



G

O

D

O

O

O

O

D

## 2.0. 磁场

1. 电流元产生磁密:

$$dB = \frac{\mu_r \mu_0}{4\pi} \cdot \frac{Idl \sin\alpha}{r^2}$$

$$\text{磁通 } \Phi = \int_S B \cos\theta dS = \Phi_m \cos\theta$$

$$B = \mu H = \mu_r \mu_0 H$$

安培环路定律

$$\sum_{i=1}^n H_i l_i = NI$$

2. 在磁路中, 若绕组匝数为  $w$ , 有:

$$\Phi = B \cdot S, \quad H \cdot L = w \cdot I$$

$$\text{即: } \Phi = \frac{wI}{\mu S}$$

定义磁势  $F_m = wI$ , 磁阻  $R_m = \frac{l}{\mu S}$ , 则:

$$\Phi = \frac{F_m}{R_m} \quad \text{— 磁路欧姆定律}$$

$$\text{磁导 } G_m = \frac{1}{R_m} \Rightarrow \Phi = F_m \cdot G_m$$

$$\text{若磁压 } U_m = \int H \cdot dl, \text{ 则 } U_m = wI = F_m = R_m \cdot \Phi$$

3. 磁链  $\Psi = w \cdot \Phi$ ,  $\Phi$  为一个线圈的磁通

$$\text{电磁感应定律: } e = -\frac{d\Psi}{dt}$$

若所有  $\Phi$  都过所有线圈, 有:  $e = -w \cdot \frac{d\Phi}{dt}$

当  $\Psi = \Psi(t, \omega)$  时:

$$e = -\frac{\partial \Psi}{\partial t} - v \cdot \frac{\partial \Psi}{\partial x} = e_r + e_r \quad \begin{matrix} \text{变压器电势} & \text{旋转电势} \end{matrix}$$

4. 垂直切割磁感线:  $e = Blv$

$$\text{电感: } L = \frac{\Psi}{I}$$

空心线圈, 无铁磁材料  $\rightarrow L$  为常数,  $e = -L \frac{dI}{dt}$

5. 电磁力  $F_e = B l I$

电磁转矩  $T_e = B l I r$ ,  $r$  为导体到转轴距离.

$$\text{功率换算: } T_e = \frac{P}{\omega}$$

6. 当磁路由铁磁+气隙时, 接触表面受电磁力  $F_{em}$ .

$$F_{em} = \frac{1}{2} \Phi^2 \cdot \frac{dR_g}{ds}, \quad S \text{ 气隙长度.}$$

7.

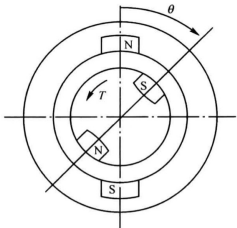


图 0-4 两极磁场

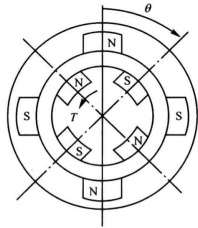


图 0-5 四极磁场

由傅立叶级数, 当  $T$  为周期函数且周期  $360^\circ$  时:

$$\text{忽略谐波, 有: } T_1 = k \cdot \sin\theta$$

同理, 四极磁场有:  $T_2 = k \cdot \sin 2\theta$  (周期变化)

同理,  $p$  级磁场有:  $T_p = k \cdot \sin p\theta$

## 8. 控制系统中四大类元件:

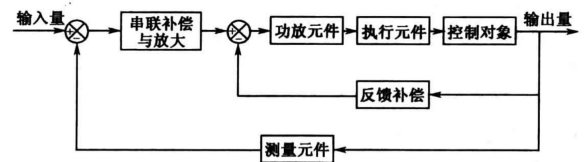


图 0-2 典型控制系统的功能框图

执行元件、放大元件、测量元件、校正元件



## 2.1. 直流电动机

1. 优点: ①转矩大 ②调速范围宽 ③易于控制, 可靠性高, 调速时能量损耗小.

缺点: 有换向器, 造价贵, 寿命短, 容量有限制

2. 组成:   
 定子 → 定子铁心, 激磁绕组/永磁体, 机壳, 电刷  
 转子 → 电枢铁心, 电枢绕组, 换向器

3.  $B = uN$ . 顺磁:  $u$  略大于  $u_0$ . 逆磁:  $u$  略小于  $u_0$ .

铁磁:  $u$  远远大于  $u_0$ .

铁心涡流损耗: 使用硅钢片冲压.

软磁材料 — 电机, 变压器铁心. 硬磁材料 — 永磁体

4. 电角 = 极对数  $p \times$  机械角

直流电机  $p \cdot \theta = 90^\circ$ .

$T = k \cdot \sin p\theta = k$ . 故等条件直流电机力矩最大

5. 电枢反应:   
 磁路物理/几何中性面不重合  
 减少总磁通(去磁)

换向火花:   
 电枢电流增大, 负载转矩增大  
 电机转速增大, 电枢电压提高  
 换向器表面变粗糙

消除换向火花:   
 移动电刷法  
 设置换向磁极  
 选用合适的电刷

6. 由  $F = BIL$ , 可得电机电枢所受电磁转矩:

$$T_{em} = C_t \cdot \Phi \cdot I_a$$

当  $\Phi$  不变时  $T_{em} = k_t \cdot I_a$ .

其中  $\Phi$  为主磁场每极的气隙总磁通,  $C_t$  为电机常数

$k_t$  为转矩灵敏度/转矩系数

$$\text{可推出 } C_t = \frac{pN}{2\pi a}$$

$a$  为电刷间并联支路对数,  $N$  为电枢绕组总导体数

7. 由  $F = BLv$ , 可得感应电势  $E_a = C_e \cdot \Phi \cdot n$

$\Phi$  为单数时写作  $E_a = k_e \cdot \omega$

其中  $n$  为电机转速 (r/min),  $\omega$  为角速度,  $k_e$  为反电势系数

$C_e$  为常数. 在  $n$  单位 r/min 时有:

$$C_e = \frac{pN}{60a}$$

当均采用国际单位制时, 有:

$$k_e = k_t, C_e = C_t$$

8. 转矩平衡方程:

$$T_{em} = T_0 + T_L + J \cdot \frac{d\omega}{dt} \quad (J = J_m + J_L)$$

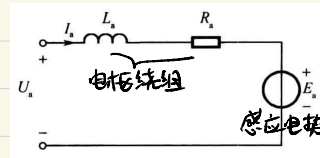
空载阻转矩      负载转矩      转子惯量      负载惯量

$T_2 = T_{em} - T_0$ . 输出转矩.

当  $T_2 > T_L$  电机加速,  $T_2 < T_L$  电机减速.

当电机匀速转动时,  $T_2 = T_{em} - T_0 = T_L$  (静态转矩平衡方程)

9. 电压平衡方程:



$$U_a = L_a \cdot \frac{dI_a}{dt} + R_a \cdot I_a + E_a$$

当  $I_a$  不变时,

$$U_a = R_a \cdot I_a + E_a$$

图 1-27 电枢等效电路图

10. 功率平衡方程:

$$\begin{aligned} P_1 &= P_{cu} + P_{em} \\ U_a I_a \cdot \text{输入功率} &= I_a^2 R_a \cdot \text{铜极功率} + E_a I_a \cdot \text{电磁功率} \\ &= P_{cu} + k_e \omega \cdot \frac{T_{em}}{k_t} = P_{cu} + (T_0 + T_L) \cdot \omega \\ &= P_{cu} + T_0 \cdot \omega + T_L \cdot \omega \\ &= P_{cu} + \text{空载功率} + \text{负载功率} (P_2, \text{输出功率}) \end{aligned}$$

11. 静态特性 (机械特性 + 调节特性)

$$I_a = \frac{U_a - E_a}{R_a} = \frac{U_a - C_e \Phi n}{R_a}$$

$$n = \frac{U_a - I_a R_a}{C_e \Phi} = \frac{U_a}{C_e \Phi} - \frac{R_a \cdot T_{em}}{C_e C_t \Phi^2}$$

$$\text{写成 } \omega \text{ 有: } \omega = \frac{U_a}{k_e} - \frac{R_a \cdot T_{em}}{k_e \cdot k_t}$$

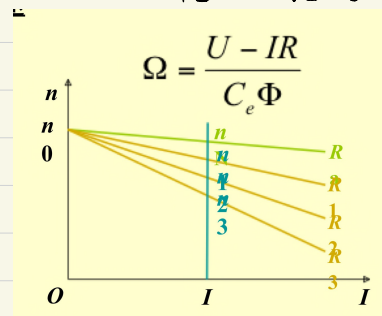
故调速方法: 电压调速, 弱磁调速, 串电阻调速 (电枢控制) (磁场控制)

弱磁 — 一般情况下电枢磁通已饱和, 再加磁通会使电流迅速增长, 故只能减少磁通  
 串电阻 — 电路电阻不能减少, 只能增加

12. 电阻控制:

若串了阻值为  $R_s$  的电阻, 则有:

$$\omega = \frac{U_m}{k_e} - \frac{R_a + R_s}{k_e \cdot k_t} \cdot T_{em}$$



电阻增大 → 机械特性变软.

一般为有级调速, 且只能降速调速

### 13. 电枢控制时:

机械特性:  $n$  与  $T$  的关系,  $U$  一定

理想空载时有  $T_{em} = 0$ , 即  $n_0 = \frac{U_a}{C_e \Phi}$

堵转时有  $n = 0$ ,  $T_s = \frac{U_a}{R_a} C_t \Phi$ . 堵转转矩

设机械特性下斜角度为  $\beta$ .  $\tan \beta$  为斜率绝对值.

$$\text{则 } \tan \beta = \frac{R_a}{C_e C_t \Phi^2} = \frac{n_0}{T_s}$$

$\beta$  越小, 机械特性越“硬”, 反之越“软”.

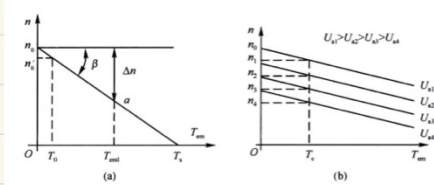


图 1-30 电枢控制时的机械特性

调节特性:  $n$  与  $U$  的关系,  $T$  一定

$$\text{同理 } \tan \gamma = \frac{1}{C_e \Phi} = k_c$$

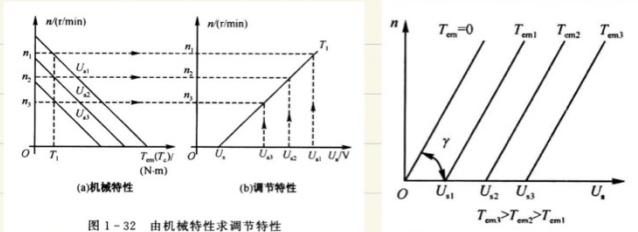


图 1-32 由机械特性求调节特性

当阻转矩不为 0, 需使  $U_a$  为一定值方可转动电机.

$U_s$  称为启动电压/死区电压

$n=0$  时,  $U_s = \frac{T_c R_a}{C_e \Phi}$ .  $T_c$ : 阻转矩.

$$\text{启动电流 } I_s = \frac{T_c}{C_t \Phi} = \frac{U_s}{R_a}$$

综上, 电枢控制时特性为线性.

且为无级调速

### 14. 磁通控制时: 磁通减小 $\rightarrow$ 机械特性变软

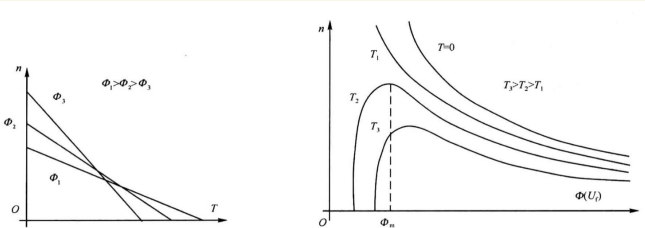


图 1-34 磁场控制时的机械特性

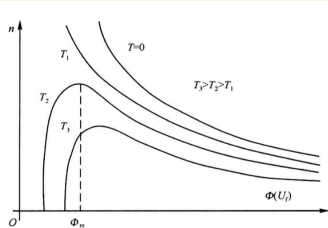


图 1-35 磁场控制时的调节特性

机械特性仍为直线, 调节特性为双曲线.

临界磁通:  $\Phi_m = \frac{2k_a T_{em}}{C_t \cdot U_a}$

$$\text{故最大转速: } n_{max} = \frac{C_t \cdot U_a^2}{4R_a \cdot C_e \cdot T_{em}}$$

不能太大, 调速比 2:1 ~ 4:1

恒功率调速, 无级调速.

### 15. 直流发电机:

$$\begin{cases} E_a = k_e \cdot \omega \\ T_{em} = k_t \cdot I_a \\ E_a = I_a R_a + L_a \frac{dI_a}{dt} + U_a \\ T_i = T_{em} + T_0 + J \cdot \frac{d\omega}{dt} \end{cases}$$

### 16. 直流电机工作状态(四象限运行)

① 电动机状态:  $U > E_a$ , -、三象限 ( $U, E_a$  反向)

② 发电机状态:  $U < E_a$ .  $U > 0$  时第二象限 ( $U, E_a$  反向)  
(再生制动)  
 $U < 0$  时第四象限

③ 能耗制动:  $U = 0$ . 过原点直线

④ 反接制动:  $U, E_a$  同向.  $S$  转向相反.

$U > 0$  时第四象限,  $U < 0$  时第二象限

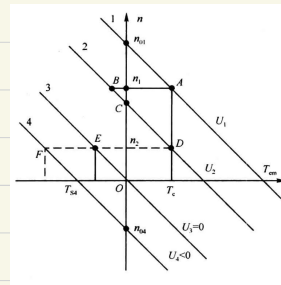


图 1-40 直流电动机机械特性

对于直线 1, 2, 一象限为电动机,

二象限为发电机, 四象限

为反接制动.

直线 3 为能耗制动

直线 4 与 1, 2 相反.

### 17. 直流电机动态特性/系统方框图:

对)  $T_{em}(t) = k_t \cdot I_a(t)$  做拉氏变换:

$$E_a(t) = k_e \cdot \omega(t)$$

$$T_{em}(t) = J \cdot \frac{d\omega(t)}{dt} + T_c(t) \quad (T_c(t) \text{ 为总阻转矩})$$

$$U_a(t) = L_a \cdot \frac{dI_a(t)}{dt} + I_a(t) \cdot R_a + E_a(t)$$

有:  $T_{em}(s) = k_t \cdot I_a(s)$

$$E_a(s) = k_e \cdot \omega(s)$$

$$\omega(s) = \frac{1}{Js} \cdot (T_{em}(s) - T_c(s))$$

$$I_a(s) = \frac{1}{L_a s + R_a} (U_a(s) - E_a(s))$$

绘图如下: 传递函数为  $U_a(s) \rightarrow \omega(s)$ :

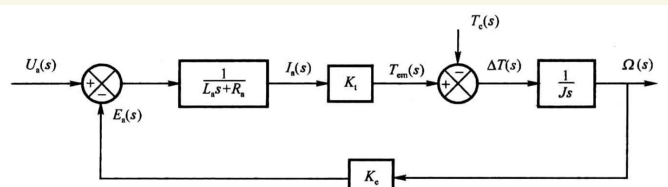


图 1-42 直流电动机的动态方框图

$$\text{机电时间常数 } T_m = \frac{R_a \cdot J}{k_e k_t}$$

$$\text{电磁时间常数 } T_e = \frac{L_a}{R_a}$$

### 18. 直流电机的选择:

$$\text{额定功率 } P_2 = U_n \cdot I_n \cdot \eta = P_1 \cdot \eta$$

若电机接了减速比为  $i$  的齿轮到负载, 则:

负载侧惯量为  $J_L$ , 负载力矩  $T_L$

(1) 峰值力矩:

$$T_p = (J_m + \frac{1}{2} J_L) \cdot \alpha + \frac{1}{2} T_L$$

(2) 额定力矩:

长时间运行允许最大电流

(3) 额定转速:

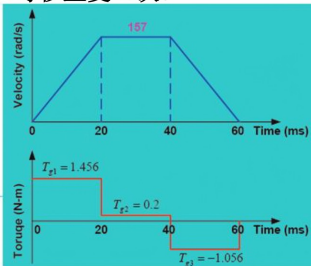
$$\omega = \frac{U_n I_n \cdot \eta}{T}$$

(4) 由电流、电压确定  $k_e, k_t$

(5) 尺寸、质量及接口形式

## 电机的选择

例2: 摩擦阻力矩:  $0.2\text{Nm}$ , 系统转动惯量  $1.6 \times 10^{-4} \text{kgm}^2$ 。  
运动要求:  $60\text{ms}$  旋转一圈, 每秒重复10次。



$$\omega_p = \frac{\text{旋轉位移}}{\frac{1}{2}T_{\text{加速}} + T_{\text{等速}} + \frac{1}{2}T_{\text{減速}}} = \frac{2\pi}{0.04} = 157(\text{rad/s})$$

$$\alpha = \frac{\omega_p}{T_{\text{加速}}} = \frac{157}{0.02} = 7850(\text{rad/s}^2)$$

$$T_{g1} = J_L \alpha + T_f = 1.6 \times 10^{-4} \times 7850 + 0.2 = 1.456(\text{Nm})$$

$$T_{g2} = T_f = 0.2(\text{Nm})$$

$$T_{g3} = -J_L \alpha + T_f = -1.6 \times 10^{-4} \times 7850 + 0.2 = -1.056(\text{Nm})$$

## 电机的选择

若所选电机:

连续转矩  $T_C = 1.2(\text{Nm})$

最大力矩  $T_P = 4(\text{Nm})$

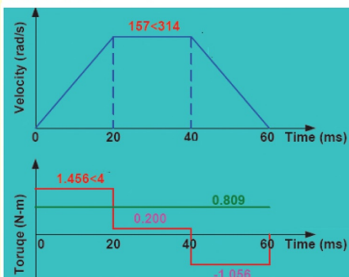
最大速度  $\omega_P = 314(\text{rad/s})$

则所选电机:

1. 满足最大力矩要求 (4);

2. 满足最大转速要求 (314);

3. 满足连续运转要求, 不会产生过热现象。



$$T_{rms} = \left[ \frac{1}{T} \int_0^T T_g^2 dt \right]^{\frac{1}{2}} = 0.809 < T_C = 1.2$$

要注意平均力矩的计算方式

## 2. 变压器

1. 改变电压/电流, 不改变频率  
阻抗匹配、信号传递、信号合成、电气隔离

组成: 绕组+铁心

2.

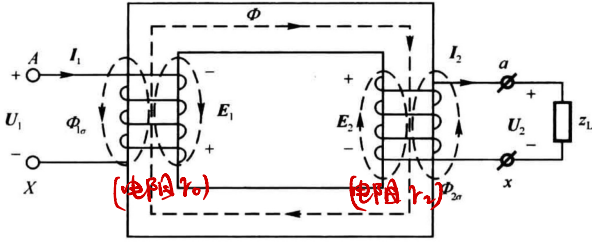


图 2-2 变压器原理示意图

方向: 规定  $E, I, I_1$  相同.

$E_2$  与磁通方向相同

主绕组感应电势:  $e_1 = -w_1 \frac{d\Phi}{dt}$

副 - - - :  $e_2 = -w_2 \frac{d\Phi}{dt}$

漏磁通在主绕组:  $e_{1\sigma} = -w_1 \frac{d\Phi_{1\sigma}}{dt}$

$\frac{e_1}{e_2} = \frac{E_1}{E_2} = \frac{w_1}{w_2} = k \Rightarrow$  变压器变比

(空载)原边电压平衡方程:  $u_1 = -(e_1 + e_{1\sigma}) + r_1 \cdot i_0$

副边 - - - - :  $u_2 = e_2$  ( $u_2$  为开路电压)

相量形式:  $U_1 = -(E_1 + E_{1\sigma}) + r_1 \cdot I_0 \Rightarrow U_1 \approx -E_1$

$U_2 = E_2$   
 $\Rightarrow \frac{U_1}{U_2} \approx \frac{E_1}{E_2} = \frac{w_1}{w_2} = k$

设  $\Phi = \Phi_m \cos \omega t$ , 代入得

$e_1 = w_1 \omega \Phi_m \sin \omega t$

$e_1$  最大值:  $w_1 \omega \Phi_m$ , ( $\omega = 2\pi f$ )

有效值:  $\frac{w_1 \omega \Phi_m}{\sqrt{2}} = \sqrt{2} \pi f \cdot w_1 \cdot \Phi_m = 4.44 f \cdot w_1 \cdot \Phi_m$

可得  $E_2 = 4.44 f \cdot w_2 \cdot \Phi_m$

因  $U_1 \approx E_1$ , 故  $U_1 \approx 4.44 f \cdot w_1 \cdot \Phi_m$  (注意方向)

若变压器的磁路磁阻为  $R_m$ , 原边磁势为  $F_1$ .

则  $F_1 = w_1 \cdot I_0$ ,  $\Phi_m = \frac{F_1}{R_m} = \frac{\sqrt{2} w_1 I_0}{R_m}$

故  $E_1 = \sqrt{2} \pi \cdot f \cdot w_1 \cdot \frac{\sqrt{2} w_1 I_0}{R_m} = \frac{2\pi}{R_m} \cdot f \cdot w_1^2 \cdot I_0$

故  $U_1 \approx \frac{2\pi}{R_m} \cdot f \cdot w_1^2 \cdot I_0$

3. 变压器接上负载  $Z_L$  时, 副边电流:  $0 \rightarrow I_2$ , 原:  $I_0 \rightarrow I_1$

铁心中合成磁势:  $F_0 = F_1 + F_2 = w_1 \cdot I_1 + w_2 \cdot I_2$

没负载时激磁磁势  $F_0 = w_1 \cdot I_0$

则  $w_1 \cdot I_1 + w_2 \cdot I_2 = w_1 \cdot I_0$

$\Rightarrow I_1 + \frac{w_2}{w_1} I_2 = I_0 \Rightarrow I_1 + \frac{I_2}{k} = I_0$

若令  $I_L = -\frac{I_2}{k}$ , 则有:

$I_1 = I_0 + I_L$ ,  $w_1 I_L = -w_2 I_2$   
原边电流 激磁分量  $\rightarrow$  负载分量

忽略激磁电流时, 有:  $w_1 I_1 = -w_2 I_2$

$\Rightarrow I_1 = -\frac{1}{k} \cdot I_2$

3. 负载时两边电压平衡方程:

$U_1 = -(E_1 + E_{1\sigma}) + r_1 I_1$

$E_2 = -E_{2\sigma} + r_2 I_2 + Z_L I_2$

用漏电感表示漏磁链:  $E_{1\sigma} = -j\omega L_{1\sigma} I_1 = -j k_{1\sigma} I_1$   
 $E_{2\sigma} = -j\omega L_{2\sigma} I_2 = -j k_{2\sigma} I_2$

$k_{1\sigma}, k_{2\sigma}$ : 漏抗, 常数.

代入上式, 有:

$U_1 = -E_1 + (r_1 + j k_{1\sigma}) I_1$

$E_2 = (r_2 + j k_{2\sigma}) I_2 + Z_L I_2 = (r_2 + j k_{2\sigma}) I_2 + U_2$

故负载时仍有:

$U_1 \approx 4.44 f \cdot w_1 \cdot \Phi_m$

令  $E_1 = -Z_m \cdot I_0 = -(r_m + j \chi_m) \cdot I_0$

$Z_m$ : 激磁阻抗,  $r_m$ : 激磁电阻.

4.  $\frac{-E_1}{I_1} = \frac{1}{\frac{1}{Z_m} + k^2 \frac{r_2 + j k_{2\sigma} + Z_L}{k}}$ , 等值电路.

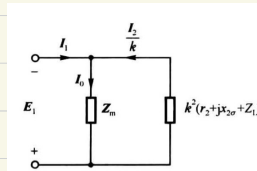


图 2-4 等值电路

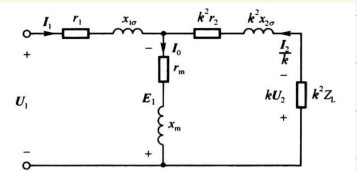


图 2-5 变压器的等值电路

忽略  $Z_L = r_2 + j k_{1\sigma}$ ,  $I_0$ . 则有: 变换后负载近似于  $k^2 \cdot Z_L$

5. 副边折算值:  $r_2' = k^2 r_2$ ,  $\chi_{2\sigma}' = k^2 \chi_{2\sigma}$ .

$Z_L' = k^2 Z_L$ ,  $I_2' = \frac{1}{k} I_2$ ,  $U_2' = k U_2$

以折算值表示的变压器基本方程:

$U_1 = -E_1 + I_1 Z_1$

$E_1 = E_2' = I_2' Z_2' + U_2'$

$I_1 + I_2' = I_0$

$I_0 = -\frac{E_1}{Z_m}$

$U_2' = I_2' Z_L'$

6. 变压器计算额定电流时可直接按照功率守恒来.



### 2.3. 异步电动机

1. 定子: 机座, 定子铁心, 定子绕组  
 转子: 转轴, 转子铁心, 转子绕组(鼠笼/绕线)

#### 2. 旋转磁场:

两相对称电流: 
$$\begin{cases} i_e = I_m \sin \omega t \\ i_f = I_m \sin(\omega t - 90^\circ) \end{cases}$$
  
 转速:  $n_s = \frac{f}{p} (r/s) = \frac{60f}{p} (r/min)$   
 $p$  为极对数,  $f$  为电源频率

三相对称电流: 
$$\begin{cases} i_a = I_m \sin \omega t \\ i_b = I_m \sin(\omega t - 120^\circ) \\ i_c = I_m \sin(\omega t + 120^\circ) \end{cases}$$
  
 同理, 磁场转速  $n_s = \frac{f}{p} (r/s) = \frac{60f}{p} (r/min)$

#### 3. 交流绕组磁场

单相集中绕组: (整距绕组)

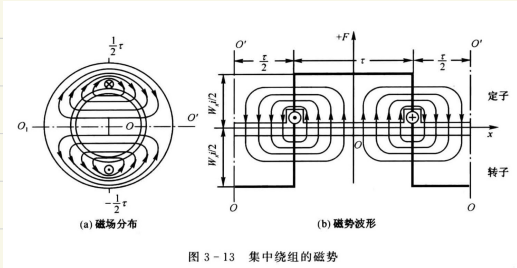


图 3-13 集中绕组的磁势

$i = \sqrt{2} I \sin \omega t \Rightarrow F = \frac{2}{\pi} W_k \cdot I \cdot \sin \omega t$  ( $W_k$  线圈函数)  
 $\hookrightarrow$  脉动旋转磁势

基波磁势:  $F_1(x) = 0.9 \frac{W_k}{p} \cdot I \cdot \sin \omega t \cos x$ ,  $x$  为电角.

#### 单相分布绕组:

基本同整距, 公式有区别:

基波磁势:  $F_1(x) = 0.9 \frac{W_k}{p} \cdot I \cdot k_{b1} \cdot \sin \omega t \cos x$   
 $p$  为极对数,  $k_{b1}$  为基波分布系数

#### 多相合成磁场:

三相对称磁场:

$$\begin{cases} f_{a1}(t, x) = F_{\phi 1} \cdot \sin \omega t \cos x \\ f_{b1}(t, x) = F_{\phi 1} \cdot \sin(\omega t - 120^\circ) \cos(x - 120^\circ) \\ f_{c1}(t, x) = F_{\phi 1} \cdot \sin(\omega t - 240^\circ) \cos(x - 240^\circ) \end{cases}$$

则合成磁势:

$f_1(t, x) = 1.5 F_{\phi 1} \sin(\omega t - x)$

#### 4. 转子反电动势:

$E_1 = 4.44 f \cdot N \cdot k_{w1}$  匝  
 $N$ : 一相总串联匝数  
 $k_{w1}$ : 基波绕组系数

5. 转差率:  $s = \frac{n_s - n}{n_s}$

$n$ : 转子转速  $n_s$ : 磁场转速

转速公式:  $n = \frac{60f}{p} (1-s)$  (rpm)

$s=1$ : 堵转,  $s=0$ : 理想空载

$s < 0$ : 发电机,  $0 < s < 1$ : 电动机

$s > 1$ : 反接制动

#### 6. 磁势平衡:

$$\vec{F}_0 = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$$
  
 $\Rightarrow I_0 = I_1 + \frac{I_2}{k_i}$ ,  $k_i = \frac{m_1 W_1 k_{w1}}{m_2 W_2 k_{w2}}$

$I_0$  为每相激磁电流,  $I_1, I_2$  为定、转子每相电流

$k_i$  称为电流变比, 取决于电机结构

$m_1, m_2$  为定、转子相数 (转子相数在笼型时即为转子导条数),  $W_1 k_{w1}$  为定子每相有效匝数,

$W_2 k_{w2}$  为转子每相有效匝数  $\rightarrow$  笼型为 0.5

#### 7. 电压平衡: (其实跟变压器比较像)

对于定子:  $U_1 = -E_1 + I_1(r_1 + jX_1)$

当转差率为  $s$  时转子电势与漏抗为  $E_{2s}, X_{2s}$ .

则转子:  $E_{2s} = I_2(r_2 + jX_{2s})$

#### 8. 力矩公式:

$T = G \cdot \Phi_m \cdot I_2 \cos \varphi_2$

$G$  常数,  $\Phi_m$  每极磁通,  $I_2$  转子一相电流

$\cos \varphi_2$  转子功率因数

注: 三相异步电机转矩最大的时候并不是堵转的时候, 因为:

利用等效电路可以求出, 具有对称绕组的异步电动机, 在对称运行时, 电磁转矩为

$$T = \frac{m_1 p U_1^2 \frac{r_2'}{s}}{2\pi f_1 \left[ \left( r_1 + \frac{r_2'}{s} \right)^2 + (x_1 + x_2')^2 \right]} \quad (3-50)$$

以及:

设  $E_2, x_2$  是静止时转子的感应电势和漏感抗, 且设

$$\begin{cases} I_2' = \frac{1}{k_i} I_2 \\ E_2' = k_i E_2 \\ r_2' = k_i k_i r_2 \\ x_2' = k_i k_i x_2 \end{cases} \quad (3-46)$$

其中  $E_2' = s E_2, x_2' = s x_2, k_i$  见式 (3-35),  $k_i$  称为电势变比, 且

$$k_i = \frac{W_1 k_{w1}}{W_2 k_{w2}} \quad (3-47)$$

对  $s$  求导,  $T_{em}$  最大时  $s \neq 0$ , 而是有:

把式 (3-50) 中的电磁转矩  $T$  对转差率  $s$  微分, 并令  $dT/ds=0$  得到电机的最大电磁转矩为

$$T_m = \frac{1}{2} \times \frac{3pU_1^2}{2\pi f_1 \left[ r_1 + \sqrt{r_1^2 + (x_1 + x_2')^2} \right]} \quad (N \cdot m) \quad (3-60)$$

最大转矩  $T_m$ . 对应的转差率  $s_m$  称为临界转差率, 且

$$s_m = \frac{r_2'}{\sqrt{r_1^2 + (x_1 + x_2')^2}} \quad (3-61)$$

最大转矩  $T_m$  与额定转矩  $T_N$  之比称为过载倍数, 用  $k_m$  表示

$$k_m = \frac{T_m}{T_N} \quad (3-62)$$

#### 实用转矩表达式:

$T = \frac{2T_m}{s_m} \cdot s$ , 其中  $s_m = 2k_m s_N$

$s_N$  为额定转差率

# 9. 机械特性

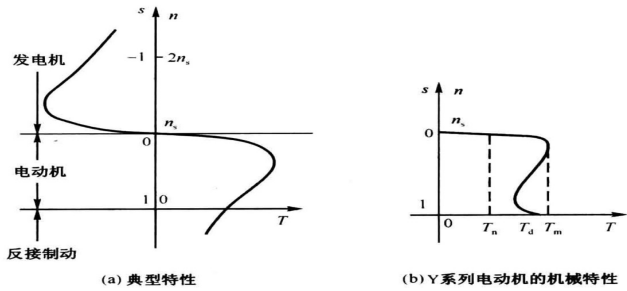


图 3-22 异步电动机的机械特性曲线

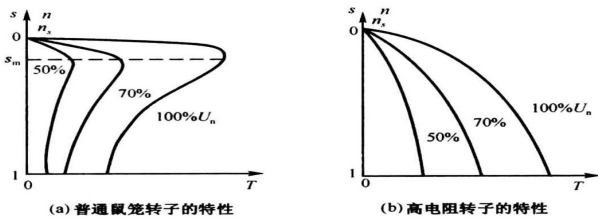


图 3-23 异步电动机调压时的机械特性曲线

异步电机启动 - 降压启动  
(串电阻/电抗启动, 串自耦变压器启动, 星-角启动)

## 10. 异步电机的调速:

$$n = \frac{60f}{p}(1-s)$$

可改变频率  $f$ 、极对数  $p$  以及转差率调速

### ① 变频调速: (变压变频器)

从基频向下调速, 要同时调节电压, 保证  $\frac{U}{f}$  不变 (虚线是  $f$  不变时)

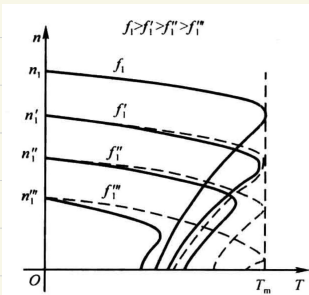


图 3-24 调频调压的机械特性曲线

有区别是因为低频定子电阻压降,

$\frac{U}{f}$  不变时转矩近似不变  
→ 恒转矩负载

从基频向上调速, 此时电压不变,

故主磁通  $\Phi_m$  减小, 当转子电流不变时, 电磁功率近似不变

→ 恒功率负载

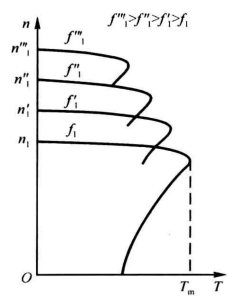
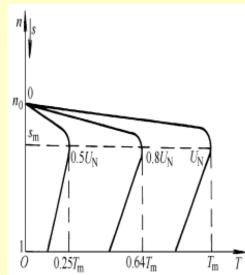


图 3-25 升频机械特性

### ② 降压调速:

会使电流值大于额定值  
一直下去会使电机烧毁

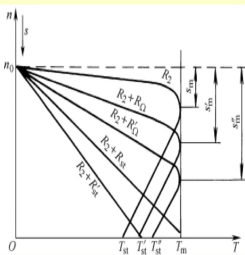
可用于通用风机类负载  
高转子电阻电机的恒转矩负载



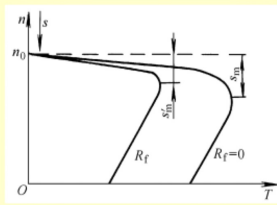
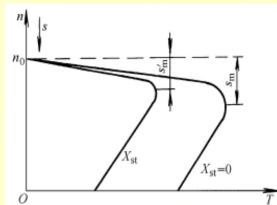
### ③ 转子串电阻:

可减小启动电流, 也可用于调速

方法简单, 但是有级调速, 机械特性软

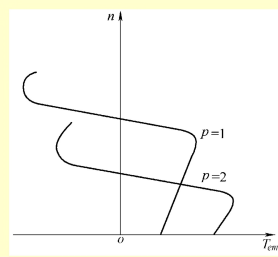


### ④ 定子串电阻/电抗



### ⑤ 变极调速:

机械特性硬, 稳定性好  
无转差损耗, 效率高.  
接线简单, 控制方便, 价格低  
有级调速



## 11. 不同负载类型:

- ① 恒转矩负载:  $\frac{U}{f}$  为常数
- ② 恒功率负载:  $\frac{U}{f}$  为常数
- ③ 泵类、风机类负载:  $\frac{U}{f}$  为常数

## 12. 单相异步电动机:

一般装有启动绕组, 此时为两相运行

启动转矩为 0, 故无法自启动

有以下两种启动方式:

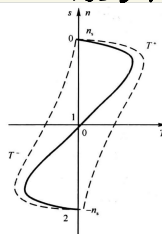


图 3-42 单相异步电动机的 T-s 曲线

## ① 电容分相

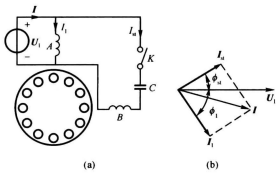


图 3-43 单相电容启动电动机

选配电容  $C$ ，使启动绕组电流超前主绕组电流  $90^\circ$ ，启动后断开启动绕组电源。

改变  $C$  的位置，可使电机反向。

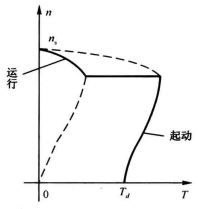


图 3-44 电容启动电动机机械特性

此启动方式启动转矩大，适合重载如泵、小型空压机

当去掉电容时，启动转矩中等，适用低惯量、不常启动、恒转速负载

若没有启动开关，则启动转矩小

## ② 罩极启动

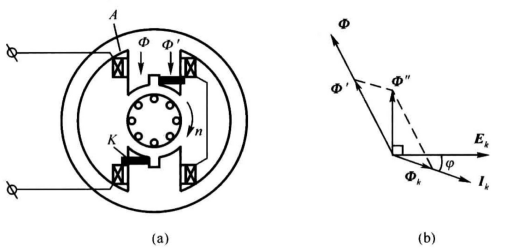


图 3-45 凸极式罩极电动机

增加一个匝数很少的绕组或短路环  $K$

合成磁场为椭圆形旋转磁场，产生启动转矩

这样启动转矩低，效率低，但结构简单，成本低

## 24. 同步电机

### 1. 永磁同步电机:

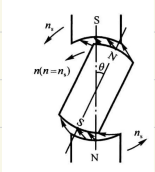


图 4-1 永磁式同步电动机的工作原理

转矩  $T = k \sin \theta$   
(仅考虑基波分量)  
自称作失谐角

$\theta = 90^\circ \Rightarrow$  最大同步转矩

该电机启动困难,需额外加启动方式

(其余了解即可)



## 2.5. 步进电机

1. 齿距角  $\theta_r$ , 转子齿数  $Z_r$

$$\theta_r = \frac{360^\circ}{Z_r}$$

必需满足:  $Z_r = 2pK \pm 2$

$K$  为正整数,  $p$  为极对数.

2. 转动方向: 取决于通电顺序

转动速度: 取决于通电频率

3. 拍数: 通电不同状态,  $N$

步距角: 每一拍转过的角度,  $\theta_b$

每个通电周期转过一个齿距角.

$$\text{则 } \theta_b = \frac{\theta_r}{N} = \frac{360^\circ}{N Z_r}$$

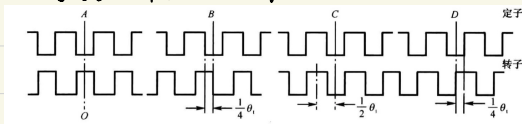


图 5-5 A 相通电时定、转子齿的相对位置

该图清晰明了的解释了为什么要错开  $\pi$ .

"单" 表示某刻仅有一相通电

"双" 表示某刻有两相通电

若按  $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D$  通电, 叫四相单四拍.  
(反向的话就反转)

缺点: 电流有瞬间可能为 0, 转矩波动大

改进: 按  $AB \rightarrow BC \rightarrow CD \rightarrow DA$  来, 保证一相有电

叫做四相双四拍

注意: 此时平衡位置与单拍不同.

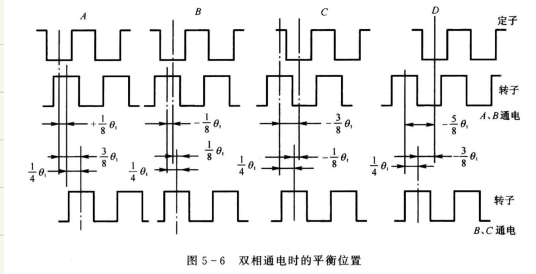


图 5-6 双相通电时的平衡位置

四相八拍:

$A \rightarrow AB \rightarrow B \rightarrow BC \rightarrow C \rightarrow CD \rightarrow D \rightarrow DA$

拍数与相数:  $N = 2m$ .

$k=1$ , 单拍制, 整步距角  $1.5^\circ/0.75^\circ$  之类.

$k=2$ , 双拍制, 半步距角

4. 转速, 若控制频率为  $f$ .

$$\text{则 } n = \frac{60f}{Z_r - N} \text{ (rpm)}$$

5. 静态特性 (主要指矩角特性)

定义电角  $\theta_e = Z_r \cdot \theta$ . 与齿数无关

$$\text{步距电角 } \theta_{be} = \frac{360^\circ}{N}$$

稳定平衡位置 - 齿与齿对齐

不稳定平衡位置 - 齿与槽对齐

角位移  $\theta_e$ , 稳定点角位移  $\theta_{e0}$

则失调角  $\Delta\theta_e = \theta_e - \theta_{e0}$

矩角特性 - 静转矩与失调角关系

用基波分量代替周期, 得:

单相通电:

$$\text{静转矩 } T = -T_m \sin(\theta_e - \theta_{e0})$$

$$\text{当 } \theta_{e0} = 0 \text{ 时 } T = -T_m \sin \theta_e = -T_m \sin Z_r \cdot \theta$$

$T_m$ : 最大静转矩.

多相通电:

$$T_1 = -T_m \sin \theta_e$$

$$T_2 = -T_m \sin(\theta_e - \theta_{be}) \dots T_n = -T_m \sin(\theta_e - (n-1)\theta_{be})$$

除了三相步进电动机外, 多相步进电动机多相通电都能提高最大静转矩, 故一般功率较大的步进电动机都采用多于三相的绕组, 而且选择多相通电的分配方式.

6. 矩频特性:

$$\text{动态方程: } J \frac{d^2\theta}{dt^2} + B \frac{d\theta}{dt} = T, \quad B \text{ 为阻尼系数}$$

$$\text{阻尼比 } \zeta = \frac{B}{2\sqrt{J \cdot T_m \cdot Z_r}}$$

$$\text{固有角频率 } \omega_n = \sqrt{\frac{T_m \cdot Z_r}{J}} \text{ (rad/s)}$$

启动矩频特性、运行矩频特性:

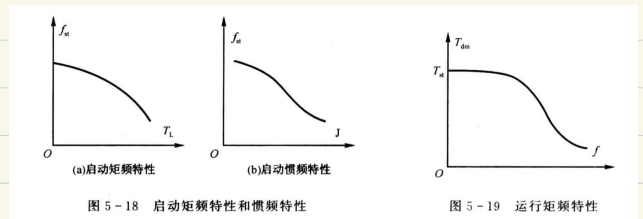


图 5-18 启动矩频特性和惯频特性

图 5-19 运行矩频特性

7. 细分电路驱动:

$$\theta_{b1} = \frac{\theta_b}{K}$$

## 2.6. 无刷直流/交流伺服

1. 无刷直流: } 定子: 电枢绕组  
                  } 转子: 永磁磁极, 软磁磁轭

伺服电机: 电枢细长, 转速控制

力矩电机: 电枢扁平, 位置控制

2. 运行方式: 通过霍尔器件使下一个位置的磁场导通.  
(霍尔电机)

通电不同状态为  $N$ ,  $N = km$

每相导电管转过电角为导通角  $\alpha_c$

$$\alpha_c = \frac{360^\circ}{m}$$

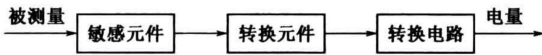
3. abc-dq 变换:

$$\begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \cos 120^\circ & \cos(-120^\circ) \\ 0 & \sin 120^\circ & \sin(-120^\circ) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix}$$

dq- $\alpha\beta$  变换

$$\begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix}$$

## 2.8. 测量元件



基本功能: 检测与转换

敏感元件: 压力  $\rightarrow$  位移

转换元件: 位移  $\rightarrow$  电感

转换电路: 电感  $\rightarrow$  电量

测量元件又叫传感器

能输出标准信号的传感器  $\rightarrow$  变送器

标准信号: } 形式 符合国际标准  
              } 数值范围

### 2. 测量元件特性:

静态特性: } 变换函数:  $f(x) = a_0 + a_1 x + \dots$

灵敏度:  $k = \frac{\Delta y}{\Delta x}$

线性度:  $\varepsilon_L = \frac{|\Delta y_m|}{y_{FS}} \times 100\%$

$\Rightarrow \Delta y_m$ : 非线性最大偏差

$y_{FS}$ : 满量程值 (测量范围)

滞环: 正反行程曲线不重合

$\Rightarrow \frac{|\Delta y_m|}{y_{FS}}$  为最大滞环误差

重复性误差:  $|\frac{\Delta y_m}{y_{FS}}| \times 100\%$

静态误差:

$$\Rightarrow \sigma = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\Delta y_i)^2}$$

$\Delta y_i$  各测试残差,  $n$  测试点数

精度 (用上所有误差衡量)

零位电压

分辨率与阈值

噪声电平

负载效应

测量范围

稳定性

动态特性: } 传递函数/频率特性

              } 响应速度/阻尼比

              } 带宽

3.

## 2.10. 测速元件

### 1. M法:

$P$ : 每转产生脉冲数,  $T_g(s)$  测脉冲  $m_1$ ,

$$\text{转速 } n = \frac{60m_1}{PT_g} \text{ (r/min)}$$

$$\text{分辨率 } Q = \frac{60}{PT_g}$$

误差与转速无关, 相对误差随  $n$  增大而减小

### T法:

用时钟以  $f_c$  频率向计数器发脉冲

计数器相隔  $T(s)$  读到  $m_2$  个时钟脉冲, 1个传感器

则  $T = m_2/f_c$ , 此时转了  $1/P$  转

$$\text{转速 } n = \frac{60f_c}{m_2 P} \text{ (r/min)}$$

$$\text{分辨率 } Q = \frac{60f_c}{m_2(m_2+1)P} = \frac{n^2 P}{60f_c + nP}$$

脉冲计数  $m_2$  误差为 1, 相对误差  $1/m_2$ ,

故  $n$  越小, 分辨率和精度越高.

### M/T法:

#### 3. M/T 法检测

工作原理见图 10-10.  $T_0$  为规定的检测时间.  $T_0$  定时与时钟脉冲计数同时开始,  $T_0$  之后位移传感器的第 1 个脉冲终止时钟脉冲计数. 实际检测时间  $T$  由时钟脉冲数  $m_2$  确定.  $T_0$  定时和位移传感器脉冲计数同时开始,  $m_1$  为检测时间  $T$  内传感器脉冲个数, 没有误差. 可知,  $T$  和转速  $n$  为

$$T = \frac{m_2}{f_c} \text{ (s)} \quad (10-28)$$

$$n = \frac{60m_1}{PT} = \frac{60f_c m_1}{Pm_2} \text{ (r/min)} \quad (10-29)$$

### 误差:

$m_1$  无误差,  $m_2$  误差为  $\pm 1$ , 误差及分辨率  $Q$  为

$$Q = \frac{60f_c m_1}{P} \left( \frac{1}{m_2 - 1} - \frac{1}{m_2} \right) = \frac{60f_c m_1}{Pm_2(m_2 - 1)} = \frac{n}{m_2 - 1} \text{ (r/min)} \quad (10-30)$$

M/T 法目前应用较多.

$$\text{总公式: } n = 60 \cdot \frac{1}{P} \cdot \frac{1}{T} \cdot m$$

$P$  为一圈脉冲数, 都不变.  $T$  时间转过了  $m$  个

对于 M 法:  $m = m_1$ ,  $T = T_g$ .

T 法:  $m = 1$ ,  $T = \frac{m_2}{f_c}$

M/T 法:  $m = m_1$ ,  $T = \frac{m_2}{f_c}$ .

## 2.11. 编码器与光栅

1. 增量型: 分 A、B、Z 相, Z 相用来寻零.

$$\text{分辨率 } \Delta \theta = \frac{1}{\text{每转脉冲数}}$$

$$\text{分辨率} = \frac{360}{\text{每转脉冲数}}$$

绝对型: 精度同上, 不需要寻零.

避免非单值性误差: 格雷码

2. 光栅:  $\left. \begin{array}{l} \text{透射光栅} \\ \text{反射光栅} \end{array} \right\}$

摩尔条纹间距:

$$w = \frac{a}{\sin \theta} \approx \frac{a}{\theta}$$

位移  $x = Na$ .

## 2.14. 功率放大器

### 1. 常见器件:

晶闸管: 单向导电整流、控制开关、大电压大电流

功率晶体管 GTR:

电流控制型器件, 基极驱动功率大

功率 MOS 场效应晶体管 MOSFET:

单极性晶体管, 开关速度快, 电压控制型

绝缘栅双极型晶体管 IGBT:

GTR、MOSFET 优点集合。

### 2. 功率放大器类型/要求

直流放大/交流放大 | 线性功放/开关功放

线性功放	开关功放
<b>优点:</b> 电磁兼容性好; 电路简单, 适于低成本简单应用。 电压电流纹波小	<b>优点:</b> 效率高; 适合于数字化控制 适合于大功率驱动应用
<b>缺点:</b> 效率低, 仅用于小功率场合	<b>缺点:</b> 有可能产生电磁兼容性问题

### 3. 线性功率放大器: (直接耦合式放大)

优点: 线性度好, 失真小, 快速性好, 频带宽

缺点: 效率低, 发热严重, 不能用在大功率

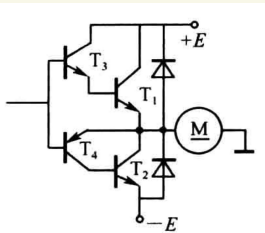
组成: 输出级 + 前置放大级

输出级: T型电路/H型电路

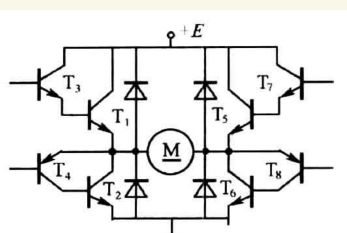
(一般采用射级输出, 只放大电流)

T型电路

H型电路



(c) 准互补推挽电路



(d) 准互补桥式电路

前置放大级: 运算放大器 + 晶体管放大电路

### 4. 电子器件分类:

开关类型: ) 不可控器件: 电力二极管  
 ) 半控型器件: 晶闸管 (可开不可关)  
 ) 全控型器件: IGBT, MOSFET, GTO

IGBT 功率 MOSFET 功率大,

MOSFET 比 IGBT 开关速度快。

### 5. 工作区域:

线性功放 — 放大区

开关功放 — 截止区 ↔ 饱和区  
 (故功率低)

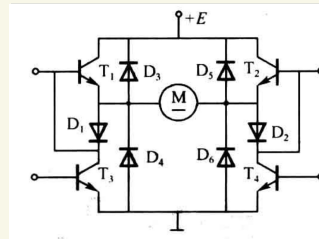
### 6. 对输出级电路要求:

T型电路: 晶体管少, 结构简单, 可直接接地构成负反馈, 但对晶体管耐压要求高, 且需用正负电源供电

H型电路: 可仅采用单电源供电, 但不接地, 电流需另算, 结构复杂

### 7. 防止直通: 加阻塞二极管, 强行钳位

8. 续流二极管: 防止感性负载的高反电压现象, 将电流释放掉。



如图,  $D_1, D_2$  为阻塞二极管  
 $D_3-D_6$  为续流二极管。

## 2.15. PWM放大器

### 1. 基本原理:

面积等效原理, 香农采样定理

### 2. 种类:

#### 双极性PWM:

双极性PWM驱动

输入控制信号:  $u_{B1} = u_{B4} = -u_{B2} = -u_{B3}$

输出电压

$$U_{av} = U_0 \cdot \left(\frac{2t_1}{T} - 1\right)$$

$t_1$  为高电平时间

#### ① 电动机状态: ( $U_{av} > 0$ )

$0 < t < t_1$ : 电流从  $U_0 \rightarrow T_1 \rightarrow A \rightarrow B \rightarrow T_4 \rightarrow$  地

$t_1 < t < T$ : 电流从地  $\rightarrow D_2 \rightarrow A \rightarrow B \rightarrow D_3 \rightarrow U_0$

此时  $T_2, T_4$  的 CE 反向偏置, 并不导通。

#### ② 发电机状态: ( $U_{av} < 0$ )

$t_1 < t < T$ : 电流从  $U_0 \rightarrow T_3 \rightarrow B \rightarrow A \rightarrow T_2 \rightarrow$  地

$0 < t < t_1$ : 电流从地  $\rightarrow D_4 \rightarrow B \rightarrow A \rightarrow D_1 \rightarrow U_0$

此时  $T_1, T_3$  的 CE 反向偏置, 并不导通。

③ 轻载状态时, 上述四种情况交替出现, 电流有正有负

### 有限单极性PWM:

表 15-1 有限单极性输出时电路工作状态

工作状态	开关管工作状态和电枢 A、B 两端电压 $u_a = u_{AB}$			
	开通	$u_a$	关断	$u_a$
$U_{av} > 0$	$T_1$ 开通	$u_a = U_D$	$T_1$ 关断	若 $i_a > 0$ $u_a = 0$ 若 $i_a < 0$ $u_a = -U_D$ 若 $i_a = 0$ $0 < u_a = E < U_D$
	$T_2, T_3$ 关断 $T_1$ 开通		$T_2, T_3$ 关断 $T_1$ 开通	
$U_{av} < 0$	$T_3$ 开通	$u_a = -U_D$	$T_3$ 关断	若 $i_a < 0$ $u_a = 0$ 若 $i_a > 0$ $u_a = -U_D$ 若 $i_a = 0$ $-U_D < u_a = E < 0$
	$T_1, T_4$ 关断 $T_3$ 开通		$T_1, T_4$ 关断 $T_3$ 开通	

3. 调制比  $\rho = \frac{u_i}{10|u_{im}|}$ , 占空比  $r = \frac{t_1}{T}$

对于双极性 PWM:  $\rho = \frac{2t_{on}}{T} - 1 = 2r - 1$

单 - - - :  $\rho = \frac{t_{on}}{T} = r$

#### 4. 电流纹波:

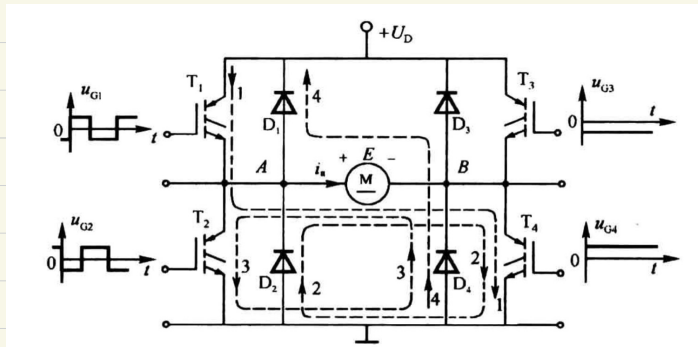
$$\Delta i = i_{max} - i_{min} = \frac{\Delta U_D (1 - \rho^2)}{4L\alpha f}$$

$\rho$  - 单极性为 1, 双极性为 2

#### 电流平均值:

$$I_{AV} = I_s \cdot \rho - I_x = \frac{\rho U_D - E}{R_a}$$

单极性 PWM: 优点: 电流波动小 缺点: 控制复杂



#### ① 电动机状态:

$0 < t < t_1$ :  $U_0 \rightarrow T_1 \rightarrow A \rightarrow B \rightarrow T_4 \rightarrow$  地

$t_1 < t < T$ : 地  $\rightarrow D_2 \rightarrow A \rightarrow B \rightarrow T_4 \rightarrow$  地 (与双极性不同了)

#### ② 发电机状态:

$t_1 < t < T$ : 地  $\rightarrow D_4 \rightarrow B \rightarrow A \rightarrow T_2 \rightarrow$  地

$0 < t < t_1$ : 地  $\rightarrow D_4 \rightarrow B \rightarrow A \rightarrow D_1 \rightarrow U_0$

③ 轻载: 交替进行