfrac{0-3-6-0}{3-0}=-3$，$\varphi=\dfrac{(2k+1)\pi}{3-0}=\pm60^\circ, 180^\circ$

与虚轴交点. 令 $D(j\omega)=-j\omega^3-9\omega^2+18j\omega+K=0$

$\Rightarrow \begin{cases}-\omega^3+18\omega=0\\ K-9\omega^2=0\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}\omega=3\sqrt{2}\\ K=162\end{cases}$

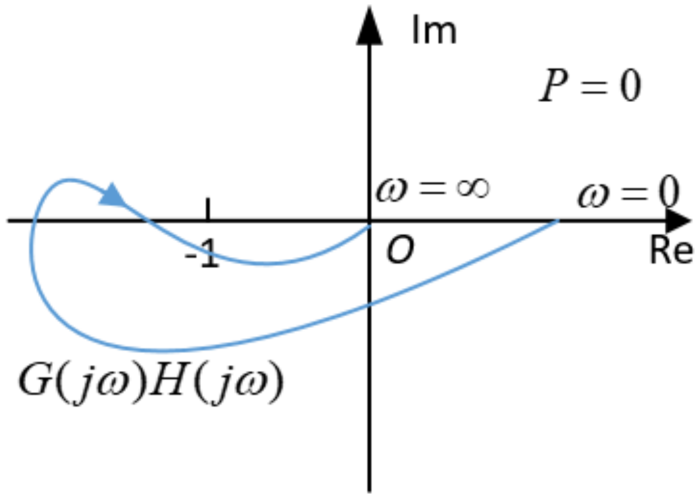
稳定. $0<K<162$ 即 $0<k<9$



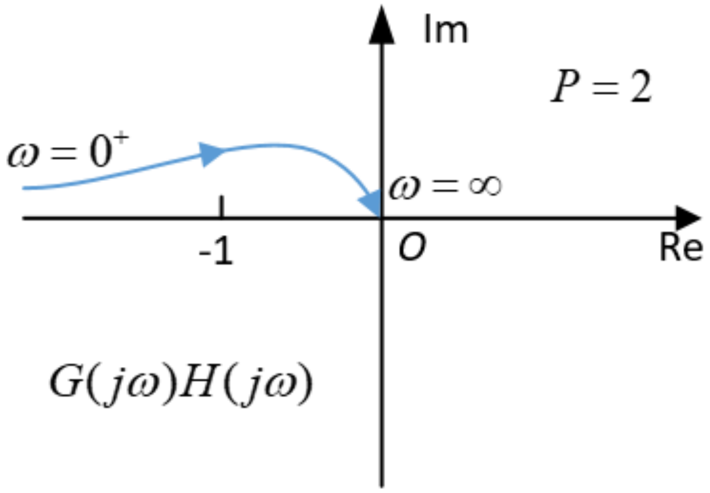
院系________ 学号________ 姓名________ 授课教师________

密 封 线

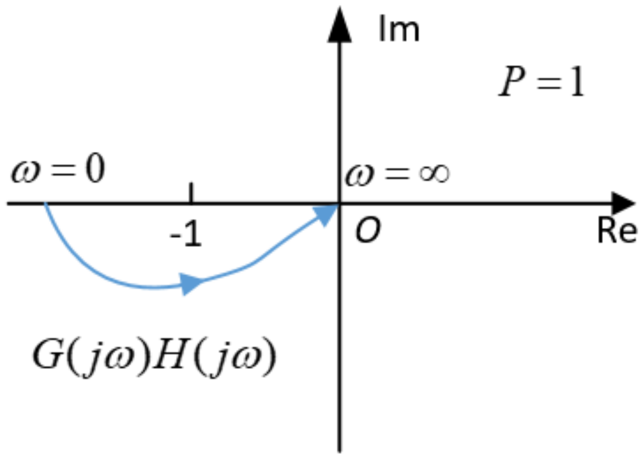
第 4 题（10 分）：**系统的开环极坐标图分别如下图所示，*P* 为开环传递函数在 s 右半平面的极点数，*v* 为系统的型别，判别系统的闭环稳定性。**



(1)



(2)



(3)

答案：

（1）N = 0 = P/2，稳定；

（2）N = -1 ≠ P/2，不稳定；

（3）N = 0.5 = P/2，稳定。

授课教师________ 姓名________ 学号________ 院系________

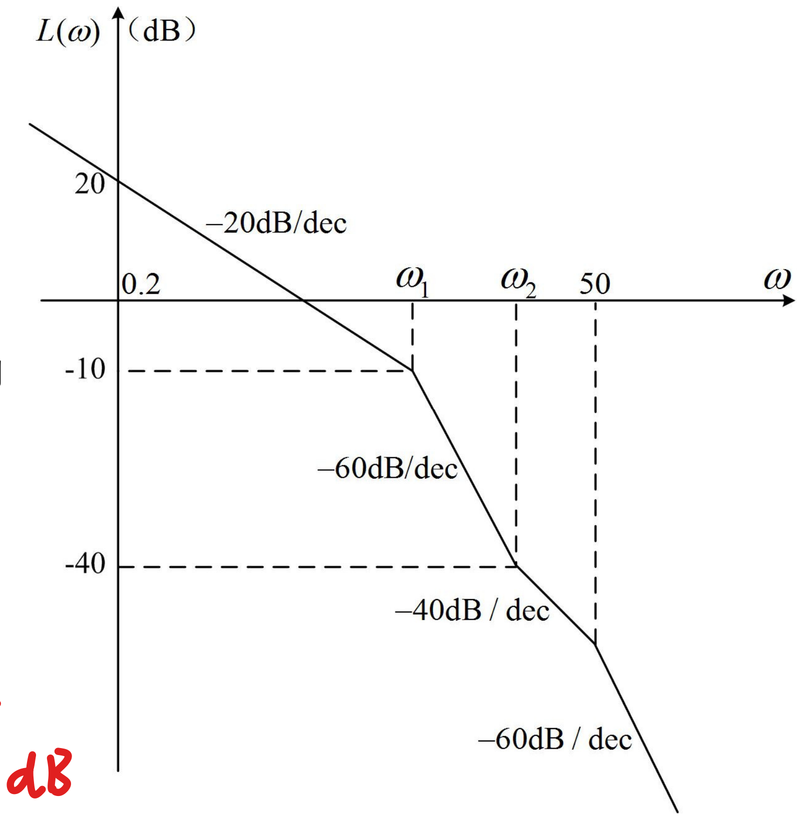
密 封 线

第 5 题（10 分）：已知最小相位系统的开环对数幅频特性如下图所示，其中，转折频率发生在ω_1处的振荡环节具有 $\zeta=1$ 的阻尼比。 （提示：振荡环节的传递函数为$\dfrac{1}{T^2s^2+2\zeta Ts+1}$）

（1） 试求系统开环传递函数$G(s)$；

（2） 计算系统相角裕度 γ；

（3） 若系统的动态性能已满足要求，但欲将系统的速度稳态误差（即斜坡函数为输入时的稳态误差）降为原来的十分之一，试设计串联校正装置$G_c(s)$。



答案：

基准点：ω=1rad/s时 L(1)=20lgK dB

(1) 由图知

$$\frac{20}{\lg 0.2-\lg K}=-20,\quad K=2$$

$$\frac{20-(-10)}{\lg 0.2-\lg\omega_1}=-20,\quad \omega_1=2\sqrt{10}=6.32$$

$$\frac{-10-(-40)}{\lg\omega_1-\lg\omega_2}=-60,\quad \omega_2=20$$

所以

$$G(s)=\frac{2\left(\frac{1}{20}s+1\right)}{s\left(\frac{s^2}{40}+\frac{s}{\sqrt{10}}+1\right)\left(\frac{1}{50}s+1\right)}\quad=\frac{2(0.05s+1)}{s(0.025s^2+0.316s+1)(0.02s+1)}$$

授课教师＿＿＿＿＿＿＿ 姓名＿＿＿＿＿＿＿ 学号＿＿＿＿＿＿＿ 院系＿＿＿＿＿＿＿

密　封　线

(2)求γ：由图知，$\omega_c = K = 2$

$$\gamma = 180° + \angle G(j\omega_c) = 90° + \mathrm{arctg}0.1 - \mathrm{arctg}0.04 - \mathrm{arctg}0.703 = 58.3°$$

(3)求$G_c(s)$：因系统的动态性能满足要求，故校正后应保持ω_c及γ基本不变。由于$e(\infty) = \dfrac{1}{K}$

按题意要求，$e^n(\infty) = 0.1e(\infty)$，故应取$K^n = 10K = 20$。

设采用带放大器的滞后校正网络，其传递函数为

$$G_c(s) = 10\frac{1 + bTs}{1 + Ts}$$

选择

$$\frac{1}{bT} = 0.1\omega_c = 0.2$$

$$b = 0.1$$

此时，滞后网络在$\omega_c = 2$处，大约产生$5°$相角滞后，基本不影响系统的动态性能，故$1/T = 0.02$。于是

$$G_c(s) = \frac{10\left(\frac{1}{0.2}s + 1\right)}{\frac{1}{0.02}s + 1} = \frac{10(5s + 1)}{50s + 1}$$

相角裕度检验：

$$\gamma = 180° - 90° + \mathrm{arctg}0.05\omega_c + \mathrm{arctg}5\omega_c - \mathrm{arctg}0.02\omega_c$$

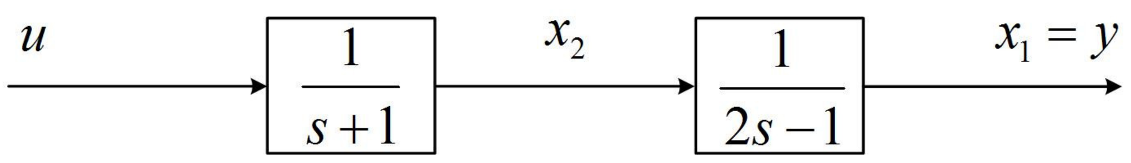
$$-\mathrm{arctg}50\omega_c - \mathrm{arctg}\frac{2\omega_c/\omega_1}{1 - (\omega_c/\omega_1)^2} = 53.2°$$

满足题意要求。

第 6 题（10 分）：**已知：控制系统状态变量图如下图所示，状态变量分别取为 x_1 与 x_2。试求：**

（1）根据给定的状态变量，写出系统的状态空间表达式；（2）判断系统是否完全可控；

（3）设计状态反馈使闭环极点配置到 $-2 \pm j2$。



答案：

（1）由图知

$\dot{x_2} + x_2 = u$

$2\dot{x_1} - x_1 = 2x_2$

整理得

$\dot{x_1} = 0.5x_1 + x_2$

$\dot{x_2} = -x_2 + u$

$y = x_1$

故动态方程为

$\dot{\boldsymbol{x}} = \begin{bmatrix} 0.5 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \boldsymbol{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u$

$y = [1\ 0]\boldsymbol{x}$

（2）由于可控性矩阵

$rank[b\ \boldsymbol{A}b] = rank \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} = 2$

授课教师 姓名 学号 院系

密 封 线

（3）系统完全可控，故可通过状态反馈任意配置闭环极点。令状态反馈增益向量

$\boldsymbol{k} = [k_1 k_2]$

则闭环系统矩阵

$A + \boldsymbol{bk} = \begin{bmatrix} 0.5 & 1 \\ k_1 & k_2 - 1 \end{bmatrix}$

闭环系统特征多项式为

$\det[sI - (A + \boldsymbol{bk})] = \det\begin{bmatrix} s - 0.5 & -1 \\ -k_1 & s + 1 - k_2 \end{bmatrix}$

$= s^2 + (0.5 - k_2 s) + (0.5k_2 - k_1 - 0.5)$

而希望特征多项式为

$(s + 2 + j2)(s + 2 - j2) = s^2 + 4s + 8$

令对应项系数相等，有

$0.5 - k_2 = 4$

$0.5k_2 - k_1 - 0.5 = 8$

求得状态反馈增益向量

$\boldsymbol{k} = [-10.25 - 3.5]$

授课教师______ 姓名______ 学号______ 院系______

密 封 线

授课教师________

姓名________

学号________

院系________

密

封

线

第 7 题(10 分)：（1）请介绍 PID 控制器的组成和各部分的作用。（2）时域和频域下分别用那些量描述控制系统性能指标，请介绍他们的定义式。

答案：参见《自动控制原理》第三章、第五章。