作业 3

1. 设 SISO 线性定常系统的状态方程和输出方程为

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda_2 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_4 \end{bmatrix} u \quad \lambda_1 \neq 0, \lambda_2 \neq 0$$

$$y = \begin{bmatrix} c_1 & c_2 & c_3 & c_4 \end{bmatrix} x$$

(1) 给出使系统状态完全能控的 b_1,b_2,b_3,b_4 满足的条件；(8 分)

(2) 给出使系统状态完全能观的 c_1,c_2,c_3,c_4 满足的条件；(7 分)

2. 设线性定常系统为

$$\dot{x} = Ax + bu$$

其中

$$A = \begin{bmatrix} \lambda & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & 1 \\ 0 & 0 & \lambda \end{bmatrix}$$

而且 $\lambda \neq 0$。试问能否取合适的 $b \in \mathbb{R}^3$，使系统是状态完全能控的。若能控，给出 b 的选取方法；若不能控，说明理由。

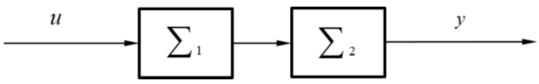

图 8.7

3. 两个子系统 Σ_1 和 Σ_2 串联，如图8.7 所示。Σ_1 和 Σ_2 的系统矩阵、输入矩阵和输出矩阵分别为：

$$\Sigma_1 : A_1 = -2, B_1 = 1, C_1 = 1$$

$$\Sigma_2 : A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -3 & -4 \end{bmatrix}, B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, C_2 = \begin{bmatrix} 2 & 1 \end{bmatrix}$$

(1) 求串联后的状态空间描述；(5 分)

(2) 判断 Σ_1 和 Σ_2 串联后的状态能控性和能观性；(5 分)

(3) 求串联后的传递函数。(5 分)

4. n 阶线性定常系统的状态方程和输出方程为：

$$\dot{x} = Ax + Bu$$

$$y = Cx$$

若用 $x = Pz$ 对系统进行线性变换，试对下面两个问题进行分析（要求给出分析过程）。

(1) 线性变换是否改变 u 到 y 的传递函数矩阵？(7 分)

(2) 线性变换是否改变系统的可控性？(8 分)

5. 单输入-输出线性定常系统的状态空间表达式为：

$$\dot{X}(t)=\begin{bmatrix}0 & 1\\ -6 & 5\end{bmatrix}X(t)+\begin{bmatrix}0\\ 1\end{bmatrix}u(t)$$

$$Y(t)=\begin{bmatrix}-5 & 3\end{bmatrix}X(t)+u(t)$$

(1) 试将上述模型变换为对角线标准型；

(2) 求系统的传递函数。

6. 建立图8.10线性系统的状态空间描述模型，根据此模型判定系统的能控性和能观性。

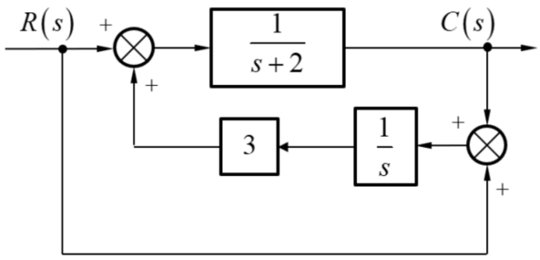

图 8.10