哈尔滨工业大学 2015 学年 秋 季学期

自动控制原理　　　试题

一、填空题（每空 1 分，共 20 分）

1、对自动控制系统的基本要求可以概括为三个方面，即：<u>稳定性</u>、快速性和<u>准确性</u>。第四个:平稳性

2、控制系统的<u>输出拉氏变换与输入拉氏变换在零初始条件下的比值</u>称为传递函数。

3、在经典控制理论中，可采用<u>劳斯判据(或：时域分析法)</u>、根轨迹法或<u>奈奎斯特判据(或：频域分析法)</u>等方法判断线性控制系统稳定性。

频域稳定判据包括 Nyquist 判据、对数稳定判据

4、控制系统的数学模型，取决于系统<u>结构</u>和<u>参数</u>，<u>与外作用及初始条件无关</u>。

Bode图

5、线性系统的<u>对数幅频特性</u>，纵坐标取值为<u>$20\lg A(\omega)$（或：$L(\omega)$）</u>，横坐标为<u>$\lg\omega$</u>。按lgw刻度,按w标定

6、奈奎斯特稳定判据中，Z = P − R，其中 P 是指<u>开环传函中具有正实部的极点的个数</u>，Z 是指<u>闭环传函中具有正实部的极点的个数</u>，R 指<u>奈氏曲线逆时针方向包围（−1，j0）整圈数</u>。

7、在二阶系统的单位阶跃响应图中，t_s 定义为<u>调整时间</u>。$\sigma\%$ 是<u>超调量</u>。tr 上升时间　tp 峰值时间

$t_r=\frac{\pi-\varphi}{w_d}$, $t_p=\frac{\pi}{w_d}$, $t_s(2\%)=\frac{4}{\xi w_n}$, $\sigma\%=e^{-\xi w_n t_p}$

8、设系统的开环传递函数为 $\frac{K}{s(T_1s+1)(T_2s+1)}$，则其开环幅频特性为 $A(\omega)=\frac{K}{\omega\sqrt{(T_1\omega)^2+1}\cdot\sqrt{(T_2\omega)^2+1}}$，相频特性为 $\varphi(\omega)=-90^0-tg^{-1}(T_1\omega)-tg^{-1}(T_2\omega)$。

9、反馈控制又称偏差控制，其控制作用是通过<u>给定值</u>与反馈量的差值进行的。

10、若某系统的单位脉冲响应为 $g(t)=10e^{-0.2t}+5e^{-0.5t}$，则该系统的传递函数 $G(s)$ 为 $\frac{10}{s+0.2}+\frac{5}{s+0.5}$。

$X(s)=1$　$G(s)=\frac{10}{s+0.2}+\frac{5}{s+0.5}$

11、自动控制系统有两种基本控制方式，当控制装置与受控对象之间只有顺向作用而无反向联系时，称为<u>开环控制系统</u>；当控制装置与受控对象之间不但有顺向作用而且还有反向联系时，称为<u>闭环控制系统</u>；含有测速发电机的电动机速度控制系统，属于<u>闭环控制系统</u>。

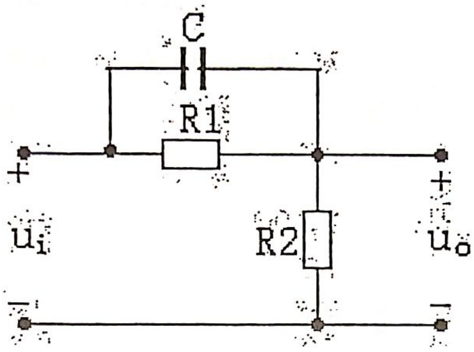
12、根轨迹起始于<u>开环极点</u>，终止于<u>开环零点</u>。

13、稳定是对控制系统最基本的要求，若一个控制系统的响应曲线为衰减振荡，则该系统<u>稳定</u>。判断一个闭环线性控制系统是否稳定，在时域分析中采用<u>劳斯判据</u>；在频域分析中采用<u>奈奎斯特判据</u>。

14、频域性能指标与时域性能指标有着对应关系，开环频域性能指标中的幅值越频率 ω_c 对应时域性能指标<u>调整时间 t_s</u>，它们反映了系统动态过程的<u>快速性</u>

二、(8 分)试建立如图 3 所示电路的动态微分方程，并求传递函数。

图 3



$i_R = \dfrac{U_R}{R} \Rightarrow X_R = R$

$i_C = C\dfrac{dU_C}{dt} \Rightarrow X_C = \dfrac{1}{sC}$

$U_L = L\dfrac{di_L}{dt} \Rightarrow X_L = sL$

解：1、建立电路的动态微分方程

根据 KCL 有 $$\frac{u_i(t)-u_0(t)}{R_1}+C\frac{d[u_i(t)-u_0(t)]}{dt}=\frac{u_0(t)}{R_2}$$ (2 分)

即 $$R_1R_2C\frac{du_0(t)}{dt}+(R_1+R_2)u_0(t)=R_1R_2C\frac{du_i(t)}{dt}+R_2u_i(t)$$ (2 分)

2、求传递函数

对微分方程进行拉氏变换得

$$R_1R_2CsU_0(s)+(R_1+R_2)U_0(s)=R_1R_2CsU_i(s)+R_2U_i(s)$$ (2 分)

得传递函数 $$G(s)=\frac{U_0(s)}{U_i(s)}=\frac{R_1R_2Cs+R_2}{R_1R_2Cs+R_1+R_2}$$ (2 分)

三、(共 20 分) 系统结构图如图 4 所示：

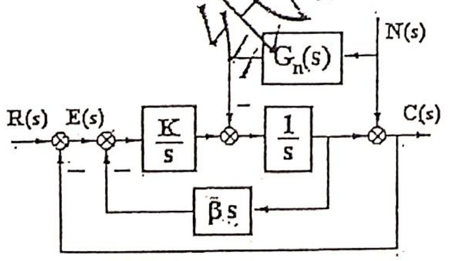


图1 控制系统结构图

图 4

1、写出闭环传递函数 $\Phi(s)=\dfrac{C(s)}{R(s)}$ 表达式；(4 分)

2、要使系统满足条件：$\xi=0.707$，$\omega_n=2$，试确定相应的参数 K 和 β；(4 分)

3、求此时系统的动态性能指标 $\sigma\%$，t_s；(4 分)

4、$r(t)=2t$ 时，求系统由 $r(t)$ 产生的稳态误差 e_{ss}；（4 分）

5、确定 $G_n(s)$，使干扰 $n(t)$ 对系统输出 $c(t)$ 无影响。（4 分）

解：1、（4 分）$\Phi(s)=\dfrac{C(s)}{R(s)}=\dfrac{\dfrac{K}{s^2}}{1+\dfrac{K\beta}{s}+\dfrac{K}{s^2}}=\dfrac{K}{s^2+K\beta s+K}=\dfrac{\omega_n^2}{s^2+2\xi\omega_n s+\omega_n^2}$

2、（4 分）$\begin{cases}K=\omega_n^2=2^2=4\\ K\beta=2\xi\omega_n=2\sqrt{2}\end{cases}$ $\begin{cases}K=4\\ \beta=0.707\end{cases}$

3、（4 分）$\sigma\%=e^{-\xi\pi/\sqrt{1-\xi^2}}=4.32\%$ $t_s=\dfrac{4}{\xi\omega_n}=\dfrac{4}{\sqrt{2}}=2.83$

4、（4 分）$G(s)=\dfrac{\dfrac{K}{s^2}}{1+\dfrac{K\beta}{s}}=\dfrac{K}{s(s+K\beta)}=\dfrac{1}{\beta s(s+1)}$ $\begin{cases}K_K=1/\beta\\ v=1\end{cases}$ $e_{ss}=\dfrac{A}{K_K}=2\beta=1.414$

5、（4 分）令：$\Phi_n(s)=\dfrac{C(s)}{N(s)}=\dfrac{\left(1+\dfrac{K\beta}{s}\right)-\dfrac{1}{s}G_n(s)}{\Delta(s)}=0$ 得：$G_n(s)=s+K\beta$

四、已知最小相位系统的对数幅频特性如图 3 所示。试求系统的开环传递函数。(16 分)

$L(\omega)=20\lg A(\omega)$

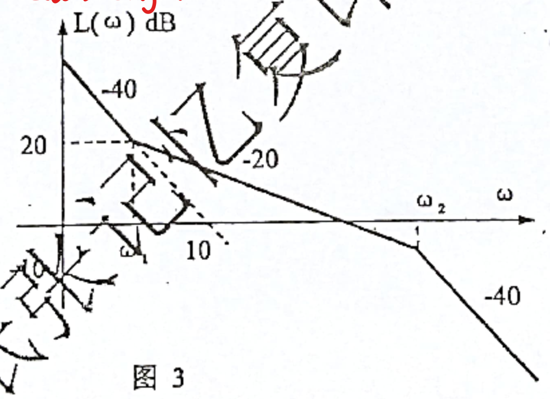


图 3

解：从开环伯德图可知，系统具有比例环节、两个积分环节、一个一阶微分环节和一个惯性环节。

故其开环传函应有以下形式 $G(s)=\dfrac{K(\frac{1}{\omega_1}s+1)}{s^2(\frac{1}{\omega_2}s+1)}$ (8 分)

注意基准线
点：$L\omega=20\lg K$ dB
斜率 $k=-20v$ dB/dec

由图可知：$\omega=1$ 处的纵坐标为 40dB，则 $L(1)=20\lg K=40$，得 $K=100$ (2 分)

又由 $\omega=\omega_1$和ω=10的幅值分贝数分别为20和0，结合斜率定义，有

$$\frac{20-0}{\lg\omega_1-\lg 10}=-40\text{，解得}\quad \omega_1=\sqrt{10}=3.16\ \text{rad/s}\quad (2\text{分})$$

同理可得 $\dfrac{20-(-10)}{\lg\omega_1-\lg\omega_2}=-20$ 或 $20\lg\dfrac{\omega_2}{\omega_1}=30$，

$$\omega_2^2=1000\omega_1^2=10000\quad \text{得}\quad \omega_2=100\ \text{rad/s}\quad (2\text{分})$$

故所求系统开环传递函数为

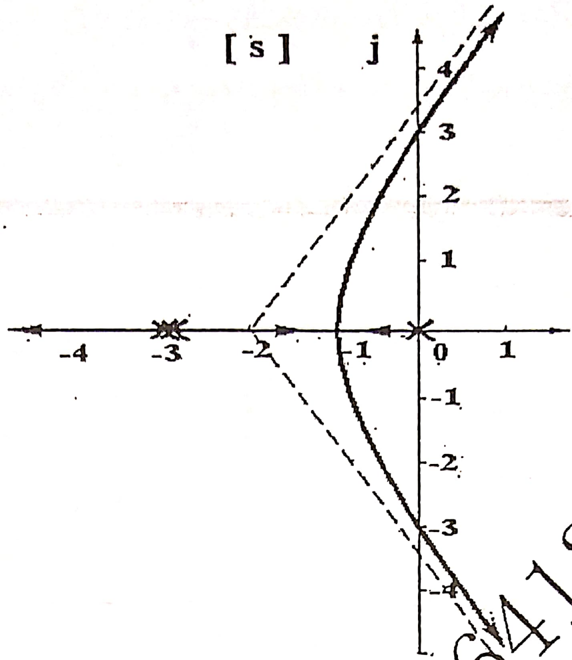
$$G(s)=\frac{100(\frac{s}{\sqrt{10}}+1)}{s^2(\frac{s}{100}+1)}\qquad (2\text{分})$$

五、(共15分)已知某单位反馈系统的开环传递函数为$G(s)=\dfrac{K_r}{s(s+3)^2}$

1、绘制该系统以根轨迹增益K_r为变量的根轨迹（求出：渐近线、分离点、与虚轴的交点等）；（8分）

2、确定使系统满足$0<\xi<1$的开环增益K的取值范围。（7分）

1、绘制根轨迹 （8分）



(1)系统有有 3 个开环极点（起点）：0、-3、-3，无开环零点（有限终点）；（1 分）

(2)实轴上的轨迹：（-∞，-3）及（-3，0）；　　　　（1 分）

(3) 3 条渐近线：　$\begin{cases}\sigma_a = \dfrac{-3-3}{3} = -2 \\ \pm 60°,\ \ 180°\end{cases}$　　（2 分）

(4) 分离点：　$\dfrac{1}{d}+\dfrac{2}{d+3}=0$　　得：　$d=-1$　　　（2 分）

$$K_r = |d|\cdot|d+3|^2 = 4$$

(5)与虚轴交点：$D(s)=s^3+6s^2+9s+K_r=0$

$\begin{cases}\mathrm{Im}[D(j\omega)] = -\omega^3+9\omega = 0 \\ \mathrm{Re}[D(j\omega)] = -6\omega^2+K_r = 0\end{cases}$　$\begin{cases}\omega = 3 \\ K_r = 54\end{cases}$　　　　（2 分）

绘制根轨迹如右图所示。

2、（7 分）开环增益 K 与根轨迹增益 K_r 的关系：$G(s)=\dfrac{K_r}{s(s+3)^2}=\dfrac{\dfrac{K_r}{9}}{s\left[\left(\dfrac{s}{3}\right)^2+1\right]}$

得 $K = K_r/9$　　　　（1 分）

系统稳定时根轨迹增益 K_r 的取值范围：$K_r < 54$，　　　（2 分）

系统稳定且为欠阻尼状态时根轨迹增益 K_r 的取值范围：$4 < K_r < 54$，　（3 分）

系统稳定且为欠阻尼状态时开环增益 K 的取值范围：$\frac{4}{9}<K<6$　　（1 分）

六、（共 22 分）某最小相位系统的开环对数幅频特性曲线 $L_0(\omega)$ 如图 5 所示：

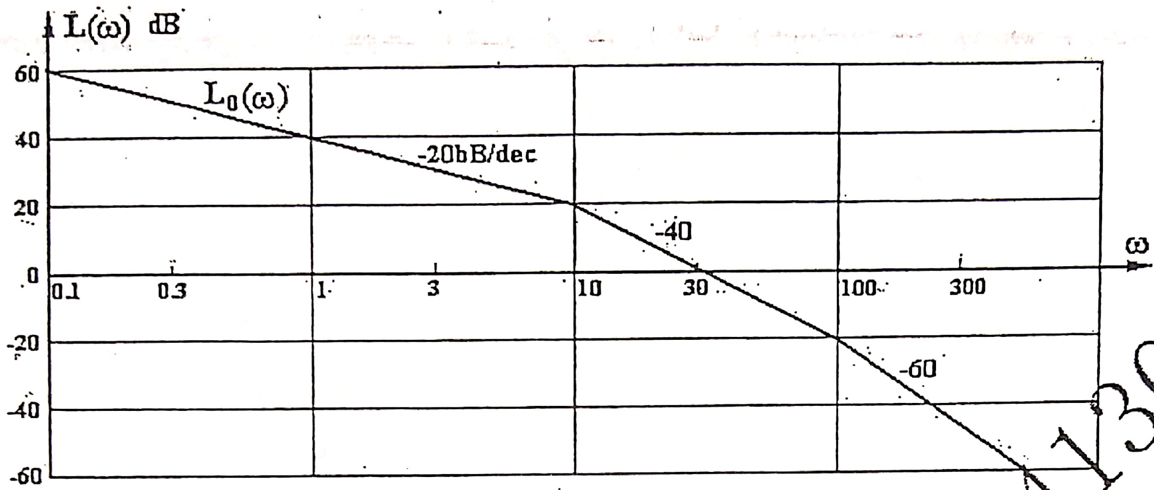


图3 对数幅频特性曲线

1、写出该系统的开环传递函数 $G_0(s)$；（8 分）

2、写出该系统的开环频率特性、开环幅频特性及开环相频特性。（3 分）

3、求系统的相角裕度 γ。（7 分）

4、若系统的稳定裕度不够大，可以采用什么措施提高系统的稳定裕度？（4 分）

解：1、从开环伯德图可知，原系统具有比例环节、一个积分环节、两个惯性环节。

故其开环传函应有以下形式　　$G(s)=\dfrac{K}{s(\frac{1}{\omega_1}s+1)(\frac{1}{\omega_2}s+1)}$　　（2 分）

由图可知：$\omega=1$ 处的纵坐标为 40dB，则 $L(1)=20\lg K=40$，得 $K=100$　　（2 分）

$\omega_1=10$ 和 $\omega_2=100$　　（2 分）

故系统的开环传函为　$G_0(s)=\dfrac{100}{s\left(\frac{s}{10}+1\right)\left(\frac{s}{100}+1\right)}$　　（2 分）

2、写出该系统的开环频率特性、开环幅频特性及开环相频特性：

开环频率特性　　$G_0(j\omega)=\dfrac{100}{j\omega\left(j\frac{\omega}{10}+1\right)\left(j\frac{\omega}{100}+1\right)}$　　（1 分）

$G_0(j\omega)=G_0(s)\big|_{s=j\omega}$

开环幅频特性 $A_0(\omega)=\dfrac{100}{\omega\sqrt{\left(\dfrac{\omega}{10}\right)^2+1}\sqrt{\left(\dfrac{\omega}{100}\right)^2+1}}$ （1分）

开环相频特性: $\varphi_0(s)=-90-tg^{-1}0.1\omega-tg^{-1}0.01\omega$ （1分）

3、求系统的相角裕度γ：

求幅值穿越频率，令 $A_0(\omega)=\dfrac{100}{\omega\sqrt{\left(\dfrac{\omega}{10}\right)^2+1}\sqrt{\left(\dfrac{\omega}{100}\right)^2+1}}=1$ 得 $\omega_c\approx31.6rad/s$（3分）

$\varphi_0(\omega_c)=-90-tg^{-1}0.1\omega_c-tg^{-1}0.01\omega_c=-90-tg^{-1}3.16-tg^{-1}0.316\approx-180$ （2分）

$\gamma=180+\varphi_0(\omega_c)=180-180=0$ （2分）

对最小相位系统$\gamma=0$ 临界稳定

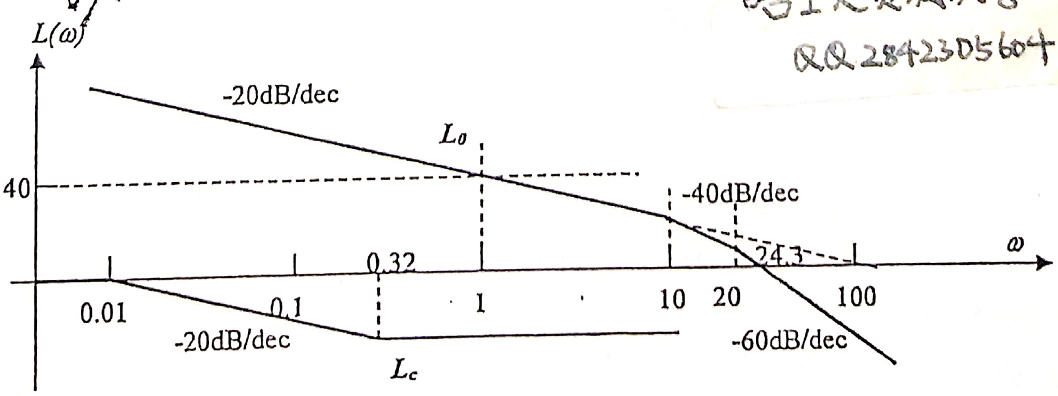
4、（4分）可以采用以下措施提高系统的稳定裕度：增加串联超前校正装置；增加串联滞后校正装置；增加串联滞后-超前校正装置；增加开环零点；增加 PI 或 PD 或 PID 控制器；在积分环节外加单位负反馈。

六、已知最小相位系统的开环对数幅频特性$L_0(\omega)$和串联校正装置的对数幅频特性$L_c(\omega)$如下图所示，原系统的幅值穿越频率为$\omega_c=24.3rad/s$：（共30分）

1、 写出原系统的开环传递函数$G_0(s)$，并求其相角裕度γ_0，判断系统的稳定性；（10分）

2、 写出校正装置的传递函数$G_c(s)$；（5分）

3、写出校正后的开环传递函数$G_0(s)G_c(s)$，画出校正后系统的开环对数幅频特性$L_{GC}(\omega)$，并用劳斯判据判断系统的稳定性。（15分）



解：1、从开环波特图可知，原系统具有比例环节、一个积分环节、两个惯性环节。

故其开环传函应有以下形式 $$G_0(s)=\frac{K}{s(\frac{1}{\omega_1}s+1)(\frac{1}{\omega_2}s+1)}$$ （2 分）

由图可知：$\omega=1$ 处的纵坐标为 40dB，则 $L(1)=20\lg K=40$，得 $K=100$（2 分）

$\omega_1=10$和ω_2=20

故原系统的开环传函为 $$G_0(s)=\frac{100}{s(\frac{1}{10}s+1)(\frac{1}{20}s+1)}=\frac{100}{s(0.1s+1)(0.05s+1)}$$ （2 分）

求原系统的相角裕度γ_0：$\varphi_0(s)=-90\ -tg^{-1}0.1\omega-tg^{-1}0.05\omega$

由题知原系统的幅值穿越频率为$\omega_c=24.3rad/s$

$$\varphi_0(\omega_c)=-90\ -tg^{-1}0.1\omega_c-tg^{-1}0.05\omega_c=-208$$ （1 分）

$$\gamma_0=180\ +\varphi_0(\omega_c)=180\ -208\ =-28$$ （1 分）

对最小相位系统$\gamma_0=-28\ <0$不稳定

2、从开环波特图可知，校正装置一个惯性环节、一个微分环节，为滞后校正装置。

故其开环传函应有以下形式 $$G_c(s)=\frac{\frac{1}{\omega_2{}'}s+1}{\frac{1}{\omega_1{}'}s+1}=\frac{\frac{1}{0.32}s+1}{\frac{1}{0.01}s+1}=\frac{3.125s+1}{100s+1}$$ （5 分）

3、校正后的开环传递函数$G_0(s)G_c(s)$为

$$G_0(s)G_c(s)=\frac{100}{s(0.1s+1)(0.05s+1)}\frac{3.125s+1}{100s+1}=\frac{100(3.125s+1)}{s(0.1s+1)(0.05s+1)(100s+1)}$$ （4 分）

用劳思判据判断系统的稳定性

系统的闭环特征方程是

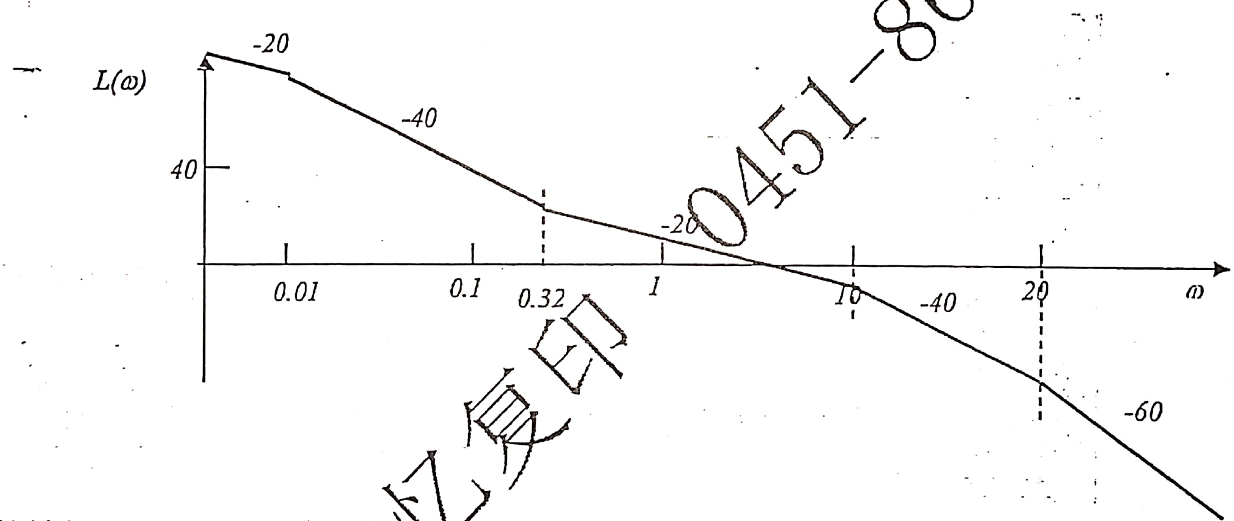
$$D(s)=s(0.1s+1)(0.05s+1)(100s+1)+100(3.125s+1)$$
$$=0.5s^4+15.005s^3+100.15s^2+313.5s+100=0$$
（2 分）

构造劳斯表如下

s^4	0.5	100.15	100
s^3	15.005	313.5	0
s^2	89.7	100	0
s^1	296.8	0	
s^0	100	0	

首列均大于 0，故校正后的系统稳定。　（4 分）

画出校正后系统的开环对数幅频特性 $L_{GC}(\omega)$



起始斜率: -20dB/dec（一个积分环节）　（1 分）

转折频率: $\omega_1=1/100=0.01$（惯性环节），$\omega_2=1/3.125=0.32$（一阶微分环节），

$\omega_3=1/0.1=10$（惯性环节），$\omega_4=1/0.05=20$（惯性环节）　（4 分）