

哈尔滨工业大学 (深圳)

# 自动控制理论 B

## 实验报告

实验名称: 直线电机一级倒立摆反馈控制

专 业: 自动化

姓 名: 黄继凡

学 号: 200320224

实验台号: 6

## 一 . 实验目的

1. 理解并掌握状态空间模型的设计和校正方法
2. 掌握二状态、三状态、四状态反馈的联系与区别

## 二 . 实验设备

1. 倒立摆系统
2. 电脑（装有MATLAB平台）

## 三 . 实验原理

根据倒立摆模型的系统参数和力学分析进行建模可以得到直线一级倒立摆系统的表达式为

$$2F_f + \frac{4}{3}ml\ddot{\varphi} - mg\varphi = m\ddot{x}$$

忽略干扰力后，直线一级倒立摆系统是单输入二输出的四阶系统，考虑干扰力后，直线一级倒立摆系统是二输入二输出的四阶系统。其内部的4个状态量分别是小车的位移 $x$ 、小车的速度 $\dot{x}$ 、摆杆的角度 $\theta$ 、摆杆的角速度 $\dot{\theta}$ 。系统输出的观测量为小车的位移 $x$ 、摆杆的角度 $\theta$ 。其控制量为小车的加速度 $\ddot{x}$ ， $F_f$ 是直线一级倒立摆运动中各种干扰因素的综合项，可以等效为干扰力考虑。

根据系统微分方程，化为关于加速度输入量和角度输出量的传递函数：

$$\frac{\Phi(s)}{R(s)} = \frac{3}{s^2 - 29.4}$$

二状态反馈：角度、角速度

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{\varphi} \\ \ddot{\varphi} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 29.4 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varphi \\ \dot{\varphi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \end{bmatrix} [\ddot{x}] \\ y = [\varphi] &= [1 \quad 0] \begin{bmatrix} \varphi \\ \dot{\varphi} \end{bmatrix} + [0][\ddot{x}] \end{aligned}$$

$$\text{rank } Qc = \text{rank}(B \quad AB) = \text{rank} \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 3 & 0 \end{pmatrix} = 2 = n$$

可知系统能控

$$\det(SI - A) = s^2 - 29.4$$

设期望极点为 $-4 \pm 3j$

$$\begin{aligned} (s + 4)^2 + 9 = 0 &\rightarrow s^2 + 8s + 25 = 0 \\ \bar{K} &= (-29.4 - 25 \quad 0 - 8) = (-54.4 \quad -8) \end{aligned}$$

$$P = (B \quad AB) \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$$

$$K = \bar{K}P^{-1} = (-18.133 \quad -2.667)$$

三状态反馈：角度、角速度、速度

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \ddot{\phi} \\ \ddot{x} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 29.4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi \\ \dot{\phi} \\ \dot{x} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix} [\ddot{x}]$$

$$y = [\phi] = [1 \quad 0 \quad 0] \begin{bmatrix} \phi \\ \dot{\phi} \\ \dot{x} \end{bmatrix} + [0][\ddot{x}]$$

$$\text{rank } Qc = \text{rank}(B \quad AB \quad A^2B) = \text{rank} \begin{pmatrix} 0 & 3 & 0 \\ 3 & 0 & 88.2 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} = 3 = n$$

可知系统能控

$$\det(SI - A) = s^3 - 29.4s$$

设期望极点为 $-6 \pm 1j$ 、 $-4$

$$(s + 4)[(s + 6)^2 + 1] = 0 \rightarrow s^3 + 16s^2 + 85s + 148 = 0$$

$$\bar{K} = (-148 \quad -114.4 \quad -16)$$

$$P = (B \quad AB \quad A^2B) \begin{pmatrix} -29.4 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \\ -29.4 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$K = \bar{K}P^{-1} = (-38.133 \quad -7.0113 \quad 5.034)$$

四状态反馈：位移、速度、角度、角速度

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \ddot{x} \\ \dot{\phi} \\ \ddot{\phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 29.4 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \\ \phi \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 3 \end{bmatrix} [\ddot{x}]$$

$$y = \begin{bmatrix} x \\ \phi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \\ \phi \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} [\ddot{x}]$$

$$\text{rank } Qc = \text{rank}(B \quad AB \quad A^2B \quad A^3B) = \text{rank} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 88.2 \\ 3 & 0 & 88.2 & 0 \end{pmatrix} = 4 = n$$

可知系统能控

$$\det(SI - A) = s^4 - 29.4s^2$$

设期望极点为 $-4 \pm 3j$ 、 $-3$ 、 $-2$

$$(s + 2)(s + 3)[(s + 4)^2 + 9] = 0 \rightarrow s^4 + 13s^3 + 71s^2 + 173s + 150 = 0$$

$$\bar{K} = (-150 \quad -173 \quad -100.4 \quad -13)$$

$$P = (B \quad AB \quad A^2B \quad A^3B) \begin{pmatrix} 0 & -29.4 & 0 & 1 \\ -29.4 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -29.4 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -29.4 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

$$K = \bar{K}P^{-1} = (5.102 \quad 5.8844 \quad -35.1673 \quad -6.2948)$$

## 四 . 实验步骤

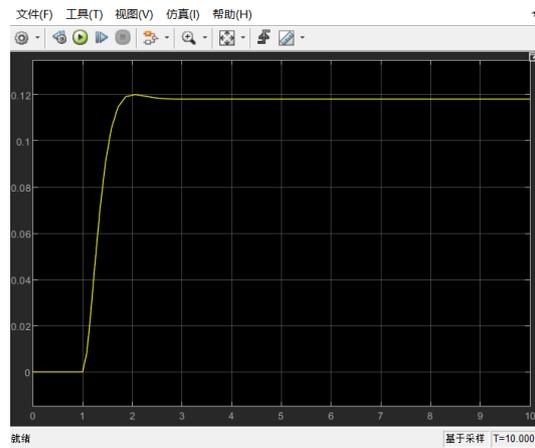
1. 计算不同状态下的反馈子数，搭建仿真系统测试其稳定性
2. 搭建 simulink 子系统并在不同参数条件下运行，记录曲线

## 五 . 实验结果分析

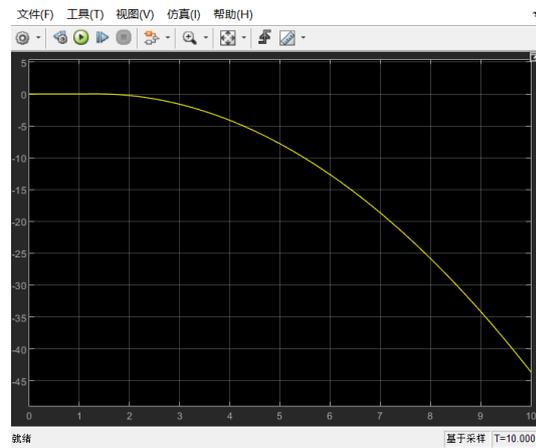
### 二状态

#### 仿真实验结果

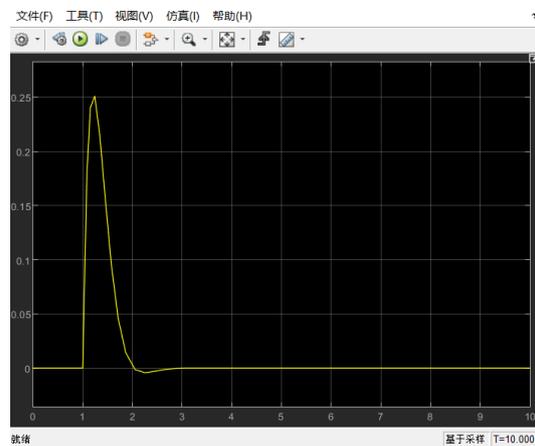
角度



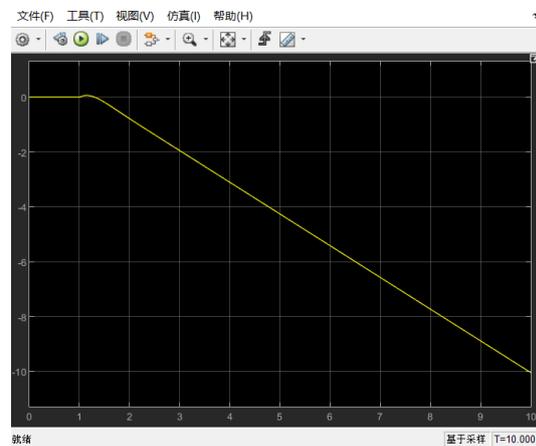
位置



角速度

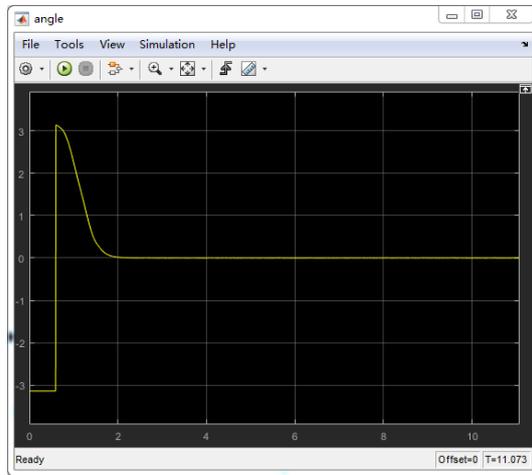


速度

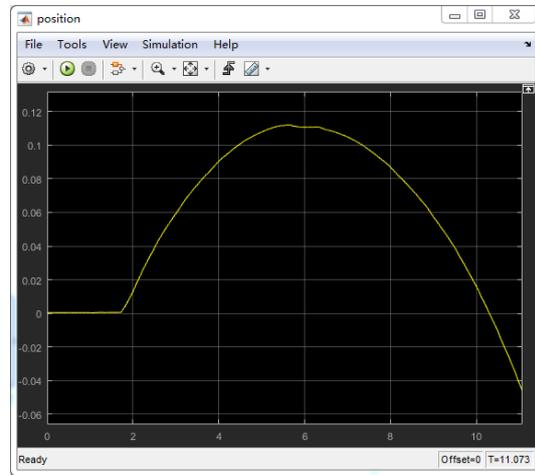


## 实际实验结果

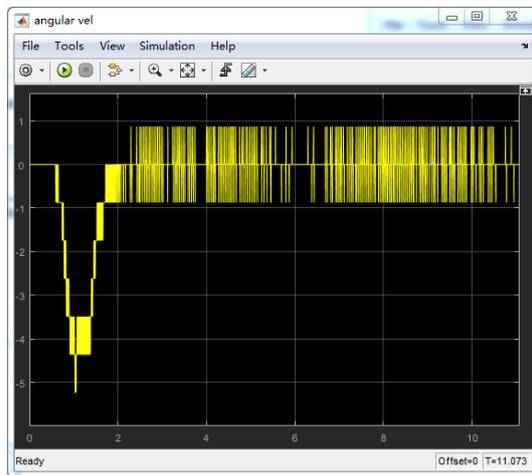
角度



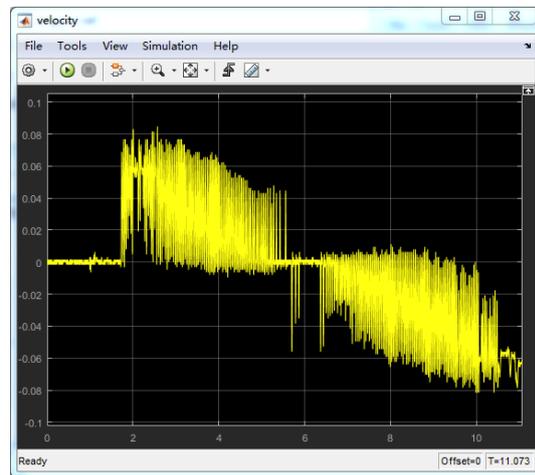
位置



角速度



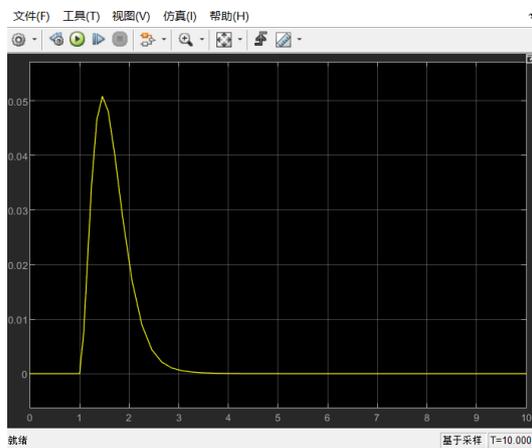
速度



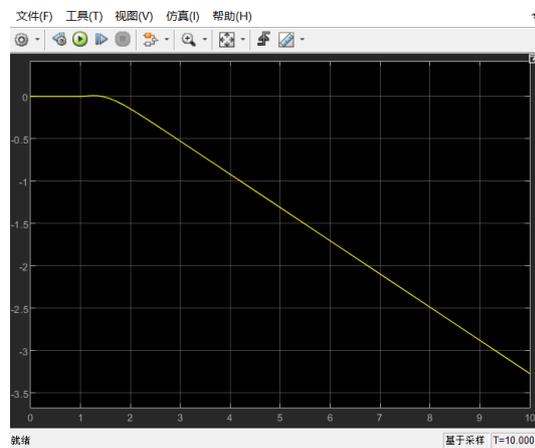
## 三状态

### 仿真实验结果

角度

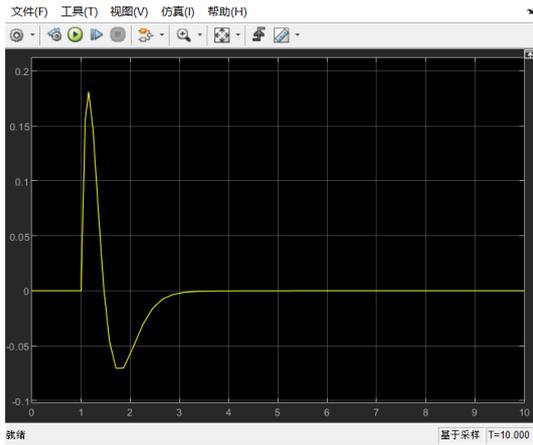


位置



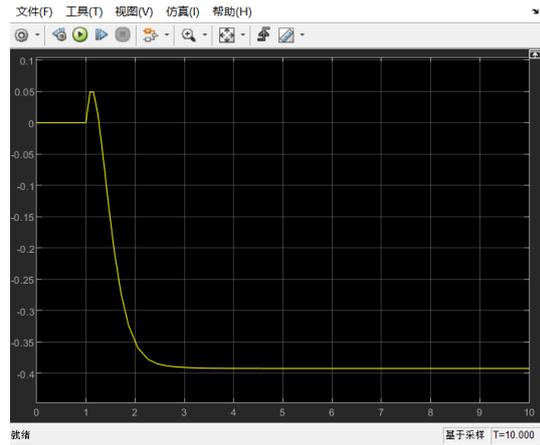
角速度

速度

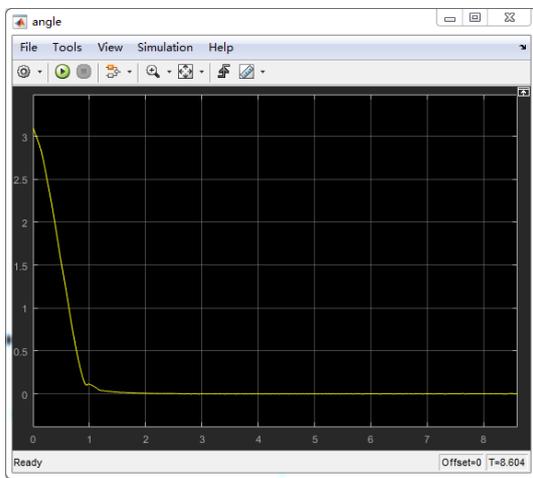


实际实验结果

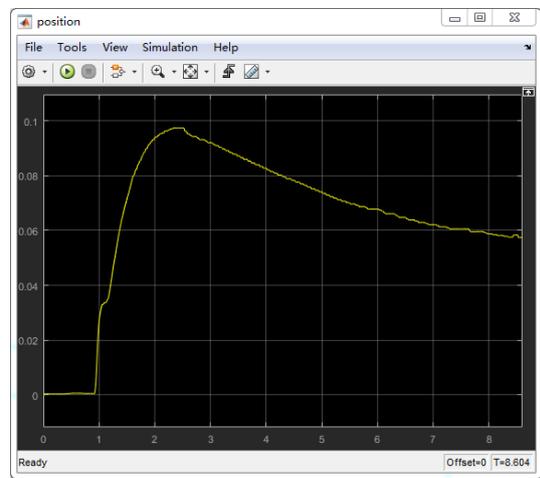
角度



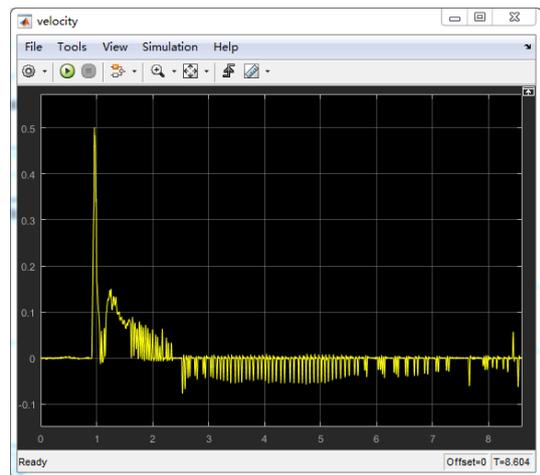
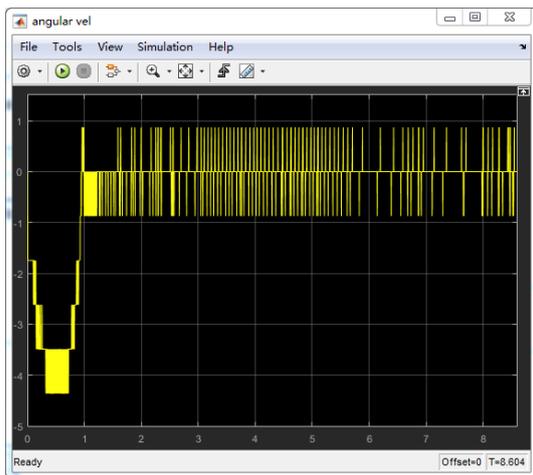
位置



角速度



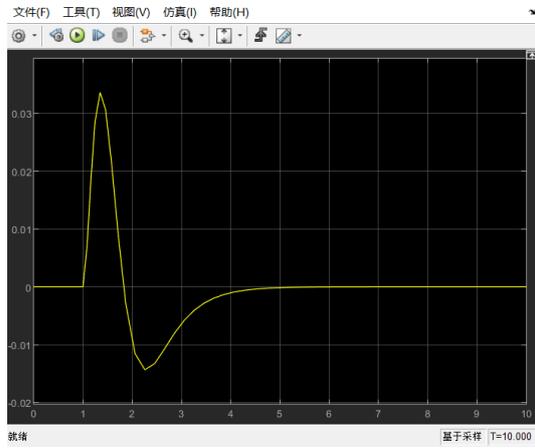
速度



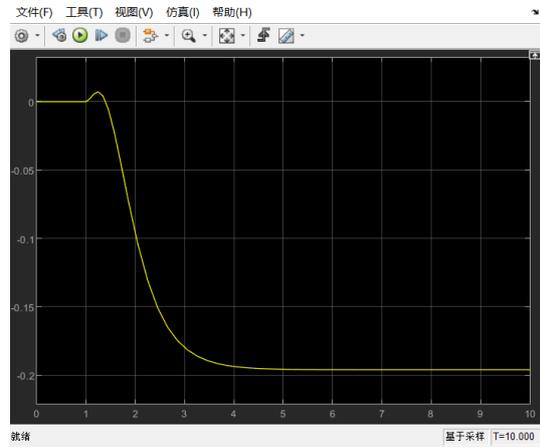
# 四状态

## 仿真实验结果

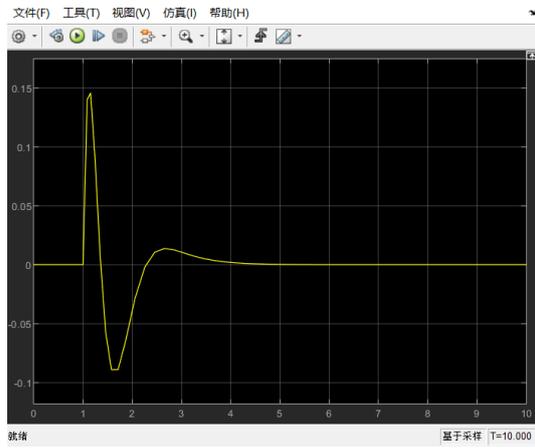
角度



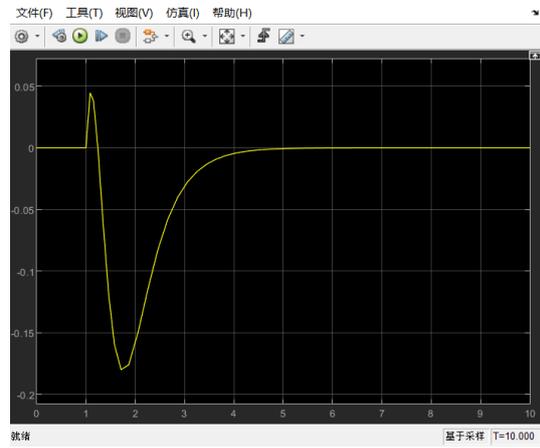
位置



角速度

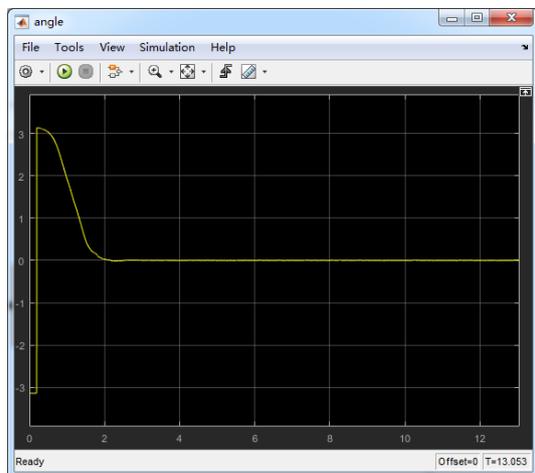


速度

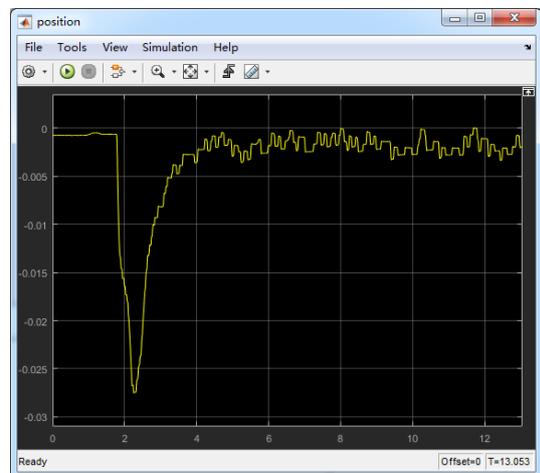


## 实际实验结果

角度

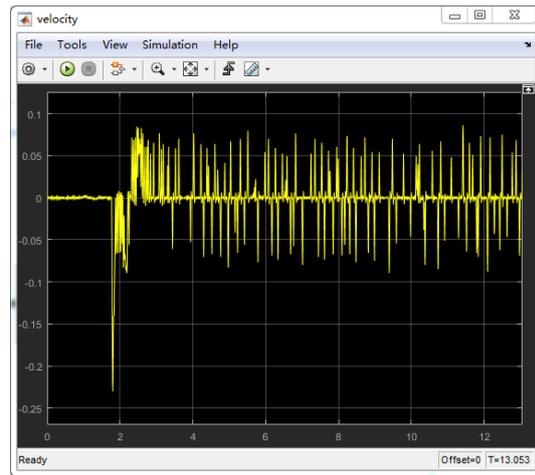
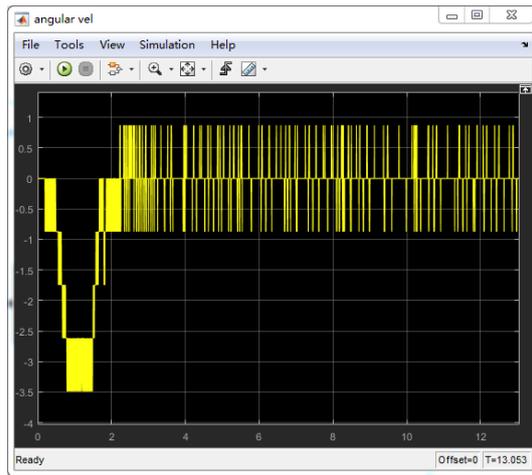


位置



角速度

速度



从实验和仿真结果可以看出，四状态反馈控制下系统的稳定性最好，二三状态由于缺乏位置反馈控制会产生位移的变化