自动控制原理B第六次作业

1.

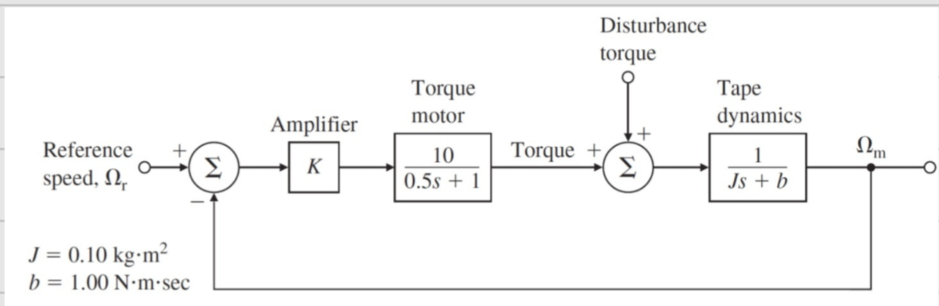


图 1 磁带驱动的速度控制系统

(a) $\Omega_r=0$，求系统对阶跃干扰转矩1N·m的稳态误差

令阶跃干扰转矩输入传递函数为 $T_d(s)=\frac{1}{s}$

其产生的误差传递函数 $E_d(s)=\dfrac{-\frac{1}{0.1s+1}}{1+\frac{10K}{0.5s+1}\cdot\frac{1}{0.1s+1}}T_d(s)=\dfrac{-(0.5s+1)}{(0.5s+1)(0.1s+1)+10K}\cdot\dfrac{1}{s}$

系统对阶跃干扰转矩1N·m的稳态误差 $e_{ssd}=\lim\limits_{s\to0} sE_d(s)=-\dfrac{1}{1+10K}$

为使 $|e_{ssd}|\le 0.01\,rad/s$，则 $\dfrac{1}{1+10K}\le0.01$ 得 $K\ge9.9$，可取 $K=9.9$

(b) 闭环传递函数 $\Phi(s)=\dfrac{10K}{(0.5s+1)(0.1s+1)+10K}=0.99\cdot\dfrac{2000}{s^2+12s+2000}$

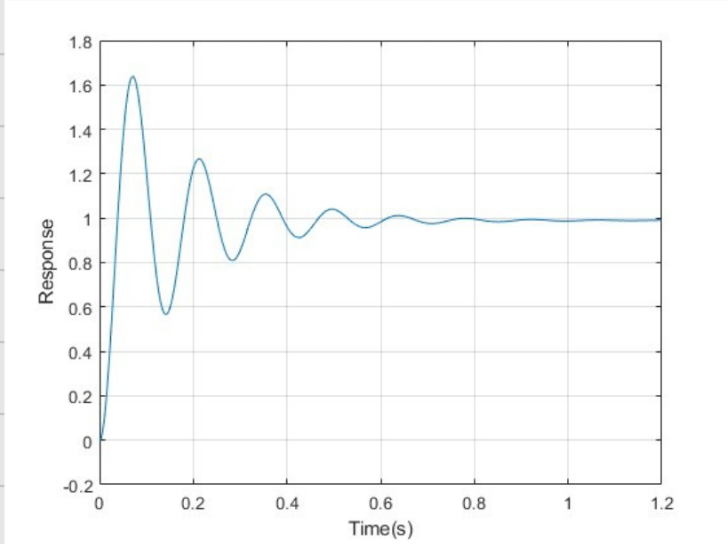
闭环系统特征根 $s_1=-6+j2\sqrt{491}$，$s_2=-6-j2\sqrt{491}$

系统对阶跃输入的响应 $Y(s)=\Phi(s)\dfrac{1}{s}=0.99\dfrac{1}{s}\cdot\dfrac{2000}{s^2+12s+2000}$

$2\xi\omega_n=12,\ \omega_n^2=2000;\ \omega_n=20\sqrt{5},\ \xi=\dfrac{3\sqrt{5}}{50}$。$\theta=\arccos\xi=82.29^\circ,\ \omega_d=44.32$

即 $y(t)=0.99(1-1.01e^{-6t}\sin(44.32t+1.44))u(t)$，绘图代码及图像如下：

```
figure
t=0:0.001:1.2;
plot(t,0.99*(1-1.01*exp(-6.*t).*sin(44.32.*t+1.44)));
grid on;
xlabel("Time(s)");
ylabel("Response");
```



(C)要求调节时间 $t_s<0.1s$ ($\Delta=2\%$)，超调量 $M_p\leq5\%$

由 $\sigma_p=e^{-\pi\frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}}$，$t_s=\frac{4}{\xi\omega_n}$

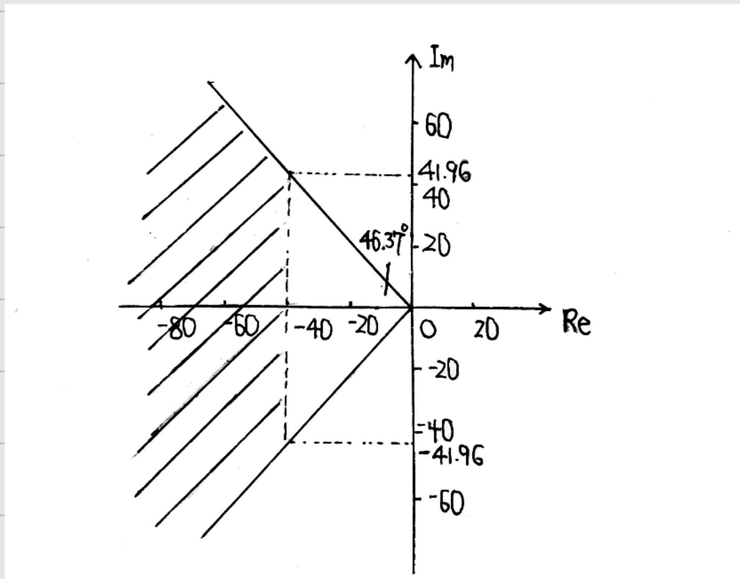
得 $\xi\geq0.69$，$\xi\omega_n\geq40$，$\theta=\arccos\xi$，$\theta\leq46.37^\circ$

极点满足 $S=-\xi\omega_n\pm j\omega_n\sqrt{1-\xi^2}$，令 $y=\pm\omega_n\sqrt{1-\xi^2}$，$x=-\xi\omega_n$

即 $y^2=\omega_n^2(1-\xi^2)=x^2(\frac{1}{\xi^2}-1)=\frac{\sin^2\theta}{\cos^2\theta}x^2$

故 $y=\pm\tan\theta\cdot x$，y 为虚轴，x 为实轴，$\theta\leq46.37^\circ$，$x\leq-40$

复平面上系统闭环极点应在阴影区域内



(d) 采用PD控制器 K_P+K_DS，确定 K_P、K_D，取 $\xi=0.8$，$\xi\omega_n=56$，极点为 $S_{1,2}=-56\pm j42$

由根轨迹校正知 $G_0(S)=\dfrac{200}{(S+2)(S+10)}$，$G_c(S)=K_P+K_DS=K_D(S+\tau_P)$

$p_1=-2$，$p_2=-10$，$Z_1=-\tau_P$，$S_1=-56+j42$

由幅角条件有：

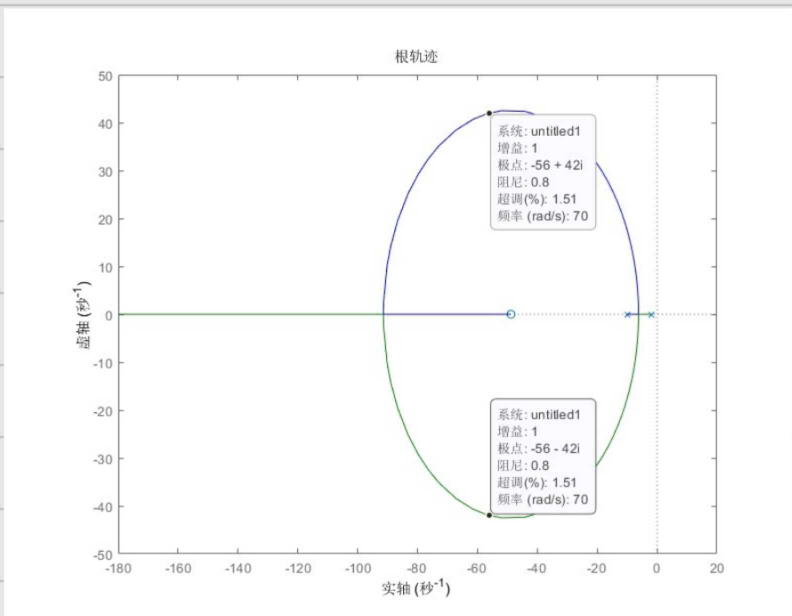
$$\angle G_0(S_1)G_c(S_1)=(180^\circ-\arctan\frac{42}{56-\tau_P})-(180^\circ-\arctan\frac{42}{56-2})-(180^\circ-\arctan\frac{42}{56-10})=(2l+1)\pi$$

得 $\arctan\dfrac{42}{56-\tau_P}=80.27^\circ$　$\tau_P=48.80$

为了满足幅值条件：

$|G_0(S_1)G_c(S_1)|=1$ 即 $200K_D\left|\dfrac{S_1+48.80}{(S_1+2)(S_1+10)}\right|=1$ 得 $K_D=0.5$

即 $K_P=24.40$　$K_D=0.5$。开环传递函数 $(24.4+0.5s)\cdot\dfrac{10}{0.5S+1}\cdot\dfrac{1}{0.1S+1}$，根轨迹如下：



(e) 新干扰对应的误差传递函数如下：

$$E_{d1}(S)=\frac{-\dfrac{1}{0.1S+1}}{1+(24.40+0.5S)\dfrac{10}{0.5S+1}\cdot\dfrac{1}{0.1S+1}}T_d(S)=\frac{-(0.5S+1)}{(0.5S+1)(0.1S+1)+5S+244.0}\cdot\frac{1}{S}$$

即 $|e_{ssd1}|=\left|\lim_{S\to0}SE_{d1}(S)\right|=\left|\dfrac{-1}{245}\right|\approx4.0816\times10^{-3}<0.01$，

由此系统对干扰稳态误差减小。

如何将干扰转矩引起的稳态误差完全抑制?

答案是控制器中含积分环节时即可,如PI控制、PID控制,尽量物理可实现

设 $G_c(S)=\frac{1}{S}A(S)$, $\lim\limits_{S\to 0}A(S)$ 为常数不为0,且满足 $S(0.5S+1)(0.1S+1)+10A(S)=0$

特征根均在左半平面,则

$$E_{d2}(S)=\frac{-\frac{1}{0.1S+1}}{1+\frac{A(S)}{S}\frac{10}{0.5S+1}\frac{1}{0.1S+1}}T_d(S)=\frac{-(0.5S+1)}{S(0.5S+1)(0.1S+1)+10A(S)}$$

即 $e_{ssd2}=\lim\limits_{S\to 0}SE_{d2}(S)=0$,如此可抑制干扰转矩引起的误差。

2. $\dot{x}=\begin{bmatrix}0 & 1\\ -1 & a\end{bmatrix}x+\begin{bmatrix}1\\ b\end{bmatrix}u$,状态可控,求a、b

由于 $A=\begin{bmatrix}0 & 1\\ -1 & a\end{bmatrix}$, $B=\begin{bmatrix}1\\ b\end{bmatrix}$ 共状态可控,有

$\mathrm{rank}\begin{pmatrix}B & AB\end{pmatrix}=2$,即

$\mathrm{rank}\begin{bmatrix}1 & b\\ b & ab-1\end{bmatrix}=2$. 得 $ab-1-b^2\neq 0$

仅供参考,反对抄袭

方未艾

2023.6