自动控制原理 B-作业 3 不保熟答案

20.

某单位反馈Ⅰ型系统的开环传递函数为：

$$G_0(s)=\frac{1}{s(0.1s+1)(0.015s+1)}$$

对系统进行校正使其满足以下指标：
(1)稳态速度误差系数$K_v=150s^{-1}$

(2)超调量$\sigma_p\le 20\%$

(3)调整时间$t_s\le 0.5s$

根据指标(1)可知系统开环增益$K=K_v=150s^{-1}$，又知道公式：

$$\sigma_p=0.16+0.4(\frac{1}{sin\gamma}-1)\quad 34°\le\ \gamma\le 90°$$

$$t_s=\frac{\pi}{\omega_c}\left[2+1.5\left(\frac{1}{sin\gamma}-1\right)+2.5\left(\frac{1}{sin\gamma}-1\right)^2\right]$$

可知校正后系统频域性能要满足：$\gamma\ge 65.380°$，$\omega_c\ge 13.666rad/s$。

对填入开环增益$K=150s^{-1}$的系统进行分析，其对数渐近幅频特性、相角特性如下：

$$L_0(\omega)=\begin{cases}20lg150-20lg\omega & 0<\omega<10\\ 20lg150-20lg\omega-20lg0.1\omega & 10<\omega<\dfrac{200}{3}\\ 20lg150-20lg\omega-20lg0.1\omega-20lg0.015\omega & \dfrac{200}{3}<\omega\end{cases}$$

$$\varphi_0(\omega)=-90^{\circ}-arctan\,0.1\omega-arctan\,0.015\omega$$

如上特性计算可得$\omega_{c0}=38.730rad/s$，$\gamma_0=-15.677°$。

迟后-超前校正方法一：先迟后降低剪切频率，再用超前校正提高相角裕度

• 先迟后校正，将系统的剪切频率降低至$9.5rad/s$，设迟后校正环节的传递函数如下：

$$G_{c1}(s)=\frac{T_1s+1}{\beta T_1s+1}$$

为了满足系统在$\omega_{c1}=9.5rad/s$处对数幅频特性为$0dB$，则有：

$$20lg150-20lg\omega_{c1}=20lg\beta$$

即得$\beta=15.789$，故$T_1=\frac{10}{\omega_{c1}}=1.053$，得：

$$G_{c1}(s)=\frac{1.053s+1}{16.626s+1}$$

对其进行校验此时系统的剪切频率和相角裕度，估算其剪切频率在$9.5rad/s$左右：

$$20(lg150-lg\omega_{c1}+lg1.053\omega_{c1}-lg16.626\omega_{c1})=0$$

此时剪切频率$\omega_{c1}=9.50rad/s$，且

$$\gamma_1=90^{\circ}-arctan\,0.1\omega_{c1}-arctan\,0.015\omega_{c1}+arctan\,1.053\omega_{c1}-arctan\,16.626\omega_{c1}$$

此时相角裕度$\gamma_1=33.013°$。

• 再进行超前校正提高其相角裕度，设超前校正环节的传递函数如下：

$$G_{c2}(s)=\frac{\alpha T_2s+1}{T_2s+1}$$

其所需要提供的最大相角为：($\varDelta_1=19.633°$)

$$\varphi_m=\gamma-\gamma_1+\varDelta_1=52°$$

则$\alpha = \frac{1+sin(\varphi_m)}{1-sin(\varphi_m)} = 8.434$。确定此时系统的剪切频率：

$$20(lg150 - lg\omega_c - lg0.1\omega_c + lg1.053\omega_c - lg16.626\omega_c) = -10lg\alpha$$

可得$\omega_c = 16.610rad/s > 13.666rad/s$。$T_2 = \frac{1}{\omega_c\sqrt{\alpha}} = 0.0207$，则有

$$G_{c2}(s) = \frac{0.1746s + 1}{0.0207s + 1}$$

对新系统进行校验，估算其剪切频率在$16.610rad/s$左右：

$$20(lg150 - lg\omega_c - lg0.1\omega_c + lg1.053\omega_c - lg16.626\omega_c + lg0.1746\omega_c) = 0$$

由此得$\omega_c = 16.587rad/s > 13.666rad/s$，且

$$\gamma = 90^\circ - arctan\,0.1\omega_c - arctan\,0.015\omega_c + arctan\,1.053\omega_c - arctan\,16.626\omega_c + arctan\,0.1746\omega_c - arctan\,0.0207\omega_c$$

此时相角裕度$\gamma = 66.045° > 65.380°$, 均满足条件。

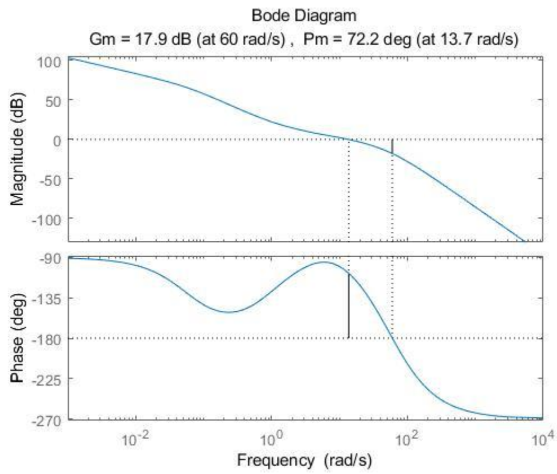
• 新开环传递函数表达式：

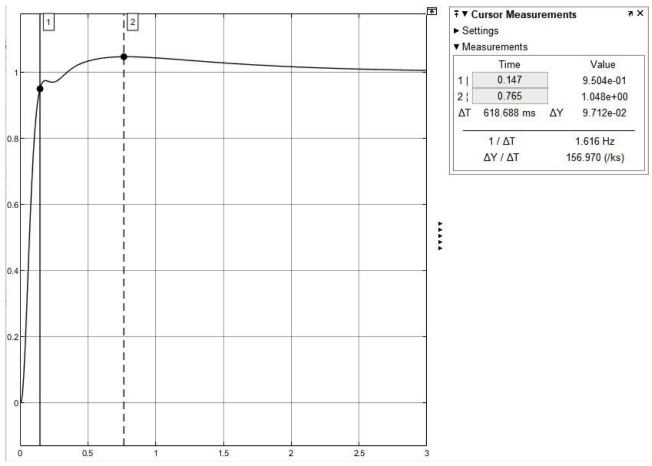
$$\boldsymbol{G(s) = \frac{150}{s(0.1s+1)(0.015s+1)}\frac{1.053s+1}{16.626s+1}\frac{0.1746s+1}{0.0207s+1}}$$

串联校正装置表达式：

$$\boldsymbol{G_c(s) = \frac{1.053s+1}{16.626s+1}\frac{0.1746s+1}{0.0207s+1}}$$

Matlab 对校正后的开环传递函数给出的 Bode 图与单位阶跃响应如下：





频域性能：$\gamma = 72.2° \geq 65.380°$，$\omega_c = 13.7rad/s \geq 13.666rad/s$

时域性能：超调量$\sigma_p = 4.8\% \leq 20\%$，调整时间$t_s = 0.147s \leq 0.5s$

迟后-超前校正方法二：先降低开环增益超前校正，再还原增益迟后校正。

• 先取开环增益为9.6，补充增益为15.625，则改变增益后该系统剪切频率为$\omega_{c0} = 9.6rad/s$，该处原系统的相位裕度$\gamma_0 = 37.975°$。现在对其进行超前校正，设超前校正环节的传递函数如下：

$$G_{c1}(s) = \frac{\alpha T_1 s + 1}{T_1 s + 1}$$

该超前校正环节提供的最大相角如下：（$\Delta_1 = 18.595°$，弥补迟后环节$\Delta_2 = 6°$）

$$\varphi_m = \gamma - \gamma_0 + \Delta_1 + \Delta_2 = 52°$$

则$\alpha = \frac{1+sin(\varphi_m)}{1-sin(\varphi_m)} = 8.434$。确定此时系统的剪切频率$\omega_{c1}$：

$$20lg9.6 - 20lg\omega_{c1} - 20lg0.1\omega_{c1} = -10lg\alpha$$

可得$\omega_{c1} = 16.697\,rad/s$，$T_1 = \frac{1}{\omega_{c1}\sqrt{\alpha}} = 0.0206$，则超前校正环节的传递函数如下：

$$G_{c1}(s) = \frac{0.1737s + 1}{0.0206s + 1}$$

简单进行校验，估算其剪切频率在$16.697\,rad/s$左右：

$$20(lg9.6 - lg\omega_{c1} - lg0.1\omega_{c1} + lg0.1737\omega_{c1}) = 0$$

得到$\omega_{c1} = 16.6752rad/s$，且

$$\gamma_1 = 90^{\circ} - arctan\,0.1\omega_{c1} - arctan\,0.015\omega_{c1} + arctan\,0.1737\omega_{c1} - arctan\,0.0206\omega_{c1}$$

得$\gamma_1 = 68.903°$。

- 再补充15.625的增益，迟后校正，令其传递函数如下：

$$G_{c2}(s) = 15.625\frac{T_2 s + 1}{\beta T_2 s + 1}$$

已知$\beta = 15.625$，取ω_{c1}是迟后环节第二转折频率的 20 倍：$T_2 = \frac{20}{\omega_{c1}} = 1.199$，即

$$G_{c2}(s) = 15.7895\frac{1.199s + 1}{18.734s + 1}$$

对其进行校验，估算其剪切频率在$16.6752rad/s$左右：

$$20(lg150 - lg\omega_c - lg0.1\omega_c + lg0.1734\omega_c + lg1.199\omega_c - lg18.734\omega_c) = 0$$

可得$\omega_c = 16.647rad/s > 13.666rad/s$，且

$$\gamma = 90^{\circ} - arctan\,0.1\omega_c - arctan\,0.015\omega_c + arctan\,0.1734\omega_c - arctan\,0.0206\omega_c + arctan\,1.199\omega_c - arctan\,18.734\omega_c$$

可得$\gamma = 66.284° > 65.380°$，均满足条件。

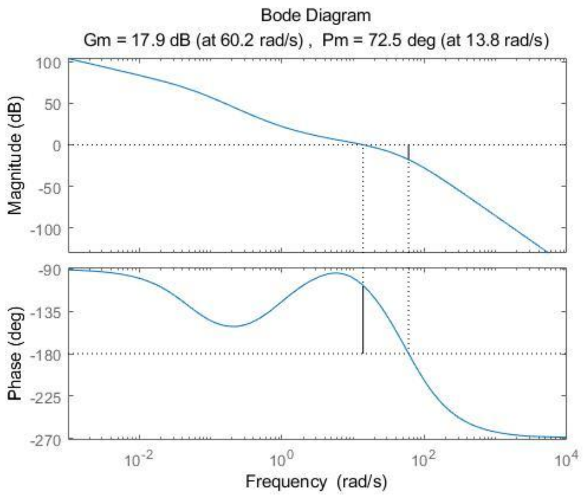
- 新开环传递函数表达式：

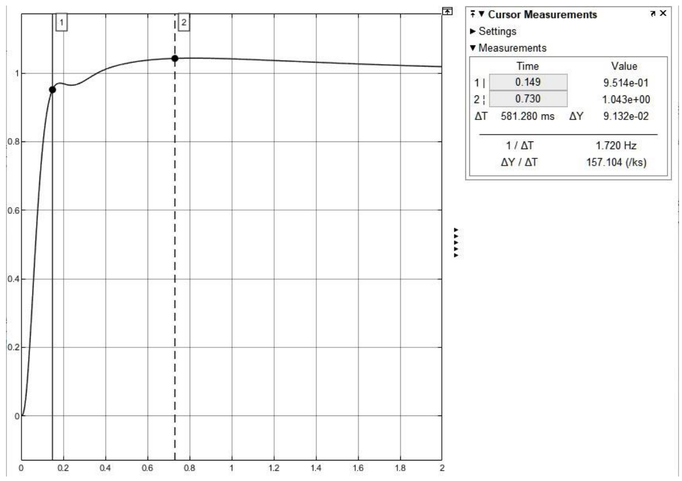
$$\boldsymbol{G(s) = \frac{150}{s(0.1s+1)(0.015s+1)}\frac{0.1737s+1}{0.0206s+1}\frac{1.199s+1}{18.734s+1}}$$

串联校正装置表达式：

$$\boldsymbol{G_c(s) = \frac{0.1737s+1}{0.0206s+1}\frac{1.199s+1}{18.734s+1}}$$

Matlab 对校正后的开环传递函数给出的 Bode 图与单位阶跃响应如下：





频域性能：$\gamma = 72.5° \geq 65.380°$，$\omega_c = 13.8rad/s \geq 13.666rad/s$

时域性能：超调量$\sigma_p = 4.3\% \leq 20\%$，调整时间$t_s = 0.149s \leq 0.5s$

迟后-超前校正方法三：先超前校正提高目标剪切频率处的相位储备，再迟后校正降至目标剪切频率。

• 设目标剪切频率$\omega_c = 18rad/s$，原系统在ω_c处的相位储备$\gamma_0(\omega_c) = 13.945°$。设超前校正的传递函数如下：

$$G_{c1}(s) = \frac{\alpha T_1 s + 1}{T_1 s + 1}$$

其需要在ω_c处提供的相角为：(弥补迟后环节引起的相角损失并使φ_m为整数，取$\Delta_1 = 6.565°$)

$$\varphi_m = \gamma - \gamma_0(\omega_c) + \Delta_1 = 58°$$

可知$\alpha = \frac{1+sin(\varphi_m)}{1-sin(\varphi_m)} = 12.162$，得$T_1 = \frac{1}{\omega_c\sqrt{\alpha}} = 0.0159$，即

$$G_{c1}(s) = \frac{0.1934s + 1}{0.0159s + 1}$$

简单对其进行校验，其在$\omega_c = 18rad/s$的相角裕度：

$$\gamma_1 = 90^{\circ} - arctan\,0.1\omega_c - arctan\,0.015\omega_c + arctan\,0.1934\omega_c - arctan\,0.0159\omega_c$$

可得$\gamma_1 = 71.947^{\circ}$。

• 对其进行迟后校正，使系统剪切频率为$18rad/s$，设迟后校正的传递函数如下：

$$G_{c2}(s) = \frac{T_2 s + 1}{\beta T_2 s + 1}$$

要求新系统在ω_c处对数渐近幅频特性为$0dB$：

$$20lg150 - 20lg\omega_c - 20lg0.1\omega_c + 20lg0.1934\omega_c = 20lg\beta$$

可得$\beta = 16.117$，取ω_c是迟后环节第二转折频率的 20 倍：$T_2 = \frac{20}{\omega_c} = 1.111$，即

$$G_{c2}(s) = \frac{1.111s + 1}{17.906s + 1}$$

对其进行校验，估算其剪切频率在$18rad/s$：

$$20(lg150 - lg\omega_c - lg0.1\omega_c + lg0.1934\omega_c + lg1.111\omega_c - lg17.906\omega_c) = 0$$

可得$\omega_c = 18.00rad/s > 13.666rad/s$，其相角裕度：

$$\gamma = 90^{\circ} - arctan\,0.1\omega_c - arctan\,0.015\omega_c + arctan\,0.1934\omega_c - arctan\,0.0159\omega_c + arctan\,1.111\omega_c - arctan\,17.906\omega_c$$

可得$\gamma = 69.262° > 65.380°$，均满足条件。

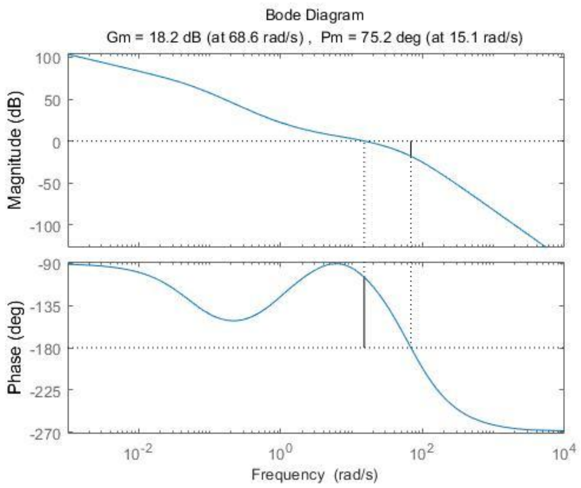
• 新开环传递函数表达式：

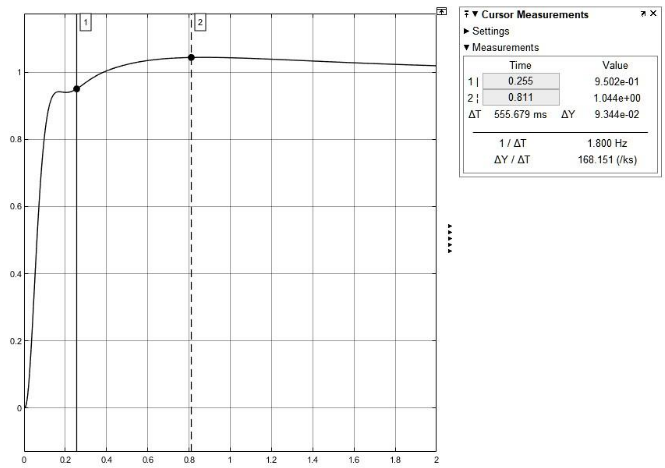
$$\boldsymbol{G(s) = \frac{150}{s(0.1s+1)(0.015s+1)} \frac{0.1934s+1}{0.0159s+1} \frac{1.111s+1}{17.906s+1}}$$

串联校正装置表达式：

$$\boldsymbol{G_c(s) = \frac{0.1934s+1}{0.0159s+1} \frac{1.111s+1}{17.906s+1}}$$

Matlab 对校正后的开环传递函数给出的 Bode 图与单位阶跃响应如下：





频域性能：$\gamma = 75.2° \geq 65.380°$，$\omega_c = 15.1rad/s \geq 13.666rad/s$

时域性能：超调量$\sigma_p = 4.4\% \leq 20\%$，调整时间$t_s = 0.255s \leq 0.5s$

期望频率特性法设计：

已知中频段宽度$h \geq \frac{1+sin\gamma}{1-sin\gamma} = 21.00$，要求校正后系统的剪切频率$\omega_c = 14.3rad/s$，则有

$$\omega_2 \leq \frac{\omega_c}{\sqrt{h}} = 3.121rad/s$$

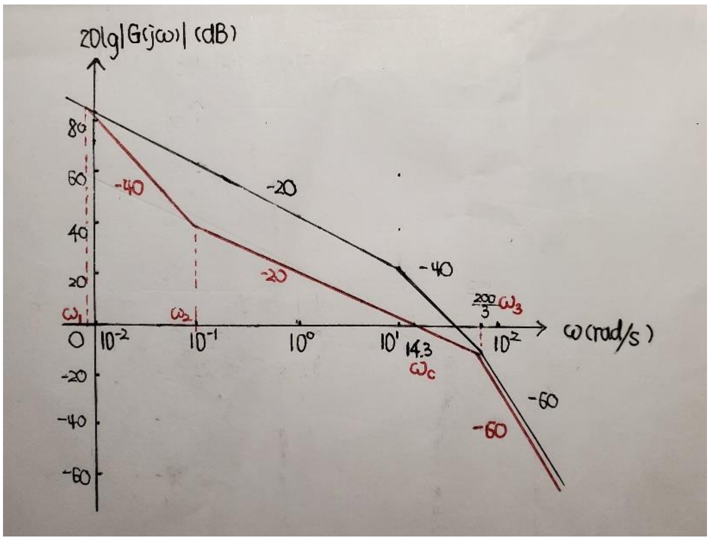
$$\omega_3 \geq \omega_c\sqrt{h} = 65.531/s$$

故取

$$\omega_2 = 0.1rad/s$$

$$\omega_3 = \frac{200}{3}\ rad/s$$

根据下图设计



现用三种方法求取ω_1：

1.斜率法求取$\boldsymbol{\omega_1}$

首先求取$20lg|G(j\omega_2)|$，根据中频段的斜率为$-20dB$可以列写：

$$\frac{20lg|G(j\omega_2)| - 20lg|G(j\omega_c)|}{lg\omega_2 - lg\omega_c} = -20$$

可得$20lg|G(j\omega_2)| = 20lg143\ dB$。

根据图像可知，低频段和中频段的衔接段斜率是$-40dB$,由此可以列写：

$$\frac{20lg|G(j\omega_1)| - 20lg|G(j\omega_2)|}{lg\omega_1 - lg\omega_2} = -40$$

可得$20lg|G(j\omega_1)| = 20lg\frac{1.43}{\omega_1^2}$，其属于原系统低频段，即：

$$20lg\frac{1.43}{\omega_1^2} = 20lg\frac{150}{\omega_1}$$

最终可得$\omega_1 = \frac{143}{15000}rad/s$。

2.直线方程法求取$\boldsymbol{\omega_1}$

期望频率特性的中频段过$(14.3\ ,0)$，因此其幅频特性可以表示为：

$$20lg|G(j\omega)| = -20(lg\omega - lg14.3)$$

则中频段下限频率ω_2对应的幅频特性值为：

$$20lg|G(j\omega_2)| = -20(lg\omega_2 - lg14.3) = 20lg143$$

进而低频段和中频段过渡段的直线过(0.1，20lg143)，直线可以有如下表示：

$$20lg|G(j\omega)| - 20lg143 = -40(lg\omega - lg0.1)$$

化简为：

$$20lg|G(j\omega)| = -40lg\omega + 20lg1.43$$

低频段直线方程：

$$20lg|G(j\omega)| = -20lg\omega + 20lg150$$

过渡段的直线与原系统低频段直线的交点横坐标为ω_1：

$$-40lg\omega + 20lg1.43 = -20lg\omega + 20lg150$$

得$\omega_1 = \frac{143}{15000}rad/s$。

3.对数渐近幅频特性结合剪切频率求取ω_1

在剪切频率$\omega_c = 14.3rad/s$处，期望频率特性的对数渐近幅频特性为：

$$20lg|G(j\omega)| = 20lg150 - 20lg\omega - 20lg\frac{\omega}{\omega_1} + 20lg10\omega$$

当$\omega = \omega_c$时，上述方程为$0dB$，即$\omega_1 = \frac{143}{15000}rad/s$。

而原系统在$\omega_3 = \frac{200}{3}rad/s$的对数渐近幅频特性为：

$$20lg150 - 20lg\omega_3 - 20lg0.1\omega_3 - 20lg0.015\omega_3 = -9.43dB$$

而校正后的系统在$\omega_3 = \frac{200}{3}rad/s$的对数渐近幅频特性为：

$$20lg150 - 20lg\omega_3 - 20lg\frac{\omega_3}{\omega_1} + 20lg\frac{\omega_3}{\omega_2} = -13.37dB$$

可知期望频率特性在ω_3的对数渐近幅频特性低于原系统，当$\omega > \omega_3$时，令二者的高频段相互平行，由图所示期望频率设计的新系统开环传递函数如下：

$$\boldsymbol{G(s) = \frac{150(10s+1)}{s\left(\frac{15000s}{143}+1\right)\left(\frac{3s}{200}+1\right)^2}}$$

对其进行校验，估计其剪切频率在$14.3rad/s$左右：

$$20(lg150 - lg\omega_c + lg10\omega_c - lg\frac{15000\omega_c}{143}) = 0$$

得$\omega_c = 14.3rad/s > 13.666rad/s$，其相角裕度：

$$\gamma = 90^{\circ} + arctan\,10\omega_c - arctan\frac{15000\omega_c}{143} - 2\,arctan\frac{3\omega_c}{200} = 65.425° > 65.380°$$

均满足题目条件。

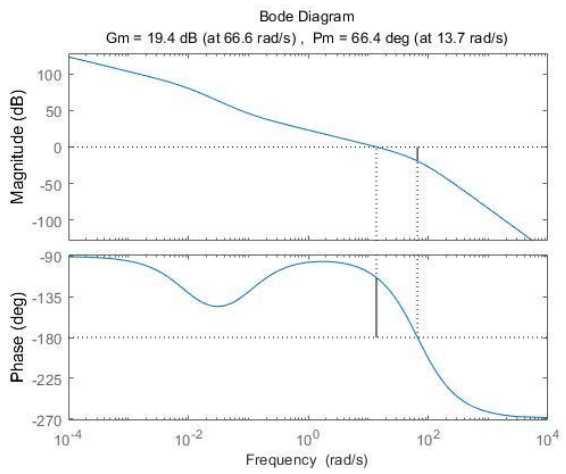
- 新开环传递函数表达式：

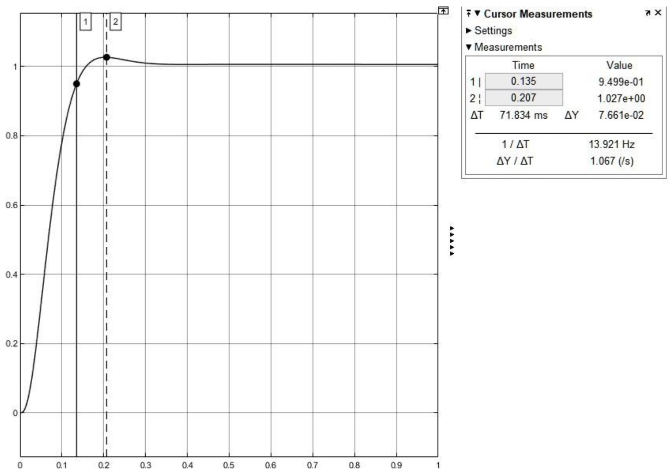
$$\boldsymbol{G(s) = \frac{150(10s+1)}{s\left(\frac{15000s}{143}+1\right)\left(\frac{3s}{200}+1\right)^2}}$$

校正环节为：

$$\boldsymbol{G_c(s) = \frac{G(s)}{G_0(s)} = \frac{\left(\frac{s}{10}+1\right)(10s+1)}{\left(\frac{15000s}{143}+1\right)\left(\frac{3s}{200}+1\right)}}$$

Matlab 对校正后的开环传递函数给出的 Bode 图与单位阶跃响应如下：





频域性能：$\gamma = 66.4° \geq 65.380°$，$\omega_c = 13.7rad/s \geq 13.666rad/s$

时域性能：超调量$\sigma_p = 2.7\% \leq 20\%$，调整时间$t_s = 0.135s \leq 0.5s$

21.

某反馈系统的开环频率特性如下：

$$G_0(j\omega) = \frac{250}{j\omega\left(\frac{j\omega}{10}+1\right)\left(\frac{j\omega}{100}+1\right)}$$

要求校正后的系统满足剪切频率$\omega_c = 25rad/s$, 相角裕度$\gamma \geq 45°$，幅频特性曲线穿越$0dB$线的斜率为$-20dB/dec$。

对原系统进行分析：

$$L_0(\omega) = \begin{cases} 20lg250 - 20lg\omega & 0 < \omega < 10 \\ 20lg250 - 20lg\omega - 20lg0.1\omega & 10 < \omega < 100 \\ 20lg250 - 20lg\omega - 20lg0.1\omega - 20lg0.01\omega & 100 < \omega \end{cases}$$

$$\varphi_0(\omega) = -90^{\circ} - \arctan 0.1\omega - \arctan 0.01\omega$$

计算可得$\omega_{c0} = 50rad/s$，$\gamma_0 = -15.255°$，幅频特性曲线穿越$0dB$线的斜率为$-40dB/dec$。

迟后-超前校正方法一：先迟后降低剪切频率，再用超前校正提高相角裕度

- 先迟后校正，将系统的剪切频率降低至$16rad/s$，设迟后校正环节的传递函数如下：

$$G_{c1}(s) = \frac{T_1 s + 1}{\beta T_1 s + 1}$$

为了满足系统在$\omega_{c1} = 16rad/s$处对数幅频特性为$0dB$，则有：

$$20lg250 - 20lg\omega_{c1} - 20lg0.1\omega_{c1} = 20lg\beta$$

即得$\beta = 9.766$，故$T_1 = \frac{10}{\omega_{c1}} = 0.625$，得：

$$G_{c1}(s) = \frac{0.625s + 1}{6.104s + 1}$$

对其进行校验此时系统的剪切频率和相角裕度，估算其剪切频率在$16rad/s$左右：

$$20(lg250 - lg\omega_{c1} - lg0.1\omega_{c1} + lg0.625\omega_{c1} - lg6.104\omega_{c1}) = 0$$

此时剪切频率$\omega_{c1} = 16.00rad/s$，且

$$\gamma_1 = 90^{\circ} - \arctan 0.1\omega_{c1} - \arctan 0.01\omega_{c1} + \arctan 0.625\omega_{c1} - \arctan 6.104\omega_{c1}$$

此时相角裕度$\gamma_1 = 17.791°$。

• 再进行超前校正提高其相角裕度，设超前校正环节的传递函数如下：

$$G_{c2}(s)=\frac{\alpha T_2 s+1}{T_2 s+1}$$

剪切频率优先，固定剪切频率$\omega_c=25rad/s$, 求解α:

$$20(lg250-lg\omega_c-lg0.1\omega_c+lg0.625\omega_c-lg6.104\omega_c)=-10lg\alpha$$

即可得$\alpha=5.961$, 其能提供最大相角$\varphi_m=arcsin\frac{\alpha-1}{\alpha+1}=45.454°>\gamma-\gamma_1+\Delta=37.209°$。（$\Delta=10°$）

最大相角对应频率应与剪切频率ω_c对准：$T_2=\frac{1}{\omega_c\sqrt{\alpha}}=0.0164$, 则有

$$G_{c2}(s)=\frac{0.0978s+1}{0.0164s+1}$$

对新系统进行校验，估算其剪切频率在$25rad/s$左右：

$$20(lg250-lg\omega_c-lg0.1\omega_c+lg0.625\omega_c-lg6.104\omega_c+lg0.0978\omega_c)=0$$

由此得$\boldsymbol{\omega_c=25.0rad/s}$，由上式可知**幅频特性曲线穿越$\boldsymbol{0dB}$线的斜率为$\boldsymbol{-20dB/dec}$**，且

$$\gamma=90^\circ-arctan\,0.1\omega_c-arctan\,0.01\omega_c+arctan\,0.625\omega_c-arctan\,6.104\omega_c+arctan\,0.0978\omega_c-arctan\,0.0164\omega_c$$

得$\boldsymbol{\gamma=49.94°>45°}$, 同时满足题设条件。

• 新开环传递函数表达式：

$$\boldsymbol{G(s)=\frac{250}{s(0.1s+1)(0.01s+1)}\frac{0.625s+1}{6.104s+1}\frac{0.0978s+1}{0.0164s+1}}$$

串联校正装置表达式：

$$\boldsymbol{G_c(s)=\frac{0.625s+1}{6.104s+1}\frac{0.0978s+1}{0.0164s+1}}$$

迟后-超前校正方法二：先降低开环增益超前校正，再还原增益迟后校正。

• 先取开环增益为25，补充增益为 10，则改变增益后该系统剪切频率为$\omega_{c0}=15.811rad/s$，该处原系统的相位裕度$\gamma_0=23.3275°$。现在对其进行超前校正，设超前校正环节的传递函数如下：

$$G_{c1}(s)=\frac{\alpha T_1 s+1}{T_1 s+1}$$

剪切频率优先，固定剪切频率$\omega_c=25rad/s$, 求解α:

$$20(lg25-lg\omega_c-lg0.1\omega_c)=-10lg\alpha$$

即可得$\alpha=6.25$, 其能提供最大相角$\varphi_m=arcsin\frac{\alpha-1}{\alpha+1}=46.397°>\gamma-\gamma_0+\Delta=31.6725°$。（$\Delta=10°$）

最大相角对应频率应与剪切频率ω_c对准：$T_1=\frac{1}{\omega_c\sqrt{\alpha}}=0.016$，得

$$G_{c1}(s)=\frac{0.1s+1}{0.016s+1}$$

简单进行校验，估算其剪切频率在$25\ rad/s$左右：

$$20(lg25-lg\omega_c-lg0.1\omega_c+lg0.1\omega_c)=0$$

得到$\omega_c=25rad/s$，且

$$\gamma_1=90^\circ-arctan\,0.1\omega_c-arctan\,0.01\omega_c+arctan\,0.1\omega_c-arctan\,0.016$$

得$\gamma_1=54.162°$。

• 再补充10的增益，迟后校正，令其传递函数如下：

$$G_{c2}(s)=10\frac{T_2 s+1}{\beta T_2 s+1}$$

已知$\beta=10$，取ω_c是迟后环节第二转折频率的 10 倍：$T_2=\frac{10}{\omega_c}=0.4$，即

$$G_{c2}(s) = 10\frac{0.4s+1}{4s+1}$$

对其进行校验，估算其剪切频率在$25rad/s$左右：

$$20(lg250 - lg\omega_c - lg0.1\omega_c + lg0.1\omega_c + lg0.4\omega_c - lg4\omega_c) = 0$$

可得$\boldsymbol{\omega_c = 25rad/s}$，由上式可知**幅频特性曲线穿越$\boldsymbol{0dB}$线的斜率为$\boldsymbol{-20dB/dec}$**，且

$$\gamma = 90^{\circ} - arctan\,0.1\omega_c - arctan\,0.01\omega_c + arctan\,0.1\omega_c - arctan\,0.016\omega_c + arctan\,0.4\omega_c - arctan\,4\omega_c$$

可得$\boldsymbol{\gamma = 49.025° > 45°}$，同时满足题设条件。

• 新开环传递函数表达式：

$$\boldsymbol{G(s) = \frac{250}{s(0.1s+1)(0.01s+1)}\frac{0.1s+1}{0.016s+1}\frac{0.4s+1}{4s+1}}$$

串联校正装置表达式：

$$\boldsymbol{G_c(s) = \frac{0.1s+1}{0.016s+1}\frac{0.4s+1}{4s+1}}$$

迟后-超前校正方法三：先超前校正提高目标剪切频率处的相位储备，再迟后校正降至目标剪切频率。

• 设目标剪切频率$\omega_c = 25rad/s$，原系统在ω_c处的相位储备$\gamma_0(\omega_c) = 7.765°$。设超前校正的传递函数如下：

$$G_{c1}(s) = \frac{\alpha T_1 s+1}{T_1 s+1}$$

其需要在ω_c处提供的相角为：(弥补迟后环节引起的相角损失并使φ_m为整数，取$\Delta_1 = 6.765°$)

$$\varphi_m = \gamma - \gamma_0(\omega_c) + \Delta_1 = 44°$$

可知$\alpha = \frac{1+sin(\varphi_m)}{1-sin(\varphi_m)} = 5.550$，得$T_1 = \frac{1}{\omega_c\sqrt{\alpha}} = 0.01698$，即

$$G_{c1}(s) = \frac{0.09424s+1}{0.01698s+1}$$

简单对其进行校验，其在$\omega_c = 25rad/s$的相角裕度：

$$\gamma_1 = 90^{\circ} - arctan\,0.1\omega_c - arctan\,0.01\omega_c + arctan\,0.09424\omega_c - arctan\,0.01698\omega_c$$

可得$\gamma_1 = 51.765^{\circ}$。

• 对其进行迟后校正，使系统剪切频率为$25rad/s$，设迟后校正的传递函数如下：

$$G_{c2}(s) = \frac{T_2 s+1}{\beta T_2 s+1}$$

要求新系统在ω_c处对数渐近幅频特性为$0dB$：

$$20lg250 - 20lg\omega_c - 20lg0.1\omega_c + 20lg0.09424\omega_c = 20lg\beta$$

可得$\beta = 9.424$，取ω_c是迟后环节第二转折频率 10 倍：$T_2 = \frac{10}{\omega_c} = 0.4$，即

$$G_{c2}(s) = \frac{0.4s+1}{3.7696s+1}$$

对其进行校验，估算其剪切频率在$25rad/s$：

$$20(lg250 - lg\omega_c - lg0.1\omega_c + lg0.09424\omega_c + lg0.4\omega_c - lg3.7696\omega_c) = 0$$

可得$\boldsymbol{\omega_c = 25rad/s}$，由上式可知**幅频特性曲线穿越$\boldsymbol{0dB}$线的斜率为$\boldsymbol{-20dB/dec}$**，且

$$\gamma = 90^{\circ} - arctan\,0.1\omega_c - arctan\,0.01\omega_c + arctan\,0.09424\omega_c - arctan\,0.01698\omega_c + arctan\,0.4\omega_c - arctan\,3.7696\omega_c$$

可得$\boldsymbol{\gamma = 46.663° > 45°}$，同时满足题设条件。

• 新开环传递函数表达式：

$$\boldsymbol{G(s) = \frac{250}{s(0.1s+1)(0.01s+1)}\frac{0.09424s+1}{0.01698s+1}\frac{0.4s+1}{3.7696s+1}}$$

串联校正装置表达式：

$$G_c(s)=\frac{0.09424s+1}{0.01698s+1}\frac{0.4s+1}{3.7696s+1}$$

期望频率特性法设计：

已知中频段宽度$h\geq\frac{1+sin\gamma}{1-sin\gamma}=5.828$，要求校正后系统的剪切频率$\omega_c=25rad/s$，则有

$$\omega_2\leq\frac{\omega_c}{\sqrt{h}}=10.356rad/s$$

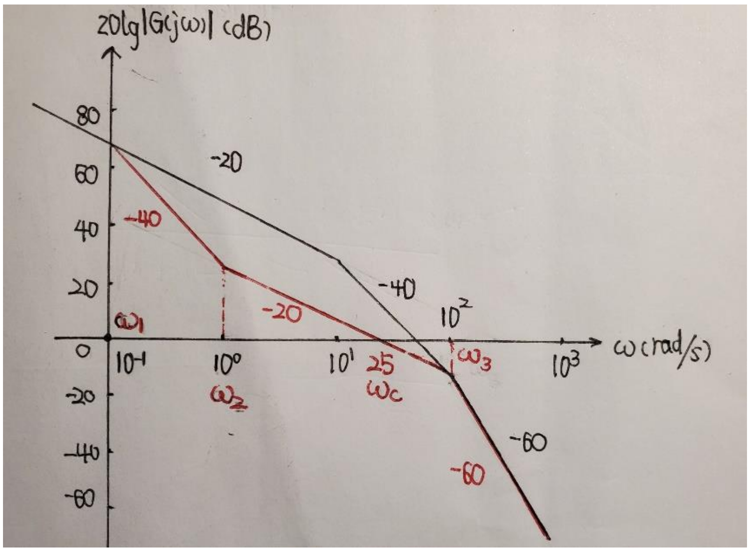
$$\omega_3\geq\omega_c\sqrt{h}=60.353/s$$

故取

$$\omega_2=1rad/s$$
$$\omega_3=100\ rad/s$$

根据下图设计

由图可知期望频率特性曲线穿越$0dB$线的斜率为$-20dB/dec$



现用三种方法求取ω_1：

1.斜率法求取ω_1

首先求取$20lg|G(j\omega_2)|$，根据中频段的斜率为$-20dB$可以列写：

$$\frac{20lg|G(j\omega_2)|-20lg|G(j\omega_c)|}{lg\omega_2-lg\omega_c}=-20$$

可得$20lg|G(j\omega_2)|=20lg25\ dB$。

根据图像可知，低频段和中频段的衔接段斜率是$-40dB$,由此可以列写：

$$\frac{20lg|G(j\omega_1)|-20lg|G(j\omega_2)|}{lg\omega_1-lg\omega_2}=-40$$

可得$20lg|G(j\omega_1)|=20lg\frac{25}{\omega_1^2}$，其属于原系统低频段，即：

$$20lg\frac{25}{\omega_1^2}=20lg\frac{250}{\omega_1}$$

最终可得$\omega_1=0.1rad/s$。

2.直线方程法求取ω_1

期望频率特性的中频段过$(25,0)$，因此其幅频特性可以表示为：

$$20lg|G(j\omega)|=-20(lg\omega-lg25)$$

则中频段下限频率ω_2对应的幅频特性值为：

$$20lg|G(j\omega_2)| = -20(lg\omega_2 - lg25) = 20lg25$$

进而低频段和中频段过渡段的直线过(1，$20lg25$)，直线可以有如下表示：

$$20lg|G(j\omega)| - 20lg25 = -40(lg\omega - lg1)$$

化简为：

$$20lg|G(j\omega)| = -40lg\omega + 20lg25$$

低频段直线方程：

$$20lg|G(j\omega)| = -20lg\omega + 20lg250$$

过渡段的直线与原系统低频段直线的交点横坐标为ω_1：

$$-40lg\omega + 20lg25 = -20lg\omega + 20lg250$$

得$\omega_1 = 0.1rad/s$。

3.对数渐近幅频特性结合剪切频率求取$\boldsymbol{\omega_1}$

在剪切频率$\omega_c = 25rad/s$处，期望频率特性的对数渐近幅频特性为：

$$20lg|G(j\omega)| = 20lg250 - 20lg\omega - 20lg\frac{\omega}{\omega_1} + 20lg\omega$$

当$\omega = \omega_c$时，上述方程为$0dB$，即$\omega_1 = 0.1rad/s$。

而原系统在$\omega_3 = 100rad/s$的对数渐近幅频特性为：

$$20lg250 - 20lg\omega_3 - 20lg0.1\omega_3 - 20lg0.01\omega_3 = -12.04dB$$

而校正后的系统在$\omega_3 = 100rad/s$的对数渐近幅频特性为：

$$20lg250 - 20lg\omega_3 - 20lg\frac{\omega_3}{\omega_1} + 20lg\frac{\omega_3}{\omega_2} = -12.04dB$$

可知期望频率特性在ω_3的对数渐近幅频特性等于原系统，当$\omega > \omega_3$时，可令二者的高频段重合，由图所示期望频率设计的新系统开环传递函数如下：

$$\boldsymbol{G(s) = \frac{250(s+1)}{s(10s+1)\left(\frac{s}{100}+1\right)^2}}$$

对其进行校验，估计其剪切频率在$25rad/s$左右：

$$20(lg250 - lg\omega_c + lg\omega_c - lg10\omega_c) = 0$$

得$\boldsymbol{\omega_c = 25rad/s}$，其相角裕度：

$$\boldsymbol{\gamma} = 90^{\circ} + arctan\,\omega_c - arctan\,10\omega_c - 2\,arctan\frac{\omega_c}{100} = \mathbf{59.866^{\circ} > 45^{\circ}}$$

满足题目条件。

- 新开环传递函数表达式：

$$\boldsymbol{G(s) = \frac{250(s+1)}{s(10s+1)\left(\frac{s}{100}+1\right)^2}}$$

则校正环节为：

$$\boldsymbol{G_c(s) = \frac{G(s)}{G_0(s)} = \frac{(s+1)\left(\frac{s}{10}+1\right)}{(10s+1)\left(\frac{s}{100}+1\right)}}$$

仅供参考，反对抄袭

方未艾

2023.6