

实验3 线性系统的根轨迹分析 —— NI 平台实验指导书

一、 实验目的

1. 根据对象的开环传函，做出根轨迹图。
2. 掌握用根轨迹法分析系统的稳定性。
3. 通过实际实验，来验证根轨迹方法。

二、 实验仪器

1. PC 机一台
2. NI ELVIS III 一台
3. “Circuits Control Board - 1”(自动控制原理课程实验套件 1)
4. 导线 6 根

三、 实验原理

1. 方框图：

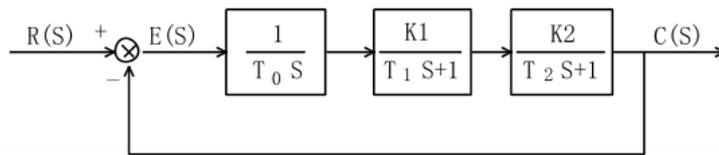
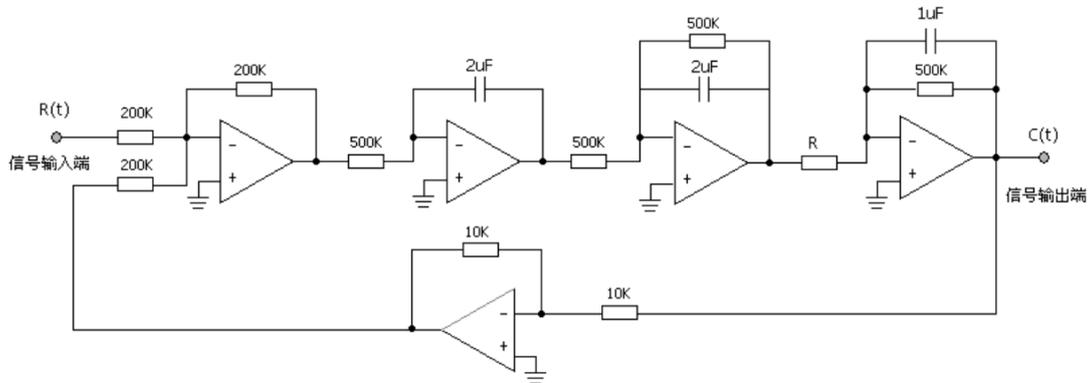


图 3-1 线性系统方框图

2. 模拟电路图：



$$R \geq 2591k\Omega, R = 166k\Omega, R < 166k\Omega, 166k\Omega < R < 2591k\Omega$$

图 3-2 线性系统模拟电路图

3. 开环传递函数：

$$G(S) = \frac{K}{S(S+1)(0.5S+1)}$$

其中，系统的开环增益为 $K = 500K\Omega/R$

4. 绘制根轨迹
5. 根据根轨迹图分析系统的稳定性

根据上一步绘制的根轨迹图，结合闭环极点在 s 平面内的位置，分析当开环增益 K 由零变化到无穷大时系统的稳定性。判断系统处于以下状态时 K 和 R 的取值。

- (1) 闭环极点均为负实数。系统为非周期过程。
- (2) 闭环极点有一对在虚轴上的根，系统等幅振荡，临界稳定。(然而实际电路中，由于采用的器件精度有限，很难达到理论上的理想状态，所以当 $R=R\pm 5\%$ 之内时系统等幅，都属于正常情况)。
- (3) 两条根轨迹进入 S 右半平面，系统不稳定。
- (4) 闭环极点有一对实部为负的共轭复数，系统为衰减振荡过程。

上述分析表明，根轨迹与系统性能之间有密切的联系。利用根轨迹不仅能够分析闭环系统的动态性能以及参数变化对系统动态性能的影响，而且还可以根据对系统暂态特性的要求确定可变参数和调整开环零、极点位置以及改变它们的个数。这就是说，根轨迹法可用于解决线性系统的分析和综合问题。由于它是一种图解求根的方法，比较直观，避免了求解高阶系统特征根的麻烦，所以，根轨迹在工程实践中获得了广泛的应用。

四、 实验准备

1. 启动计算机，并检查 ELVIS III 的 USB 线是否连接到电脑。USB 线接口如图 3-4 A 所示；
2. 将“Circuits Control Board - 1”(自动控制原理课程实验套件 1)插入 ELVIS III 的插槽中。
3. 打开 ELVIS III 电源。电源开关位置在 ELVIS III 背后，如图 3-3 B 所示；



图 3-3 ELVIS III 平台开关及 USB 接口示意图

4. 打开自动控制原理课程实验套件板子开关。
5. 确定 ELVIS III 能够识别并显示实验板信息。
6. 在计算机上运行名为“实验 3 线性系统的根轨迹分析实验”的 LabVIEW 工程。
 - 软件位置：
...\\自动控制原理课程实验套件\\实验 3 线性系统的根轨迹分析实验\\实验代码
 - 工程打开界面：

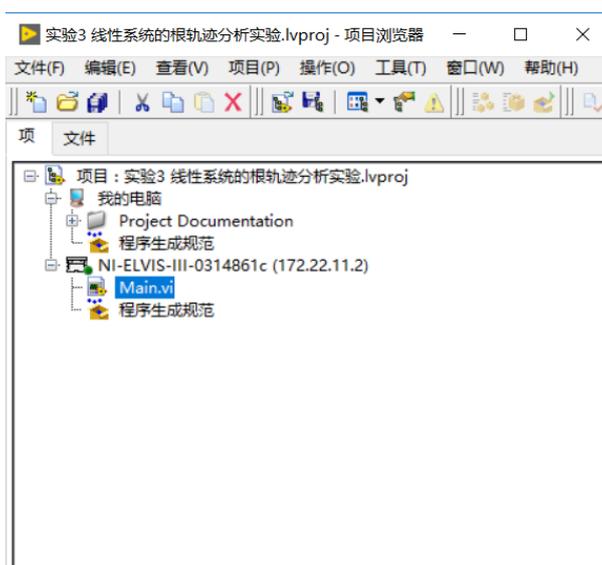


图 3-4 工程打开界面

- 双击打开 Main.vi，并单击程序运行按钮，程序运行界面如图 3-5 所示：

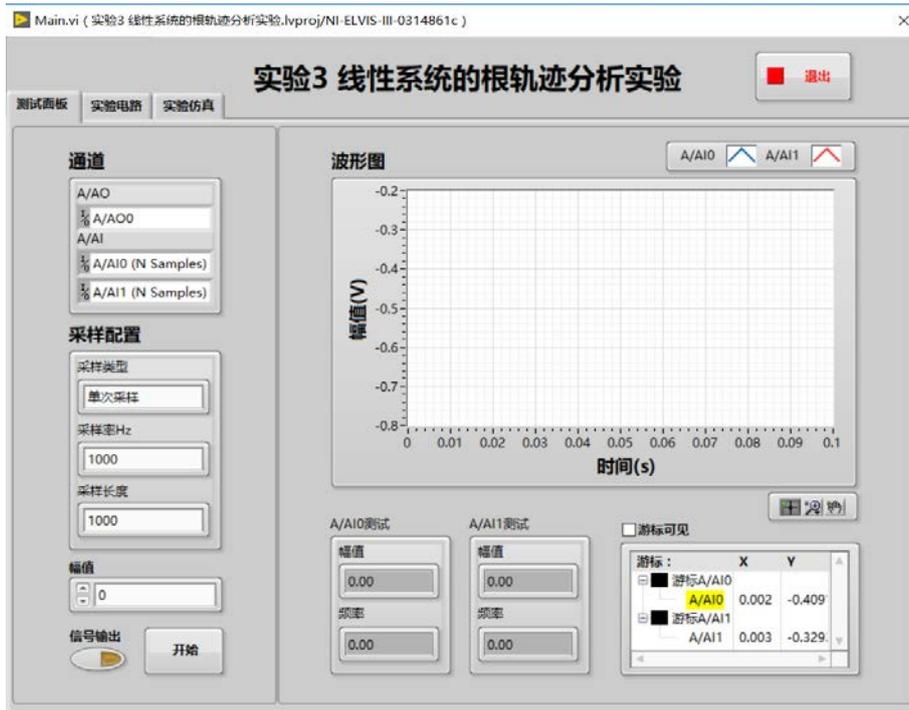


图 3-5 程序运行界面

7. 检查实验所需导线是否足够。本实验所需导线数量为 6 根。

五、 测试面板

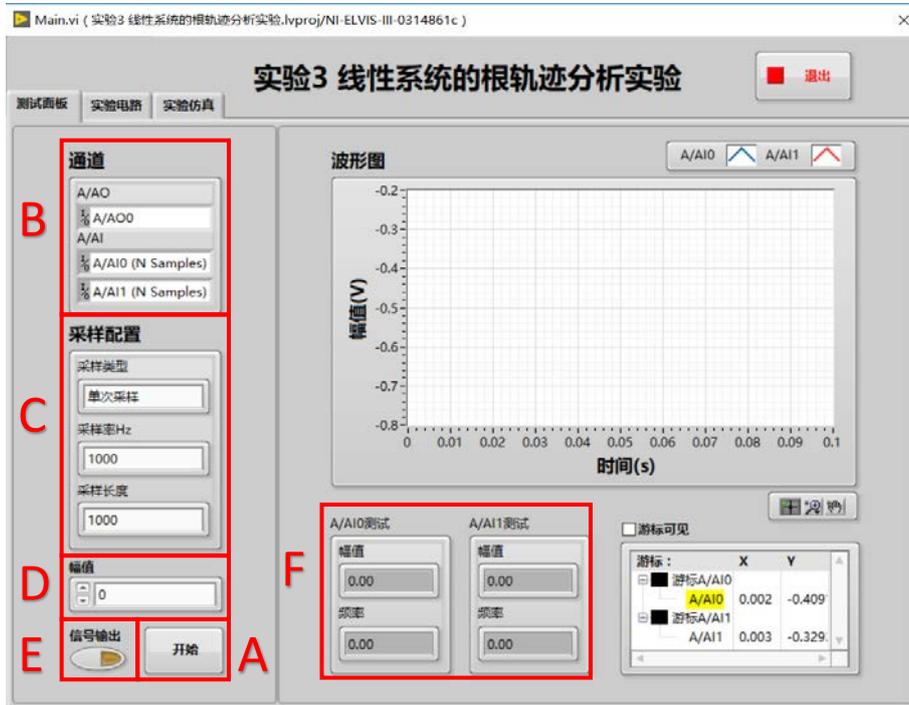


图 3-6 测试面板组成

1. 开始按钮和结束按钮

如图 3-6 A 所示。

未开始采集时，点击“开始”按钮开始进行采集；采样类型为连续采集并正在采集中时，

点击“结束”按钮停止采集。

2. 通道

如图 3-6 B 所示。

该区域会自动显示实验所使用的 ELVIS III 资源，包括 AI 和 AO。

3. 采样配置

如图 3-6 C 所示。

在每次实验前都需要进行采样配置，包括采样类型、采样率 Hz 和采样长度。

采样类型包括“单次采样”和“连续采样”两种模式。使用“单次采样”模式，则采样的持续时间=采样长度/采样率；使用“连续采样”模式，则波形图的更新时间=采样长度/采样率。

通过合理配置采样率和采样长度，使采样时间内(采样时间=采样长度/采样率)采集到的反馈波形能够清晰地表现曲线特征。如果输出信号是振荡信号，建议采用“单次运行”模式，这样可以捕捉到最佳的振荡衰减或者发散信号，如果输出信号是等幅振荡信号，则可以选择连续运行模式。

4. 幅值和信号输出

幅值如图 3-6 D 所示；信号输出如图 3-7 E 所示。

“幅值”设置阶跃信号输出的幅值。受到设备硬件的限制，幅值的有效调节范围为 $-10V \sim +10V$ 。

“信号输出”按钮独立控制信号的输出，在程序运行后，可以用该按钮控制阶跃信号的输出。该按钮被按下后(黄灯亮起)，在进行采集时，ELVIS III 的模拟输出口 AO 才会输出阶跃信号，幅值等于设置幅值，否则输出电压值为 0。

5. A/AI0 和 A/AI1 测试

如图 3-6 F 所示。

通道 A/AI0 和 A/AI1 的测试数据显示，包括幅值和频率。

6. 波形图

(1) 波形图组成

(a) 波形图

如图 3-7 A 所示，波形图能够显示采集得到的电压波形，从而得到电路的输入和输出，并能够清晰地表现曲线特征以及输入和输出之间的关系。

(b) 图例

如图 3-7 B 所示，能够配置波形图的各种参数。

(c) 图形工具选板

如图 3-7 C 所示，能够实现波形曲线的移动和缩放。

(d) 游标

如图 3-7 D 所示。在未进行采集的状态下点击“游标可见”，在前面添加对勾。此时波形图上会出现游标，游标图例框中显示游标的坐标。在确认“图形工具选板”选中第一种功能状态，如下图所示，将鼠标放置在波形图的游标上，鼠标变为“空心十字”后，拖动鼠标实现游标的移动。

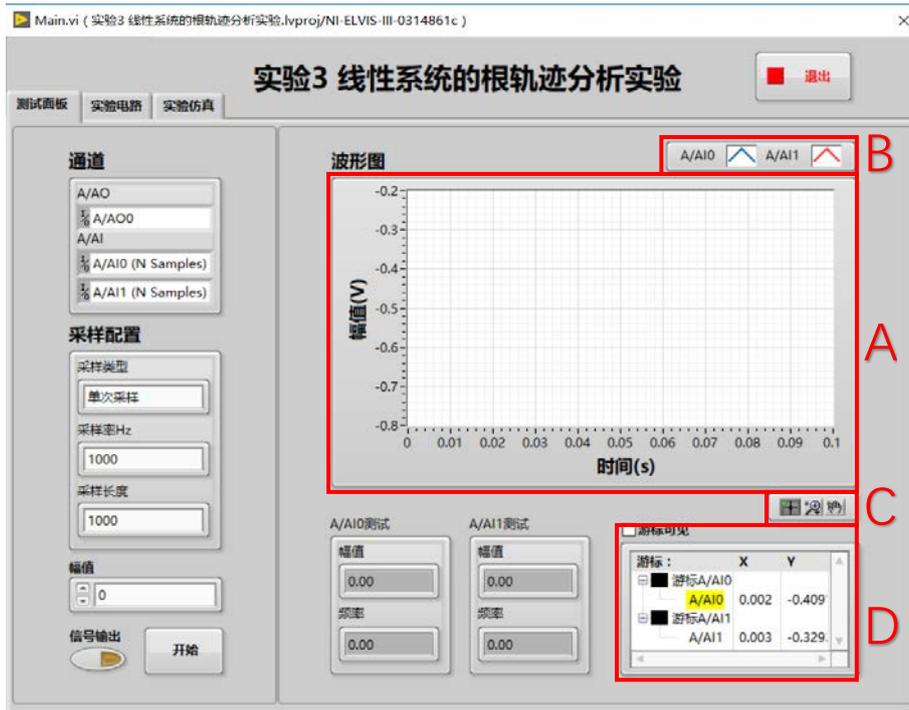


图 3-7 波形图组成

(2) 波形图常用功能

(a) 调整刻度

- 在实际的实验测量过程中，如果坐标刻度范围不能很好的表现曲线特征，可以人为调整刻度值。具体方法如下：
- 在刻度数值上点击鼠标右键，点击“自动调整 X 标尺”（“自动调整 Y 标尺”），取消前边的对勾。



图 3-8 刻度调整

- 在刻度的最大值或最小值上单击或双击鼠标左键，直接输入需要的数值即可。
- 输入完成后“回车”或在空白处点击鼠标左键，完成对刻度值的更改。
- 需要注意的是，如果不取消“自动调整 X 标尺”(“自动调整 Y 标尺”)前边的对勾，直接进行刻度值的修改，波形图仍会根据波形曲线自动进行调整。

(b) 波形数据存储

如果需要存储波形，可以在波形图上单击右键，在右键菜单中选择“导出”，如果需要导出波形数据选择“导出数据至 Excel”；如果需要导出波形图像选择“导出简化图像”，在弹出的对话框中选择要保存的路径，可以将波形保存成简化图的 bmp 格式文件。



图 3-9 波形图像数据存储

7. 实验仿真

使用实验仿真面板能够清楚的看到传递函数的根轨迹图。通过输入开环零点、开环极点以及开环增益，能够确定开环系统的传递函数。

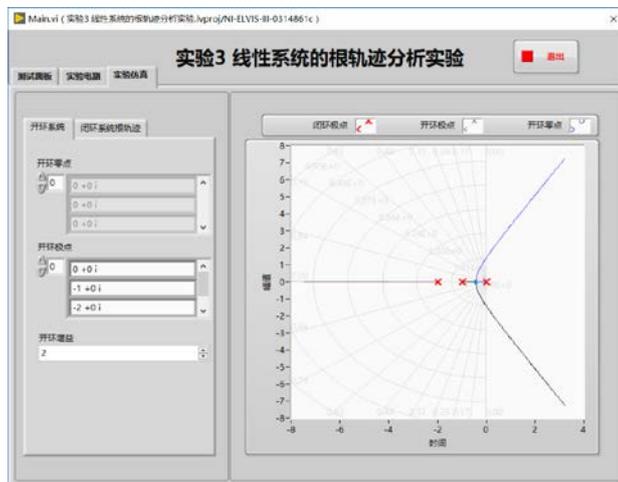


图 3-10 实验仿真界面

在确定了开环传递函数的基础上，通过调节增益 K ，能够看到闭环极点在根轨迹图上移动，从而根据闭环极点的值判断出系统的稳定性。

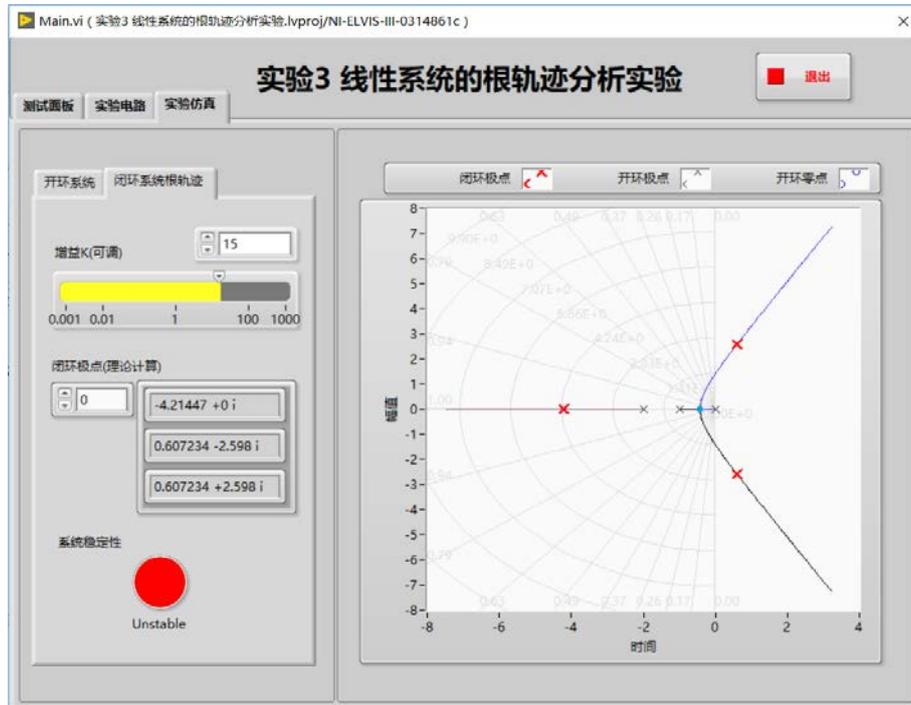
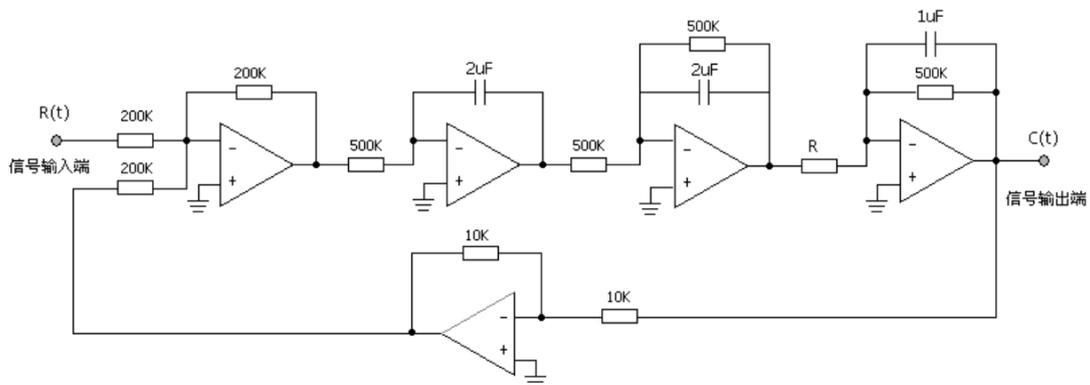


图 3-11 仿真根轨迹图

六、 实验步骤

1. 实验接线

(1) 模拟电路图：



$$R \geq 2591k\Omega, R = 166k\Omega, R < 166k\Omega, 166k\Omega < R < 2591k\Omega$$

图 3-12 模拟电路图

根据模拟电路图，实验接线有多种接法，只要能搭建成理论电路既可，注意接线过程切勿带电操作。

(a) 选择实验所需元器件：

- 电阻 R301(滑动变阻器 RV1, 大小为 5.6k~160k): P303 连接 P27, P304 连接 P28;

(b) 连接实验电路

- 将 A/A00 连接 P301, 使用 ELVIS III 的模拟信号输出端 A/A00 产生阶跃信号作为电路的输入;
- 将 P302 连接 P303;

- 将 P305 连接 A/AI1，使用 ELVIS III 的模拟信号输入端 A/AI1 采集电路的输出；
- 将 A/AO0 连接 A/AI0，跟踪输入信号，能够同时在计算机上看到电路的输入和输出。
- 实验接线完成后，请再次检查电路接线是否正确，确认无误后上电。

(2) 软件设置

- 该环节设置为单次采样，如下图 A；
- 设置采样率为 1kHz，如下图 B；
- 设置采样数为 10k，采样时长即为采样数除以采样率，此处为 10 秒，这样能采集到足够多的数据以便观察到系统的发散过程，如下图 C；
- 设置信号幅值为 1V，如下图 D；
- 设置信号输出，将“信号输出”按钮点亮，此时 A/AO0 将会输出阶跃信号，如下图 E。

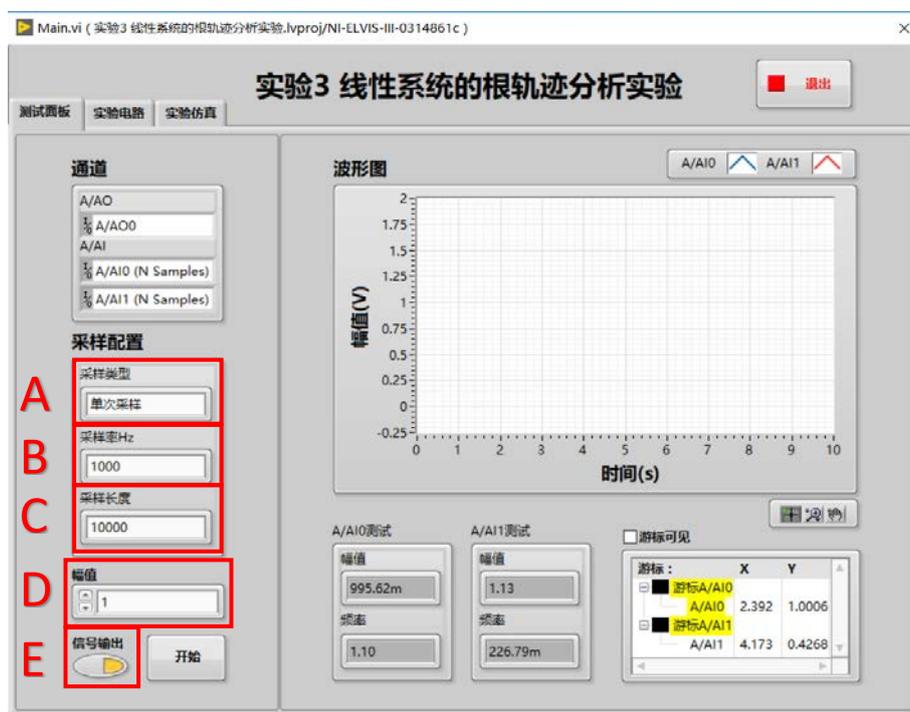


图 3-13 软件设置

(3) 运行软件并观察实验结果

注意：

在每次点击“开始”按钮进行采集之前都需要手动对电容进行放电，放电方法是按下与电容并联的按键开关，短接电容两端。按下按键持续几秒后松手，并迅速点击“开始”按钮进行采集，如果松手后间隔时间过久再采集，在间隔时间中电容就会充电。对电容放电是为了避免由于电容充电而导致的输出饱和状态，影响实验结果。

本实验中的滑动变阻器顺时针旋转阻值增大，逆时针旋转阻值减小。在该环节所有实验中，滑动变阻器阻值增大使系统收敛，阻值减小使系统发散。临界点是让系统处于发散和收敛的临界状态，表现为等幅振荡。

当选择滑动变阻器 RV1， $R < 160k$ 时，该环节系统始终处于发散状态。通过调节 RV1 能观察到系统不同的发散程度，先旋转滑动变阻器 RV1 至中间位置；

- 点击“开始”按钮；
- 观察系统阶跃信号曲线和响应曲线；

(4) 更换电阻 R 的阻值，调节等幅振荡临界点，具体步骤如下：

(a) 更改接线：

- 电阻 R301(滑动变阻器 RV2，大小为 150k-170k)：P303 连接 P29，P304 连接 P30；

(b) 软件设置

- 该环节设置为连续采样，如下图 A；
- 设置采样率为 1kHz，如下图 B；
- 设置采样数为 10k，这样能采集到足够多的数据以便观察到系统的等幅过程，如下图 C；
- 设置信号幅值为 1V，如下图 D；
- 设置信号输出，将“信号输出”按钮点亮，此时 A/AO0 将会输出阶跃信号，如下图 E；

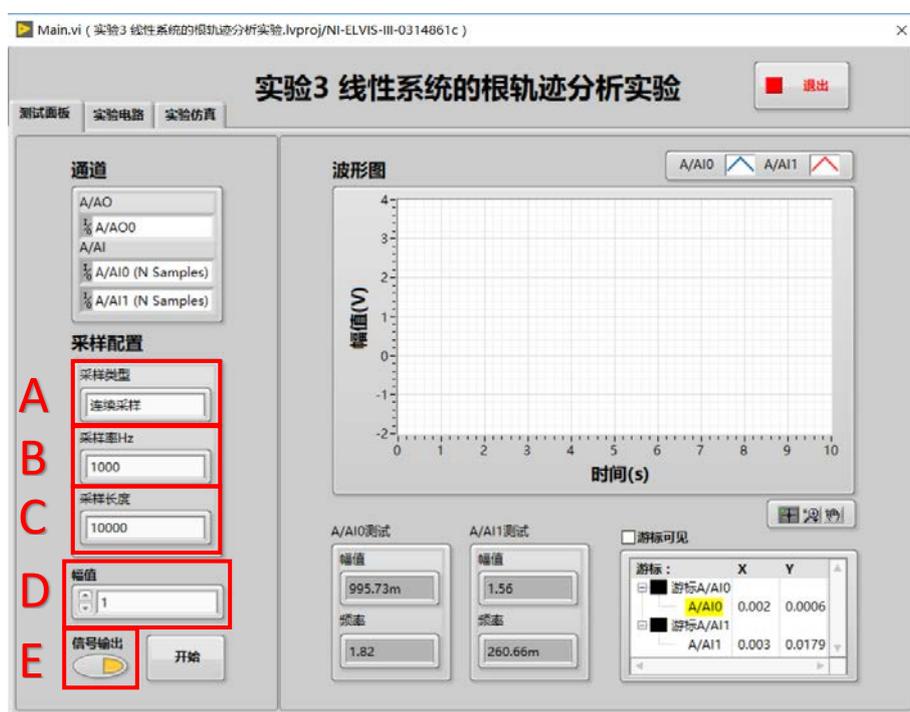


图 3-14 调节等幅振荡软件设置

(c) 粗调：在断电并且滑动变阻器未连线的情况下，调节滑动变阻器 RV2 使得 P29 和 P30 两端的电阻值为临界振荡时电阻 R 的理论值左右。

(d) 上电：在确保电容已经放电的条件下，点击“开始”按钮进行采集，观察系统响应曲线的收敛情况。

(e) 微调：调节滑动变阻器 RV2，使得系统的响应曲线等幅振荡。当选择某一个点的阻值时，系统等幅振荡状态。由于精度和个体差异，每个模块的临界点不一样，需要慢慢地仔细调节，调节过程要细致，要有耐心。在实际电路中，由于采用的器件精度有限，很难达到理论上的理想状态，所以当系统等幅振荡时， $R=R\pm 5\%$ 之间，都属于正常情况。

注意：可以借助图形工具选板放大波形图像，更加清晰地确认曲线是否发散或收敛。

(f) 点击“结束”按钮停止采集。

(5) 更换电阻 R 的阻值，观察系统阶跃信号曲线和响应曲线，具体步骤如下：

(a) 更改接线：

- 电阻 R301(滑动变阻器 RV3, 大小为 166.5k~2166.5k): P303 连接 P31, P304 连接 P32;
- (b) 软件设置
- 该环节设置为单次采样, 如下图 A;
 - 设置采样率为 1kHz, 如下图 B;
 - 设置采样数为 10k, 这样能采集到足够多的数据以便观察到系统的收敛过程, 如下图 C;
 - 设置信号幅值为 1V, 如下图 D;
 - 设置信号输出, 将“信号输出”按钮点亮, 此时 A/AO0 将会输出阶跃信号, 如下图 E。

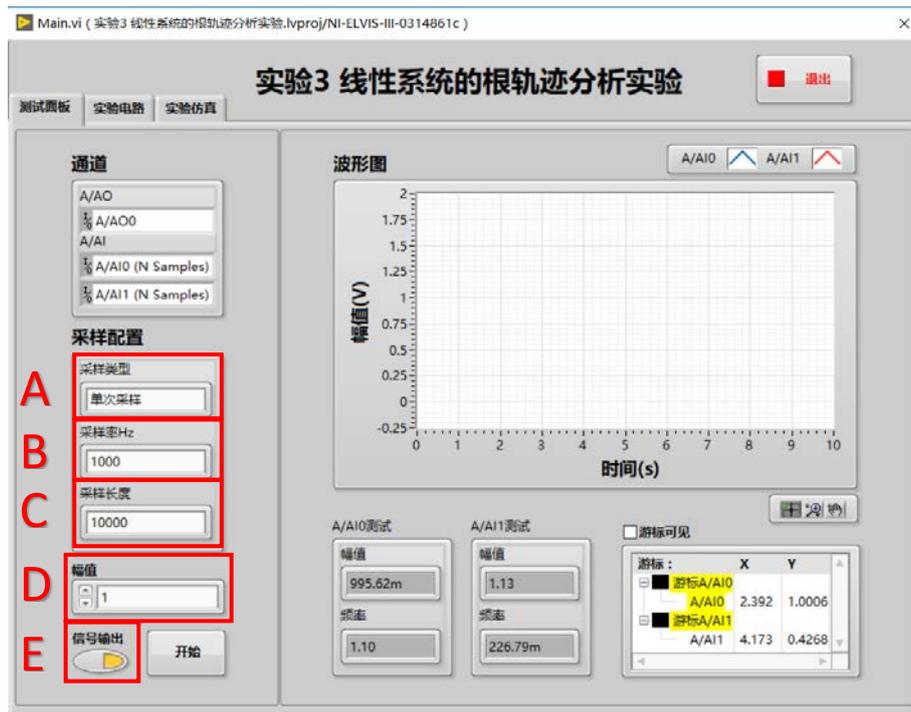


图 3-15 软件设置

(c) 运行软件并观察实验结果

选择 $166.5k < R < 2166.5k$ 时, 该环节系统处于收敛状态。通过调节 RV3 能观察到系统不同的发散程度, 先旋转滑动变阻器 RV3 至中间位置;

- 点击“开始”按钮;
- 观察系统阶跃信号曲线和响应曲线;

(6) 更换电阻 R 的阻值, 观察系统阶跃信号曲线和响应曲线, 具体步骤如下:

(a) 更改接线:

- 电阻 R301(滑动变阻器 RV4, 大小为 1880k~2880k): P303 连接 P33, P304 连接 P34;

(b) 软件设置

- 该环节设置为有限采样, 如下图 A;
- 设置采样率为 1kHz, 如下图 B;
- 设置采样数为 10k, 这样能采集到足够多的数据以便观察到系统的收敛过程, 如下图 C;
- 设置信号幅值为 1V, 如下图 D;

- 设置信号输出，将“信号输出”按钮点亮，此时 A/AO0 将会输出阶跃信号，如下图 E。

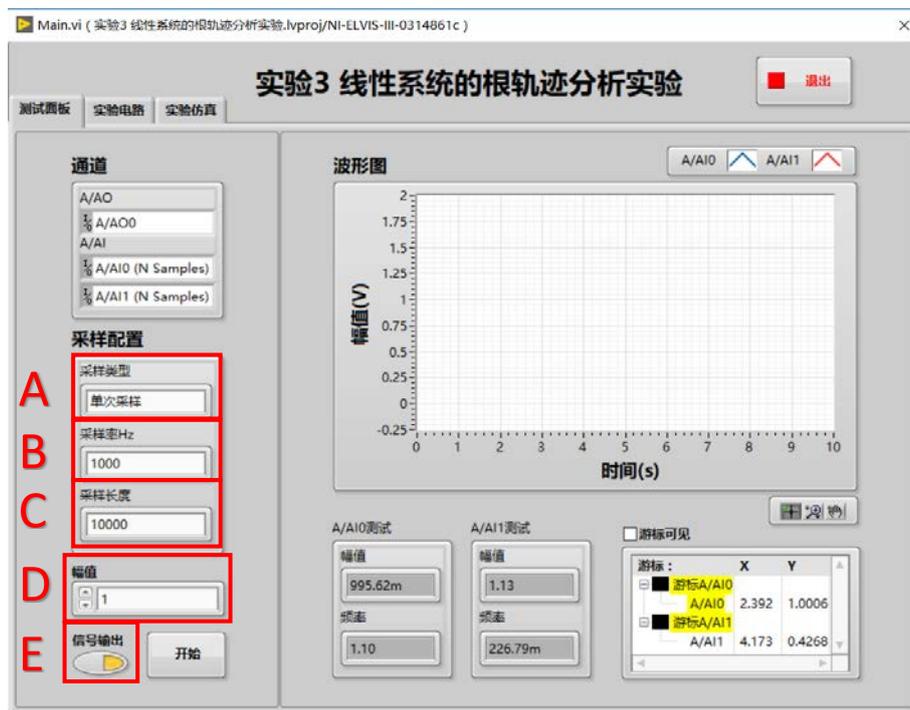


图 3-21 软件设置

(c) 运行软件并观察实验结果

当选择 $1880k < R < 2880k$ 时，该环节系统处于收敛状态。通过调节 RV4 能观察到系统不同的收敛程度，先旋转滑动变阻器 RV4 至中间位置；

- 点击“开始”按钮；
- 观察系统阶跃信号曲线和响应曲线；

(7) 本实验结束，关闭 ELVIS III 试验台电源，并整理好导线

七、 维护保养

1. 在插拔实验模块时，尽量做到垂直插拔，避免因为插拔不当而引起的插件件弯曲受损，影响模块使用。
2. 更换模块和进行电路接线操作前应关闭电源。
3. 开始实验前，认真检查电阻连接，避免连接错误而导致的输出电压超量程，否则会损坏数据采集卡。
4. 产品在存放或运输过程中不得重压和有剧烈的振动。
5. 产品出现任何问题，请勿自行拆开外壳，应及时与供应商或生产厂家联系。

实验3 线性系统的根轨迹分析实验

——直流伺服系统平台实验指导书

一、实验目的

1. 掌握二阶系统的性能指标同系统闭环极点位置的关系。
2. 掌握由开环零极点的位置确定闭环零极点的位置的方法。
3. 会用 Routh 判据判定闭环系统的稳定性。

二、实验内容

1. 根据系统数学模型，绘制三阶系统根轨，计算系统临界稳定的闭环极点和根轨迹增益。
2. 用 Routh 判据，求出系统稳定、临界稳定和不稳定时的根轨迹增益范围。

三、实验仪器

1. GSMT2014 型直流伺服系统控制平台。
2. PC、MATLAB 平台

四、实验原理

根轨迹是当根轨迹增益 K 由 $0 \rightarrow \infty$ 变化时，闭环特征根在 s 平面上移动的根轨迹曲线，根轨迹不仅直观地表示了 K 变化时闭环特征根的变化，还给出了参数对闭环特征根在 s 平面上分布的影响。可判定系统的稳定性，确定系统的品质。

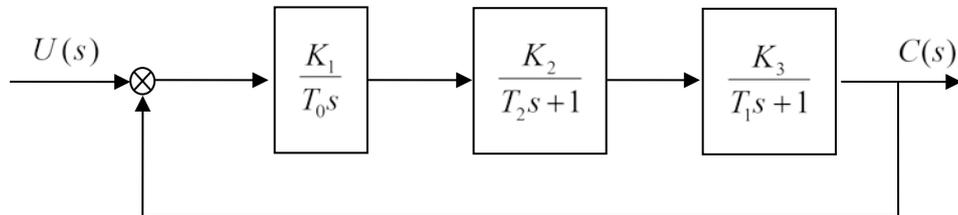
闭环系统的稳定性表现在：根轨迹若越过虚轴进入 s 右半平面，与虚轴交点的 K 即为临界增益。根据坐标原点的根数，确定系统的型别，同时可以确定对应的静态误差系数。

已知直流伺服电机系统的三阶开环传递函数为：

$$G(s)H(s) = \frac{K_1 K_2 K_3}{T_0 s (T_1 s + 1)(T_2 s + 1)} = \frac{K}{s(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)}$$

其中， $K = K_1 K_2 K_3 / T_0$ 为开环增益。

闭环系统结构图如下图所示：



若取 $\begin{cases} T_0 = 1 \\ T_1 = 0.12 \\ T_2 = 0.052 \end{cases}$ ，则三阶系统的开环传递函数为：

$$G(s)H(s) = \frac{K}{s(0.12s+1)(0.052s+1)}$$

系统的特征方程为 $1+G(s)H(s)=0$ ，由式(8.2)可得

$$s(0.12s+1)(0.052s+1)+K=0$$

展开得到：

$$0.006s^3+0.175s^2+s+K=0$$

化简得：

$$s^3+29.17s^2+166.67s+166.67K=0$$

其中：

$$a_0=1;$$

$$a_1=29.17;$$

$$a_2=166.67;$$

$$a_3=166.67K;$$

列写 Routh 判据

s^3	$a_0=1$	$a_2=166.67$
s^2	$a_1=29.17$	$a_3=166.67K$
s^1	$b_1=(a_1a_2-a_0a_3)/a_1$ $=166.67-5.7137K$	$b_2=0$
s^0	$c_1=(b_1a_3-a_1b_2)/b_1=166.67K$	

若系统稳定，则劳斯判据第一列系数大于零，即：

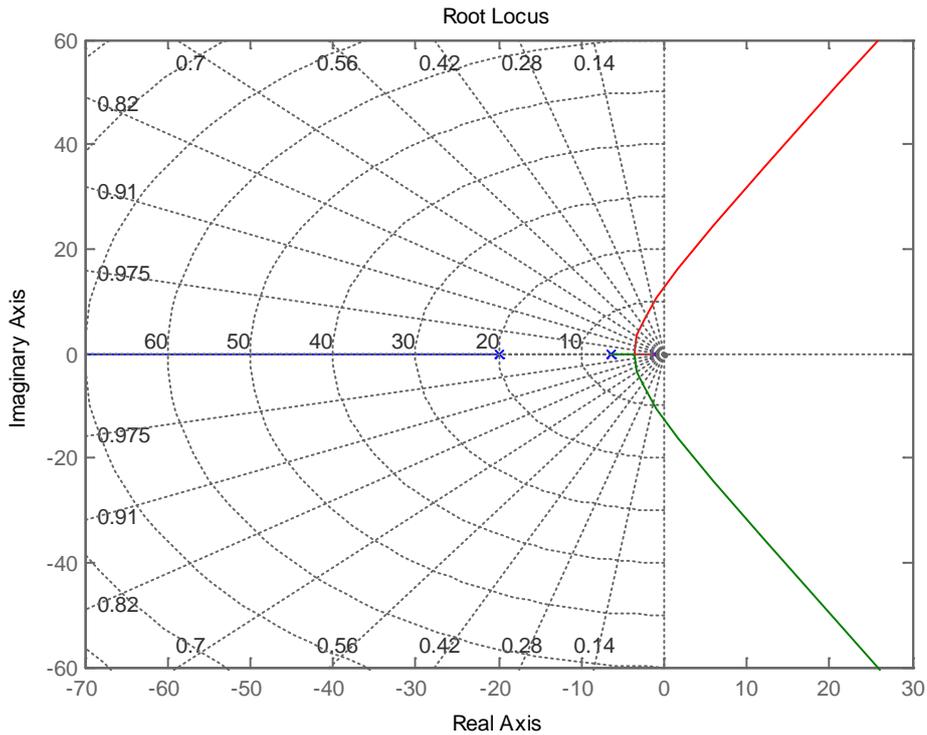
$$\begin{cases} 166.67-5.7137K > 0 \\ 166.67K > 0 \end{cases}$$

可以得到闭环系统稳定时 K 取值范围： $0 < K < 29.17$

由于开环增益为正，所以不稳定时 K 取值范围： $K > 29.17$

系统临界稳定时 K 取值范围： $K = 29.17$

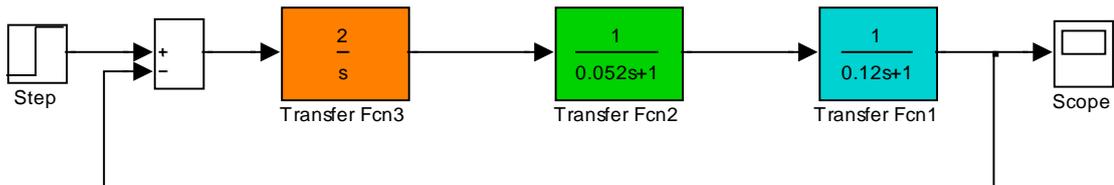
系统根轨迹如下图所示：



五、实验步骤

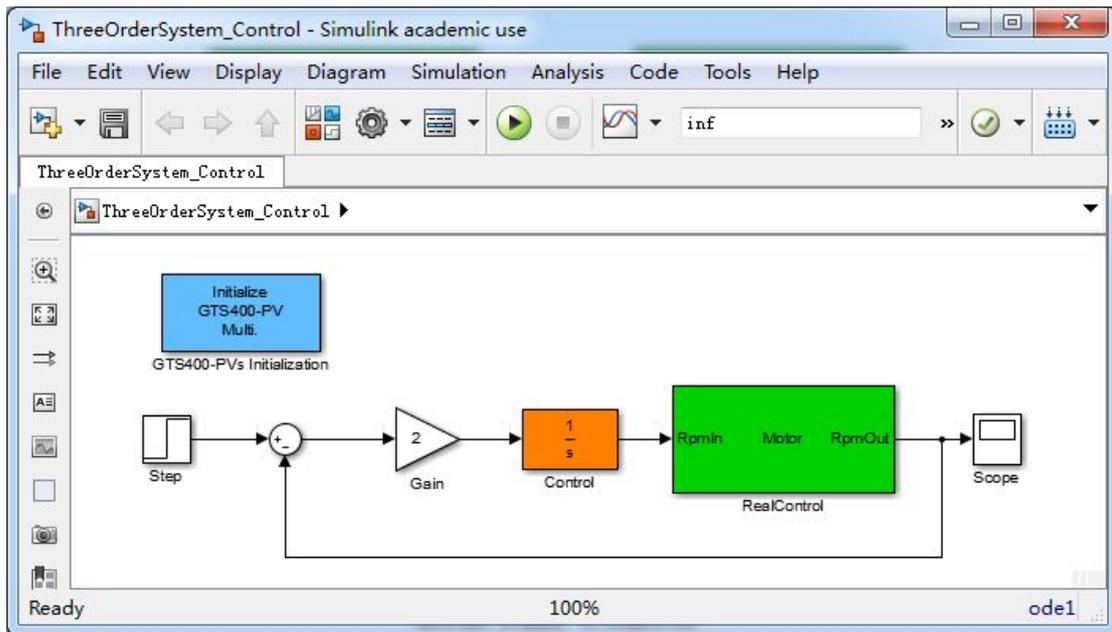
1. 打开桌面上的 MATLAB 程序——ThreeOrderSystem_Simulention.slx
2. 模型仿真

仿真 model 如下图，设置 Step 的 Final Value 为 1000，点击按钮“▶”，双击 Scope 模块，得到系统仿真曲线。改变 Transfer Fcn 的分子分别为 2、5、15、25、35 时，计算系统的超调量 σ ，峰值时间 t_p ，调节时间 t_s ，填入实验记录表格。



3. 实时控制

- 1) 打开桌子下方的直流伺服电机的圆形按钮，会听到继电器嗒的一声声响。
- 2) 将桌面上的大带轮通过同步带连接二轴电机（即二轴电机上的皮带连接上），一轴电机不连接（即一轴电机上的皮带去掉），将驱动器设置为速度环模式。
- 3) 打开桌面上的 MATLAB 程序——ThreeOrderSystem_Control.slx 如下图所示：



- 4) 由于电机的最大转速为 3000rpm，所以不可太大，以 1000~2000rpm 为宜，本实验取 2000rpm，将 step 中的 final value 设置为 2000。
- 5) 选择“Simulation/Configuration Parameters”，会弹出如下窗口，点击左侧属性树中的“Solver”，将“Type”设置为 Fixed-step，并将 size 设为 0.01；另将“Solver”设置为“ode1 (Euler)”。
- 6) 点击“”编译程序
- 7) 点击“”运行程序，电机开始转动，任其运行 10 秒钟左右，然后点击停止程序。
- 8) 双击打开示波器“Scope”，观察加入阶跃信号时直流伺服电机转速响应曲线，测量并记录超调量 σ ，峰值时间 t_p ，调节时间 t_s ，填入表格。
- 9) 将 Gain 的值分别设置为 1、5、15、25 时，将上述数据记录下来，并判断阻尼情况与根轨迹之间的关系。
- 10) 尝试改变 K 寻找临界阻尼和无阻尼时 K 值并记录下来。
- 11) 如出现异常情况如电机停转，在实验报告中总结原因。

六、 思考

- 1、实验中阶跃输入信号的幅值范围应该如何考虑？
- 2、高阶系统的稳定性与哪些参数有关？