

## 一、实验目的

对直线电机一级倒立摆设计状态反馈控制器。

## 二、实验设备

1. 直线电机一级倒立摆
2. 电脑（装有 MATLAB 平台）
3. 电控箱

## 三、实验原理

实验所使用的直线一级倒立摆系统是以加速度 $\ddot{x}$ 作为系统的控制输入，建立系统的状态方程为：

$$\begin{cases} \dot{x} = \dot{x} \\ \dot{\dot{x}} = \ddot{x} \\ \dot{\phi} = \dot{\phi} \\ \ddot{\phi} = \frac{3g}{4l}\phi + \frac{3}{4l}\ddot{x} \end{cases}$$

将实际参数代入，得到以位移、速度、角度、角速度为状态变量的四状态空间方程：

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{\dot{x}} \\ \dot{\phi} \\ \dot{\dot{\phi}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 29.4 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \\ \phi \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 3 \end{bmatrix} [\ddot{x}]$$
$$y = \begin{bmatrix} x \\ \phi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \\ \phi \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} [\ddot{x}]$$

以下分别构造三状态、二状态空间方程。

A) 三状态方程：角度、角速度、速度

$$\begin{bmatrix} \dot{\varphi} \\ \ddot{\varphi} \\ \dot{x} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 29.4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varphi \\ \dot{\varphi} \\ \dot{x} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix} [\ddot{x}]$$
$$y = [\varphi] = [1 \quad 0 \quad 0] \begin{bmatrix} \varphi \\ \dot{\varphi} \\ \dot{x} \end{bmatrix} + [0][\ddot{x}]$$

B) 二状态方程：角度、角速度

$$\begin{bmatrix} \dot{\varphi} \\ \ddot{\varphi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 29.4 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varphi \\ \dot{\varphi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \end{bmatrix} [\ddot{x}]$$
$$y = [\varphi] = [1 \quad 0] \begin{bmatrix} \varphi \\ \dot{\varphi} \end{bmatrix} + [0][\ddot{x}]$$

#### 四、实验步骤

1. 针对四状态反馈系统模型，自行选取期望的极点，设计状态反馈控制器，使闭环系统稳定。
2. 绘制加入控制器前后的阶跃响应曲线（Simulink 仿真，观察闭环系统是否稳定）。
3. 将计算得到的控制器增益代入实时控制程序中，观察实验现象并记录系统响应曲线。
4. 针对三状态反馈系统模型，重复上述 1.2.3 步骤。
5. 针对二状态反馈系统模型，重复上述 1.2.3 步骤

#### 五、实验内容

1. 针对四状态反馈系统模型

极点选择

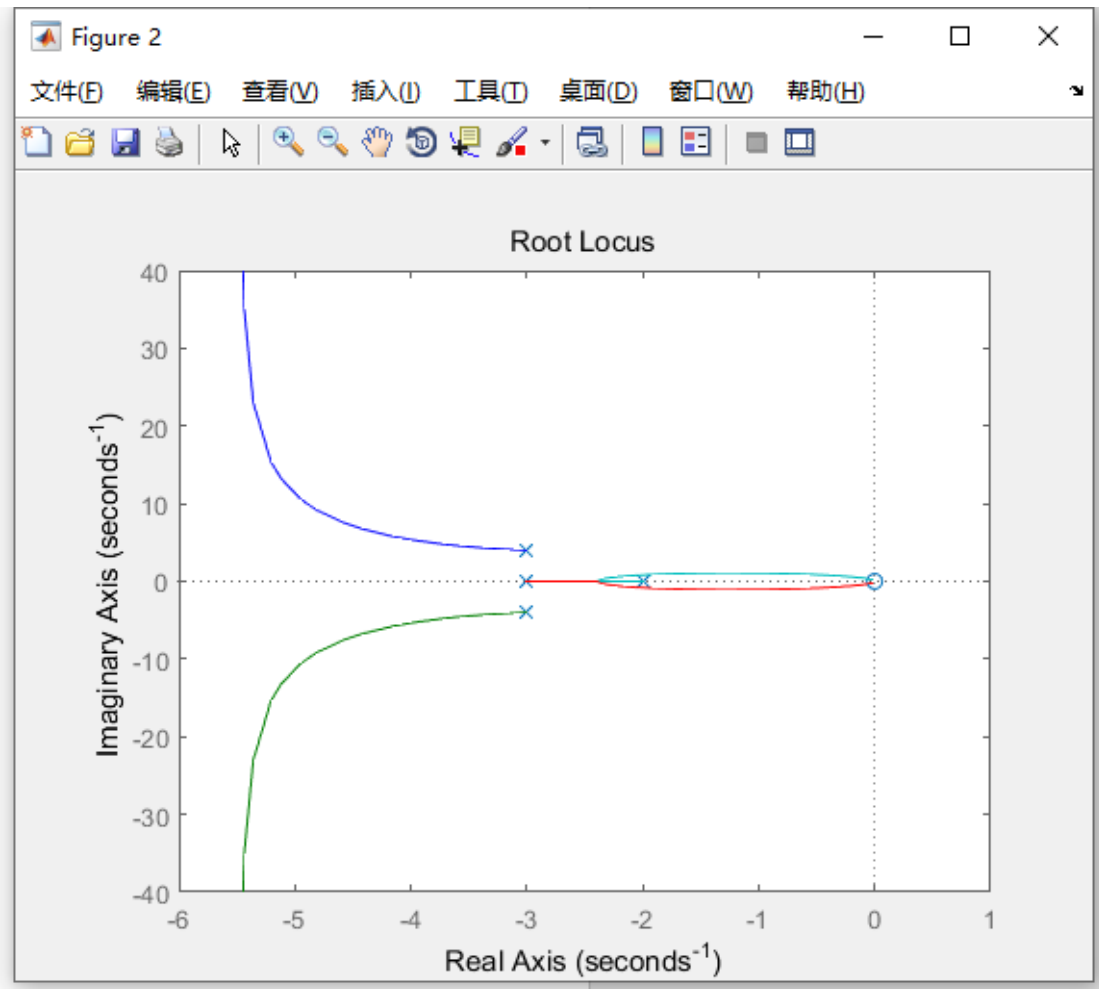
```
-3.0000 + 4.0000i  
-3.0000 - 4.0000i  
-3.0000 + 0.0000i  
-2.0000 + 0.0000i
```

状态反馈控制参数

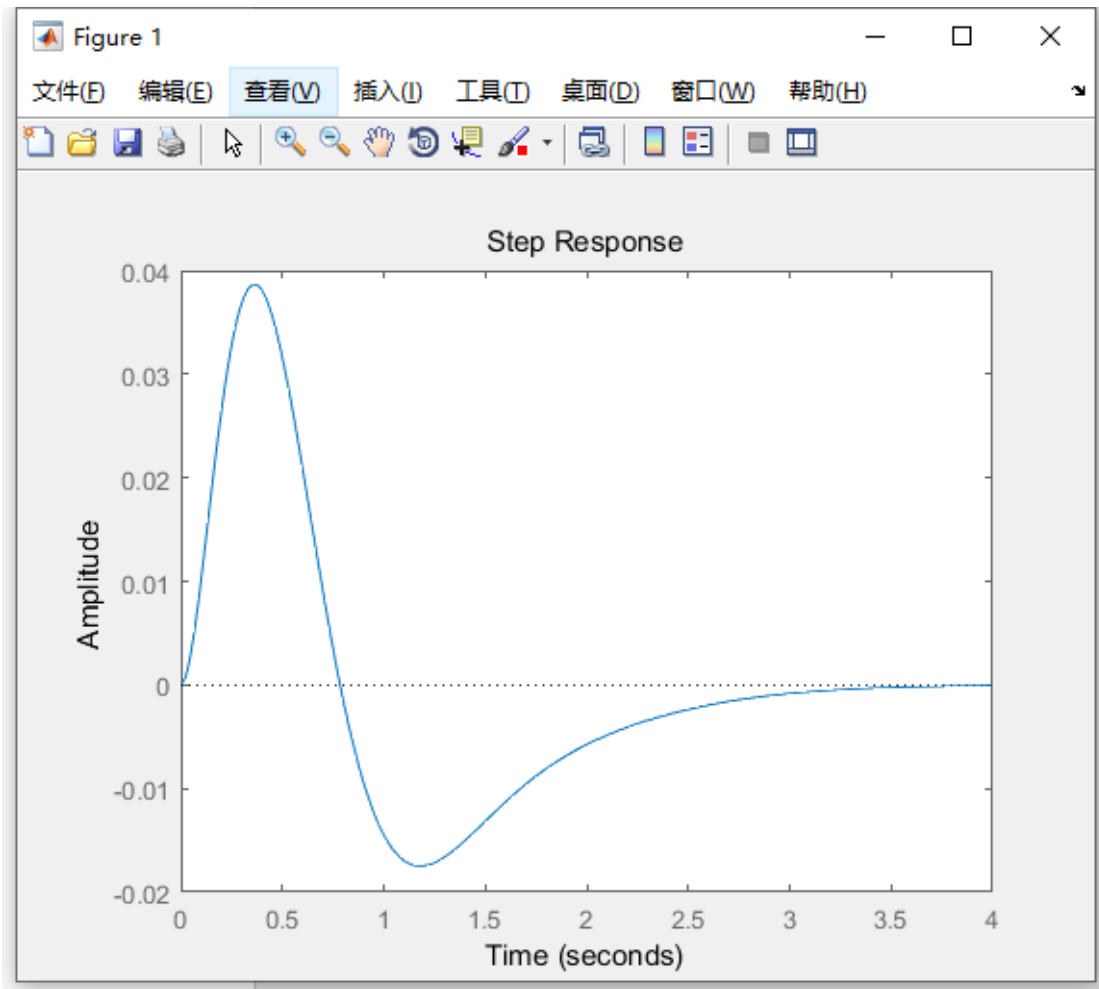
k =

```
5.1020    5.4762   -31.8340   -5.4921
```

极点分布



角度阶跃响应



Matlab 设计代码

```

clc;clear;close all;

% 状态空间方程
A=[0,1,0,0;0,0,0,0;0,0,0,1;0,0,29.4,0];
b=[0;1;0;3];
C=[1,0,0,0;0,0,1,0];
d=[0;0];

Q=[b,A*b,A^2*b,A^3*b];
P=Q*[0,-29.4,0,1;-29.4,0,1,0;0,1,0,0;1,0,0,0];

% 配置极点
k0=conv(conv([1,2],[1,3]),conv([1,3+4i],[1,3-4i]));
k1=[-k0(5),-k0(4),-29.4-k0(3),-k0(2)];
k=k1/P
L=A+b*k;
eig(L)

[num,den]=ss2tf(A+b*k,b,C,d,1);

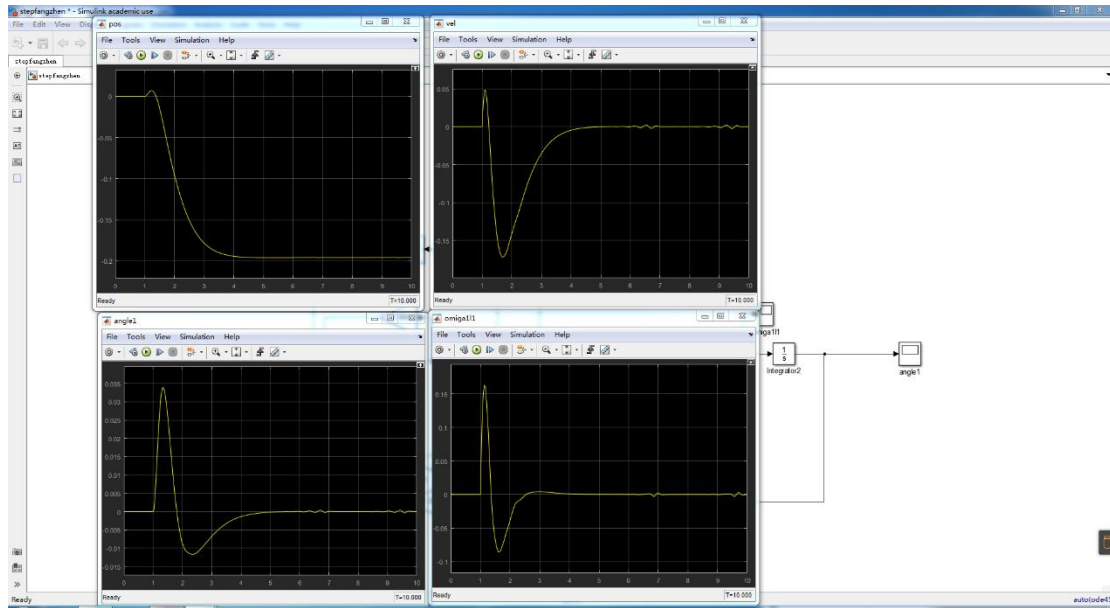
```

```

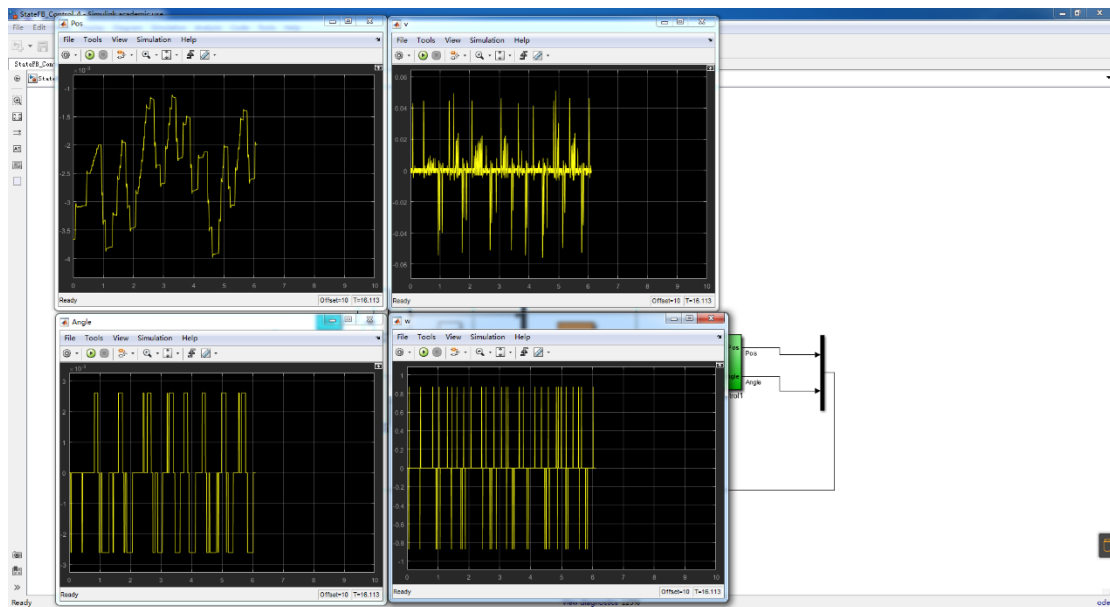
sys=tf(num(2,:),den);
step(sys/(sys+1));
figure;
rlocus(sys);

```

Simulink 仿真



实际效果



2. 针对三状态反馈系统模型

极点选择

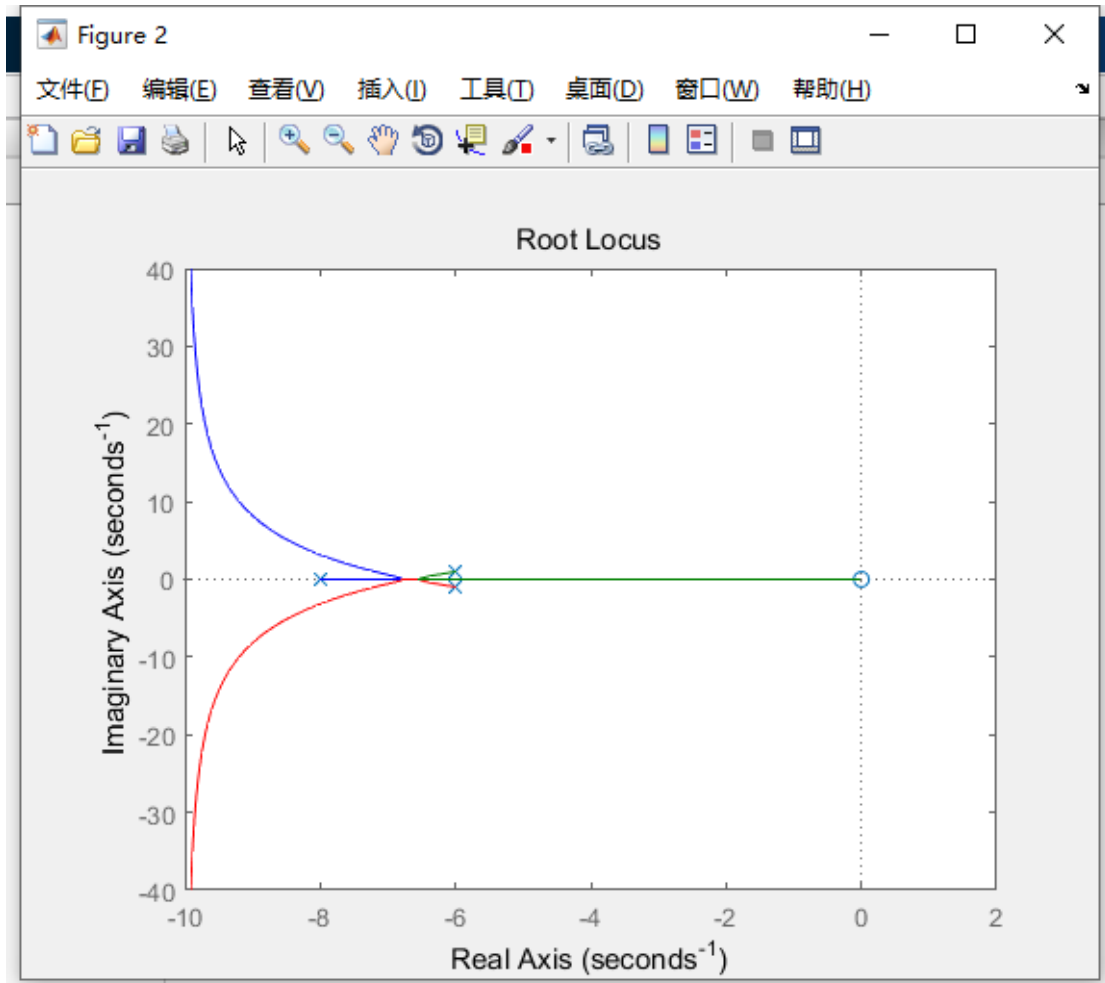
$-8.0000 + 0.0000i$   
 $-6.0000 + 1.0000i$   
 $-6.0000 - 1.0000i$

状态反馈控制参数

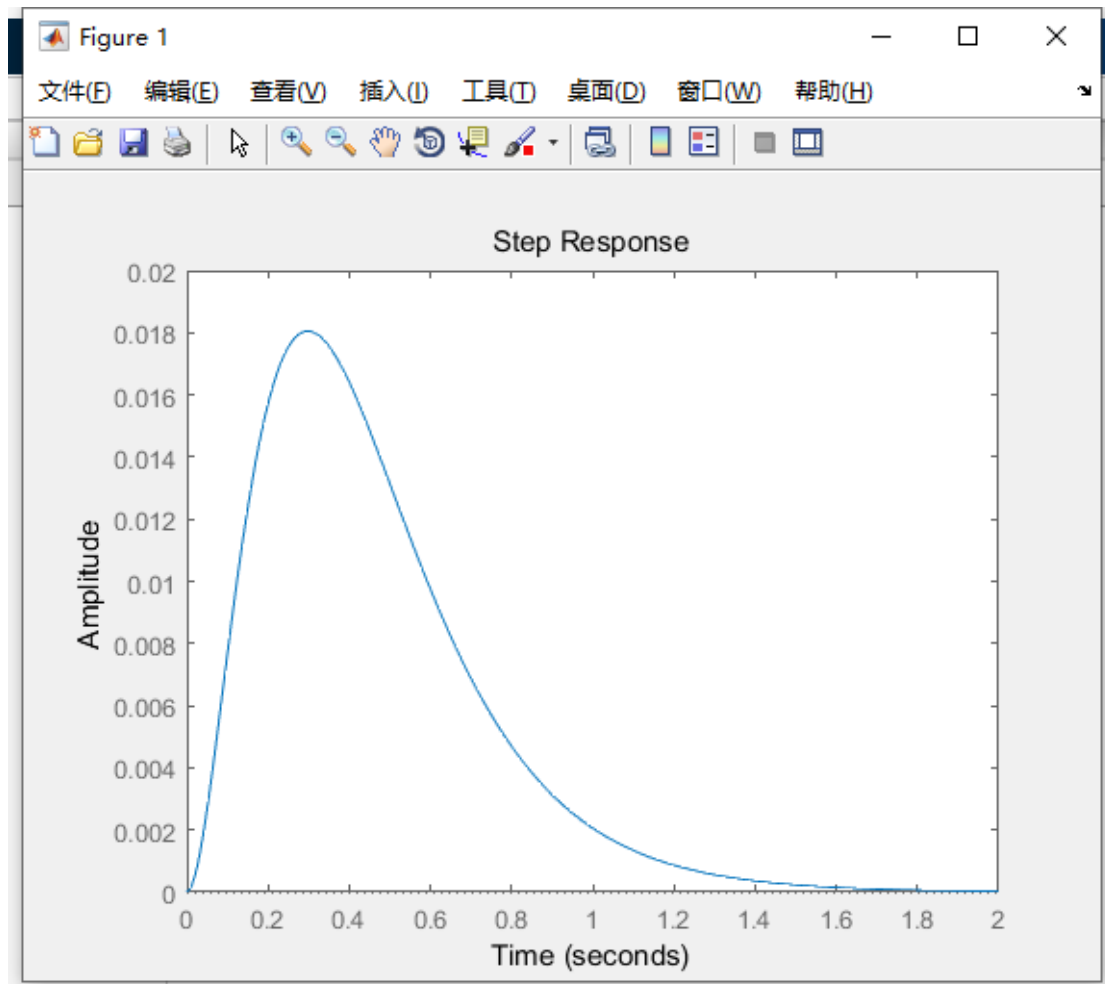
k =

-54.1333 -10.0227 10.0680

极点分布



角度阶跃响应



Matlab 设计代码

```

clc;clear;close all;

% 状态空间方程
A=[0,1,0;29.4,0,0;0,0,0];
b=[0;3;1];
C=[1,0,0];
d=[0];

Q=[b,A*b,A^2*b];
P=Q*[-29.4,0,1;0,1,0;1,0,0];

% 配置极点
k0=conv([1,8],conv([1,6+1i],[1,6-1i]));
k1=[-k0(4),-29.4-k0(3),-k0(2)];
k=k1/P
L=A+b*k;
eig(L)

[num,den]=ss2tf(A+b*k,b,C,d,1);

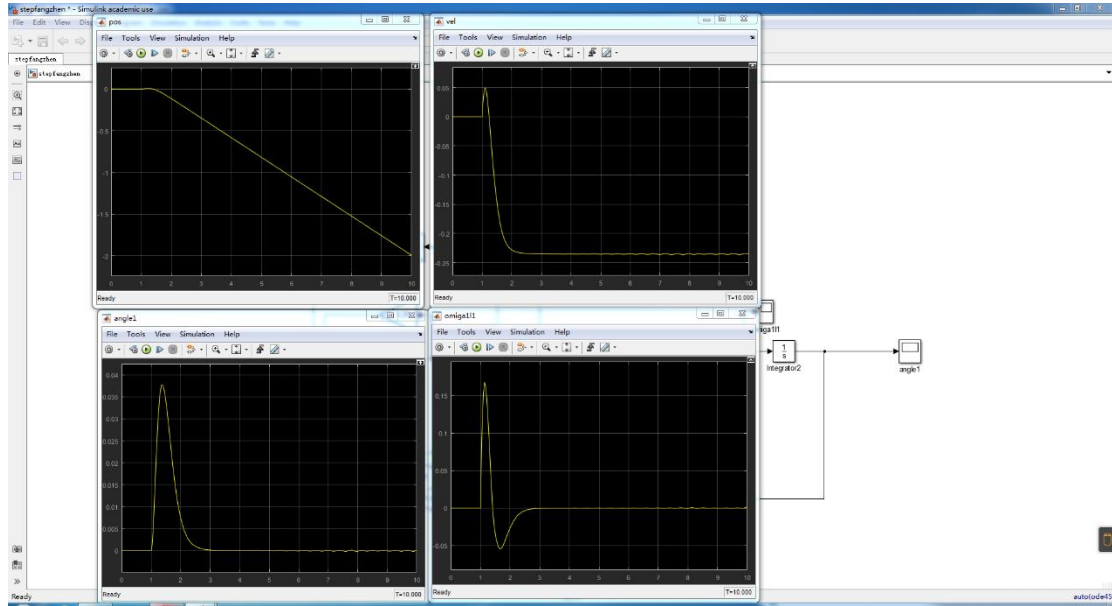
```

```

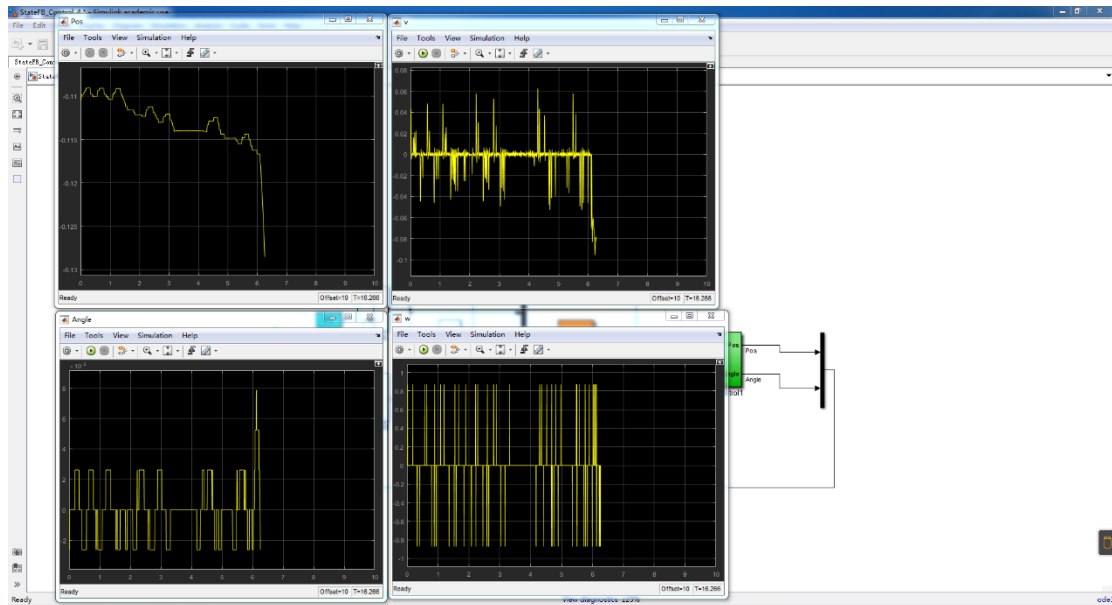
sys=tf(num,den);
step(sys/(sys+1));
figure;
rlocus(sys);

```

Simulink 仿真



实际效果



3. 针对两状态反馈系统模型  
极点选择

-2.0000 + 2.0000i  
-2.0000 - 2.0000i

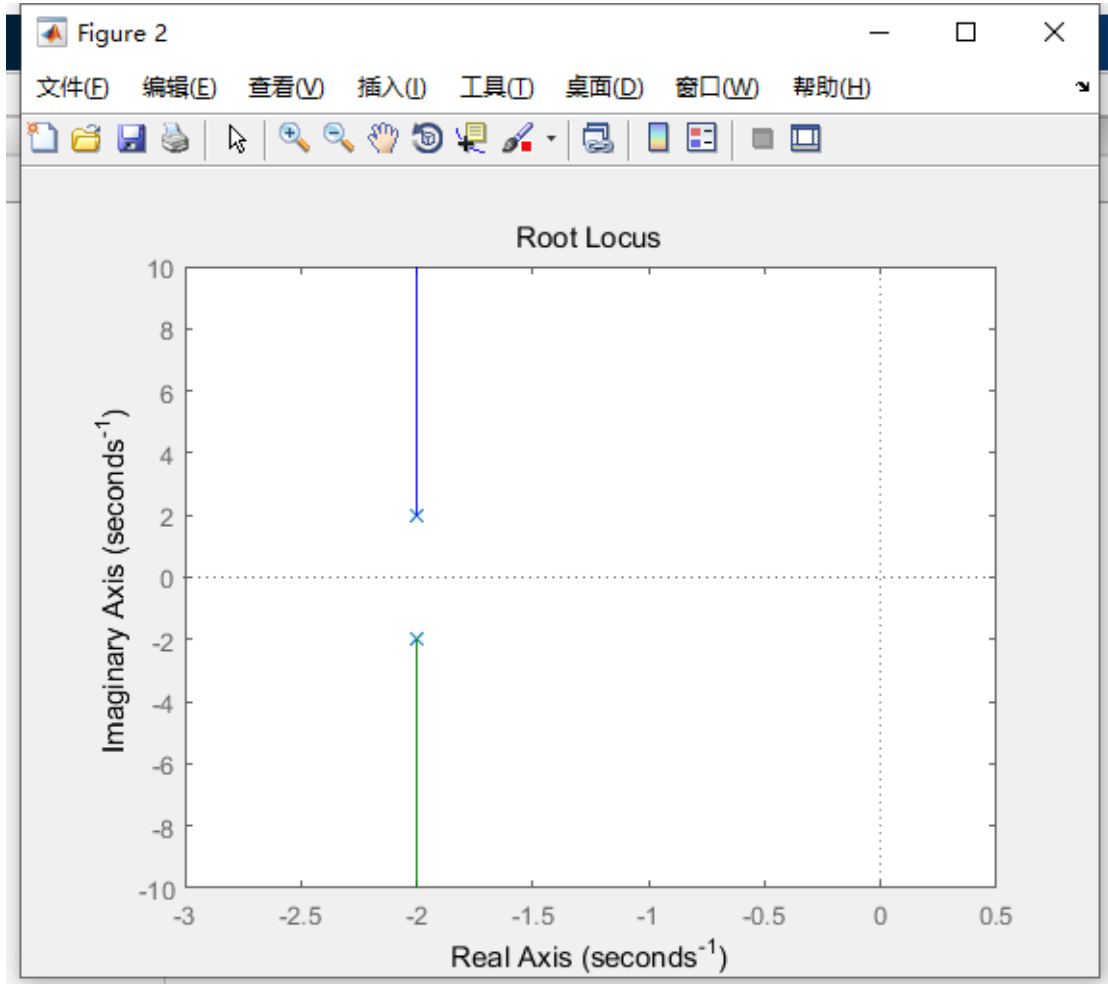
状态反馈控制参数



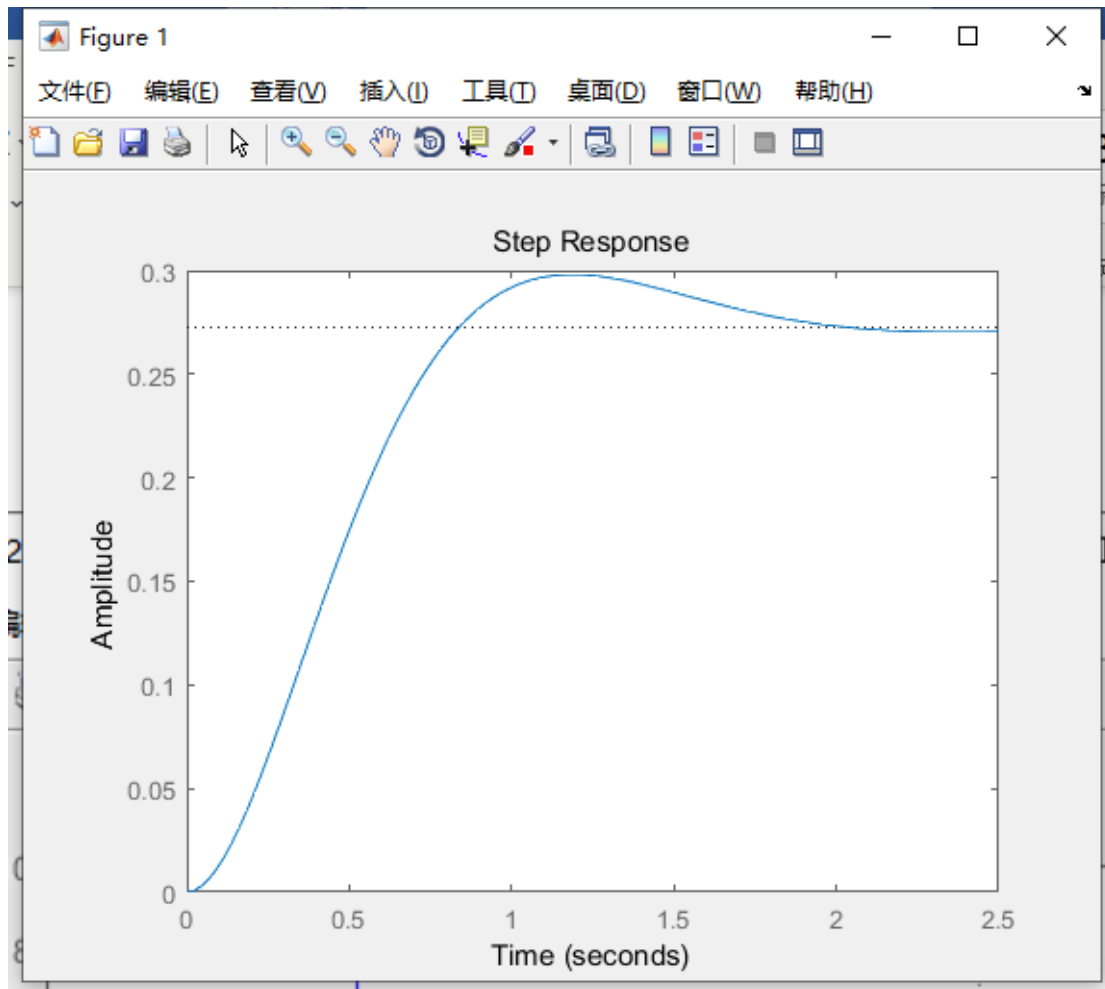
k =

-12.4667   -1.3333

极点分布



角度阶跃响应



Matlab 设计代码

```

clc;clear;close all;

% 状态空间方程
A=[0,1;29.4,0];
b=[0;3];
C=[1,0];
d=[0];

Q=[b,A*b];
P=Q*[0,1;1,0];

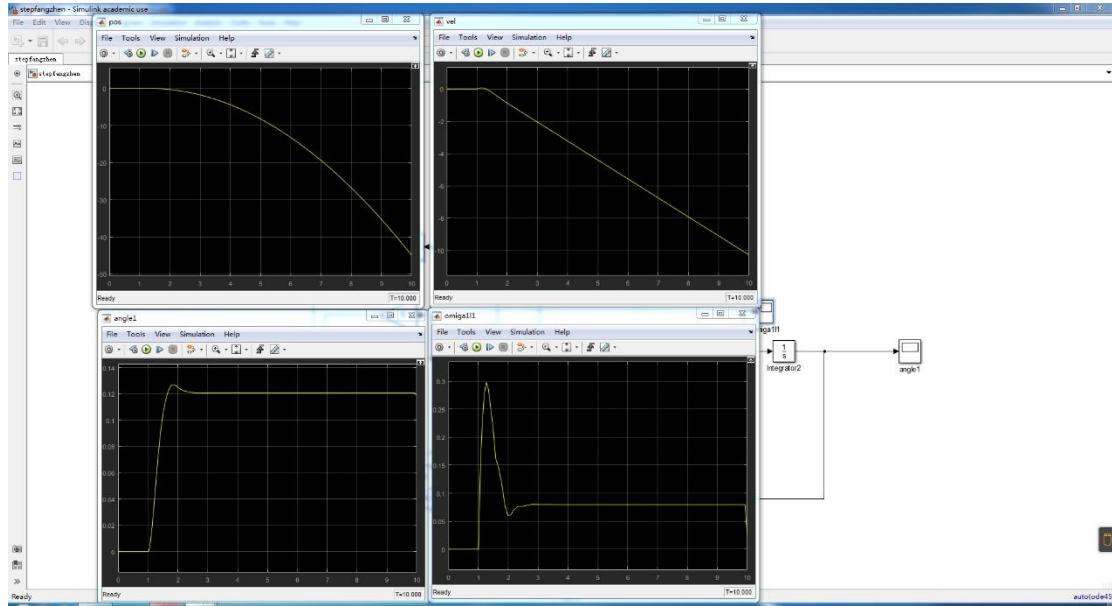
% 配置极点
k0=conv([1,2+2i],[1,2-2i]);
k1=[-29.4-k0(3),-k0(2)];
k=k1/P
L=A+b*k;
eig(L)

[num,den]=ss2tf(A+b*k,b,C,d,1);

```

```
sys=tf(num,den);  
step(sys/(sys+1));  
figure;  
rlocus(sys);
```

### Simulink 仿真



### 实际效果

