自动控制原理B第五次作业

1. 有模拟控制器$D(S)=\frac{5(S+2)}{S+8}$，采样周期T=0.1s，试用双线性变换、根匹配法进行离散化，给出数字控制算法。

(1) 双线性变换

$S=\frac{2}{T}\frac{1-Z^{-1}}{1+Z^{-1}}$，则$D(Z)=D(S)\Big|_{S=\frac{2}{T}\frac{1-Z^{-1}}{1+Z^{-1}}}=\frac{55-45Z^{-1}}{14-6Z^{-1}}$

而$D(Z)=\frac{U(Z)}{E(Z)}$，可得 $14U(Z)-6Z^{-1}U(Z)=55E(Z)-45Z^{-1}E(Z)$

即 数字控制算法: $U(K)=\frac{3}{7}U(K-1)+\frac{55}{14}e(K)-\frac{45}{14}e(K-1)$

(2) 根匹配法

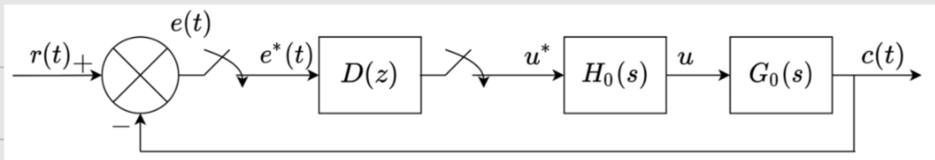
D(S)的零点为-2，极点为-8，即有

$D(Z)=K_Z\frac{1-e^{-2T}Z^{-1}}{1-e^{-8T}Z^{-1}}$ 而 $\lim_{S\to 0}D(S)=\lim_{Z\to 1}D(Z)$ 得 $K_Z=\frac{5}{4}\frac{1-e^{-0.8}}{1-e^{-0.2}}\approx 3.797$

$D(Z)=3.797\frac{1-0.819Z^{-1}}{1-0.449Z^{-1}}$，$D(Z)=\frac{U(Z)}{E(Z)}$，可得$U(Z)=0.449Z^{-1}U(Z)+3.797E(Z)-3.110Z^{-1}E(Z)$

即 数字控制算法: $U(K)=0.449U(K-1)+3.797e(K)-3.110e(K-1)$

2.



$H_0(S)$为零阶保持器，采样周期T=1s，$G_0(S)=\frac{K}{S}$，求当$r(t)=R_1 1(t)+R_1 t$时，系统无稳态误差，过渡过程在最小拍内结束的D(Z)

输入信号 $R(Z)=R_1\left[\frac{1}{1-Z^{-1}}+\frac{TZ^{-1}}{(1-Z^{-1})^2}\right]=R_1\frac{1+(T-1)Z^{-1}}{(1-Z^{-1})^2}=\frac{R_1}{(1-Z^{-1})^2}$

$G(Z)=\mathcal{Z}[G(S)]=\mathcal{Z}[H_0(S)G_0(S)]=\frac{KTZ^{-1}}{1-Z^{-1}}$ 含有纯延迟环节，

由此$\Phi(Z)$亦要含一个Z^{-1}，依据R(Z)，令$\Phi_e(Z)=(1-Z^{-1})^2$，$\Phi(Z)=Z^{-1}(2-Z^{-1})$

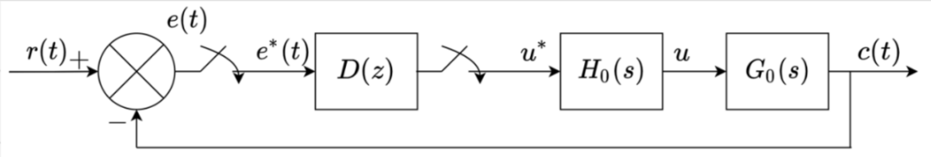
$E(Z)=\Phi_e(Z)\cdot R(Z)=R_1$ $e(0)=R_1$，$e(1)=e(2)=\cdots=0$

$Y(Z)=\Phi(Z)R(Z)=2R_1Z^{-1}+3R_1Z^{-2}+4R_1Z^{-3}+\cdots$ $y(0)=0$，$y(1)=2R_1$，$y(2)=3R_1\cdots$

由此可知，过渡过程经历1拍，达到稳态，

$$\text{故}\ D(z)=\frac{\Phi(z)}{\Phi_e(z)G(z)}=\frac{2-z^{-1}}{KT(1-z^{-1})}=\frac{2-z^{-1}}{K(1-z^{-1})}$$

3.



采样周期 $T=1s$，$G_d(z)=\mathcal{Z}[H_0(s)G_0(s)]=\dfrac{z^{-1}(1+0.92z^{-1})(1+3z^{-1})}{(1-z^{-1})(1+0.5z^{-1})}$，输入信号为 $R(z)=\dfrac{1}{1-z^{-1}}$

$G_d(z)$ 含单位圆上及单位圆内零点为 -3，$\Phi(z)$ 应含 z^{-1}，$(1+3z^{-1})$

$G_d(z)$ 含单位圆上及单位圆内极点为 1，$\Phi_e(z)$ 应含 $(1-z^{-1})$

令 $\Phi_e(z)=(1-z^{-1})(1+bz^{-1})$，$\Phi(z)=az^{-1}(1+3z^{-1})$，由 $\Phi_e(z)=1-\Phi(z)$ 得 $\begin{cases}a=\frac{1}{4}\\ b=\frac{3}{4}\end{cases}$

故 $\Phi_e(z)=(1-z^{-1})(1+\frac{3}{4}z^{-1})$，$\Phi(z)=\frac{1}{4}z^{-1}(1+3z^{-1})$

$E(z)=\Phi_e(z)R(z)=1+\dfrac{3}{4}z^{-1}$ $e(0)=1$，$e(1)=\frac{3}{4}$，$e(2)=e(3)=\cdots=0$

$Y(z)=\Phi(z)R(z)=\dfrac{1}{4}z^{-1}+z^{-2}+z^{-3}+\cdots$ $y(0)=0$，$y(1)=\frac{1}{4}$，$y(2)=y(3)=\cdots=1$

即过渡过程经历2拍，达到稳态。

$$\text{故}\ D(z)=\frac{\Phi(z)}{\Phi_e(z)G_d(z)}=\frac{1}{4}\ \frac{1+0.5z^{-1}}{(1+0.75z^{-1})(1+0.92z^{-1})}$$

$$U(z)=D(z)E(z)=\frac{1}{4}\ \frac{1+0.5z^{-1}}{1+0.92z^{-1}}=\frac{1}{4}\left(1-0.42z^{-1}+0.3864z^{-2}-0.3555z^{-3}+0.327z^{-4}-\cdots\right)$$

$$=0.25-0.105z^{-1}+0.0966z^{-2}-0.0889z^{-3}+0.08175z^{-4}-\cdots$$

由此可知所设计系统采样点之间有振荡

仅供参考，反对抄袭

方未艾

2023.6