

自动控制理论 A

Matlab 仿真实验报告

实验名称：根轨迹与频率特性分析

姓名：Fweil

学号：????

班级：??????

撰写日期：????????

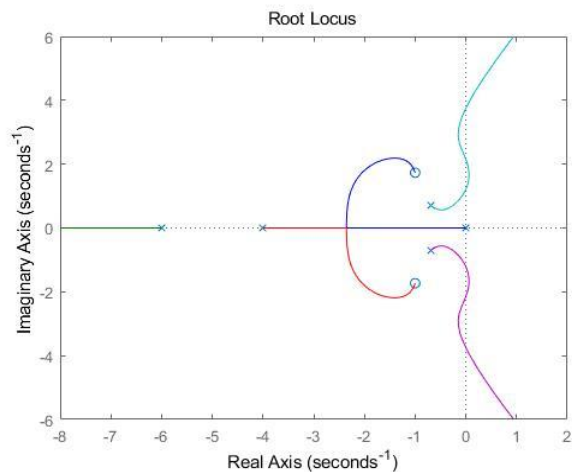
哈尔滨工业大学（深圳）

一、 基于根轨迹的性能分析

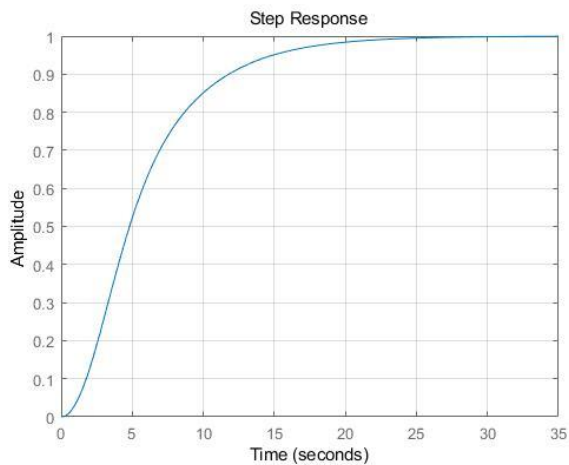
1. 对开环传递函数 $G(s)$ 、 $G_1(s)$ 和 $G_2(s)$ 分别画出关于根轨迹增益 k 的闭环根轨迹图，给出根轨迹的分离点、与虚轴的交点，给出使闭环系统稳定的参数 k 的范围。

(1) 开环传递函数 $G(s)$

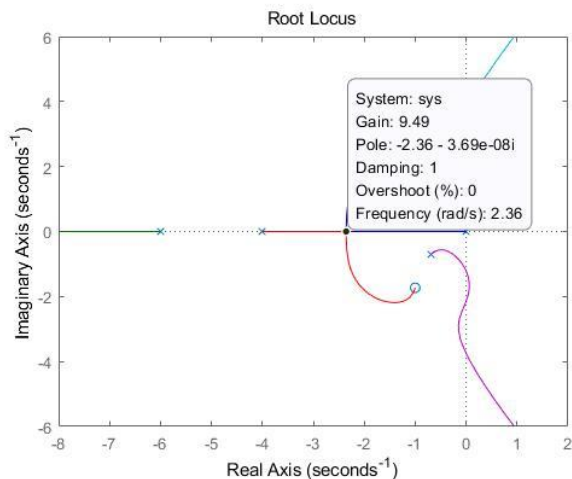
• 开环传递函数 $G(s)$ 关于根轨迹增益 k 的闭环根轨迹图如下



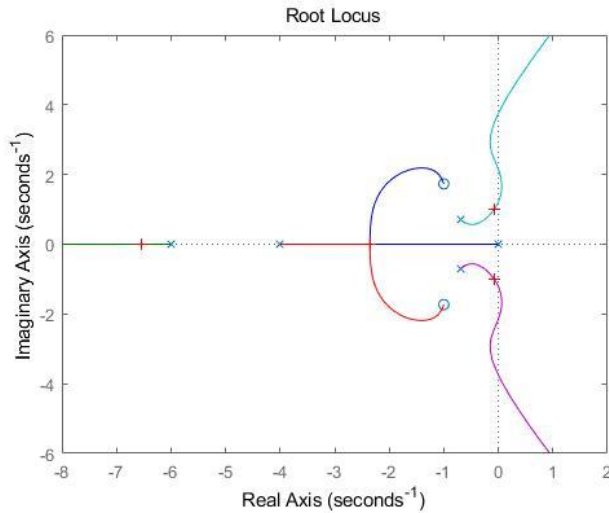
• 根轨迹增益 $k = 1$ 时，单位反馈闭环系统的单位阶跃响应图如下



• 开环传递函数 $G(s)$ 根轨迹的分离点如下



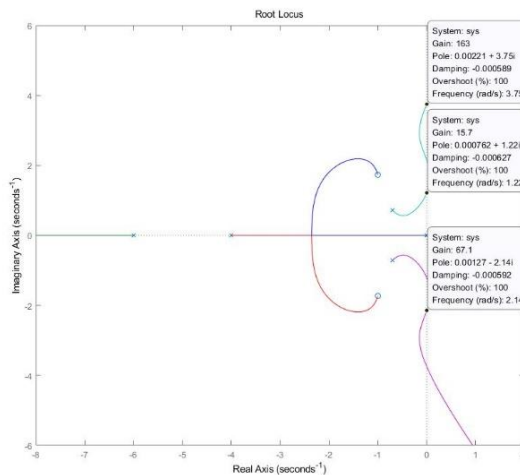
可知开环传递函数 $G(s)$ 根轨迹的分离点为 $(-2.36, 0i)$, 该极点对应的开环增益 $k = 9.4867$, 其它极点位置如下:



$k =$
9.4867

$p =$
 $-6.5521 + 0.0000i$
 $-2.3598 + 0.0000i$
 $-2.3516 + 0.0000i$
 $-0.0683 + 1.0193i$
 $-0.0683 - 1.0193i$

• 开环传递函数 $G(s)$ 根轨迹与虚轴的交点如下



可知开环传递函数 $G(s)$ 根轨迹与虚轴的交点位于 $(0, \pm 1.22i)$ 、 $(0, \pm 2.14i)$ 、 $(0, \pm 3.75i)$, 对应的开环增益 k 分别为 15.7、67.1、163。

• 闭环系统稳定的参数 k 的范围

$$0 < k < 15.7, 67.1 < k < 163$$

• m 文件的代码

```
clc;clear;close all;
%定义开环传递函数 G(s)
num=[1,2,4];
den=conv(conv([1,4,0],[1,6]),[1,1.4,1]);
sys=tf(num,den);
%绘制开环传递函数 G(s) 的根轨迹图
```

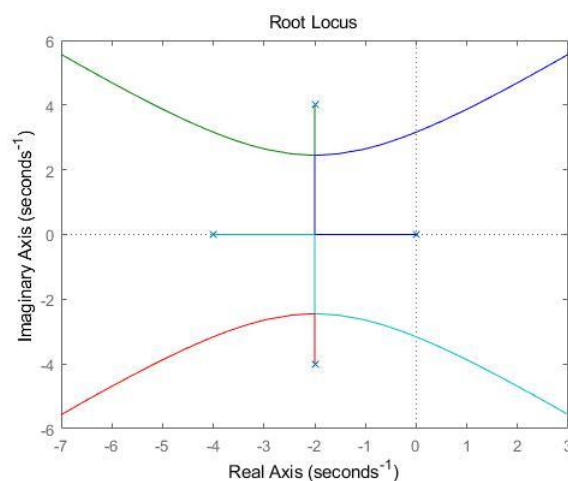
```

figure(1);
rlocus(sys);
axis([-6.5 0.5 -6 6]);
%确定特定极点对应开环增益以及该增益对应的其它极点
[k,p]=rlocfind(sys)
%绘制 k=1 时单位阶跃曲线
figure(2);
%注意: matlab以sys/(1+sys)形式计算闭环传函时分子分母不约分, 导致分母最高次项为10次
step(sys/(1+sys));
grid on;

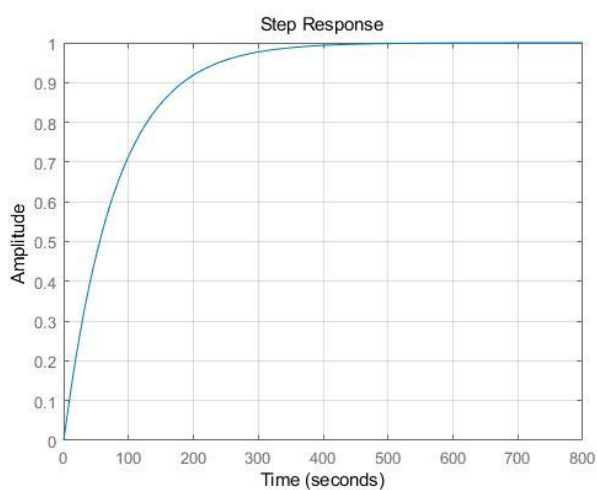
```

(2) 开环传递函数 $G_1(s)$

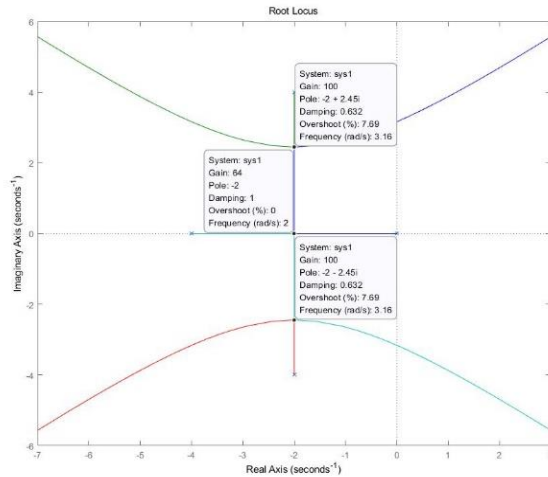
- 开环传递函数 $G_1(s)$ 关于根轨迹增益 k 的闭环根轨迹图如下



- 根轨迹增益 $k = 1$ 时, 单位反馈闭环系统的单位阶跃响应图如下

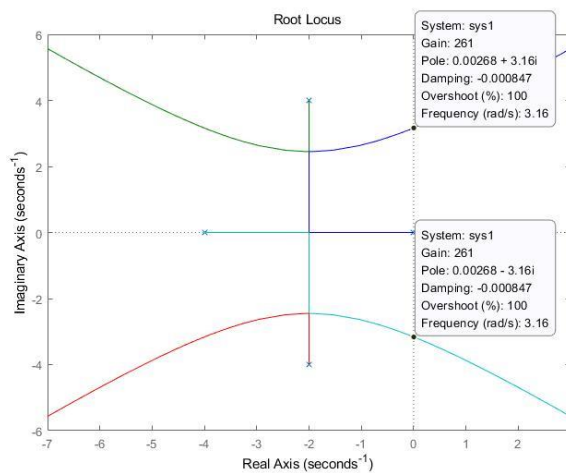


- 开环传递函数 $G_1(s)$ 根轨迹的分离点如下



可知开环传递函数 $G_1(s)$ 根轨迹的分离点为 $(-2, 0i)$ 、 $(-2, \pm 2.45i)$ 。

- 开环传递函数 $G_1(s)$ 根轨迹与虚轴的交点如下



可知开环传递函数 $G_1(s)$ 根轨迹与虚轴的交点位于 $(0, \pm 3.16i)$ ，对应的开环增益 k 为 261。

- 闭环系统稳定的参数 k 的范围

$$0 < k < 261$$

- m 文件的代码

```

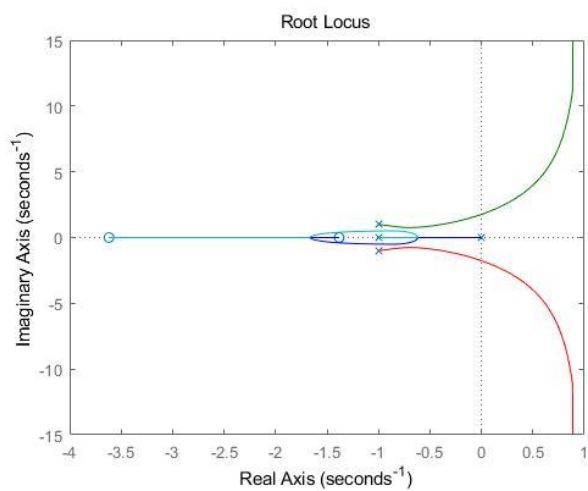
clc;clear;close all;
%定义开环传递函数 G1(s)
num1=[1];
den1=conv([1,4,0],[1,4,20]);
sys1=tf(num1,den1);
%绘制开环传递函数 G1(s) 的根轨迹图
figure(1);
rlocus(sys1);
axis([-7 3 -6 6]);
%绘制单位阶跃曲线

```

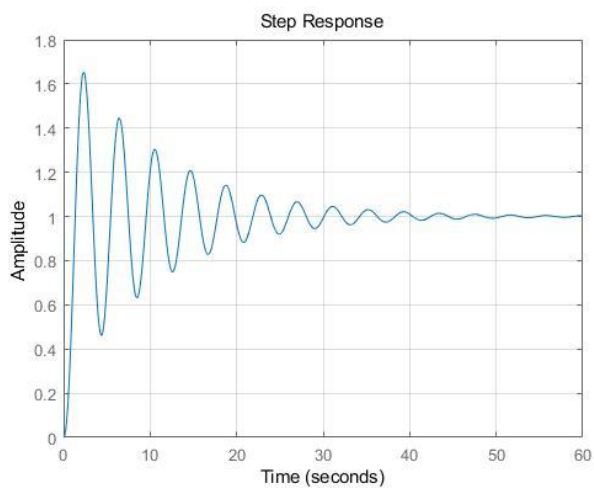
```
figure(2);
step(sys1/(1+sys1));
grid on;
```

(3) 开环传递函数 $G_2(s)$

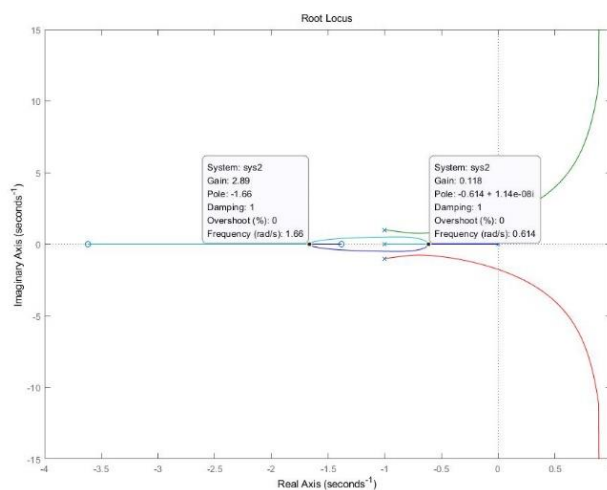
- 开环传递函数 $G_2(s)$ 关于根轨迹增益 k 的闭环根轨迹图如下



- 根轨迹增益 $k = 1$ 时，单位反馈闭环系统的单位阶跃响应图如下

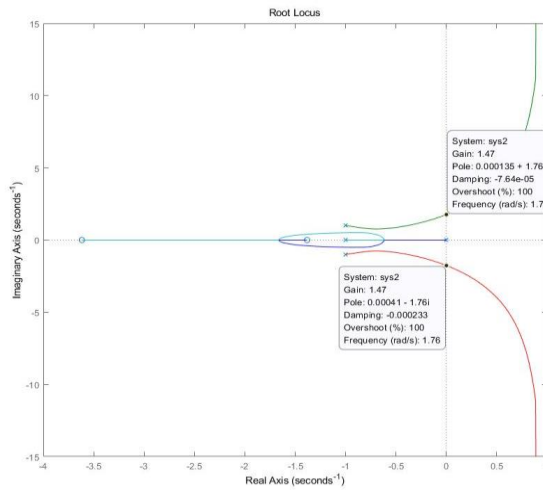


- 开环传递函数 $G_2(s)$ 根轨迹的分离点如下



可知开环传递函数 $G_2(s)$ 根轨迹的分离点为 $(-0.614,0i)$ 、 $(-1.66,0i)$ 。

- 开环传递函数 $G_2(s)$ 根轨迹与虚轴的交点如下



可知开环传递函数 $G_2(s)$ 根轨迹与虚轴交点为 $(0, \pm 1.76i)$ ，其对应的开环增益 k 为1.47。

- 闭环系统稳定的参数 k 的范围

$$0 < k < 1.47$$

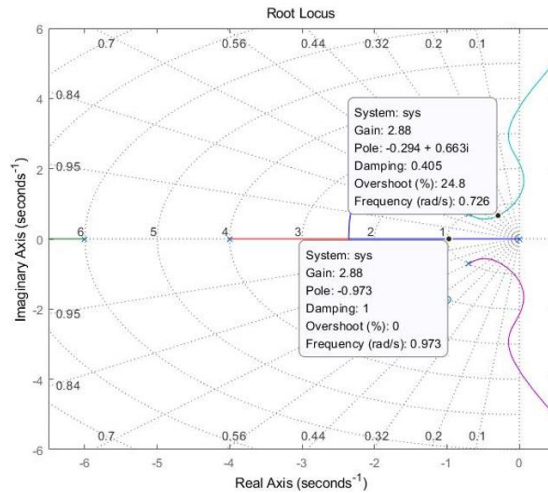
- m 文件的代码

```
%定义开环传递函数 G2(s)
num2=[1,5,5];
den2=conv([1,1,0],[1,2,2]);
sys2=tf(num2,den2);
%绘制开环传递函数 G2(s) 的根轨迹图
figure(1);
rlocus(sys2);
axis([-4 1 -15 15]);
%绘制单位阶跃曲线
figure(2);
step(sys2/(1+sys2));
grid on;
```

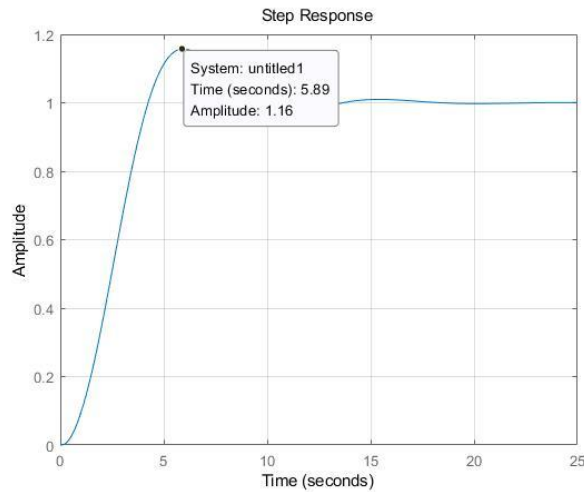
2. 对开环传递函数 $G(s)$ 、 $G_1(s)$ 和 $G_2(s)$ ，借助等阻尼比射线，找出使闭环主导极点的阻尼比在 $0.3 \sim 0.8$ 之间的某一根轨迹增益，画出在该增益下单位反馈闭环系统的阶跃响应。比较从阶跃响应上得到超调与从根轨迹信息框里的超调，进而给出简单的结论。

- (1) 开环传递函数 $G(s)$

借助阻尼比射线，取闭环主导极点的阻尼比 $\xi = 0.405$ ，此时根轨迹增益 $k = 2.88$ 。



绘制该增益下单位反馈闭环系统的阶跃响应如下：



由根轨迹的信息框可知主导极点的超调量为：**24.8%**

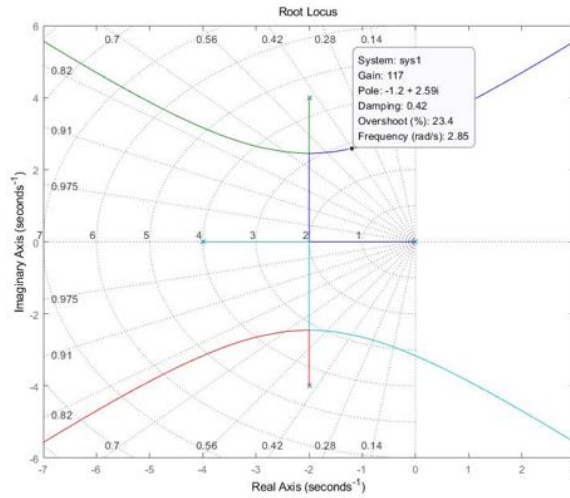
由根轨迹增益绘制单位反馈闭环系统阶跃响应的超调量为：**16.0%**

• **m** 文件的代码

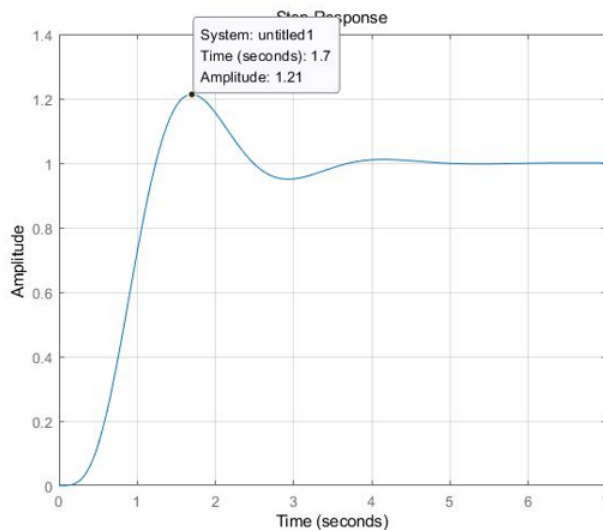
```
clc;clear;close all;
%定义开环传递函数 G(s)
num=[1,2,4]; den=conv(conv([1,4,0],[1,6]),[1,1.4,1]);
sys=tf(num,den);
%绘制开环传递函数 G(s)的根轨迹图
figure(1);
rlocus(sys);
grid
%限制坐标轴范围
axis([-8 2 -6 6]);
%绘制单位阶跃曲线
figure(2);
step(2.88*sys/(1+2.88*sys));
grid on;
```


(2) 开环传递函数 $G_1(s)$

借助阻尼比射线，取闭环主导极点的阻尼比 $\xi = 0.42$ ，此时根轨迹增益 $k = 117$ 。



绘制该增益下单位反馈闭环系统的阶跃响应如下：



由根轨迹的信息框可知主导极点的超调量为：**23.4%**

由根轨迹增益绘制单位反馈闭环系统阶跃响应的超调量为：**21.0%**

• m 文件的代码

```
clc;clear;close all;  
%定义开环传递函数 G1(s)  
num1=[1];  
den1=conv([1,4,0],[1,4,20]);  
sys1=tf(num1,den1);  
%绘制开环传递函数 G1(s)的根轨迹图  
figure(1);  
rlocus(sys1);  
grid
```

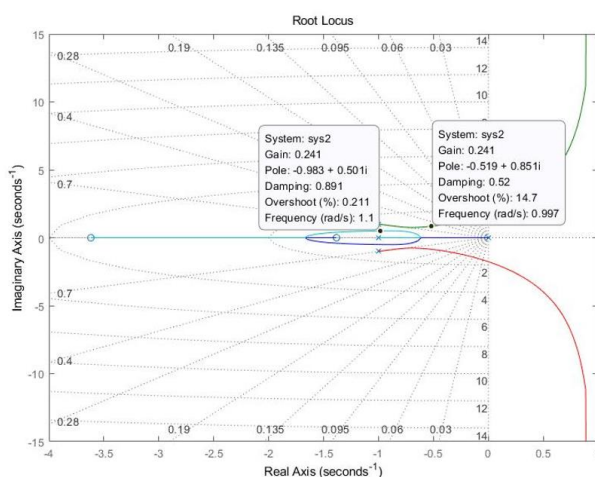
```

%限制坐标轴范围
axis([-7 3 -6 6]);
%绘制单位阶跃曲线
figure(2);
step(117*sys1/(1+117*sys1));
grid on;

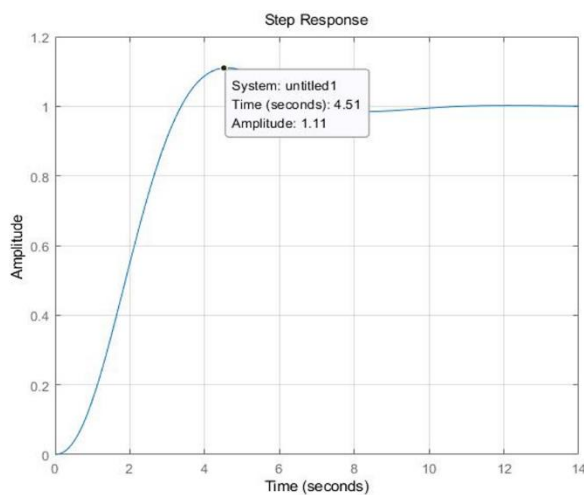
```

(3) 开环传递函数 $G_2(s)$

借助阻尼比射线，取闭环主导极点的阻尼比 $\xi = 0.52$ ，此时根轨迹增益 $k = 0.241$ 。



绘制该增益下单位反馈闭环系统的阶跃响应如下：



由根轨迹的信息框可知主导极点的超调量为：**14.7%**

由根轨迹增益绘制单位反馈闭环系统阶跃响应的超调量为：**11.0%**

• m 文件的代码

```

clc;clear;close all;
%定义开环传递函数 G2(s)
num2=[1,5,5];
den2=conv([1,1,0],[1,2,2]);
sys2=tf(num2,den2);

```

```

%绘制开环传递函数 G2(s)的根轨迹图
figure(1);
rlocus(sys2);
grid
%限制坐标轴范围
axis([-4 1 -15 15]);
%绘制单位阶跃曲线
figure(2);
step(0.241*sys2/(1+0.241*sys2));
grid on;

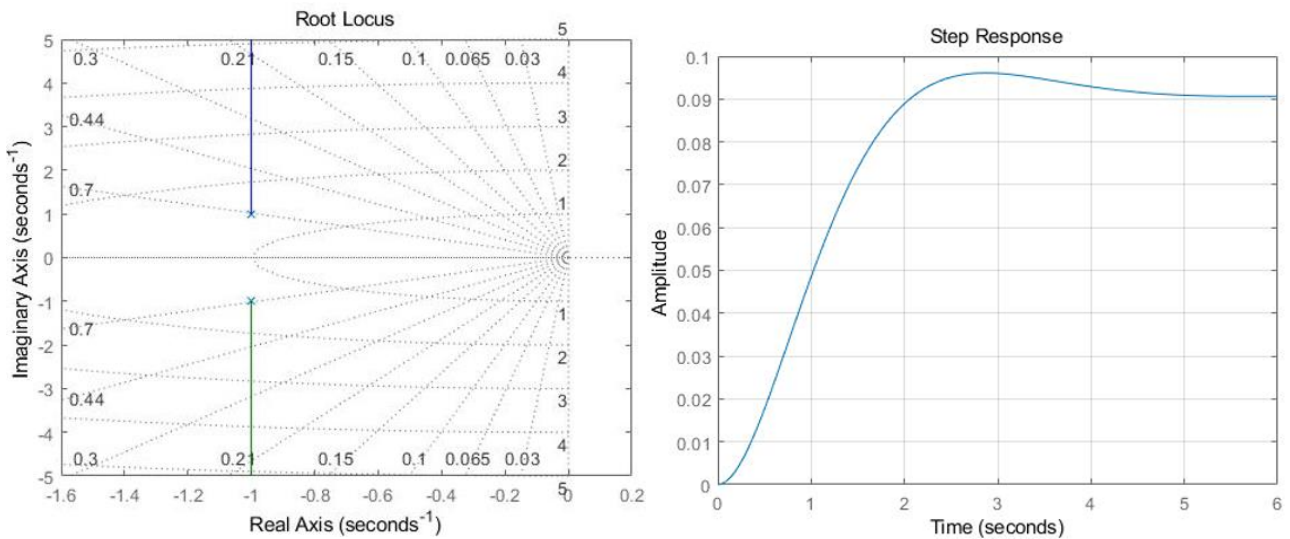
```

• 简单结论

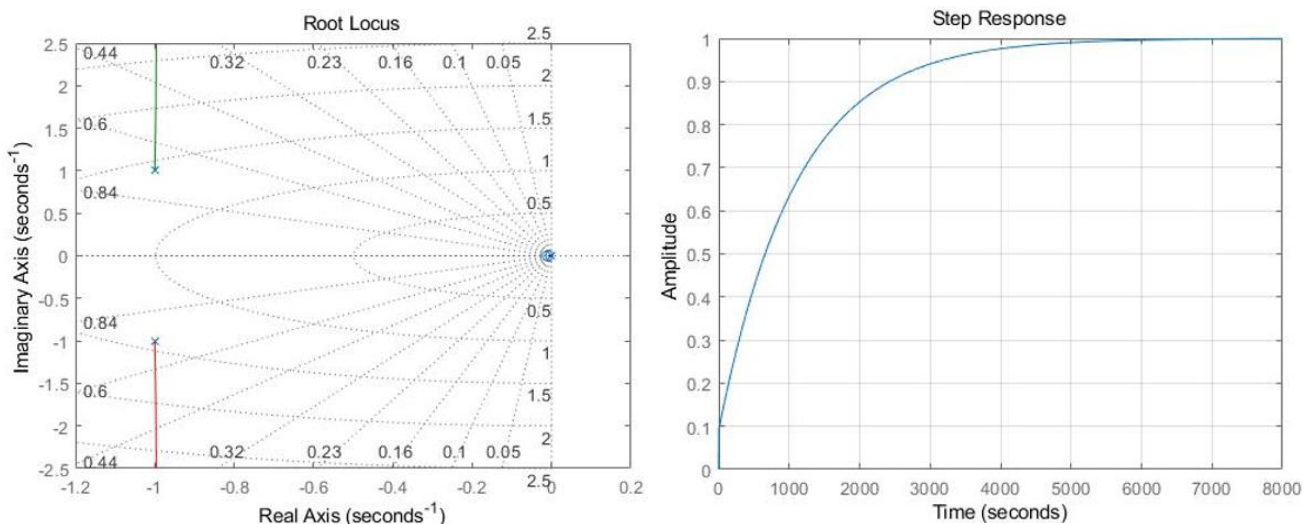
通过比较从阶跃响应上得到超调量与根轨迹信息框里的超调量可知，高阶系统的阶跃响应的超调量主要由闭环主导极点的超调量决定，二者在一定范围内十分相近。

3. 对开环传递函数 $G_3(s)$ 画出不同零点时的根轨迹，并与不含零点时的根轨迹进行比较，给出简单的结论。

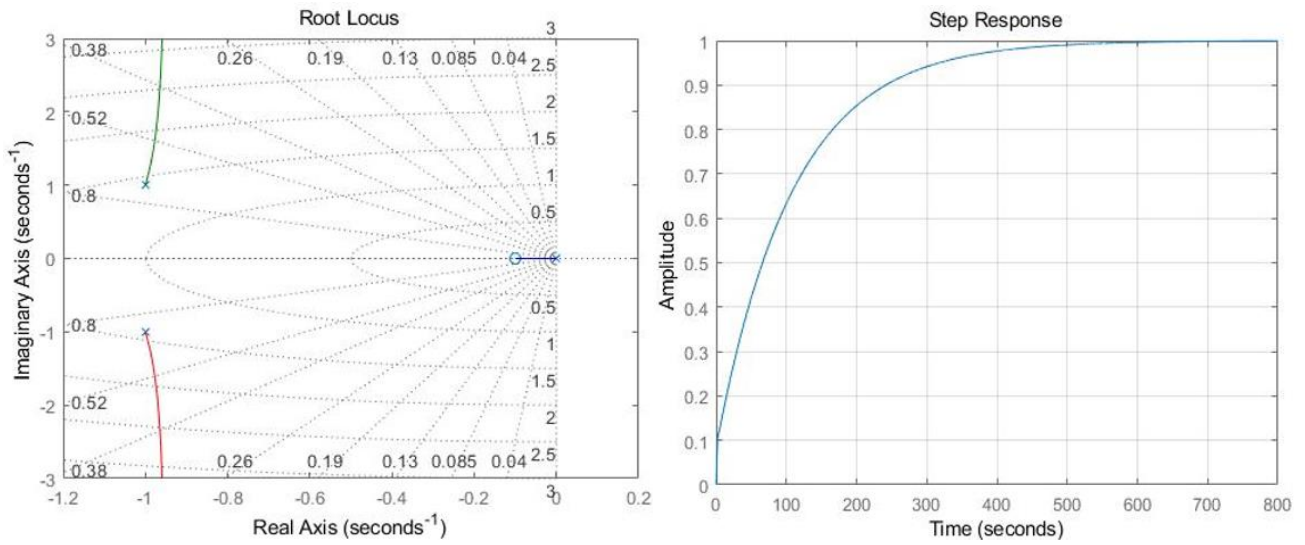
(1) 左图为 $z_1 = 0$ 的根轨迹，右图为开环增益 $k = 0.2$ 时的闭环系统阶跃响应曲线。



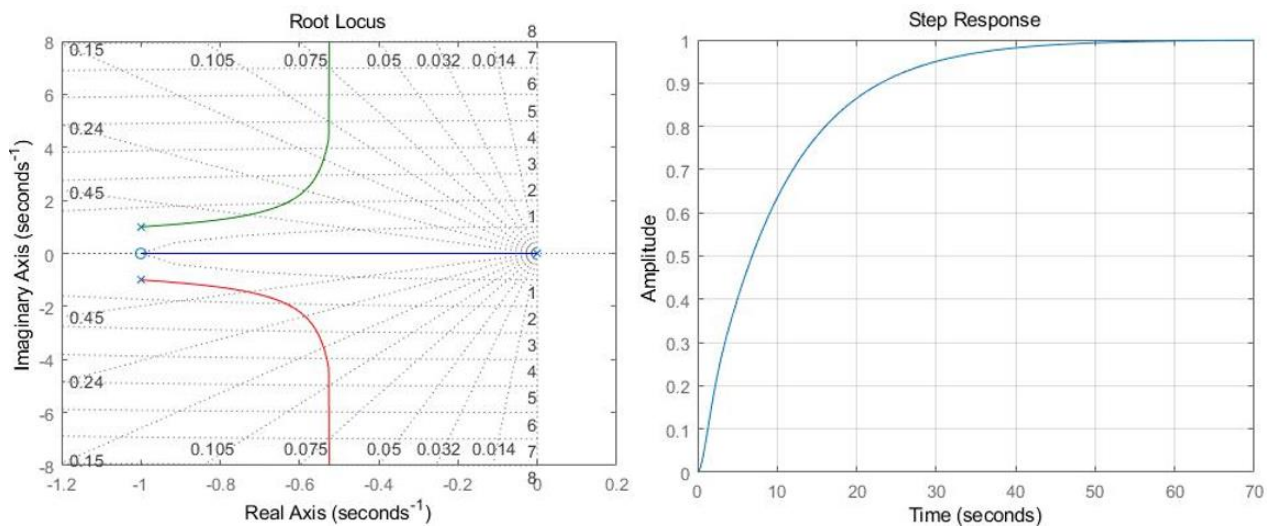
(2) 左图为 $z_1 = -0.01$ 的根轨迹，右图为开环增益 $k = 0.2$ 时的闭环系统阶跃响应曲线。



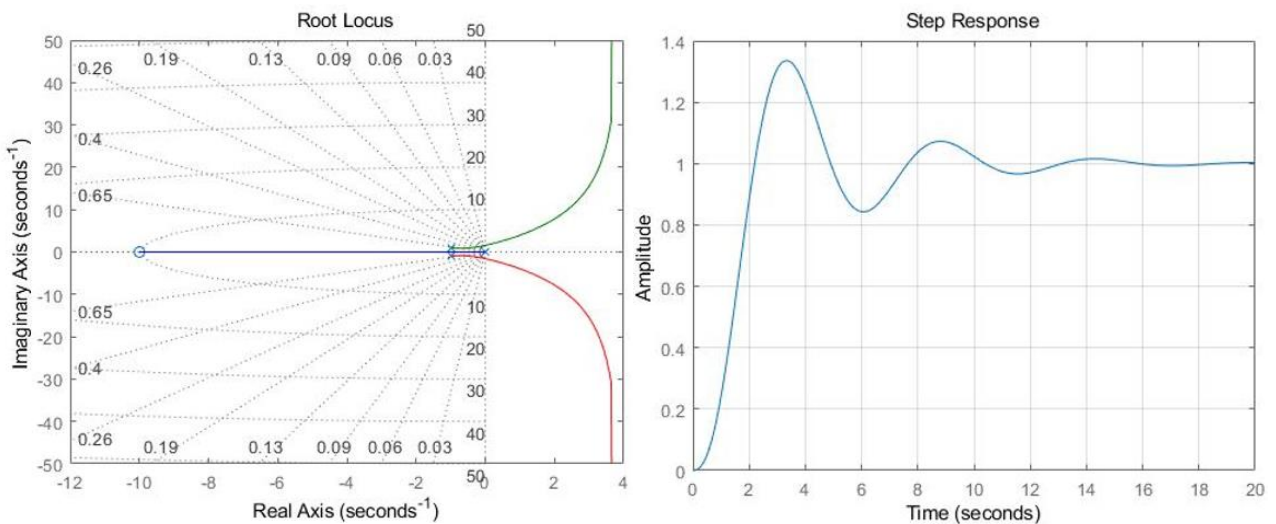
(3) 左图为 $z_1 = -0.1$ 的根轨迹，右图为开环增益 $k = 0.2$ 时的闭环系统阶跃响应曲线。



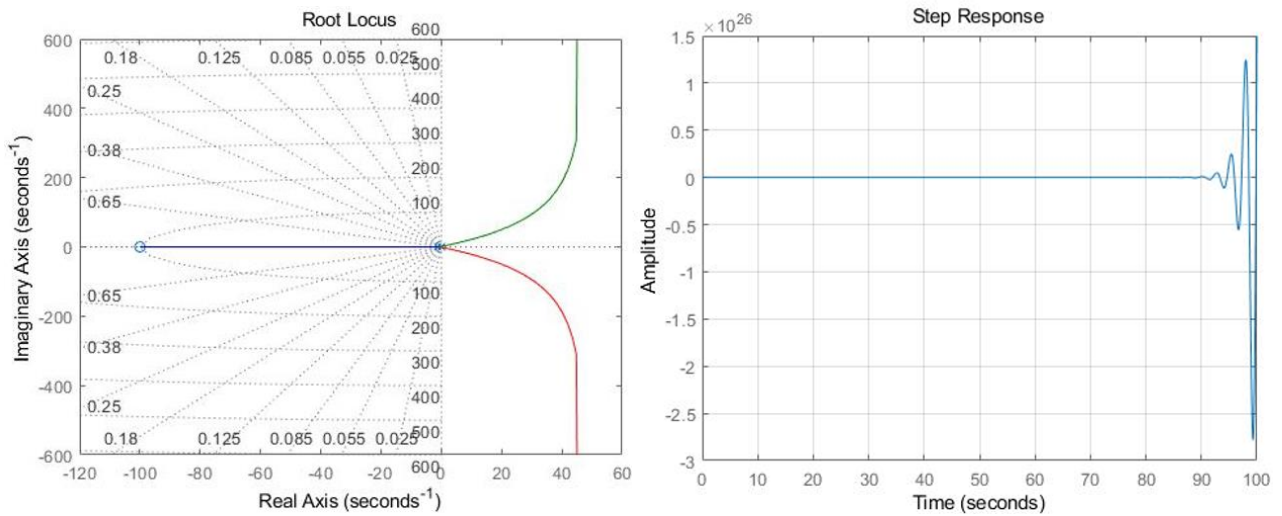
(4) 左图为 $z_1 = -1$ 的根轨迹，右图为开环增益 $k = 0.2$ 时的闭环系统阶跃响应曲线。



(5) 左图为 $z_1 = -10$ 的根轨迹，右图为开环增益 $k = 0.2$ 时的闭环系统阶跃响应曲线。



(6) 左图为 $z_1 = -100$ 的根轨迹，右图为开环增益 $k = 0.2$ 时的闭环系统阶跃响应曲线。



• 简单结论

当零点存在且零点距离虚轴越来越远的时候，实轴上的根轨迹越来越长，同时以 $(-1, \pm 1i)$ 为起点的根轨迹渐近线不断右移与虚轴产生交点，从而使相同开环增益下的单位阶跃响应变得不稳定。除此之外，其还对闭环系统的响应速度有一定的影响。

• m 文件的代码

```

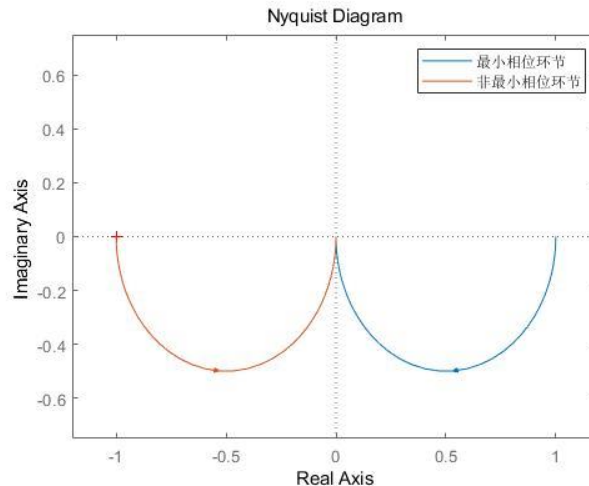
clc;clear;close all;
%开环增益 k=0.2
k=0.2;
%图像次序
i=0;
%定义开环传递函数 G3(s)
for z1=[0, -0.01, -0.1, -1, -10, -100]
num3=[1, -z1];
den3=[1,2,2,0];
sys3=tf(num3,den3);
%绘制开环传递函数 G3(s)的根轨迹图
i=i+1;
figure(i);
rlocus(sys3);
grid on;
%绘制单位阶跃响应
i=i+1;
figure(i);
%开环增益 k=0.2 时，闭环系统单位阶跃响应
step(k*sys3/(1+k*sys3));
grid on;
end

```

二、线性系统的频率特性分析

1. 固定 K 和 T , 在同一幅图里绘制一阶惯性环节 $G(s) = \frac{K}{Ts+1}$ 和非最小相位的惯性环节 $G(s) = \frac{K}{Ts-1}$ 的 Nyquist 图, 说明它们的 Nyquist 图的关系。(Nyquist 图频率为非负频率)

• 固定 $K = 1, T = 1$, 绘制 $G(s) = \frac{K}{Ts+1}$ 和 $G(s) = \frac{K}{Ts-1}$ 的 Nyquist 图 (非负频率) 如下:



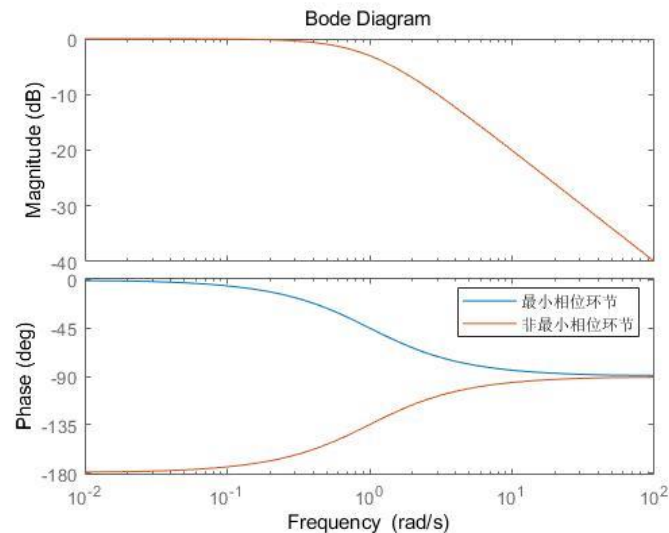
可见最小相位的惯性环节 Nyquist 图和非最小相位的惯性环节 Nyquist 图关于虚轴对称。

• m 文件的代码

```
clc;clear;close all;
%定义 K 值、T 值
K=1;
T=1;
%定义最小相位系统的惯性环节
num1=K;
den1=[T,1];
sys1=tf(num1,den1);
%绘制最小相位系统的惯性环节的 Nyquist 曲线
nyquist(sys1);
hold on;
%定义非最小相位系统的惯性环节
num2=K;
den2=[T,-1];
sys2=tf(num2,den2);
%绘制非最小相位系统的惯性环节的 Nyquist 曲线
nyquist(sys2);
axis([-1.2,1.2,-0.75,0.75]);
legend('最小相位环节','非最小相位环节');
hold off;
```

2. 固定 K 和 T , 在同一幅图里绘制一阶惯性环节 $G(s) = \frac{K}{Ts+1}$ 和非最小相位的惯性环节 $G(s) = \frac{K}{Ts-1}$ 的 Bode 图, 说明它们的 Bode 图的关系。

• 固定 $K = 1, T = 1$, 绘制 $G(s) = \frac{K}{Ts+1}$ 和 $G(s) = \frac{K}{Ts-1}$ 的 Bode 图如下:



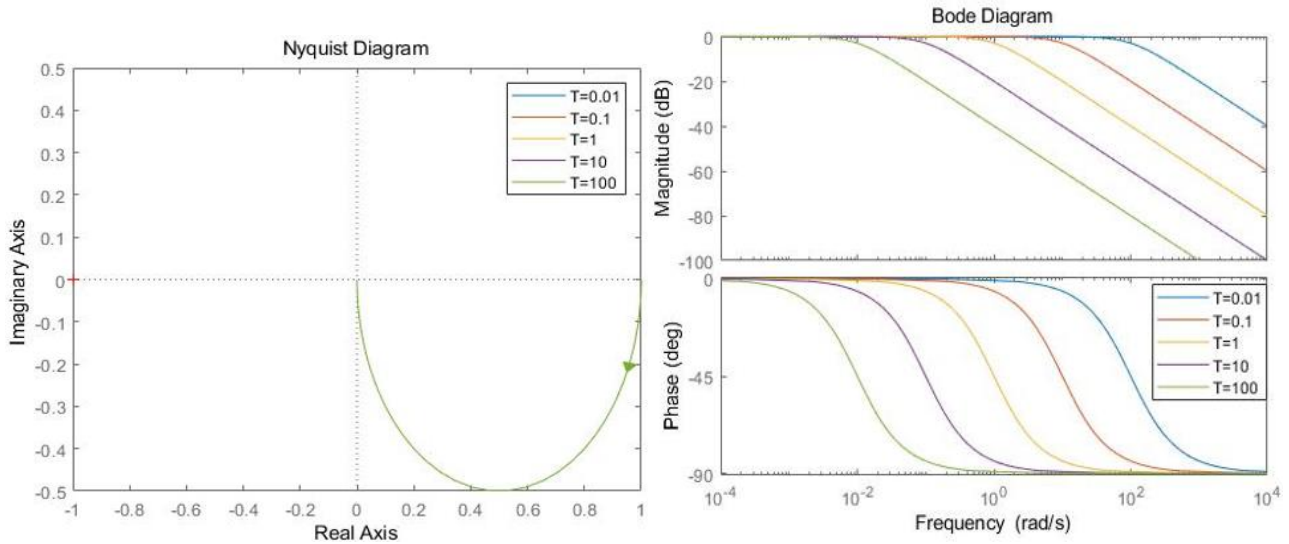
可见最小相位惯性环节和非最小相位惯性环节的对数幅频特性相同, 对数相频特性关于 -90° 对称。非最小相位环节相位绝对值大于最小相位环节。

• m 文件的代码

```
clc;clear;close all;
%定义 K 值
K=1;
%定义 T 值
T=1;
%定义最小相位系统的惯性环节
num1=K;
den1=[T,1];
sys1=tf(num1,den1);
%绘制最小相位惯性环节 Bode 图
bode(sys1);
hold on;
%定义非最小相位系统的惯性环节
num2=K;
den2=[T,-1];
sys2=tf(num2,den2);
%绘制非最小相位惯性环节 Bode 图
bode(sys2);
legend('最小相位环节','非最小相位环节');
hold off;
```

3. 固定 K ，分别在同一幅图绘制不同 T 时一阶惯性环节 $G(s) = \frac{K}{Ts+1}$ 的 Nyquist 图和 Bode 图，分析 T 的变化对 Nyquist 曲线和 Bode 图的影响。

• 固定 $K = 1$ ， T 分别取 0.01、0.1、1、10 和 100， $G(s) = \frac{K}{Ts+1}$ 的 Nyquist 图和 Bode 图如下：



可见对于一阶惯性环节固定 K ，增大 T 的值，不会影响奈奎斯特图，但是会使 Bode 的对数幅频特性和对数相频特性发生左移。

• m 文件的代码

```
clear;clc;close all;
%固定 K 值
K=1;
%定义传递函数分子系数
num=K;
%绘制 Nyquist 图
for T=[0.01,0.1,1,10,100]
    %定义一阶惯性环节传递函数
    den=[T,1];
    sys=tf(num,den);
    figure(1);
    nyquist(sys);
    hold on;
end
figure(1);
legend('T=0.01','T=0.1','T=1','T=10','T=100');
hold off;
%绘制 Bode 图
for T=[0.01,0.1,1,10,100]
    %定义一阶惯性环节传递函数
    den=[T,1];
```



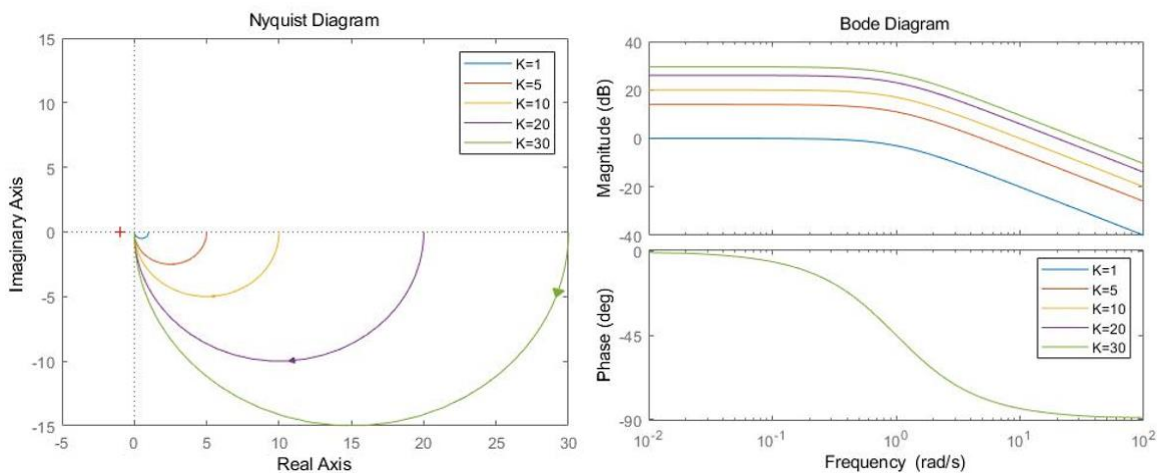
```

sys=tf(num,den);
figure(2);
bode(sys);
hold on;
end
figure(2);
legend('T=0.01','T=0.1','T=1','T=10','T=100');
hold off;

```

4. 固定 T ，分别在同一幅图绘制不同 K 时一阶惯性环节 $G(s) = \frac{K}{Ts+1}$ 的 Nyquist 图和 Bode 图，分析 K 的变化对 Nyquist 曲线和 Bode 图的影响。

• 固定 $T = 1$ ， K 分别取 1、5、10、20 和 30 时， $G(s) = \frac{K}{Ts+1}$ 的 Nyquist 图和 Bode 图如下：



可见对于一阶惯性环节固定 T ，增大 K 的取值，不会影响对数相频特性，但会使对数幅频特性曲线上移，还会使奈奎斯特曲线圆心右移且半径增大，但都终于原点。

• m 文件的代码

```

clc;clear;close all;
%固定 T 值
T=1;
%定义传递函数分母系数
den=[T,1];
%绘制 Nyquist 图
for K=[1,5,10,20,30]
%定义一阶惯性环节传递函数
num=[K];
sys=tf(num,den);
figure(1);
nyquist(sys);
hold on;
end

```

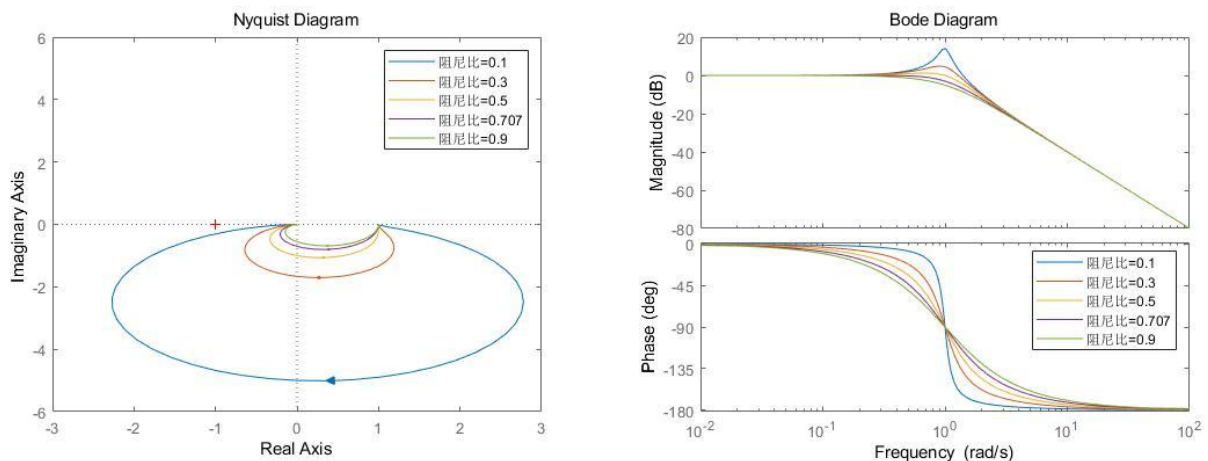
```

end
figure(1);
legend('K=1','K=5','K=10','K=20','K=30');
hold off;
%绘制 Bode 图
for K=[1,5,10,20,30]
    %定义一阶惯性环节传递函数
    num=K;
    sys=tf(num,den);
figure(2);
    bode(sys);
    hold on;
end
figure(2);
legend('K=1','K=5','K=10','K=20','K=30');
hold off;

```

5. T 固定，分别在同一幅图绘制不同阻尼比时二阶振荡环节 $G(s) = \frac{1}{(Ts)^2 + 2T\xi s + 1}$ 的 Nyquist 图和 Bode 图，分析阻尼比的变化对 Nyquist 曲线和 Bode 图的影响。

• 固定 $T = 1$ ， ξ 分别取 0.1、0.3、0.5、0.707 和 0.9 时， $G(s) = \frac{1}{(Ts)^2 + 2T\xi s + 1}$ 的 Nyquist 图和 Bode 图如下：



由图可知， T 不变，阻尼比减小时，对数相频特性越理想越接近矩形波，而奈奎斯特曲线会越来越大。特别地，阻尼比小于 0.707 时，幅频特性会出现谐振现象。

• m 文件的代码

```

clc;clear;close all;
%固定 T 值
T=1;
%定义传递函数分子系数
num=[1];

```

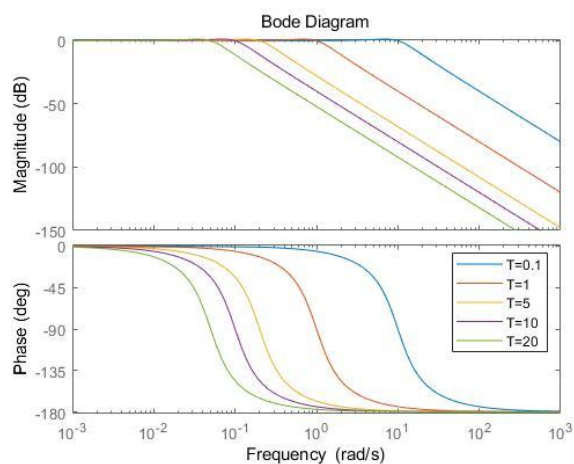
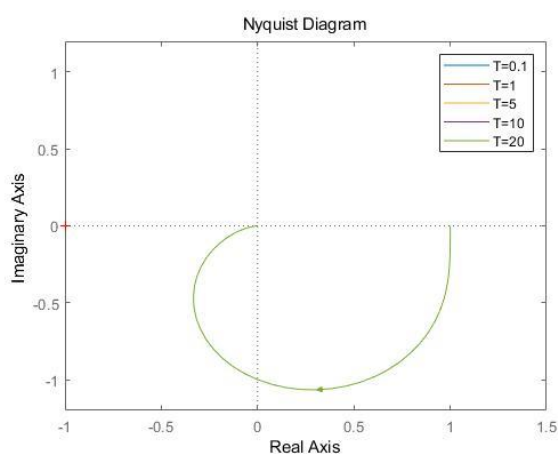
```

%绘制 Nyquist 图
for sigma=[0.1,0.3,0.5,0.707,0.9]
    %定义二阶振荡环节传递函数
    den=[T*T,2*T*sigma,1];
    sys=tf(num,den);
figure(1);
    nyquist(sys);
    hold on;
end
figure(1);
legend('阻尼比=0.1','阻尼比=0.3','阻尼比=0.5','阻尼比=0.707','阻尼比=0.9');
hold off;
%绘制 Bode 图
for sigma=[0.1,0.3,0.5,0.707,0.9]
    %定义二阶振荡环节传递函数
    den=[T*T,2*T*sigma,1];
    sys=tf(num,den);
figure(2);
    bode(sys);
    hold on;
end
figure(2);
legend('阻尼比=0.1','阻尼比=0.3','阻尼比=0.5','阻尼比=0.707','阻尼比=0.9');
hold off;

```

6. 阻尼比固定，分别在同一幅图绘制不同时间常数时 $G(s) = \frac{1}{(Ts)^2 + 2T\xi s + 1}$ 的 Nyquist 图和 Bode 图，分析时间常数 T 的变化对 Nyquist 曲线和 Bode 图的影响。

• 固定 $\xi = 0.5$ ， T 分别取 0.1、1、5、10 和 20 时， $G(s) = \frac{1}{(Ts)^2 + 2T\xi s + 1}$ 的 Nyquist 图和 Bode 图如下：



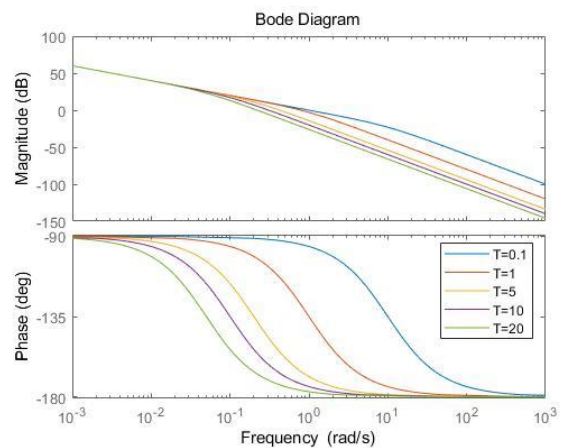
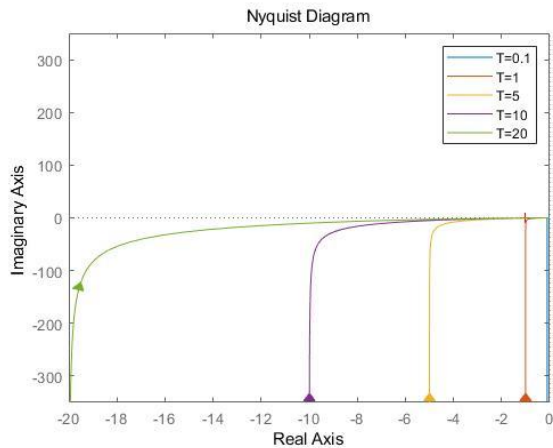
由图可知，固定 $\xi = 0.5$ ， T 增大时，其奈奎斯特曲线不变，对数幅频曲线、对数相频曲线均发生左移。

• m 文件的代码

```
clc;clear;close all;
%固定阻尼比
sigma=0.5;
%定义传递函数分子系数
num=[1];
%绘制 Nyquist 图
for T=[0.1,1,5,10,20]
    %定义二阶振荡环节传递函数
    den=[T*T,2*T*sigma,1];
    sys=tf(num,den);
figure(1);
    nyquist(sys);
    hold on;
end
figure(1);
legend('T=0.1','T=1','T=5','T=10','T=20');
hold off;
%绘制 Bode 图
for T=[0.1,1,5,10,20]
    %定义二阶振荡环节传递函数
    den=[T*T,2*T*sigma,1];
    sys=tf(num,den);
figure(2);
    bode(sys);
    hold on;
end
figure(2);
legend('T=0.1','T=1','T=5','T=10','T=20');
hold off;
```

7. K 固定，分别在同一幅图绘制不同时间常数 T 时 $G(s) = \frac{K}{s(Ts+1)}$ 的 Nyquist 图和 Bode 图，分析时间常数 T 的变化对 Nyquist 曲线和 Bode 图的影响。

• 固定 $K = 1$ ， T 分别取 0.1、1、5、10 和 20 时， $G(s) = \frac{K}{s(Ts+1)}$ 的 Nyquist 图和 Bode 图如下：



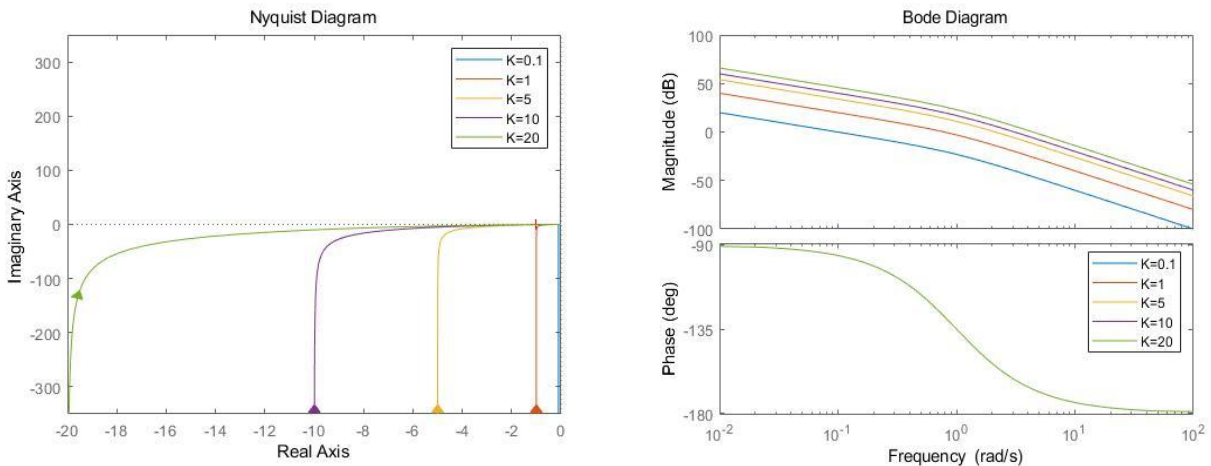
由图可知，固定 $K = 1$ ， T 增大时，其奈奎斯特曲线不断左移，且对数幅频特性右端向左平移，对数相频特性亦是向左平移。

• m 文件的代码

```
clc;clear;close all;
%固定 K
K=1;
%定义传递函数分子系数
num=[K];
%绘制 Nyquist 图
for T=[0.1,1,5,10,20]
    %定义传递函数
    den=[T,1,0];
    sys=tf(num,den);
    figure(1);
    nyquist(sys);
    hold on;
end
figure(1);
legend('T=0.1','T=1','T=5','T=10','T=20');
hold off;
%绘制 Bode 图
for T=[0.1,1,5,10,20]
    %定义传递函数
    den=[T,1,0];
    sys=tf(num,den);
    figure(2);
    bode(sys);
    hold on;
end
figure(2);
legend('T=0.1','T=1','T=5','T=10','T=20');
hold off;
```

8. T 固定, 分别在同一幅图绘制不同开环增益 K 时 $G(s) = \frac{K}{s(Ts+1)}$ 的 Nyquist 图和 Bode 图, 分析开环增益 K 的变化对 Nyquist 曲线和 Bode 图的影响。对给定的 K 和 T , 判断单位反馈闭环系统的稳定性。

(1) 固定 $T = 1$, K 分别取 0.1、1、5、10 和 20 时, $G(s) = \frac{K}{s(Ts+1)}$ 的 Nyquist 图和 Bode 图如下:



由图可知, 固定 $T = 1$, K 增大时, 奈奎斯特曲线不断左移, 其对数幅频曲线不断上移, 对数相频曲线不变。

• m 文件的代码

```
clc;clear;close all;
%固定 T
T=1;
%绘制 Nyquist 图
for K=[0.1,1,5,10,20]
    %定义传递函数
    num=K;
    den=[T,1,0];
    sys=tf(num,den);
figure(1);
    nyquist(sys);
    hold on;
end
figure(1);
legend('K=0.1','K=1','K=5','K=10','K=20');
hold off;
%绘制 Bode 图
for K=[0.1,1,5,10,20]
    %定义传递函数
    num=K;
    den=[T,1,0];
    sys=tf(num,den);
```

```
figure(2);
    bode(sys);
    hold on;
end
figure(2);
legend('K=0.1','K=1','K=5','K=10','K=20');
hold off;
```

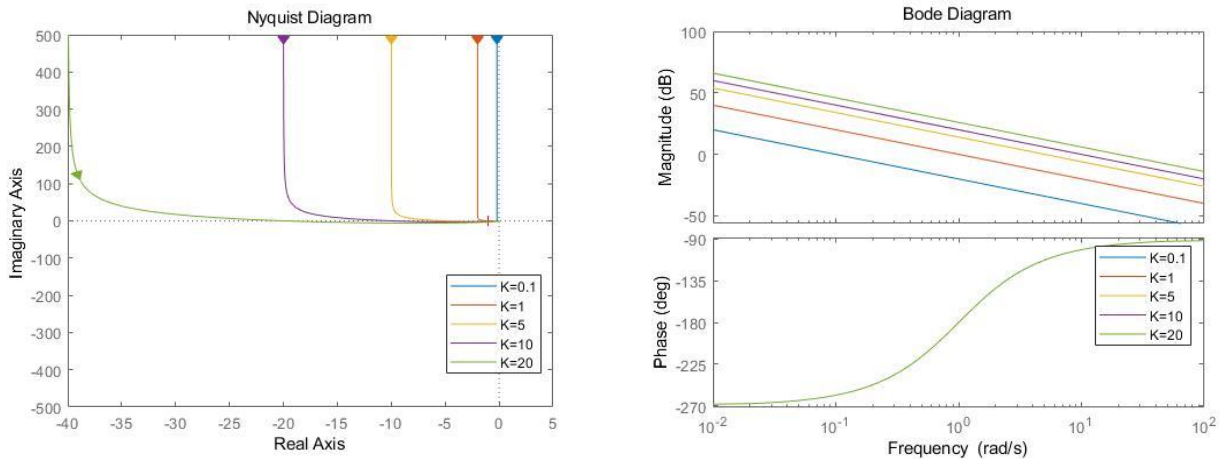
(2) 给定 K 和 T ，二者均大于 0 ，判断单位反馈闭环系统的稳定性

对于给定的 K 和 T ，其单位反馈闭环系统的传递函数为 $\Phi(s) = \frac{K}{Ts^2+s+K}$ ，由劳斯判据可知只要 K 、 T 均大于 0 时，闭环系统稳定。

由 Nyquist 稳定判据可知，开环传递函数右半平面极点数为 $P = 0$ ，对于给定的 K 和 T ，其补画后的 Nyquist 图绕 $(-1, 0i)$ 逆时针圈数为 $R = 0$ ，说明闭环传递函数右半平面极点数为 $Z = 0$ ，可知闭环系统稳定。

9. 固定 T 和 τ ，分别在同一幅图绘制不同 K 时 $G(s) = \frac{K(\tau s+1)}{s(Ts-1)}$ 的 Nyquist 图和 Bode 图；固定 T 和 K ，分别在同一幅图绘制不同 τ 时 $G(s) = \frac{K(\tau s+1)}{s(Ts-1)}$ 的 Nyquist 图和 Bode 图。分析 K 和 τ 的变化对 Nyquist 曲线和 Bode 图的影响，并分析单位反馈闭环系统的稳定性。特别注意 $K\tau = 1$ 这一分界点。

(1) 固定 T 和 τ ， K 分别取 0.1 、 1 、 5 、 10 和 20 时， $G(s) = \frac{K(\tau s+1)}{s(Ts-1)}$ 的 Nyquist 图和 Bode 图如下：



由图可知，固定 $T = 1$ 、 $\tau = 1$ ， K 增大时，其奈奎斯特曲线不断左移，对数幅频曲线不断上移，而对数相频曲线不变。

• m 文件的代码

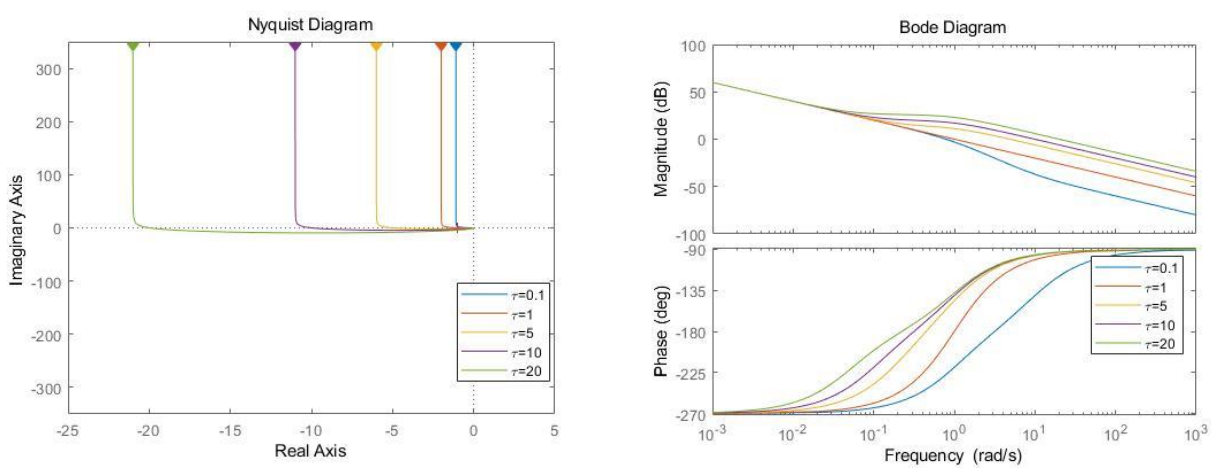
```
clc;clear;close all;
%固定 T 和 Tau
T=1;
Tau=1
```

```

%绘制 Nyquist 图
for K=[0.1,1,5,10,20]
    %定义传递函数
    num=[K*Tau,K];
    den=[T,-1,0];
    sys=tf(num,den);
figure(1);
    nyquist(sys);
    hold on;
end
figure(1);
legend('K=0.1','K=1','K=5','K=10','K=20');
hold off;
%绘制 Bode 图
for K=[0.1,1,5,10,20]
    %定义传递函数
    num=[K*Tau,K];
    den=[T,-1,0];
    sys=tf(num,den);
figure(2);
    bode(sys);
    hold on;
end
figure(2);
legend('K=0.1','K=1','K=5','K=10','K=20');
hold off;

```

(2) 固定 T 和 K , τ 取 0.1、1、5、10 和 20 时, $G(s) = \frac{K(\tau s+1)}{s(Ts-1)}$ 的 Nyquist 图和 Bode 图如下:



由图可知, 固定 $T = 1$ 、 $K = 1$, τ 增大时, 奈奎斯特曲线不断左移, 对数幅频曲线低频部分几乎不变, 高频部分上移, 对数相频曲线不断左移。

• m 文件的代码


```

clc;clear;close all;
%固定 T
T=1;
%固定 K
K=1;
%绘制 Nyquist 图
for Tau=[0.1,1,5,10,20]
    %定义传递函数
    num=[K*Tau,K];
    den=[T,-1,0];
    sys=tf(num,den);
figure(1);
    nyquist(sys);
    hold on;
end
figure(1);
legend('\tau=0.1','\tau=1','\tau=5','\tau=10','\tau=20');
hold off;
%绘制 Bode 图
for Tau=[0.1,1,5,10,20]
    %定义传递函数
    num=[K*Tau,K];
    den=[T,-1,0];
    sys=tf(num,den);
figure(2);
    bode(sys);
    hold on;
end
figure(2);
legend('\tau=0.1','\tau=1','\tau=5','\tau=10','\tau=20');
hold off;

```

(3) 注意 $K\tau = 1$ 这一点，分析单位反馈闭环系统的稳定性

其单位反馈闭环系统的传递函数为 $\Phi(s) = \frac{K(\tau s + 1)}{Ts^2 + (K\tau - 1)s + K}$ 。

则特征方程为 $D(s) = Ts^2 + (K\tau - 1)s + K = 0$ ，由劳斯判据可知，当 $K\tau > 1$ 时，单位反馈闭环系统稳定；当 $K\tau = 1$ 时，单位反馈闭环系统临界稳定；当 $K\tau < 1$ 时，单位反馈闭环系统不稳定。

根据 Nyquist 稳定判据，当 $K\tau > 1$ 时，开环传递函数在右半平面极点数 $P = 1$ ，其补画后的 Nyquist 图绕 $(-1, 0i)$ 逆时针圈数为 $R = 2N = 2(N_+ - N_-) = 1$ ，说明闭环传递函数右半平面极点数 $Z = 0$ ，可知单位反馈闭环系统稳定；

当 $K\tau = 1$ 时，单位反馈闭环系统临界稳定；

当 $K\tau < 1$ 时，同样 $P = 1$ ，其补画后的 Nyquist 图绕 $(-1, 0i)$ 逆时针圈数为 $R = 2N = 2(N_+ - N_-) = -1$ ，说明闭环传递函数右半平面极点数 $Z = 2$ ，单位反馈闭环系统不稳定。