

1. 若某串联校正装置的传递函数为 $\frac{10s+1}{100s+1}$ ，该校正装置是 ()
 A. 超前校正 B. 滞后校正 C. 滞后超前校正 D. 不能判断

解: B

2. (哈工大 2007 年研究生入学考试) 单位负反馈系统的开环传递函数为

$$G(s) = \frac{K}{s(s+1)(0.1s+1)}$$

- (1) 求使闭环系统稳定的 K 的取值范围;
 (2) 若要求系统的剪切频率 $\omega_c = 3\text{rad/s}$, 相角裕度 $\gamma = 45^\circ$, 求串联校正装置 $G_{c1}(s)$;
 (3) 在 (2) 校正的基础上, 若要求系统在 $r(t) = t$ 的作用下, 稳态误差减小为原来的 $1/10$, 而动态性能指标不变, 求第二个串联校正装置 $G_{c2}(s)$ 。

(1) 闭环系统特征方程:

$$\begin{aligned} D(s) &= s(s+1)(0.1s+1) + K \\ &= 0.1s^3 + 1.1s^2 + s + K \end{aligned}$$

列 Routh 表:

s^3	0.1	1
s^2	1.1	K
s^1	$1 - \frac{K}{11}$	
s^0	K	

为使闭环系统稳定, 有 $\begin{cases} 1 - \frac{K}{11} > 0 \\ k > 0 \end{cases} \Rightarrow 0 < k < 11.$

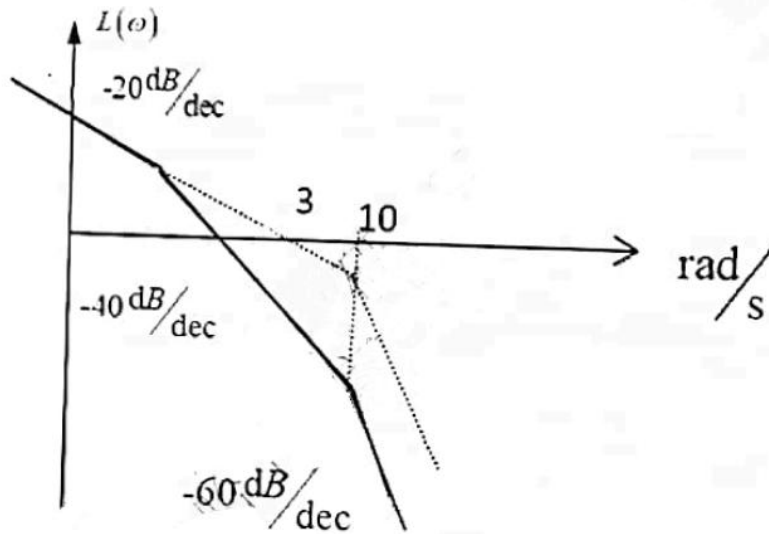
(2) 解:

先画出原来的 Bode 图:

$$G(s) = \frac{K}{s(s+1)(0.1s+1)}$$

起始频率为 -20dB/dec , 转折频率为 1rad/s 和 10rad/s

画出图像如下图:



当 $\omega_1 = 3 \text{ rad/s}$ 时, $\angle G(j\omega_1) = -90^\circ - \arctan 0.1\omega_1 - \arctan \omega_1 = -178.26^\circ$
采用超前校正

$$G_{C_1}(s) = \frac{s+1}{Ts+1}$$

$$G_1(s) = G_{C_1}(s)G(s) = \frac{K}{s(0.1s+1)(Ts+1)}$$

相角裕度: $\gamma = 180^\circ - 90^\circ - \arctan 0.1\omega_c - \arctan T\omega_c = 45^\circ$
解得: $T=0.179$

$$G_{C_1}(s) = \frac{s+1}{0.179s+1}$$

经检验 $\gamma = 45^\circ$ 符合要求。再令 $|G_1(j\omega_c) = 1$, 求得 $K = 3.55$

(3) 解: 稳态误差减小为原来的 $\frac{1}{10}$, 即动态性能不变的情况下, 开环放大倍数提升为原来的 10 倍, 故采用迟后校正。

设 $G_{C_2}(s) = \beta \frac{\tau s+1}{\beta \tau s+1}$, $\beta = 10$, $\frac{1}{\tau} \leq \frac{1}{10}\omega_c$, 由 (2) 可得 $\omega_c = 3 \text{ rad/s}$

$\therefore \tau$ 取 4 即可

$$\therefore G_{C_2}(s) = \frac{10(4s+1)}{40s+1}$$

3. (哈工大 2011 年研究生入学考试) 设单位负反馈系统的开环传递函数为

$$G(s) = \frac{2}{s(s+1)(0.02s+1)}$$

设计一个串联校正装置, 使得系统满足下列指标:

- (1) 跟踪单位斜坡输入信号时的稳态误差为 0.01;
- (2) 开环剪切频率为 $0.6 \leq \omega_c \leq 1 \text{ rad/s}$;
- (3) 开环相角裕度 $\gamma \geq 40^\circ$ 。

要求写出校正装置的传递函数, 并检验设计结果是否满足上述指标。

解:

分析: 由原系统开环传递函数 $G_0(S)$ 知, 原系统已为 I 型, 要求稳态误差 0.01, 即 $\frac{1}{k} = 0.01 \Rightarrow k = 100$,

原系统剪切频率: $20 \lg 2 - 20 \lg \omega_{c0} - 20 \lg \omega_{c0} = 0 \Rightarrow \omega_{c0} = \sqrt{2} \approx 1.414 \text{rad/s}$, 大于要求的剪切频率, 故采用迟后校正, $G_c(s) = \frac{50(\tau s + 1)}{\beta \tau s + 1} (\beta > 1)$

设计: 取校正后剪切频率 $\omega_c = 0.7 \text{rad/s}$

即: $20 \lg |50G_0(j\omega_c)| = 20 \lg \beta$

$$\beta = \frac{100}{\omega_c \sqrt{0.02^2 \omega_c^2 + 1} \sqrt{\omega_c^2 + 1}} = 117.022$$

原系统 0.7rad/s 处相位储备

$$\begin{aligned} \gamma_0(\omega_c) &= 180^\circ - 90^\circ - \arctan \omega_c - \arctan 0.02 \omega_c \\ &= 55.81^\circ > 40^\circ + 6^\circ \end{aligned}$$

具有足够的相位储备。

取 $\frac{1}{\tau} = \frac{1}{10} \omega_c$, 即 $\tau = 14.286$

则校正环节设计为: $G_c(s) = \frac{50(14.286s+1)}{1671.8s+1}$

检验:

校正后系统: $G_0(s)G_c(s) = \frac{100(14.286s+1)}{s(s+1)(0.02s+1)(1671.8s+1)}$

剪切频率:

$$\begin{aligned} 0 &= 20 \lg 100 + 20 \lg 14.286 \omega_c - 20 \lg \omega_c - 20 \lg 1671.8 \omega_c \\ \Rightarrow \omega_c &= 0.8545 \text{ rad/s} \end{aligned}$$

符合条件。

相角裕度:

$$\begin{aligned} \gamma &= 180^\circ - 90^\circ + \arctan 7.143 \omega_c - \arctan \omega_c - \arctan 0.02 \omega_c - \arctan 835.9 \omega_c \\ &= 43.86^\circ > 40^\circ \end{aligned}$$

符合条件。

4. (哈工大 2013 年研究生入学考试) 设单位负反馈系统的开环传递函数为

$$G_0(s) = \frac{10}{s(s+1)(s+2)}$$

设计一个串联校正装置, 使校正后系统的开环增益为 5, 相角裕度不低于 40° , 幅值裕度不小于 10dB。

解:

确定原系统的剪切频率和相角裕度:

$$G_0(s) = \frac{10}{s(s+1)(s+2)} \quad G_0(j\omega) = \frac{10}{j\omega(1+j\omega)(2+j\omega)}$$

$$\begin{cases} |G_0(j\omega)| = \frac{10}{\omega\sqrt{1+\omega^2}\sqrt{\omega^2+4}} \\ \angle G_0(j\omega) = -90^\circ - \arctan\omega - \arctan\frac{\omega}{2} \end{cases}$$

$$|G_0(j\omega)| = \frac{10}{\omega\sqrt{1+\omega^2}\sqrt{\omega^2+4}} = 1 \quad \text{解得}\omega_c = 1.8\text{rad/s}$$

$$\text{相角裕度: } \gamma = 180^\circ + \angle G_0(j\omega) = 180^\circ - 90^\circ - \arctan\omega - \arctan\frac{\omega}{2} = 12.9^\circ$$

不满足要求。

$$G_0(s) = \frac{10}{s(s+1)(s+2)} = \frac{5}{s(s+1)(0.5s+1)}$$

满足稳态误差要求。

设计串联迟后环节 $G_c(s) = \frac{\tau s+1}{T s+1} (T > \tau)$

要求相角裕度 $\gamma \geq 40^\circ$, 取 $\gamma(\omega_c) = 40^\circ + \Delta = 46^\circ$

则校正后剪切频率 ω_c 满足: $\angle G_0(j\omega_c) = 46^\circ - 180^\circ$, 即:

$$\angle G_0(j\omega) = -90^\circ - \arctan\omega - \arctan\frac{\omega}{2} = 46^\circ - 180^\circ$$

得 $\omega_c = 0.547\text{rad/s}$

根据 $20 \lg |G_0(j\omega)| = 20 \lg \beta$, 故 $\beta = 7.735$

取 $\frac{1}{\tau} = \frac{1}{10}\omega_c$

解得: $\tau = 18.3$

$$T = \beta\tau = 7.735 \times 18.3 = 141.5$$

$$\text{则校正环节为 } G_c(s) = \frac{18.3s+1}{141.5s+1}$$

$$\text{校正后系统 } G_0(s)G_c(s) = \frac{5(18.3s+1)}{s(s+1)(0.5s+1)(141.5s+1)}$$

检验:

$$\begin{aligned} \text{剪切频率: } |G_0(j\omega_c)G_c(j\omega_c)| &= \frac{5\sqrt{18.3^2\omega_c^2+1}}{\omega_c\sqrt{\omega_c^2+1}\sqrt{0.25\omega_c^2+1}\sqrt{141.5^2\omega_c^2+1}} = 1 \\ &\Rightarrow \omega_c = 0.5492\text{rad/s} \end{aligned}$$

相位裕度

$$\begin{aligned} \gamma &= 180^\circ - 90^\circ + \arctan 18.3\omega_c - \arctan \omega_c - \arctan 0.5\omega_c - \arctan 141.5\omega_c \\ &= 40.92^\circ > 40^\circ \end{aligned}$$

满足条件

穿越频率:

$$\begin{aligned}\angle G_0(j\omega_g)G_c(j\omega_g) &= -90^\circ - \arctan \omega_g - \arctan 0.5\omega_g + \arctan 18.3\omega_g - \arctan 141.5\omega_g \\ &= -180^\circ \\ \Rightarrow \omega_g &= 1.3628\text{rad/s}\end{aligned}$$

幅值裕度 $20 \lg k_g = -20 \lg |G_0(j\omega_g)G_c(j\omega_g)| = 12.68 \text{ dB} > 10 \text{ dB}$
满足要求。

5. (哈工大 2014 年研究生入学考试) 设某单位负反馈系统的开环传递函数为

$$G_0(s) = \frac{8}{s(s+2)}$$

试设计一个校正环节, 使得系统满足:

(1) 在信号 $r(t) = t$ 的作用下的稳态误差为 0.05;

(2) 系统的开环剪切频率为 $\omega_c \geq 10\text{rad/s}$, 相角裕度 $\gamma \geq 45^\circ$ 。

要求写出校正装置的传递函数, 并画出校正后系统的开环对数渐近幅频特性之略图。

解:

① 首先满足稳态误差为 0.05

则 $0.05 = \frac{1}{k_v}$, 得 $k_v = 20$

$$\text{故 } G'_0(s) = \frac{20}{s(0.5s+1)} \quad G'_0(j\omega) = \frac{20}{j\omega(0.5j\omega+1)}$$

② 求 $G'_0(j\omega)$ 的剪切频率

$$|G'_0(j\omega)| = \frac{20}{\omega\sqrt{0.25\omega^2+1}} \quad \angle G'_0(j\omega) = -90^\circ - \arctan 0.5\omega$$

令 $|G'_0(j\omega)| = 1$ 解得: $\omega_c = 6.16\text{rad/s}$

相角裕度 $\gamma = 180^\circ - 90^\circ - \arctan 0.5\omega_c = 180^\circ - 162^\circ = 18^\circ$

故 ② 采用超前校正, 设 $G_C(S) = \frac{K_C(\tau S+1)}{TS+1}$

1、计算串联超前校正装置的超前相角 $\psi_m = 45^\circ - 18^\circ + 8^\circ = 35^\circ$

2、求 α 的值: $\alpha = \frac{1-\sin 35^\circ}{1+\sin 35^\circ} = 0.27$

3、计算 $-20 \lg \frac{1}{\sqrt{\alpha}} = -20 \lg \frac{1}{\sqrt{0.27}} = -5.71\text{dB}$

4、求出 $G'_0(S)$ 的幅频特性为 -5.71dB 处的频率为 $\omega_m = 8.67\text{rad/s}$

$$\tau = \frac{1}{\omega_m \sqrt{\alpha}} = 0.222 \quad T = \alpha\tau = 0.06$$

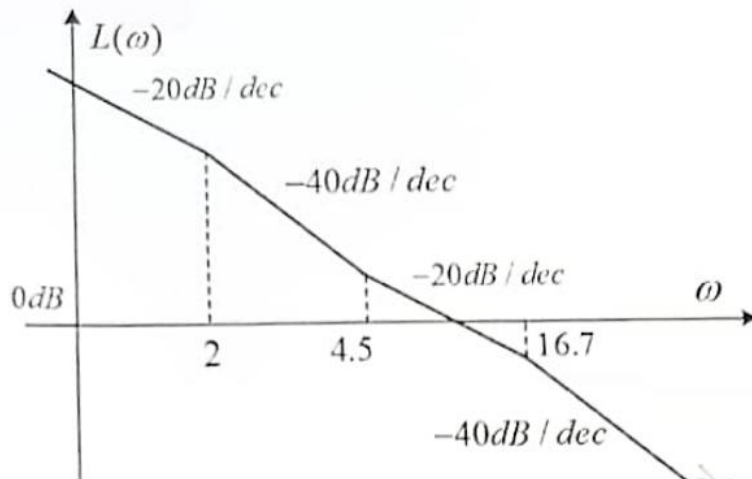
5、计算 k_c : $k_c = \frac{k}{k_0} = \frac{20}{4} = 5$

最终得到超前校正装置为:

$$G_c(s) = \frac{5(0.222s+1)}{0.06s+1} \quad G(s) = \frac{20(0.222s+1)}{s(0.5s+1)(0.06s+1)}$$

验证剪切频率 $\omega_c = 8.6\text{rad/s}$ $\gamma = 180^\circ + \angle G(j\omega) = 180^\circ - 131.85^\circ = 48.15^\circ > 45^\circ$

校正后系统的开环对数渐近幅频特性之略图:



6. 设单位反馈系统的开环传递函数为

$$G_0(s) = \frac{K}{s(1 + 0.12s)(1 + 0.02s)}$$

采用迟后-超前校正方法设计串联校正装置，使系统满足：

- (1) 速度误差系数 $K_v \geq 70s^{-1}$;
- (2) 调整时间 $t_s \leq 1s$;
- (3) 超调 $\sigma_p\% \leq 40\%$ 。

由 $K_v \geq 70s^{-1}$ 和系统型别知 $K \geq 70$,

由 $\sigma_p = 0.16 + 0.4\left(\frac{1}{\sin\gamma} - 1\right)$ 和 $\sigma_p \leq 40\%$ 知 $\gamma \geq 38.68^\circ$,

由 $t_s = \frac{\phi}{\omega_c} \left[2 + 1.5\left(\frac{1}{\sin\gamma} - 1\right) + 2.5\left(\frac{1}{\sin\gamma} - 1\right)^2 \right]$ 和 $t_s \leq 1s$ 知 $\omega_c \geq 11.9381rad/s$,

取 $K = 70$, 对 G_0 有 $\gamma_0 = -3.6156^\circ$, $\omega_{c0} = 22.3384rad/s$ 。

采用迟后校正将剪切频率降为 $\omega_c = 5rad/s$:

$$\beta = |G_0(j5)| = 11.9453, \quad 1/\tau = \omega_c/10 \Rightarrow \tau = 2$$

$$G_{c1}(s) = \frac{\tau s + 1}{\beta\tau s + 1} = \frac{2s + 1}{23.89s + 1}$$

对 $G_1(s) = G_{c1}(s)G_0(s)$, 有 $\gamma_1 = 47.9957^\circ$, $\omega_{c1} = 5.0192rad/s$ 。

采用超前校正将剪切频率升为 $\omega_c = 12rad/s$:

$$\alpha = \frac{1}{|G_1(j12)|^2} = 13.6076, \quad T = 1/(\omega_c\sqrt{\alpha}) = 0.02259$$

$$G_{c2}(s) = \frac{\alpha Ts + 1}{Ts + 1} = \frac{0.3074s + 1}{0.02259s + 1}$$

校验系统性能:

$$G_c(s) = G_{c1}(s)G_{c2}(s) = \frac{2s + 1}{23.89s + 1} \cdot \frac{0.3074s + 1}{0.02259s + 1}$$

校验后系统:

$$G_c(s) = G_c(s)G_0(s) = \frac{43.04s^2 + 161.5s + 70}{0.001295s^5 + 0.133s^4 + 3.89s^3 + 24.05^2 + s}$$

其中 $\gamma = 78.7692^\circ$, $\omega_c = 12 \text{ rad/s}$, $K = 70$ 满足要求。

7. 设某单位负反馈系统得开环传递函数为

$$G(s) = \frac{10}{s(0.1s+1)(0.5s+1)}$$

试绘出系统开环频率响应的 Bode 图, 并求出其相角裕度与幅值裕度。当采用传递函数为

$$G_c(s) = \frac{0.23s+1}{0.023s+1}$$

的串联校正环节时, 试计算校正系统的相角裕度和幅值裕度, 并简述校正系统的性能有何改进。

【解】 ① 绘出固有系统的 Bode 图。

由系统开环传递函数

$$G(s) = \frac{10}{s(0.1s+1)(0.5s+1)} \quad (6.84)$$

可得系统幅频特性为

$$|G(j\omega)| = A_0(\omega) = \frac{10}{\omega \cdot \sqrt{1+(0.1\omega)^2} \cdot \sqrt{1+(0.5\omega)^2}} \quad (6.85)$$

系统相频特性为

$$\angle G(j\omega) = \varphi_0(\omega) = -90^\circ - \arctan(0.1\omega) - \arctan(0.5\omega) \quad (6.86)$$

由式(6.84)可得, 系统 Bode 图的转折频率为

$$\omega_1 = \frac{1}{0.5} = 2, \quad \omega_2 = \frac{1}{0.1} = 10$$

开环增益为

$$K = 10$$

$$20 \lg K = 20 \lg 10 = 20(\text{dB})$$

据此, 可绘出固有系统的 Bode 图如图 6.21 中实线(曲线①)所示。

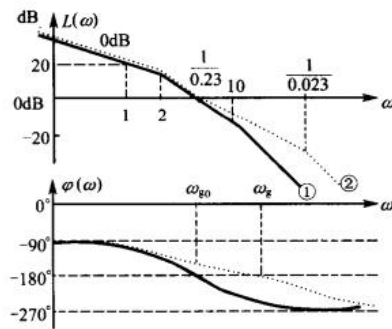


图6.21 校正前后系统的Bode图

曲线①—校正前; 曲线②—校正后。

② 求固有系统得相角裕度和幅值裕度。

根据所采用的幅频特性不同(折线或修正曲线), 可分为两种情形。

情形 1: 对数幅频特性按折线进行考虑。

由图 6.21 中实线(曲线①)可见, 固有系统的开环剪切频率 ω_{c0} 满足方程

$$\frac{10}{\omega_{c0} \cdot 0.5\omega_{c0}} = 1 \quad \Rightarrow \quad \omega_{c0} = \sqrt{\frac{10}{0.5}} = \sqrt{20} \quad (6.87)$$

结合式(6.86)可得固有系统的相角裕度

$$\begin{aligned}\gamma_0 &= 180^\circ + \varphi_0(\omega_{c0}) = \\ &= 180^\circ + [-90^\circ - \arctan(0.1 \times \sqrt{20}) - \arctan(0.5 \times \sqrt{20})] \approx 0^\circ\end{aligned}$$

令
$$\varphi_0(\omega) \Big|_{\omega=\omega_{g0}} = -180^\circ$$

结合式(6.86)可得

$$-90^\circ - \arctan(0.1\omega_{g0}) - \arctan(0.5\omega_{g0}) = -180^\circ$$

解得

$$0.05\omega_{g0}^2 = 1 \quad \Rightarrow \quad \omega_{g0} = \sqrt{20} \quad (6.88)$$

由于 $2 < \omega_{g0} < 20$, 由该频段的折线方程可得

$$A_0(\omega_{g0}) = \frac{10}{\omega_{g0} \cdot 0.5\omega_{g0}} \Big|_{\omega_{g0}=\sqrt{20}} = 1$$

故, 幅值裕度

$$K_{g0} = \frac{1}{A_0(\omega_{g0})} = 1$$

$$K_{g0}(\text{dB}) = 20\lg K_{g0} = 20\lg 1 = 0(\text{dB})$$

情形 2: 对数幅频特性按修正曲线考虑。

根据剪切频率的定义, 由式(6.85)可得固有系统的开环剪切频率满足方程

$$A_0(\omega_{c0}) = \frac{10}{\omega_{c0} \cdot \sqrt{1 + (0.1\omega_{c0})^2} \cdot \sqrt{1 + (0.5\omega_{c0})^2}} = 1$$

根据图 6.21 中实线(曲线①)的斜率变化及式(6.87), 可用试探法解得

$$\omega_{c0} \approx 4.1$$

$$\gamma_0 = 180^\circ - 90^\circ - \arctan(0.1 \times 4.1) - \arctan(0.5 \times 4.1) \approx 4^\circ$$

同理

$$\omega_{g0} = \sqrt{20}$$

由式(6.85)可得

$$A_0(\omega_{g0}) = \frac{10}{\omega_{g0} \cdot \sqrt{1 + (0.1\omega_{g0})^2} \cdot \sqrt{1 + (0.5\omega_{g0})^2}} \Big|_{\omega_{g0}=\sqrt{20}} = \frac{10}{12}$$

$$K_{g0} = \frac{1}{A_0(\omega_{g0})} = \frac{12}{10} = 1.2$$

$$K_{g0}(\text{dB}) = 20\lg K_{g0} = 1.58(\text{dB})$$

③ 绘出校正系统的 Bode 图。

依题意, 校正系统的开环传递函数为

$$G(s)G_c(s) = \frac{10(0.23s + 1)}{s(0.1s + 1)(0.5s + 1)(0.023s + 1)} \quad (6.89)$$

幅频特性为

$$A(\omega) = \frac{10 \cdot \sqrt{1 + (0.23\omega)^2}}{\omega \cdot \sqrt{1 + (0.1\omega)^2} \cdot \sqrt{1 + (0.5\omega)^2} \cdot \sqrt{1 + (0.023\omega)^2}} \quad (6.90)$$

相频特性为

$$\varphi(\omega) = -90^\circ - \arctan(0.1\omega) - \arctan(0.5\omega) + \arctan(0.23\omega) - \arctan(0.023\omega) \quad (6.91)$$

根据式(6.89)可绘出校正系统的 Bode 图, 如图 6.21 中虚线(曲线②)所示。

④ 求校正系统的相角裕度和幅值裕度。

由图 6.21 中虚线(曲线②)可见, 校正系统的剪切频率距转折频率 $\frac{1}{0.23}$ 非常接近, 因此, 用折线计算误差会比较大。

令 $A(\omega_c) = 1$

由式(6.79)可得

$$\frac{10 \cdot \sqrt{1 + (0.23\omega_c)^2}}{\omega_c \cdot \sqrt{1 + (0.1\omega_c)^2} \cdot \sqrt{1 + (0.5\omega_c)^2} \cdot \sqrt{1 + (0.023\omega_c)^2}} = 1$$

在 $\frac{1}{0.23} \approx 4.35$ 的右边附近用试探法可解得校正系统剪切频率

$$\omega_c \approx 5(\text{rad/s}) \quad (6.92)$$

由式(6.91)和式(6.92)可得校正系统的相角裕度

$$\gamma = 180^\circ + \varphi(\omega_c) = 180^\circ + \varphi(5) \approx 37.7^\circ$$

令 $\varphi(\omega_g) = -180^\circ$

由式(6.91), 用试探法可解得

$$\omega_g \approx 18(\text{rad/s}) \quad (6.93)$$

由式(6.90)可得

$$A(\omega_g) = A(18) \approx 0.119$$

校正系统的幅值裕度

$$K_g = \frac{1}{A(\omega_g)} = \frac{1}{0.119} \approx 8.403$$

$$K_g(\text{dB}) = 20 \lg K_g = 20 \lg 8.403 \approx 18.5(\text{dB})$$

⑤ 校正前后的比较。

由前面的计算可知, 校正后系统的剪切频率 ω_c 及相角穿越频率 ω_g 提高, 因此, 系统的快速性提高; 相角裕度和幅值裕度提高, 因此, 系统的平稳性提高。即, 串联校正

$G_c(s) = \frac{0.23s+1}{0.023s+1}$ 改善了系统的动态性能。

8. 设一单位反馈系统, 其开环传递函数为

$$G_0(s) = \frac{K}{s^2(0.2s+1)}$$

设计一个串联校正装置, 使校正后的系统稳态加速度误差系数 $K_a = 10\text{s}^{-2}$, 相位裕度不小于 35° 。

解 取 $K=K_a=10$, 作待校正系统的 $L'(\omega), \varphi'(\omega)$, 如图 6-30 所示。由图查得

$$\omega_c' = 2.94, \quad \gamma(\omega_c') = -30.4^\circ$$

采用超前网络, 其最大超前相角应为

$$\varphi_{\max} = 30.4^\circ + 35^\circ + 9^\circ = 74.4^\circ$$

由于 φ_{\max} 较大, 应采用两级超前校正, 每级 $\varphi_{\max}' = 37^\circ$ 。超前网络传递函数为

$$G_c(s) = \left(\frac{1+s/\omega_1}{1+s/\omega_2} \right)^2, \quad \omega_2 = a\omega_1$$

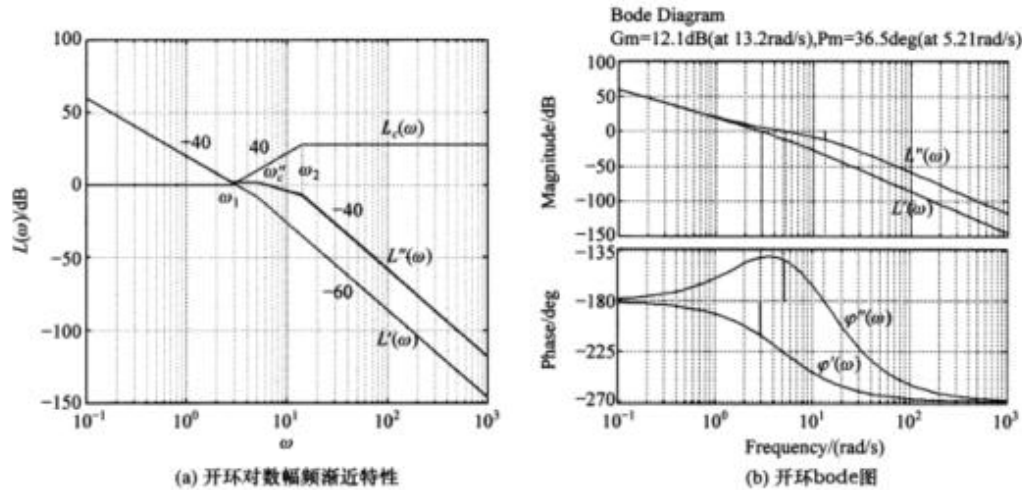


图 6-30 系统的开环对数频率特性(MATLAB)

依据 $\sin\varphi_{\max}' = \frac{a-1}{a+1}$, 算得 $a=4.02$, 取 $a=5$, 故 $\omega_2 = 5\omega_1$ 。校正后系统开环传递函数为

$$G_c(s)G(s) = \frac{10(1+s/\omega_1)^2}{s^2(1+0.2s)(1+s/\omega_2)^2}$$

当 $\omega = \omega_c''$ 时, 因为 ω_c'' 是 ω_1 和 ω_2 的几何中点, 即 $\omega_1 < \omega_c'' < \omega_2$ 。因此可以算得

$$A(\omega_c'') \approx \frac{10(\omega_c''/\omega_1)^2}{\omega_c''^2 \times 0.2\omega_c''} = 1$$

从而求得 $\omega_c'' = 50/\omega_1^2$, 代入 $\omega_c'' = \sqrt{a}\omega_1 = \sqrt{5}\omega_1$, 有 $\omega_1 \approx 2.8, \omega_2 = 14$, 于是 $\omega_c'' = 6.26$ 。经放大补偿后

$$G_c(s) = \frac{(1+s/2.8)^2}{(1+s/14)^2}$$

其 $L_c(\omega)$ 及校正后系统 $L''(\omega), \varphi''(\omega)$ 如图 6-30 所示。

9. 设一单位反馈系统, 其开环传递函数为

$$G_0(s) = \frac{10}{s(0.2s+1)(0.5s+1)}$$

要求校正后的具有相位裕度不小于 45° , 幅值裕度不小于 6dB 的性能指标, 试分别采用串联超前校正和串联滞后校正两种方法确定校正装置。

答:

$$20 \lg |G_0(jw)| = \begin{cases} 20(\lg 10 - \lg w) & 0 < w < 2 \\ 20(\lg 10 - \lg w - \lg 0.5w) & 2 < w < 5 \\ 20(\lg 10 - \lg w - \lg 0.5w - \lg 0.2w) & w > 5 \end{cases}$$

$$20 \lg |G_0(j\omega_{c0})| = 0 \Rightarrow \begin{cases} \omega_{c0} = 4.4721 \text{rad/s} \\ \gamma_0 = 180^\circ + \angle G_0(j\omega_c) \\ = 180^\circ - 90^\circ - \arctan 0.2\omega_{c0} - \arctan 0.5\omega_{c0} \\ = -17.72^\circ \end{cases}$$

(1) 串联超前校正:

若用单级串联超前校正, 需提供的相角至少为 $\varphi_m = \gamma - \gamma_0 + \Delta = 67.72^\circ \sim 72.12^\circ$, 较大, 故应采用两级串联超前校正。

第一级:

取 $\varphi_{m1} = \gamma - \gamma_0 + \Delta = 72.7155^\circ (\Delta = 10^\circ)$

则 $\alpha_1 = \frac{1 + \sin \varphi_{m1}}{1 - \sin \varphi_{m1}} = 43.2882$

令

$$\begin{aligned} 20 \lg |G_0(j\omega_{c1})| &= -10 \lg \alpha_1 \\ \Rightarrow 22(\lg 10 - \lg \omega_{c1} - \lg 0.5\omega_{c1} - \lg 0.2\omega_{c1}) &= -10 \lg \alpha_1 \\ \Rightarrow \omega_{c1} &= 8.6975 \text{rad/s} \end{aligned}$$

则 $T_1 = \frac{1}{\omega_{c1}\sqrt{\alpha_1}} = 0.01748 \Rightarrow G_{c1}(s) = \frac{0.7565s+1}{0.01748s+1}$

第一级校正后 $G_1(s) = \frac{10(0.7565s+1)}{s(0.2s+1)(0.5s+1)(0.01748s+1)}$

令

$$\begin{aligned} 20 \lg |G_1(j\omega_{c1})| \\ = 20(\lg 10 + \lg 0.7565\omega_{c01} - \lg \omega_{c01} - \lg 0.2\omega_{c01} - \lg 0.5\omega_{c01}) &= 0 \\ \Rightarrow \omega_{c01} &= 8.698 \text{rad/s} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \gamma_{01} &= \angle G_1(j\omega_{c1}) + 180^\circ \\ &= \arctan 0.7565\omega_{c01} - 90^\circ - \arctan 0.2 \times \omega_{c01} - \arctan 0.5\omega_{c01} - \arctan 0.01748\omega_{c01} + 180^\circ \\ &= 25.5573^\circ < 45^\circ \end{aligned}$$

第二级:

令 $\varphi_{m2} = \gamma - \gamma_{01} + \Delta = 29.4427^\circ (\Delta = 10^\circ)$, 则 $\alpha_2 = \frac{1 + \sin \varphi_{m2}}{1 - \sin \varphi_{m2}} = 2.9335^\circ$

令 $20 \lg |G_1(j\omega_{c2})| = -10 \lg \alpha_2$

$$\Rightarrow 20(\lg 10 + \lg 0.7565\omega_{c2} - \lg \omega_{c2} - \lg 0.2\omega_{c2} - \lg 0.5\omega_{c2})$$

$$= -10 \lg \alpha_2$$

$$\Rightarrow \omega_{c2} = 11.3829 \text{rad/s}$$

$$\text{则 } T_2 = \frac{1}{\omega_{c2} \sqrt{\alpha_2}} = 0.05129$$

$$\Rightarrow G_{C2} = \frac{0.1505s+1}{0.05129s+1}$$

$$\text{则 } G(s) = G_0(s)G_{C1}(s)G_{C2}(s) = \frac{10(0.7565s+1)(0.1505s+1)}{s(0.2s+1)(0.5s+1)(0.01748s+1)(0.05129s+1)}$$

$$\text{令 } 20 \lg |G(j\omega_{c2})| = 0 \Rightarrow \Omega_{c2} = 11.38 \text{rad/s}$$

$$\gamma_2 = \angle G(j\omega_{c2}) + 180^\circ = \arctan 0.7565\omega_{c2} + \arctan 0.1505\omega_{c2} - 90^\circ - \arctan 0.2\omega_{c2} - \arctan 0.5\omega_{c2} - \arctan 0.01748\omega_{c2} - \arctan 0.05129\omega_{c2}$$

满足要求。

$$\text{令 } \angle G(j\omega_g) = 180^\circ \Rightarrow \omega_g = 32.2 \text{rad/s}$$

$$\therefore 20 \lg k_g = 20 \lg \frac{1}{|G(j\omega_g)|} = 15.9 \text{dB} > 6 \text{dB}, \text{ 满足要求}$$

$$\text{综上, } G_c(s) = \frac{(0.7565s+1)(0.1505s+1)}{(0.01748s+1)(0.05129s+1)}$$

(2) 串联滞后校正

取校正后 $\omega_c = 1 \text{rad/s}$

$$\text{算得 } \gamma_0(\omega_c) = 180^\circ - 90^\circ - \arctan 0.2 - \arctan 0.5 = 52.125^\circ > 45^\circ +$$

Δ ($\Delta = 6^\circ$)

$$\text{令 } 20 \lg |G_0(j\omega_c)| - 20 \lg \beta = 0$$

$$\Rightarrow \beta = \frac{10}{\omega_c} = 10$$

$$\text{取 } \frac{1}{\tau} = \frac{1}{10}\omega_c \Rightarrow \tau = \frac{10}{\omega_c} = 10 \text{rad/s}$$

4

$$\text{则 } G_c(s) = \frac{10s+1}{100s+1}$$

$$\text{校正后 } G(s) = G_0(s)G_c(s) = \frac{10(10s+1)}{s(0.2s+1)(0.5s+1)(100s+1)}$$

$$\text{令 } 20 \lg |G(j\omega_c)| = 0$$

$$\Rightarrow \omega_c = 1 \text{rad/s}$$

$$\gamma = 180^\circ + \arctan 10 - 90^\circ - \arctan 0.2 - \arctan 0.5 - \arctan 100 = 46.987^\circ > 45^\circ, \text{ 满足要求}$$

$$\text{令 } \angle G(j\omega_g) = \arctan 10\omega_g - 90^\circ - \arctan 0.2\omega_g - \arctan 0.5\omega_g - \arctan 100k_g = -180^\circ$$

$$\Rightarrow \omega_g = 3.0612 \text{rad/s}$$

$$20 \lg k_g = 20 \lg \frac{1}{|G(j\omega_g)|} = -20(\lg 10 + \lg 10\omega_g - \lg \omega_g - \lg 0.5\omega_g - \lg 100\omega_g) = 13.42 \text{dB} > 6 \text{dB}, \text{ 满足要求}$$

$$\text{综上, 串联滞后校正为 } G_c(s) = \frac{(10s+1)}{(100s+1)}$$