

一、频率校正

(0) 频域\时域指标之间的互相转换

① 闭环频域和开环频域

$$M_r = \frac{A_{\max}}{A(0)} \approx \frac{1}{\sin \gamma}$$

$$\gamma = \arcsin \frac{1}{M_r}$$

② 闭环频域和时域

$$\sigma_p = 0.16 + 0.4(M_r - 1), \quad 1 \leq M_r \leq 1.8$$

$$\sigma_p = \begin{cases} M_r - 1, & 1 \leq M_r \leq 1.25 \\ 0.5\sqrt{M_r - 1}, & 1.25 < M_r \leq 2 \end{cases}$$

$$t_s = \frac{\pi}{\omega_c} \left[2 + 1.5(M_r - 1) + 2.5(M_r - 1)^2 \right]$$

经验公式

③ 开环频域和时域

$$\sigma_p = \exp\left(\frac{-\pi}{\sqrt{2\sqrt{M^2 - 1} - 1}}\right)$$

$$t_s = \frac{8}{\omega_c \tan \gamma}$$

$$\sigma_p = 0.16 + 0.4 \left(\frac{1}{\sin \gamma} - 1 \right), \quad 34^\circ \leq \gamma \leq 90^\circ$$

$$t_s = \frac{\pi}{\omega_c} \left[2 + 1.5 \left(\frac{1}{\sin \gamma} - 1 \right) + 2.5 \left(\frac{1}{\sin \gamma} - 1 \right)^2 \right]$$

经验公式

(1) 超前校正

例 3.3: 设某控制系统不可变部分的开环传递函数为

$$G_0(s) = \frac{K}{s(0.001s + 1)(0.1s + 1)}$$

要求该系统具有如下性能指标

- (1) 响应匀速信号 $r(t) = R_1 t$ 的稳态误差不大于 $0.001R_1$, 其中 R_1 为常量;
- (2) 剪切频率 $\omega_c > 165\text{rad/s}$;
- (3) 相角裕度 $\gamma > 45^\circ$;
- (4) 幅值裕度 $20 \lg K_g \geq 15 \text{ dB}$ 。

试应用频率响应法确定串联超前校正参数。

参考答案:

方案一：相角裕度优先

第 1 步. 根据所要求的稳态误差有 $e_{ss} = \frac{R_1}{K} \leq 0.001R_1$, 取 $K = 1000$ 。未校正的开环传递函数为

$$G_0(s) = \frac{1000}{s(0.001s + 1)(0.1s + 1)}$$

第 2 步. 利用已知开环增益计算未校正系统的剪切频率 ω_{c0} 。未校正前系统的近似对数幅频特性为

$$20 \lg |G(j\omega)| = \begin{cases} 20(\lg 1000 - \lg \omega), & \omega < 10 \\ 20(\lg 1000 - \lg \omega - \lg 0.1\omega), & 10 < \omega < 1000 \\ 20(\lg 1000 - \lg \omega - \lg 0.1\omega - \lg 0.001\omega), & \omega > 1000 \end{cases} \quad (3.2.11)$$

令 $20 \lg |G(j\omega)| = 0$ 可以确定未校正系统的剪切频率约为 $\omega_{c0} = 100$ 。未校正系统的相位裕度为

$$\gamma_0 = 180^\circ + \angle G_0(j\omega_{c0}) = 180^\circ - 90^\circ - \arctan 0.1\omega_{c0} - \lg 0.001\omega_{c0} = 0^\circ$$

小于所要求的相位裕度 45° 。

第 3 步. 取 $\Delta = 10^\circ$ 计算需要超前校正环节提供超前相角为

$$\varphi_m = \gamma - \gamma_0 + \Delta = 45^\circ + 10^\circ = 55^\circ$$

由此根据式 (3.2.9) 得超前校正环节的 α 值为

$$\alpha = \frac{1 + \sin \varphi_m}{1 - \sin \varphi_m} = 10.06$$

第 4 步. 确定校正后系统的剪切频率 ω_c 。在此频率处, 未校正系统的负幅值由校正装置补偿, 于是有

$$20 \lg |G_0(\omega_c)| = -10 \lg \alpha$$

由此可得 $\omega_c = 178.10$ 。

第5步. 将校正装置的最优频率 ω_m 与剪切频率 ω_c 对准, 校正装置的时间常数 T 为

$$T = \frac{1}{\omega_m \sqrt{\alpha}} = 0.0018$$

于是校正环节的传递函数为

$$G_c = \frac{0.018s + 1}{0.0018s + 1}$$

第6步. 检验系统性能指标。校正后系统传递函数为

$$G(s) = G_0(s)G_c(s) = \frac{1000(0.018s + 1)}{s(0.1s + 1)(0.001s + 1)(0.0018s + 1)}$$

其渐近对数幅频特性为

$$20 \lg |G(j\omega)| = \begin{cases} 20(\lg 1000 - \lg \omega), & \omega < 10 \\ 20(\lg 1000 - \lg \omega - \lg 0.1\omega), & 10 < \omega < \frac{1}{0.018} \\ 20(\lg 1000 - \lg \omega - \lg 0.1\omega + \lg 0.018\omega), & \frac{1}{0.018} < \omega < \frac{1}{0.001} \\ 20(\lg 1000 - \lg \omega - \lg 0.1\omega + \lg 0.018\omega - \lg 0.002\omega), & \frac{1}{0.001} < \omega < \frac{1}{0.0018} \\ 20(\lg 1000 - \lg \omega - \lg 0.1\omega + \lg 0.018\omega - \lg 0.001\omega - \lg 0.018\omega), & \omega > \frac{1}{0.0018} \end{cases}$$

按照设计过程, 估算剪切频率在 $\frac{1}{0.018}$ 至 $\frac{1}{0.001}$ 之间, 于是可按下式求取剪切频率 ω_c :

$$20(\lg 1000 - \lg \omega - \lg 0.1\omega + \lg 0.018\omega) = 0$$

即

$$\frac{1000 \times 0.018\omega}{0.1\omega^2} = 1$$

简单求解该方程可得 $\omega_c = 180 \text{ rad/s}$, 满足大于 165 rad/s 的要求。校正后系统的相位裕度为

$$\begin{aligned} \gamma &= 180^\circ - 90^\circ + \arctan(0.018\omega_c) - \arctan(0.1\omega_c) - \arctan(0.001\omega_c) - \arctan(0.0018\omega_c) \\ &= 47.87^\circ \end{aligned}$$

满足设计要求。校正后系统穿越频率为 ω_g , 它满足

$$\angle G_0(j\omega_g)G_c(j\omega_g) = -180^\circ$$

由此可得 $\omega_g = 700$ 。于是校正后系统的幅值裕度为

$$\begin{aligned} 20 \lg K_g &= 20 \lg \frac{1}{|G_0(\omega_g)G_c(\omega_g)|} \\ &= 20 \lg \frac{\omega_g \sqrt{1 + (0.1\omega_g)^2} \sqrt{1 + (0.0018\omega_g)^2} \sqrt{1 + (0.001\omega_g)^2}}{1000 \sqrt{1 + (0.018\omega_g)^2}} \\ &= 17.63 \text{ dB} > 15 \text{ dB} \end{aligned}$$

满足设计要求。

方案二：剪切频率优先 $20 \lg |G_0(\omega_c)| = -10 \lg \alpha$ (3.2.11)

第1和第2步与之前相同。

第3步. 为满足 $\omega_c = 165 \text{rad/s}$ 的要求，且留有余地，取 $\omega_c = 180 \text{rad/s}$ 。

第4步. 由式 (3.2.11) 可得超前校正环节的 α 值为

$$\alpha = \frac{1}{|G_0(j\omega_c)|^2} = 10.05$$

在该值下超前校正环节能提供的最大超前相角 φ_m 为

$$\varphi_m = \arcsin \frac{\alpha - 1}{\alpha + 1} = 55.7^\circ$$

满足 $\varphi_m > \gamma - \gamma_0 + \Delta$ ，其中 Δ 取 10° 。

第5步. 将校正装置的最优频率对准校正后系统的剪切频率，于是校正装置的时间常数 T 为

$$T = \frac{1}{\omega_m \sqrt{\alpha}} = 0.0017$$

由此可得校正环节的传递函数为

$$G_c(s) = \frac{0.018s + 1}{0.0017s + 1}$$

第6步. 检验系统性能指标。

校正后系统传递函数为

$$G_0(s)G_c(s) = \frac{1000(0.018s + 1)}{s(0.1s + 1)(0.001s + 1)(0.0017s + 1)}$$

性能指标检验过程与方案一类似，此处略去。检验结果为：校正后系统的剪切频率为 $\omega_c = 180 \text{rad/s}$ ，相交裕度为 $\gamma = 55.7^\circ$ ；系统的穿越频率为 $\omega_g = 720 \text{rad/s}$ ，幅值裕度为 $20 \lg K_g = 17.8$ 。这些指标都满足给定要求。

（课件里答案可能有不正确的，掌握方法即可）

设计方法 3.1: 相角裕度优先超前校正设计

第 1 步. 根据所要求的稳态性能指标确定系统的开环增益。

第 2 步. 利用已知的开环增益, 绘制原系统的 Bode 图, 并计算未校正系统的剪切频率 ω_{c0} , 相角裕度 γ_0 和幅值裕度 L_{g0} 。

第 3 步. 根据相角裕度的要求确定超前校正环节的 α 。为使相角裕度达到要求值, 计算所需增加的超前相角 φ_m , 即

$$\varphi_m = \gamma - \gamma_0 + \Delta$$

式中 γ 为要求的相角裕度, Δ 是因为考虑到校正装置影响剪切频率的位置而附加的相角, 一般取 $\Delta = 5^\circ \sim 10^\circ$ 。按下式计算 α

$$\alpha = \frac{1 + \sin \varphi_m}{1 - \sin \varphi_m} \quad (3.2.8)$$

第 4 步. 确定校正后系统的剪切频率 ω_c 。在校正后的剪切频率处, 未校正系统的负幅值由超前校正环节补偿, 因此校正后系统的剪切频率 ω_c 由下式确定

$$20 \lg |G_0(\omega_c)| = -10 \lg \alpha \quad (3.2.9)$$

如果求得的剪切频率满足要求, 则进行下一步; 否则返回第 3 步调整 Δ 。

第 5 步. 确定超前校正环节。让超前校正环节取得最大值的频率对准校正后系统的剪切频率, 即 $\omega_m = \omega_c$ 。根据

$$T = \frac{1}{\omega_m \sqrt{\alpha}}$$

确定校正装置的时间常数, 进而确定校正环节的传递函数。

第 6 步. 检验系统的性能指标, 若不满足要求, 可增大 Δ 的值, 从第 3 步起重新计算。♡

设计方法 3.2: 剪切频率优先超前校正设计

第 1 步. 根据所要求的稳态性能指标确定系统的开环增益;

第 2 步. 利用已知的开环增益, 绘制原系统的 Bode 图, 并计算未校正系统的剪切频率 ω_{c0} , 相角裕度 γ_0 和幅值裕度 L_{g0} ;

第 3 步. 根据设计要求确定校正后系统的剪切频率 ω_c , 并让超前校正环节取最大相角的频率对准该剪切频率, 即 $\omega_m = \omega_c$ 。

第 4 步. 根据幅值补偿确定超前校正环节的 α 。在校正后的剪切频率处, 未校正系统的负幅值由超前校正环节补偿, 因此校正环节的 α 由 ω_c 由下式确定

$$20 \lg |G_0(\omega_c)| = -10 \lg \alpha \quad (3.2.10)$$

根据该式确定的 α , 按下式计算 φ_m

$$\varphi_m = \arcsin \frac{\alpha - 1}{\alpha + 1}$$

如果 $\varphi_m > \gamma - \gamma_0 + \Delta$, 其中 γ 为所要求的相角裕度, Δ 取 $5^\circ \sim 10^\circ$, 则进行下一步; 否则, 返回第 3 步重新选择剪切频率。

第 5 步. 确定超前校正环节。由第 3 步和第 4 步确定的 ω_m 和 α , 根据

$$T = \frac{1}{\omega_m \sqrt{\alpha}}$$

确定校正装置的时间常数, 进而确定校正环节的传递函数。

第 6 步. 检验系统的性能指标, 若不满足要求, 可修改剪切频率 ω_c , 从第 3 步起重新计算。♡

(2) 迟后校正

Q: 迟后校正可以用在哪两种场合? (简答)

参考答案:

- ①原系统检测频率大于期望的剪切频率, 需要提高相角裕度时。
- ②需要提高稳态精度, 但不希望动态性能受到影响时。

(3) 超前——迟后校正

三种设计方法（会熟练使用一个即可，详情见课件“超前——迟后校正”章节（页数太多了这里就不放了））

1)、先设计迟后环节，拉低剪切频率 ω_c ，再设计超前环节。

迟后环节主要作用：降低系统剪切频率；

超前环节主要作用：提高相角裕度。

2)、先设计超前环节改善动态性能，再保持动态性能不变，设计迟后环节抬高低频。

思路：

①降低幅值；

②增加超前环节，使系统满足动态特性（注意：这里要考虑后续的迟后环节损失的相角（ 6° or 10° ，取决于迟后环节时间常数的选择））；

③增加迟后环节，抬高低频，同时 维持中、高频特性不变。

3)、关注原系统剪切频率 ω_c 周围的性质（计算中最好用）

思路：把感兴趣的频率点变为剪切频率。

①恰当选取剪切频率 ω_c ，利用超前校正提升 ω_c 处的相角，并使校正后幅值大于 0dB；

②再利用迟后校正的幅值衰减作用使校正后 ω_c 处的幅值等于 0dB。

超前校正主要作用：增大相角裕度，并保证较大的剪切频率（感兴趣的频率点）；

迟后环节主要作用：使超前校正后 ω_c 处的幅值衰减到 0dB。

(4) 期望频率特性法

思路：根据系统要求的性能指标求校正后的传递函数，再除以未校正的传递函数即可得校正环节的传递函数。

①原系统在高频段的特性尽可能利用；

②原系统和期望系统在高频段平行 or 重合，即取原系统高频段的性质。

性能指标→传递函数：

①稳态误差要求→型别+开环增益

②动态特性要求→剪切频率+相角裕度

设计方法 3.17: 期望频率特性校正设计

第 1 步. 根据稳态误差确定型别 ν 和开环增益 K , 并绘制未校正系统 $G_0(s)$ 的幅频特性。期望频率特性的低频段与未校正系统低频段相同, 即为

$$G_L(s) = \frac{K}{s^\nu}$$

第 2 步. 根据对系统的动态特性要求, 确定期望特性的中频段特性, 包括剪切频率、上限角频率和下限角频率, 并使其斜率为 -20dB/dec

第 3 步. 确定期望特性低频段和中频段的过渡特性, 其斜率一般取 -40dB/dec 。

第 4 步. 确定期望特性的高频段特性。高频段应尽量等于或平行于校正前的高频段。

第 5 步. 确定期望特性中频段和高频段的过渡特性, 其斜率一般取 -40dB/dec 。

第 6 步. 基于以上步骤确定期望频率特性 $G(s)$, 并检验性能指标。如不满足, 返回第 2 步重新设计。

第 7 步. 根据期望频率特性 $G(s)$ 和校正前的频率特性 $G_0(s)$ 确定校正装置的传递函数 $G_c = \frac{G(s)}{G_0(s)}$ 。

中频段的确定:

设计方法 3.14: 对称最佳方法确定中频段

$$\begin{aligned}\sigma_p &= 0.16 + 0.4 \left(\frac{1}{\sin \gamma} - 1 \right) \\ t_s &= \frac{\pi}{\omega_c} \left[2 + 1.5 \left(\frac{1}{\sin \gamma} - 1 \right) + 2.5 \left(\frac{1}{\sin \gamma} - 1 \right)^2 \right] \\ h &= \frac{1 + \sin \gamma}{1 - \sin \gamma} \\ \omega_2 &\leq \frac{\omega_c}{\sqrt{h}}, \quad \omega_3 \geq \omega_c \sqrt{h}\end{aligned}$$

设计方法 3.15: 剪切频率错位确定中频段

$$\begin{aligned}\sigma_p &= 0.16 + 0.4 \left(\frac{1}{\sin \gamma} - 1 \right) \\ t_s &= \frac{\pi}{\omega_c} \left[2 + 1.5 \left(\frac{1}{\sin \gamma} - 1 \right) + 2.5 \left(\frac{1}{\sin \gamma} - 1 \right)^2 \right] \\ h &= \frac{1 + \sin \gamma}{1 - \sin \gamma} \\ \omega_2 &\leq \omega_c \frac{2}{h+1}, \quad \omega_3 \geq \omega_c \frac{2h}{h+1}\end{aligned}$$

设计方法 3.16: 最小峰值法确定中频段

$$\begin{aligned}\sigma_p &= 0.16 + 0.4(M_r - 1) \\ t_s &= \frac{\pi}{\omega_c} \left[2 + 1.5(M_r - 1) + 2.5(M_r - 1)^2 \right] \\ \omega_2 &\leq \omega_c \frac{M_r - 1}{M_r}, \quad \omega_3 \geq \omega_c \frac{M_r + 1}{M_r}\end{aligned}$$

例题里见到的是用的第三种方法确定中频段 (一定要把课件里例题看懂, 太长了这里就不放了); 要保证中频段足够宽。

二、根轨迹校正（简答题）

Q: 简要说明基于根轨迹进行迟后-超前校正的原理和大致步骤（好像没考，不太记得了，但可以掌握下）

参考答案:

(1) 原理:

串联超前校正环节可提高系统动态性能

串联迟后校正可减小系统稳态误差，若校正环节 p_c 、 z_c 很小，可以基本不影响动态性能

(2) 步骤:

①根据期望性能指标，确定满足要求的闭环主导极点的候选区域。

②确定超前环节：合理选择超前校正环节的零、极点，使根轨迹穿过期望主导极点。

③校验动态性能是否满足要求，若不满足，适当右移校正环节零点或（和）左移超前环节极点，使根轨迹左移，并重新选择裕度更大的闭环系统主导极点。

④确定迟后环节：对于新选择的主导极点，按幅值条件求出校正后系统根轨迹增益 K 及稳态误差系数，检验是否满足要求。若不满足，则根据稳态误差要求确定迟后环节零、极点位置。

⑤绘制迟后——超前校正后系统根轨迹，检验动态性能和稳态性能要求是否满足。

三、离散控制系统校正

Q: 最小拍无差系统设计

例 6.10: 设单位反馈线性离散系统的结构如图 6.10.1 所示，其被控制对象和零阶保持器的传递函数分别为

$$G_0(s) = \frac{10}{s(s+1)(0.1s+1)}, \quad H_0(s) = \frac{1-e^{-Ts}}{s} \quad (6.3.19)$$

采样周期 $T = 0.5s$ 。试设计单位阶跃输入时最少拍无差系统的数字控制器 $D(z)$ 。

参考答案:

广义被控对象的脉冲传递函数

$$G(z) = Z \left[\frac{10}{s(s+1)(0.1s+1)} \frac{1-e^{-Ts}}{s} \right]$$

$$= \frac{0.7385z^{-1}(1+1.4815z^{-1})(1+0.5355z^{-1})}{(1-z^{-1})(1-0.6065z^{-1})(1-0.0067z^{-1})}$$

$G(z)$ 中含有 z^{-1} 因子及单位圆外的零点, $\Phi(z)$ 中也应含有 z^{-1} 因子及 $z = -1.4815$ 的零点。设 $\Phi(z)$ 的形式为

$$\Phi(z) = az^{-1}(1+1.4815z^{-1})$$

其中, a 为待定系数。 $G(z)$ 中含有单位圆上 $z = 1$ 的极点, $\Phi_e(z)$ 中应含有 $z = 1$ 的零点。并考虑到 $\Phi_e(z)$ 应与 $\Phi(z)$ 同阶的 z^{-1} 的多项式, 所以设

$$\Phi_e(z) = (1-z^{-1})(1+bz^{-1})$$

其中, b 为待定系数。由于

$$\Phi(z) = 1 - \Phi_e(z)$$

可得

$$az^{-1}(1+1.4815z^{-1}) = (1-b)z^{-1} + bz^{-2}$$

所以有

$$az^{-1}(1+1.4815z^{-1}) = (1-b)z^{-1} + bz^{-2}$$

由此可以解出 $a = 0.403, b = 0.597$ 。于是有

$$\Phi(z) = 0.403z^{-1}(1+1.4815z^{-1})$$

$$\Phi_e(z) = (1-z^{-1})(1+0.597z^{-1})$$

数字控制器的脉冲传递函数

$$D(z) = \frac{\Phi(z)}{\Phi_e(z)G(z)} = \frac{0.5457(1-0.6065z^{-1})(1-0.0067z^{-1})}{(1+0.597z^{-1})(1+0.05355z^{-1})} \quad (6.3.27)$$

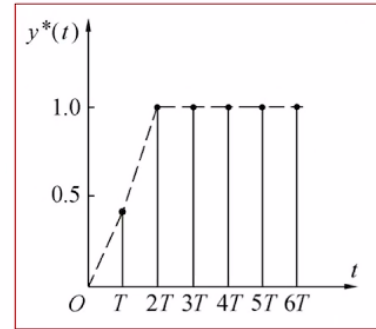
输入为单位阶跃时输出的 Z 变换为

$$Y(z) = \Phi(z)R(z) = 0.403z^{-1}(1+1.4815z^{-1}) \frac{1}{1-z^{-1}} = 0.403z^{-1} + z^{-2} + z^{-3} + \dots \quad (6.3.28)$$

输出信号的脉冲序列为

$$y^*(t) = 0.403\delta(t-T) + \delta(t-2T) + \delta(t-3T) + \dots \quad (6.3.29)$$

输出响应曲线如图 6.10.4 所示。由于 $G(z)$ 中存在单位圆外的零点 $z = -1.4815$, $\Phi(z)$ 应含有 $(1+1.4815z^{-1})$ 的因子, 所以使系统的调整时间 t_s 延长到两拍, 即 $t_s = 2T = 1s$ 。



四、能控性和能观性

能控性判据	能观性判据	优缺点
①Gram 矩阵	①Gram 矩阵	有重要的理论意义，但计算麻烦，工程上不适用
②能控性矩阵秩判据 线性定常系统能控 $\Leftrightarrow \text{rank}[B \ AB \ \dots \ A^{n-1}B] = n$, n 为 A 的维数	②能观性矩阵秩判据 线性定常系统能观 $\Leftrightarrow \text{rank} \begin{bmatrix} C \\ CA \\ \dots \\ CA^{n-1} \end{bmatrix} = n$, n 为 A 的维数	计算简便，经常使用；但只能给出整体的结论，不能判断哪个特征值能控/能观
③PBH 判据 线性定常系统能控 $\Leftrightarrow \text{rank}[\lambda_i I - A \ B] = n$ $\Leftrightarrow \text{rank}[sI - A \ B] = n$	③PBH 判据 线性定常系统能观 $\Leftrightarrow \text{rank} \begin{bmatrix} C \\ \lambda_i I - A \end{bmatrix} = n$ $\Leftrightarrow \text{rank} \begin{bmatrix} C \\ sI - A \end{bmatrix} = n$	能给出与每一个特征根相关的能控/能观性信息，但需要计算 n 个矩阵的秩，计算也有一点繁琐
④Jordan 标准型判据 A 特征根两两相异 \Rightarrow 系统完全能控 $\Leftrightarrow B$ 不含全零行 A 特征根有重根 \Rightarrow ①若 λ_i 只有一个 Jordan 块 \Rightarrow 能控 $\Leftrightarrow B$ 的分块矩阵 b_i 对应最后一行不为 0 ②若 λ_i 有 k 个 Jordan 块 \Rightarrow 能控 $\Leftrightarrow B$ 的分块矩阵 b_{i1}, \dots, b_{ik} 对应最后一行线性无关	④Jordan 标准型判据 A 特征根两两相异 \Rightarrow 系统完全能观 $\Leftrightarrow C$ 不含全零列 A 特征根有重根 \Rightarrow ①若 λ_i 只有一个 Jordan 块 \Rightarrow 能观 $\Leftrightarrow C$ 的分块矩阵 c_i 对应第一列不为 0 ②若 λ_i 有 k 个 Jordan 块 \Rightarrow 能观 $\Leftrightarrow C$ 的分块矩阵 c_{i1}, \dots, c_{ik} 对应第一列线性无关	能够给出与每一个特征根相关的能控/能观信息（一般遇到的题目都化好了 Jordan 标准型）；若没有化为标准型，化标准型的过程计算量一般较大

五、非线性控制分析

(1) 描述函数 $N(A)$ (简答题)

①定义 (这个定义是在网上找的, 在课件里没找到, 但是记得考试的时候考了)

描述函数: 非线性环节稳态正弦响应中的基波分量与输入正弦信号的复数比。

描述函数法: 从频率域的角度研究非线性控制系统的稳定性的一种等效线性化方法; 只能用作频域分析, 不能用作时域分析。

② 2 个假设

假设 1: 奇对称性

$$x(t) = -x\left(t + \frac{\pi}{\omega}\right)$$

更希望: 输入输出特性 $x = f(e)$ 满足 $f(-e) = -f(e)$, 即输入输出特性为奇函数

保证非线性环节在正弦输入信号作用下的输出信号不含有直流分量, 也就是说输出响应平均值为零。

假设 2: 线性环节低通滤波特性良好

低通滤波特性越好, 相应的分析精度也越高。

(2) 相平面法 (简答题)

① 特殊等倾线的求解

等倾线方程:

$$\ddot{x} + f(x, \dot{x}) = 0$$

对于二阶系统 (10.8.1), 其斜率方程为

$$\frac{d\dot{x}}{dx} = -\frac{f(x, \dot{x})}{\dot{x}} \quad (10.8.5)$$

该方程给出了相轨迹在相平面上任一点 (x, \dot{x}) 处切线的斜率。取相轨迹切线的斜率为某一常数 α , 得

$$\alpha = \frac{d\dot{x}}{dx} = -\frac{f(x, \dot{x})}{\dot{x}} \quad (10.8.6)$$

也就是说, 相平面上满足该方程的点 (x, \dot{x}) , 其所对应的相轨迹在该点处切线的斜率为 α 。如果 $\dot{x} \neq 0$, 则方程 (10.8.6) 可等价地写为

$$\alpha\dot{x} + f(x, \dot{x}) = 0 \quad (10.8.7)$$

该方程称为二阶系统 (10.8.1) 的等倾线方程。对比式 (10.8.7) 和 (10.8.1) 可以发现, 二阶系统的等倾线方程可将系统方程 (10.8.1) 中系统状态对时间的二阶导数 \ddot{x} 替换为 $\alpha\dot{x}$ 得到。根据等倾线方程 (10.8.7), 可在相平面的各条相轨迹上求出具有同一斜率的点 (x, \dot{x}) , 将这些点连接起来, 由此得到的等斜率轨迹便称为等倾线。

特殊等倾线:

特殊等倾线

对于二阶线性系统

$$\ddot{x} + a\dot{x} + bx = 0$$

其等倾线为直线，其方程为

$$\dot{x} = -\frac{b}{a+\alpha}x$$

其中 α 为相轨迹切线的斜率，而该等倾线的斜率为

$$k = -\frac{b}{a+\alpha}$$

现在考虑这样一类等倾线：等倾线的斜率与相轨迹切线斜率相等。容易知道，这类等倾线也是相轨迹。很显然，对此类等倾线，其斜率 k 满足

$$k = -\frac{b}{a+k}$$

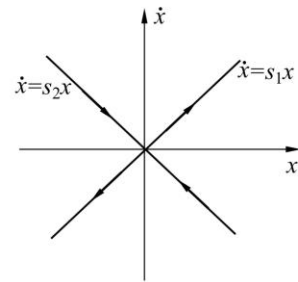
其可等价地写为

$$k^2 + ak + b = 0$$

由此可以看出，这类特殊等倾线的斜率是系统的极点。由于斜率是实数，具有复数极点的二阶线性系统不存在这样的特殊等倾线。

当 $b < 0$ 时，系统 (10.8.10) 的两个极点为

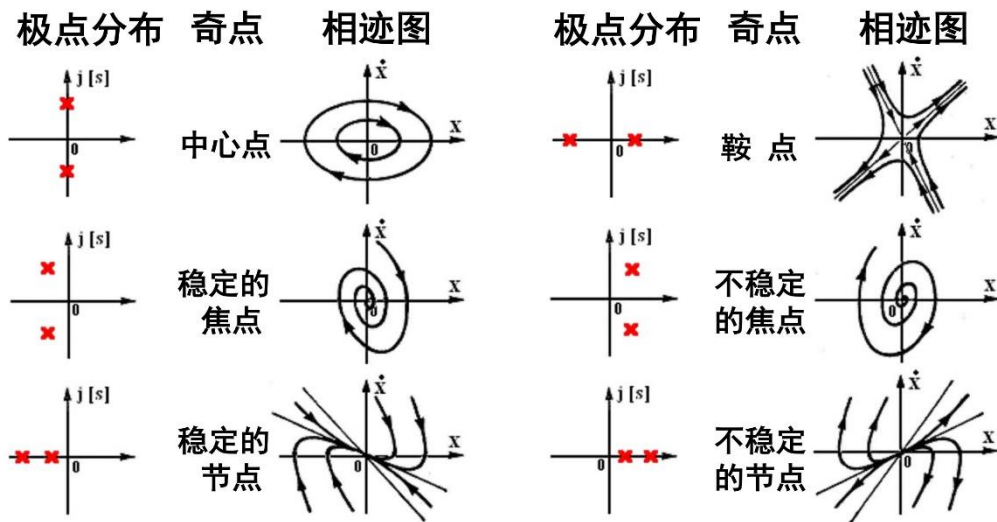
$$s_1 = \frac{-a + \sqrt{a^2 - 4b}}{2} > 0, \quad s_2 = \frac{-a - \sqrt{a^2 - 4b}}{2} > 0$$



②线性二阶系统的相轨迹（最好掌握）

线性二阶系统的相轨迹

奇点分稳定奇点和不稳定奇点。 据二阶系统特征根分布情况，奇点分：**中心点**，**节点（稳定的、不稳定的）**，**焦点（稳定的、不稳定的）**，**鞍点**。相应的相轨迹图如下：



PS：状态空间综合部分的内容印象中考试没有涉及，但建议还是下去看看，押一手全维状态观测器。

最后的最后，加油加油冲冲!!!