



哈爾濱工業大學  
HARBIN INSTITUTE OF TECHNOLOGY



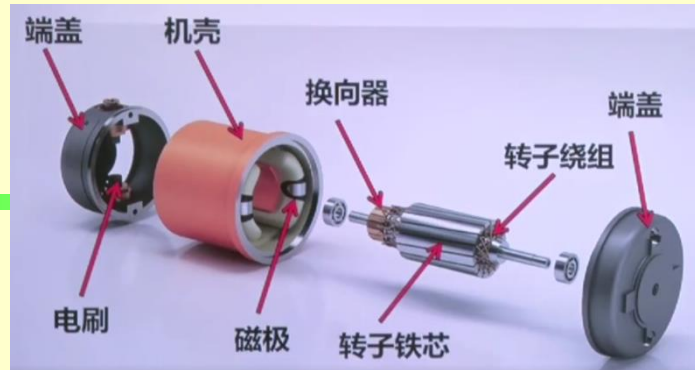
# 自动控制实践A-4

## - 直流电机基本方程



# 上节课复习

## 直流电机的主要部件



定子

- 主磁极**：通过永磁或线圈激磁，产生恒定气隙磁通
- 电刷装置**：与换向片配合，完成外直流与内交流互换
- 机座**：构成闭合磁路，并支撑和固定。

气隙

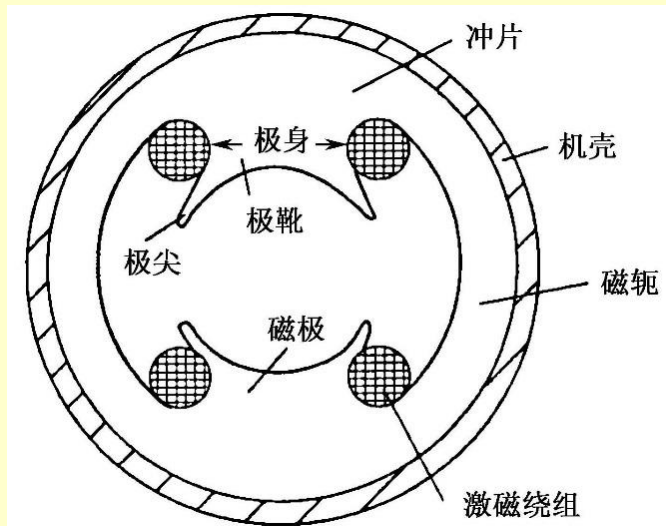
转子

- 电枢铁心**：主磁路的一部分，用于放置电枢绕组。
- 电枢绕组**：由带绝缘的导线绕制而成，是电路部分。
- 换向器**：与电刷配合，完成外直流与内交流互换



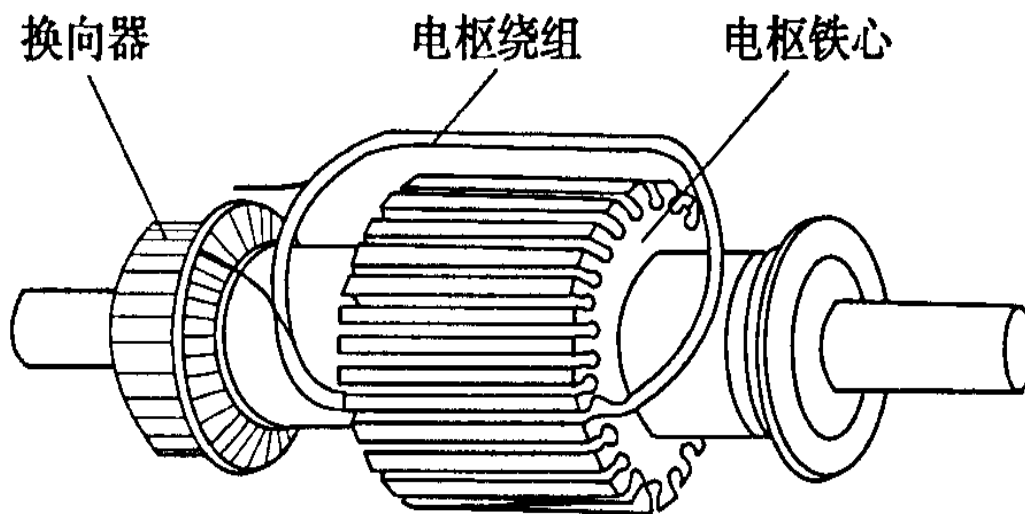
# 上节课复习

## 定子



# 上节课复习

## 转子

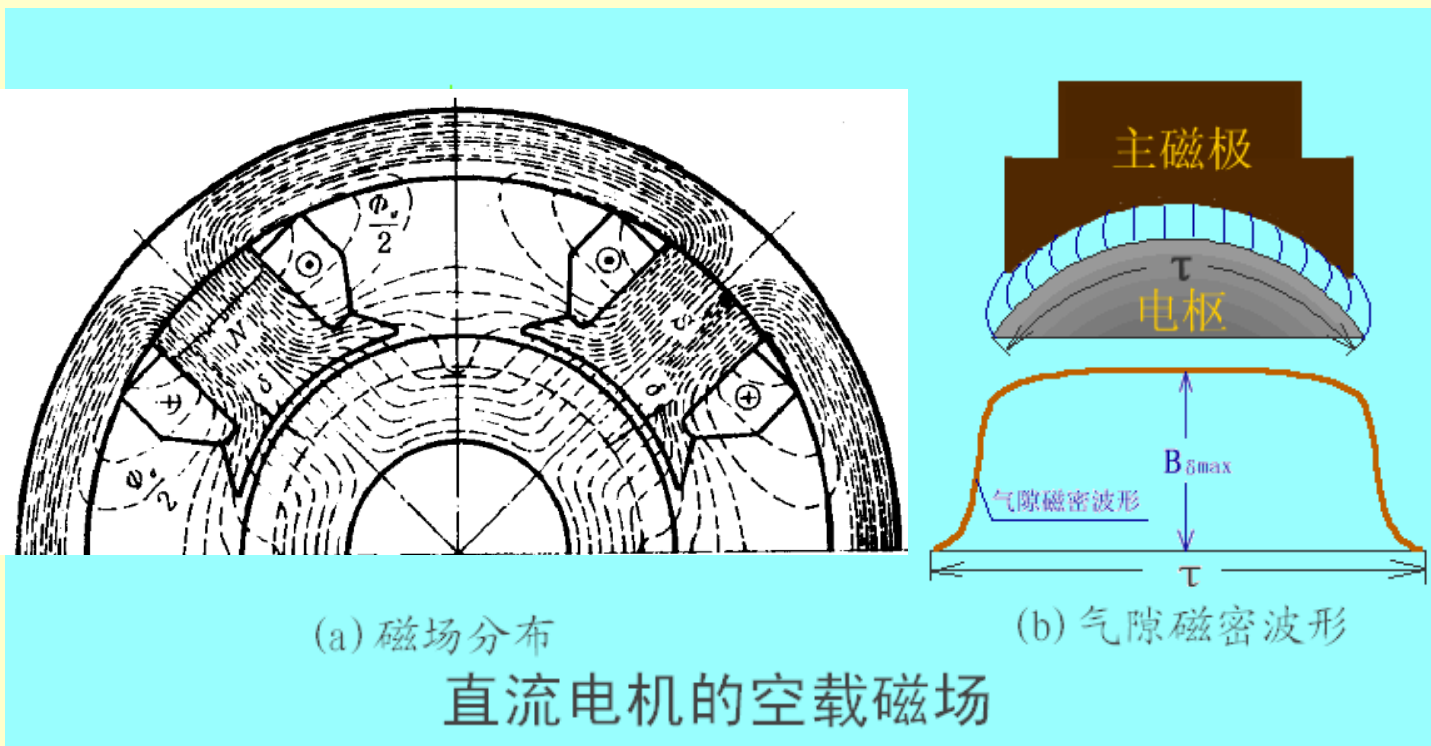


1-4 电枢铁心和绕组

# 上节课复习

## 1、空载时直流电机的磁场

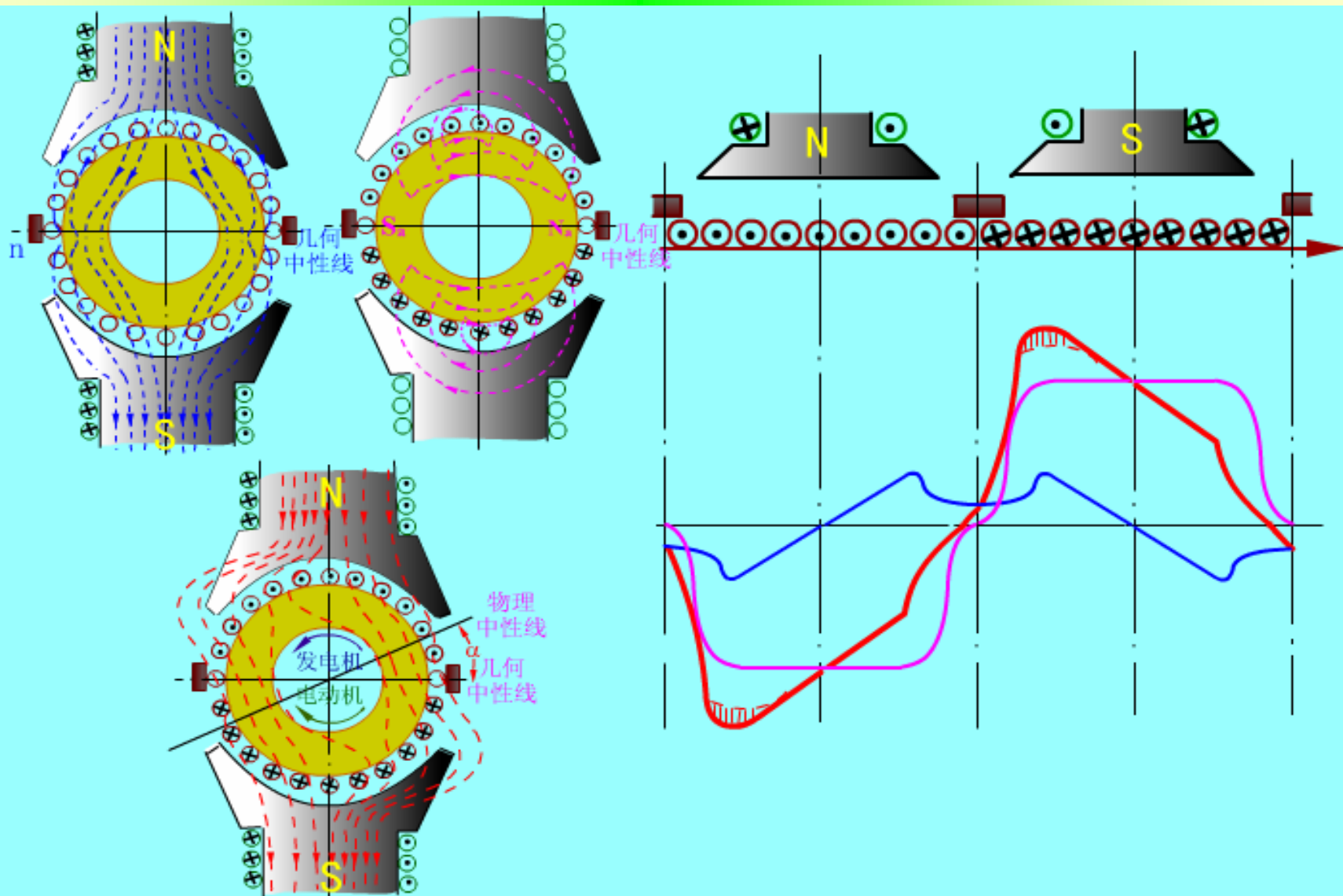
空载磁场为电枢电流等于零时，由励磁绕组电流单独作用产生的磁场，又称为**主极磁场**。





# 上节课复习

## 直流电机磁场的合成



# 上节课复习

电刷在几何中性线时，电枢反应的特点：

1) 使气隙磁场发生畸变      **空载时**电机的物理中性线与几何中性线重合。**负载后**由于电枢反应，每一个磁极下，一半磁场被增强，一半被削弱，物理中性线偏离几何中性线，磁通密度的曲线与空载时不同。

2) 对主磁场起去磁作用      电机正常运行于磁化曲线的膝部，主磁极增磁部分因磁密增加使饱和程度提高，铁心磁阻增大，增加的磁通少些，因此负载时每极磁通略为减少。即电刷在几何中性线时的电枢反应为交轴去磁性质。



# 问题.

## 提问:

1) 直流电动机如何改变转速方向?

他励 / 并励 / 串励 / 永磁

2) 如何改变直流发电机输出电压的极性?

他励 / 永磁





# 目 录

---

1. 直流电机基本关系式
2. 直流电机的工作特性



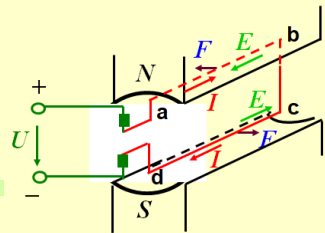
# 1. 直流电机基本关系式

## 直流电机的基本关系式

- a. 电动势
- b. 电磁力矩
- c. 电压平衡式
- d. 力矩平衡式
- e. 功率平衡式



# 1. 直流电机基本关系式



感应电动势:

电枢绕组电势指正负电刷间的电势，它等于支路电势，即一条支路中各导体电势总和；**设总导体数为 $N$ ，共有 $a$ 对并联支路，单条导体数为 $N/2a$ ，则每条电枢绕组电势:**

$$e = \sum B_{\delta} l v = \frac{N}{2a} B_{\delta} l v$$

电枢切割线速度:  $v = \Omega r = n \frac{2\pi}{60} r$

$$= \frac{N}{2a} B_{\delta} l r \Omega = \frac{N}{2a} B_{\delta} \frac{2\pi r l}{2p} \Omega \frac{2p}{2\pi}$$

$\Omega$  - rad/s;  $n$  - rpm (每分钟转数)

$$= \frac{N}{2a} \phi \Omega \frac{2p}{2\pi} = \frac{pN}{2\pi a} \phi \Omega$$

每磁极下平均磁通:  $B_{\delta} \frac{2\pi r l}{2p} = \phi$

$$= K_e \Omega$$

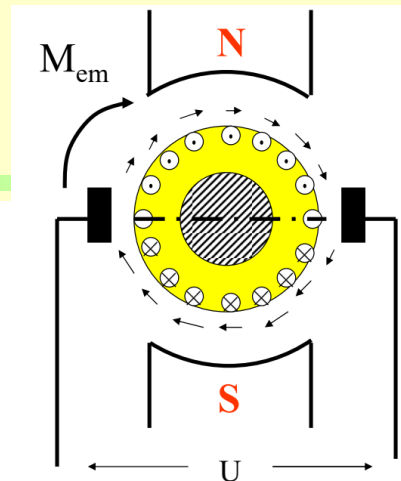
$p$ : 磁极对数

$a$ : 并联的线圈支路对数

$N$ : 线圈匝数 (电枢绕组导体数)



# 1.直流电机基本关系式



电磁力矩: 设总导体数为 $N$ , 共有 $a$ 对并联支路, 单条导体数为 $N/2a$ , 则电枢绕组的单条电磁力矩与转矩为:

$$T_e = \sum B_\delta i_1 l r = \frac{N}{2a} B_\delta i_a l r$$

电枢总电流:  $i_a = 2a i_1$

每条支路的电流为 $i_1$ , 共有 $2a$ 条

$$= \frac{N}{2a} B_\delta \frac{2\pi r l}{2p} i_a \frac{2p}{2\pi}$$

每磁极下平均磁通:  $B_\delta \frac{2\pi r l}{2p} = \phi$

$$= \frac{N}{2a} \phi i_a \frac{2p}{2\pi} = \frac{pN}{2\pi a} \phi i_a$$

$p$ : 磁极对数

$a$ : 并联的线圈支路对数

$N$ : 线圈匝数

$$= K_t i_a$$



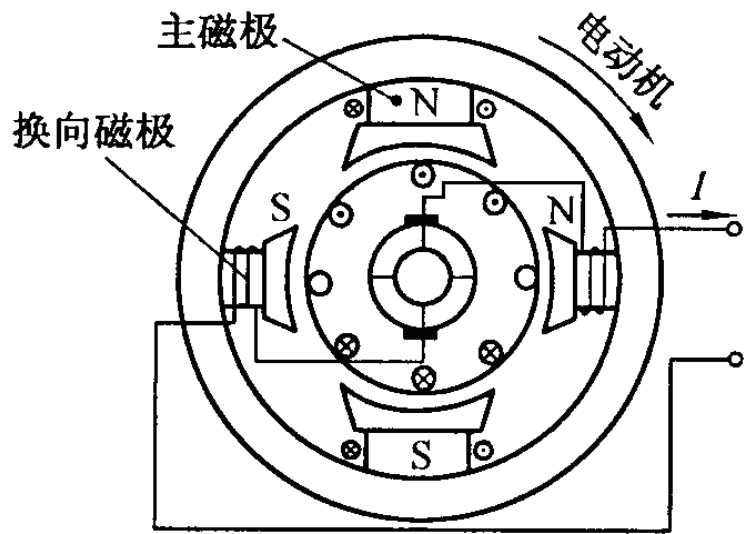
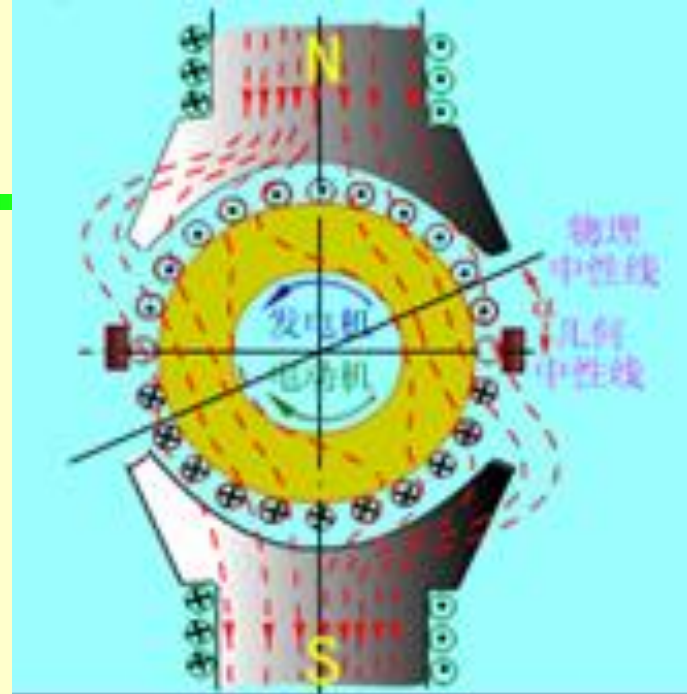


图 1-24 直流电动机中的换向磁极



$p$ : 磁极对数

1对

$a$ : 并联的线圈支路对数

3对 / 11对

$N$ : 线圈匝数 (电枢绕组导体数)

6匝 / 11\*2匝

$$e = \sum B_{\delta} l v = \frac{N}{2a} B_{\delta} l v$$

$$T_e = \sum B_{\delta} i_1 l r = \frac{N}{2a} B_{\delta} i_a l r$$



# 1.1 直流电动机的基本关系式

## 一、电磁转矩与电枢反电势

- 由电磁力定律  $F = IlB$  可以推得直流电机电枢所受到的电磁转矩为  $T_{em} = C_t \Phi I_a$

当磁通  $\Phi$  为常值时, 写为  $T_{em} = K_t I_a$

- 由电磁感应定律  $e = \nu Bl$  可以推得直流电机电枢绕组感应电势（电动机中称为电枢反电势）为

$$E_a = C_e \Phi n = K_e \omega$$

-  $K_t$  —— 转矩灵敏度, 或称转矩系数

-  $K_e$  —— 反电势系数  $K_e = K_t$

- 采用国际单位制 (SI)





# 1.1 直流电动机的基本关系式

## 二、转矩平衡方程式

- 由转子受力和力学定律

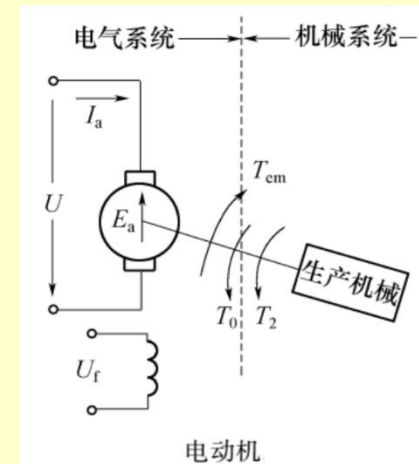
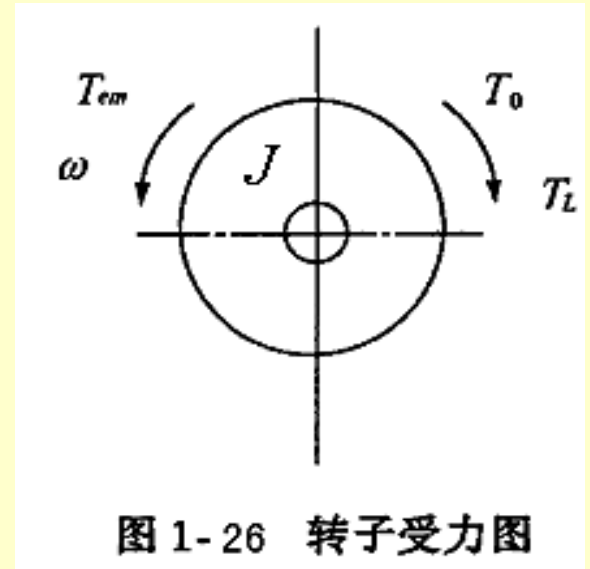
$$T_{em} - T_0 - T_L = J \frac{d\omega}{dt} \Rightarrow T_{em} = T_0 + T_L + J \frac{d\omega}{dt}$$

### 动态转矩平衡方程式

- 动态:  $d\omega/dt \neq 0$     静态:  $d\omega/dt = 0$

静态转矩平衡方程式  $T_{em} = T_0 + T_L$

- 其中:  $T_{em}$ 为电磁转矩;  $T_L$ 为负载转矩;  
 $T_0$ 为电机本身的摩擦引起的阻转矩。

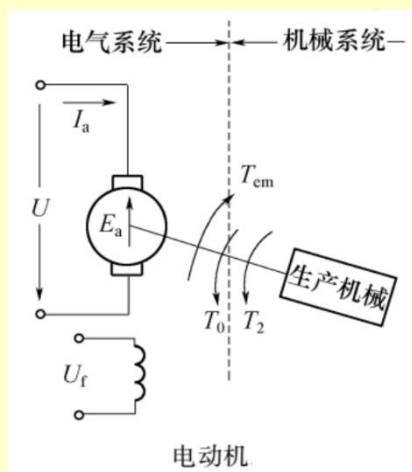


# 1.1 直流电动机的基本关系式

$$T_{out} = T_{em} - T_0 > T_L \Rightarrow d\omega / dt > 0 \quad \bullet \text{ 加速}$$

$$T_{out} = T_{em} - T_0 < T_L \Rightarrow d\omega / dt < 0 \quad \blacksquare \text{ 减速}$$

$$T_{out} = T_{em} - T_0 = T_L \Rightarrow d\omega / dt = 0 \quad \blacksquare \text{ 匀速}$$



$$\text{图中 } T_{out} = T_{em} - T_0 \\ = T_L = T_2$$

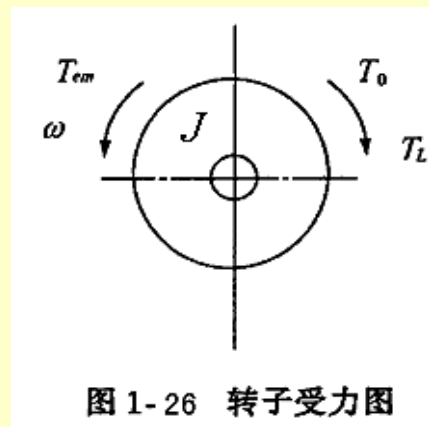


图 1-26 转子受力图



# 1.1 直流电动机的基本关系式

- 电压平衡方程式

电枢绕组有电阻和自感，在外磁场中转动时电枢中又有感应电势（电枢反电势），因此电枢回路可用图1-27表示。

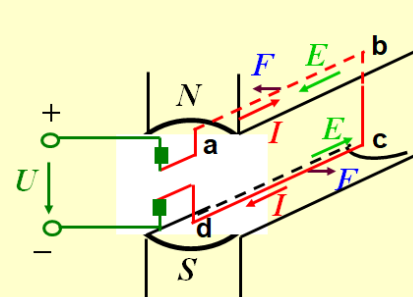
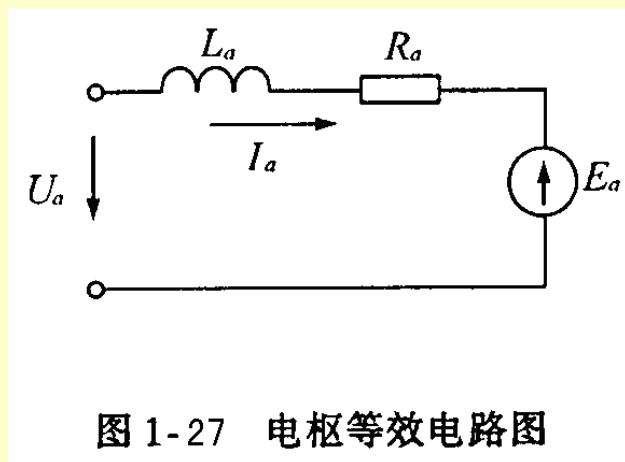
$$U_a = L_a \frac{dI_a}{dt} + R_a I_a + E_a$$

动态电压平衡方程式

- 动态： $\frac{dI_a}{dt} \neq 0$

静态： $\frac{dI_a}{dt} = 0$

- 静态电压平衡方程式： $U_a = R_a I_a + E_a$



# 1.1 直流电动机的基本关系式

功率平衡方程式

由电压方程式

$$\therefore U_a = I_a R_a + E_a$$

$$\therefore U_a I_a = I_a^2 R_a + E_a I_a$$

$$\therefore P_1 = P_{cu} + P_{em}$$

其中  $P_1 = U_a I_a$  — 电源输入功率；

$P_{cu} = I_a^2 R_a$  — 电枢绕组铜损耗；

$P_{em} = E_a I_a$  — 电磁功率。

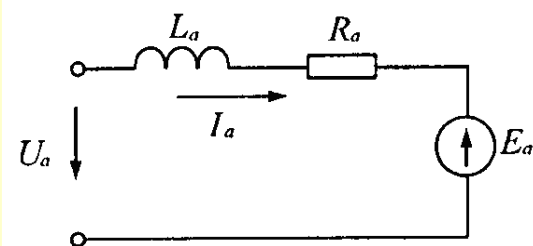
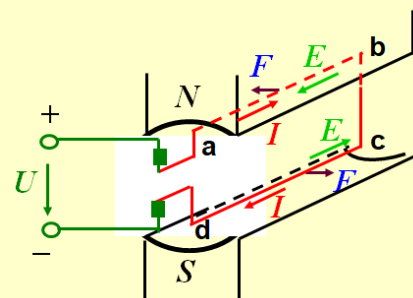


图 1-27 电枢等效电路图



# 1.1 直流电动机的基本关系式

- 由转矩方程式

$$\therefore M_{em} = M_0 + M_2$$

$$\therefore \Omega M_{em} = (M_0 + M_2)\Omega$$

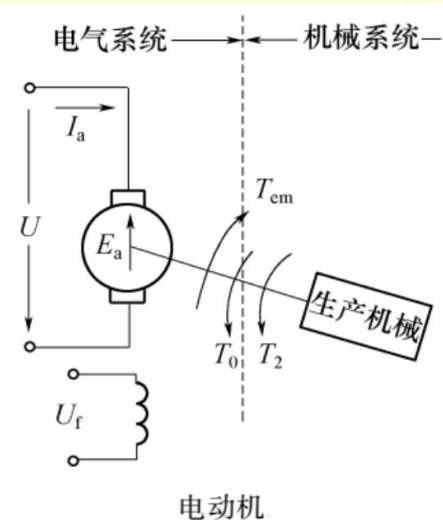
$$\therefore P_{em} = P_0 + P_2$$

其中 
$$P_{em} = M_{em}\Omega = (C_m \Phi I_a) \frac{2\pi n}{60} = C_e \Phi n I_a = E_a I_a$$

$P_0 = M_0\Omega$  — 空载功率损耗；

$P_2 = M_2\Omega$  — 输出机械功率。

在此，电磁功率是电源提供的转换为机械能的那部分电能。



# 1.1 直流电动机的基本关系式

## 电动机能流图

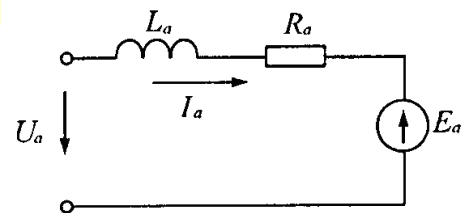
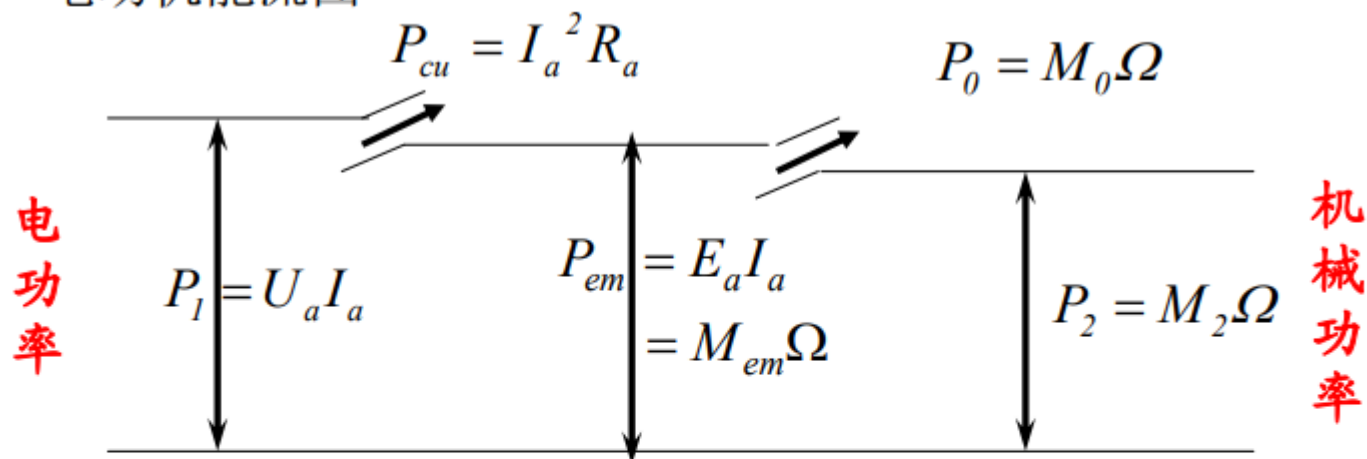


图 1-27 电枢等效电路图

$$\sum P = P_0 + P_{cu}$$

$$\therefore P_1 = P_{cu} + P_0 + P_2$$

$$\therefore \eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{P_2}{P_2 + \sum P} 100\%$$

功率关系

输入 = 损耗 + 输出

发电机: 输入机械功率 = 空载损耗 + 电磁功率

↓  
铜损耗 + 输出电功率

电动机: 输入电功率 = 铜损耗 + 电磁功率

↓  
空载损耗 + 输出机械功率





# 1.1 直流电动机的基本关系式

## ■ 四大关系式

■ **动态:**  $T_{em} = T_0 + T_L + J \frac{d\omega}{dt}$

$$U_a = L_a \frac{dI_a}{dt} + R_a I_a + E_a$$

■ **通用:**  $T_{em} = C_t \Phi I_a = K_t I_a$

$$E_a = C_e \Phi n = K_e \omega$$

■ **静态**  $T_{em} = T_0 + T_L$

$$U_a = R_a I_a + E_a$$

$$K_e = K_t$$

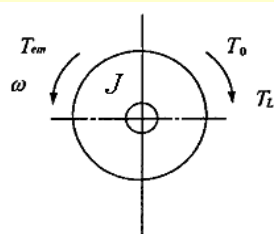


图 1-26 转子受力图

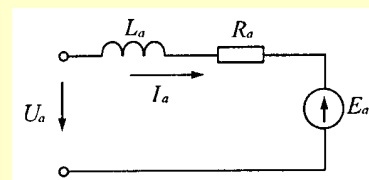


图 1-27 电枢等效电路图



# 1.1 直流电动机的基本关系式

## 四、几点说明

1. 感应电势 实际的感应电势是波动的。波动的主要原因是因为实际电机有齿槽存在，电枢导体集中在有限的槽内而不在电枢整个表面。

- 感应电势的平均值仍符合前式，瞬时值随着电枢转动而上下波动，如图所示。
- 波动的频率 $f_s$ 为齿频率（ $z$ 为齿数）

$$f_s = \frac{z \cdot n}{60}$$

纹波系数：

$$\varepsilon = \frac{E_{\max} - E_{\min}}{E_{\max} + E_{\min}}$$

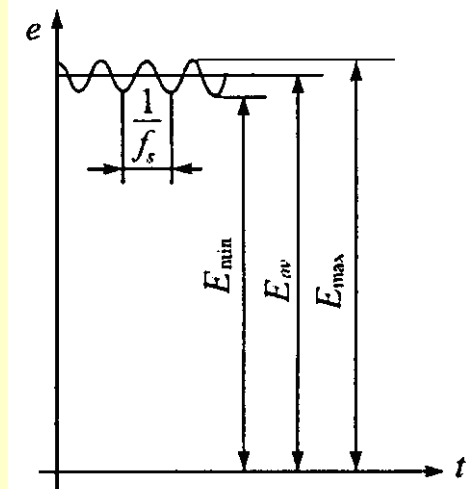
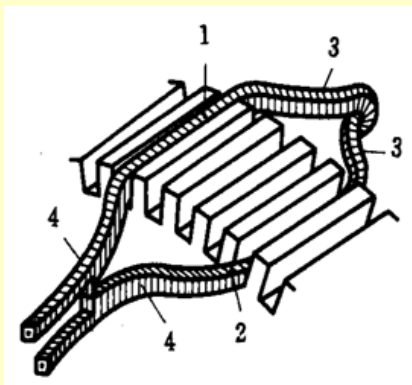


图 1-28 电枢感应电势的波动

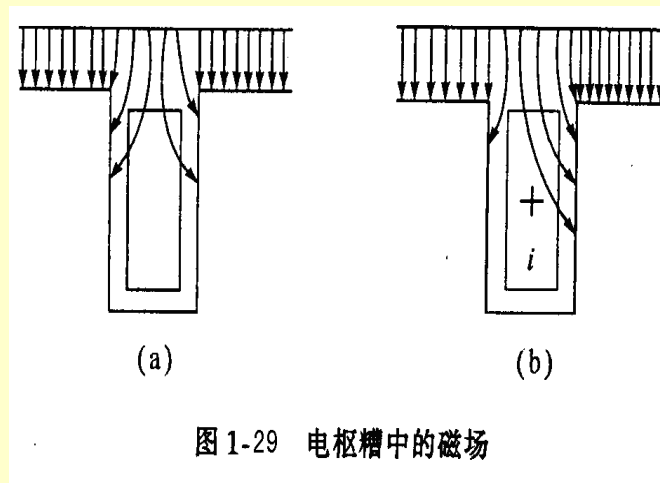


# 1.1 直流电动机的基本关系式

2.电磁转矩 由于有齿槽，由前式求得的电磁转矩是它的**平均值**，瞬时转矩是波动的，**与电势相同**。

$$\varepsilon = \frac{T_{\max} - T_{\min}}{T_{\max} + T_{\min}}$$

- 槽中磁密较小（磁力线少）。
- 由电磁理论可知铁磁性物质表面所受磁场作用力与其法向磁密的平方成正比，方向向外。
- 有齿槽时，主要是铁心的齿受力。
- 有齿槽时，随着旋转，**磁阻波动**，导致转矩波动。
- 解决方法：提高齿数；无槽结构；斜槽结构。



# 1.1 直流电动机的基本关系式

## 3. $K_e$ 和 $K_t$ 的关系

- 利用能量守恒定律证明

- (他励) 电动机转子电枢从**电源输入的电功率**为

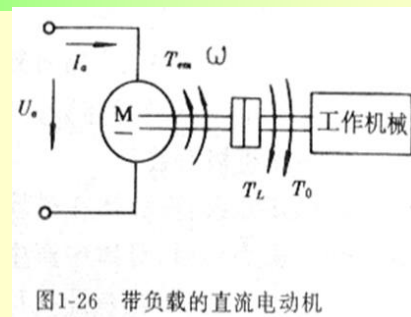
$$P_1 = U_a I_a = (I_a R_a + E_a) I_a = I_a^2 R_a + I_a E_a = I_a^2 R_a + K_e \omega I_a$$

- 电动机做出的总的**机械功率**为  $P_M = T_{em} \omega = K_t I_a \omega$

- 电枢绕组发出的热能功率为  $P_{cu} = I_a^2 R_a$  (铜损)

- 能量守恒定律:

$$P_1 = P_M + P_{cu} \Rightarrow K_e \omega I_a = K_t I_a \omega \Rightarrow K_e = K_t$$



# 1.4.1 直流电动机的基本关系式

## 4. 电阻 $R_a$

电枢回路总电阻。

包括电枢绕组电阻，电刷接触电阻，电枢回路中存在或故意加入的其他电阻，如功放内阻，调节电阻等。

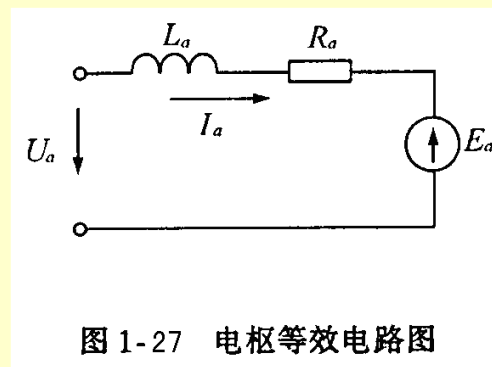
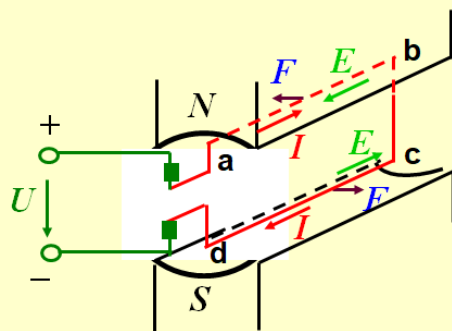


图 1-27 电枢等效电路图



# 小节

## ■ 四大关系式

■ 动态:  $T_{em} = T_0 + T_L + J \frac{d\omega}{dt}$        $U_a = L_a \frac{dI_a}{dt} + R_a I_a + E_a$

■ 通用:  $T_{em} = C_t \Phi I_a = K_t I_a$        $E_a = C_e \Phi n = K_e \omega$

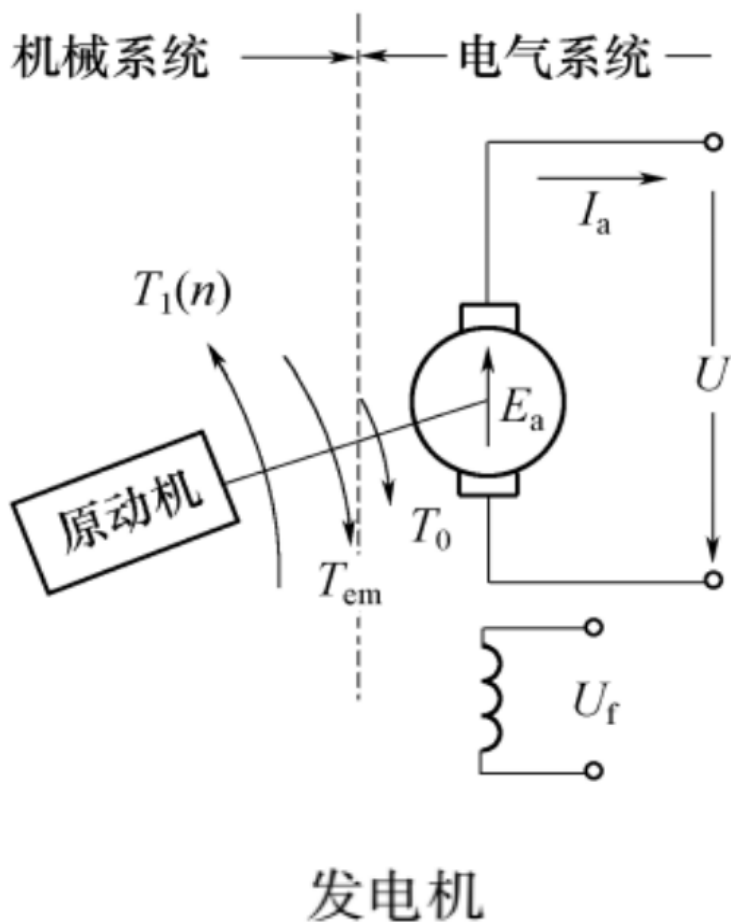
■ 静态  $T_{em} = T_0 + T_L$        $U_a = R_a I_a + E_a$

$$K_e = K_t$$





# 1. 直流电机基本关系式



$$E_a = C_e \Phi n = K_e n$$

$$T_{em} = C_m \Phi I_a = K_t I_a$$

稳态时

$$E_a = U_a + I_a R_a$$

$$T_1 = T_0 + T_{em}$$

动态时

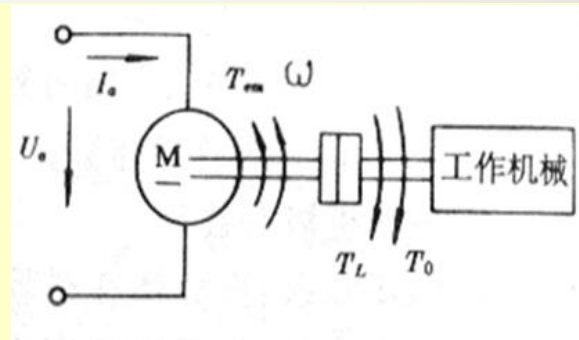
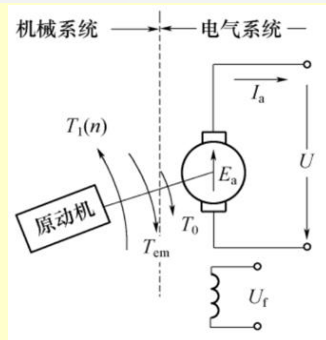
$$e_a = u_a + i_a R_a + L_a \frac{di_a}{dt}$$

$$T_1 = T_0 + T_{em} + J \frac{d\Omega}{dt}$$



## 直流发电机和直流电动机的基本平衡关系（他励式）

| 运行方式<br>平衡关系 | 发电机                                   | 电动机                                   |
|--------------|---------------------------------------|---------------------------------------|
| 电动势平衡式       | $E_a = U_a + I_a R_a$                 | $E_a = U_a - I_a R_a$                 |
| 电动势动态平衡式     | $e_a = u_a + i_a R_a + L_a di_a / dt$ | $e_a = u_a - i_a R_a - L_a di_a / dt$ |
| 转矩平衡式        | $T_{em} = T_1 - T_0$                  | $T_{em} = T_L + T_0$                  |
| 转矩动态平衡式      | $T_{em} = T_1 - T_0 - Jd\Omega / dt$  | $T_{em} = T_L + T_0 + Jd\Omega / dt$  |



# 1. 直流电机基本关系式

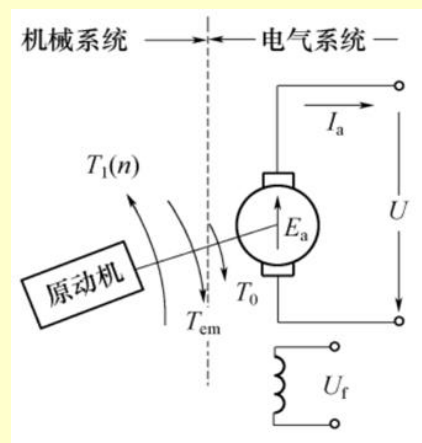
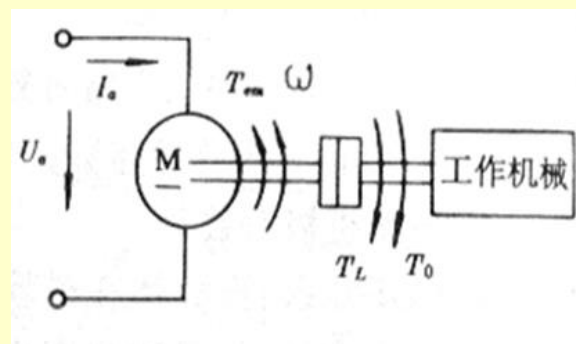
电压平衡式

电动机：...

发电机：...

动态方程：...

静态方程：...



**提问：** 直流电动机和发电机中，感应电动势和电流的方向关系？



# 1. 直流电机基本关系式

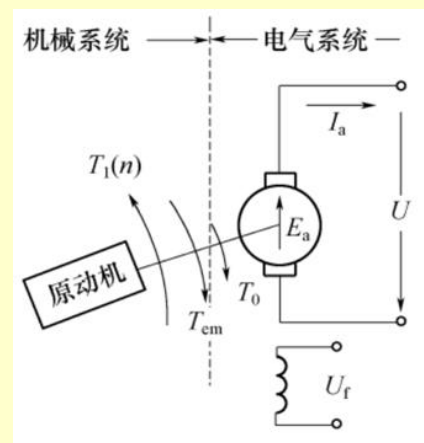
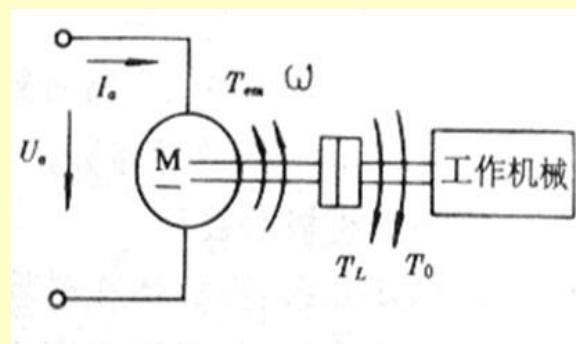
d. 力矩平衡式

动态方程: ...

静态方程: ...

电动机: ...

发电机: ...



**提问:** 直流电动机和发电机运行时**电磁力矩**与转速的关系?



# 1. 直流电机的基本公式

提问:

对恒定负载下的直流电动机施加电压，达到平稳转速后，电机的电流由什么决定？电机的转速由什么决定？

对电路负荷一定的发电机，稳速运行时，其原动机拖动力矩、发电机输出电压由什么决定？

$$T_{em} = T_0 + T_L + J \frac{d\omega}{dt}$$

$$T_{em} = C_t \Phi I_a = K_t I_a$$

$$T_{em} = T_0 + T_L$$

$$U_a = L_a \frac{dI_a}{dt} + R_a I_a + E_a$$

$$E_a = C_e \Phi n = K_e \omega$$

$$U_a = R_a I_a + E_a$$

$$E_a = C_e \Phi n = K_e n$$

$$T_{em} = C_m \Phi I_a = K_t I_a$$

稳态时

$$E_a = U_a + I_a R_a$$

$$T_1 = T_0 + T_{em}$$



# 1. 直流电机基本关系式

## e. 功率平衡式（静态）

电动机：…

发电机：…

电磁功率：…

电机效率：…

直流发电机

$$M_1 = M_0 + M_{em}$$

$$E_a = U_a + I_a R_a,$$

$$P_1 = P_0 + P_{em}$$

$$P_{em} = P_2 + P_{cu}$$

$$E_a > U_a$$

直流电动机

$$U_a = I_a R_a + E_a$$

$$M_{em} = M_0 + M_2$$

$$P_1 = P_{cu} + P_{em}$$

$$P_{em} = P_0 + P_2$$

$$U_a > E_a$$

**提问：**直流电动机和发电机的输入功率、输出功率的含义是什么？





# 1. 直流电机基本关系式

小结： 直流电机的基本关系式：

反电势：
$$e = K_e \Omega$$

电磁力矩：
$$T_{em} = K_T I$$

电压平衡：
$$u = e + L \frac{di}{dt} + R i$$

力矩平衡：
$$T_{em} - T_L = J \frac{d\Omega}{dt}$$



# 1. 直流电机基本关系式

## 电机的铭牌



# 1. 直流电机基本关系式

## 直流电动机的铭牌

1. 额定功率 $P_N$  : 电机轴上输出的机械功率 ( $T_N * n_N$ ) 。
2. 额定电压 $U_N$  : 额定工作情况下的(转子) 电枢上加的直流电压。(例: 3V, 12V, 24V, 110V, 220V)
3. 额定电流 $I_N$  : 额定电压下, 转子轴上输出额定功率时的电流 (并励应包括励磁电流和电枢电流) 三者关系:  
$$P_N = U_N I_N \eta \quad (\eta: \text{效率})$$
4. 额定转速 $n_N$  : 在 $P_N$ ,  $U_N$ ,  $I_N$  时的转速。



# 1.直流电机基本关系式

**例：**有一并励电动机，其额定数据如下：

$P_2=22\text{KW}$ ,  $U_N=110\text{V}$ ,  $n_N=1000\text{r/min}$ ,  $\eta=0.84$ ,  $R_f=27.5\Omega$ ,  $R_a=0.04\Omega$  .

- 试求：
- (1) 额定电枢电流  $I_a$  及额定励磁电流  $I_f$  ；
  - (2) 额定转矩  $T$ ；
  - (3) 额定条件下的反电动势  $E$ 。
  - (4) 额定条件下的损耗功率  $\Delta P_{aCu}$  ，及  $\Delta P_{fCu}$ ；

$\Delta P_{aCu}$ ：电枢绕组的铜损功率；  $\Delta P_{fCu}$ ：激磁绕组的铜损功率。



# 1.直流电机基本关系式

解：(1)  $P_2$ 是输出功率，额定输入功率为

$$P_1 = \frac{P_2}{\eta} = \frac{22}{0.84} = 26.19 \text{ KW}$$

额定(提供的总/)电流

$$I = \frac{P_1}{U} = \frac{26.19 \times 10^3}{110} = 238 \text{ A}$$

额定励磁电流

$$I_f = \frac{U}{R_f} = \frac{110}{27.5} = 4 \text{ A}$$

额定电枢电流

$$I_a = I - I_f = 238 - 4 = 234 \text{ A}$$



# 1.直流电机基本关系式

(2) 额定转矩

$$T = \frac{P_2}{\Omega} = \frac{22000}{1000 \times \frac{2\pi}{60}} = 210 \text{ N}\cdot\text{m}$$

(3) 额定条件下反电动势

$$E = U - R_a I_a = 110 - 0.04 \times 234 = 100.6 \text{ V}$$



# 1.直流电机基本关系式

(4) 额定条件下电枢电路铜损

$$\Delta P_{aCu} = R_a I_a^2 = 0.04 \times 234^2 = 2190 \text{ W}$$

励磁电路铜损

$$\Delta P_{fCu} = R_f I_f^2 = 27.5 \times 4^2 = 440 \text{ W}$$



# 并励直流电动机:

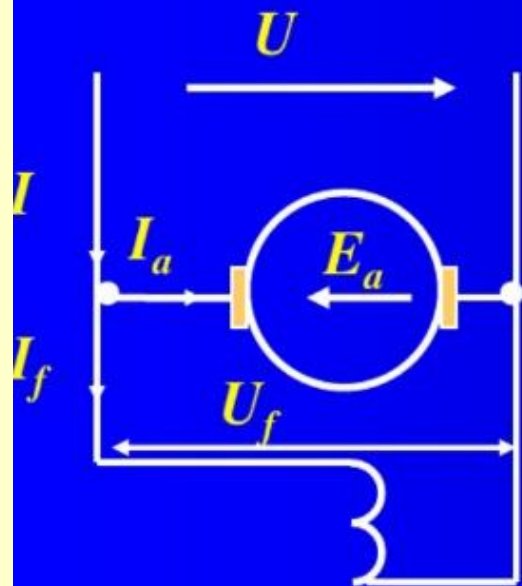
$$P_{em} = E_a I_a = (U - I_a R_a) I_a = UI - UI_f - I_a^2 R_a$$

$$= P_1 - P_{cuf} - P_{cu}$$

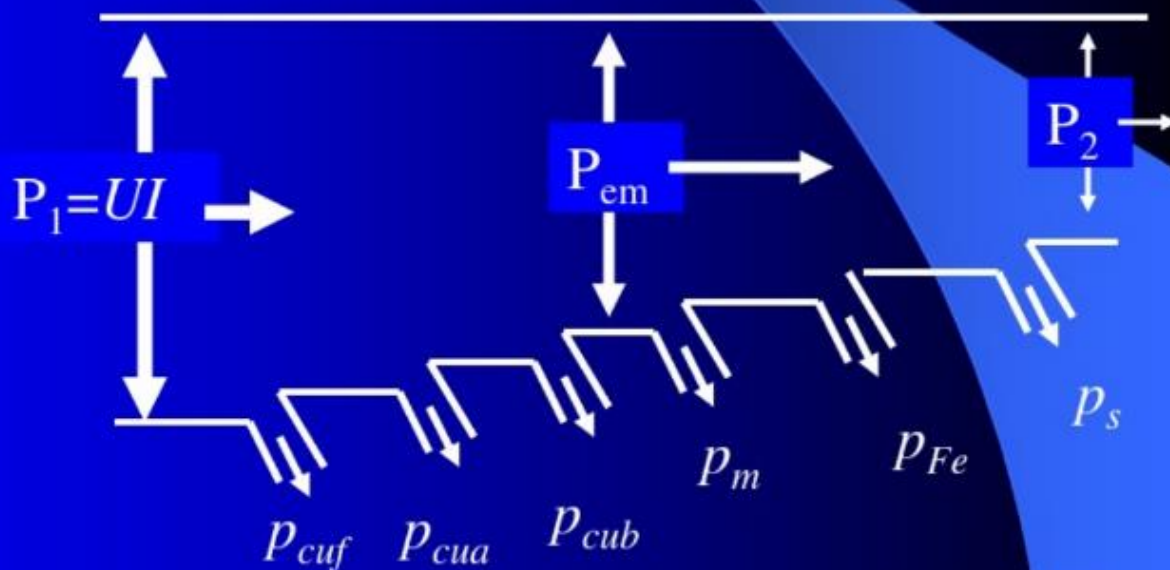
$$I_a = I - I_f$$

$$P_{em} = T\Omega = (T_2 + T_0)\Omega$$

$$= P_2 + p_{Fe} + p_m + p_s$$



电动机

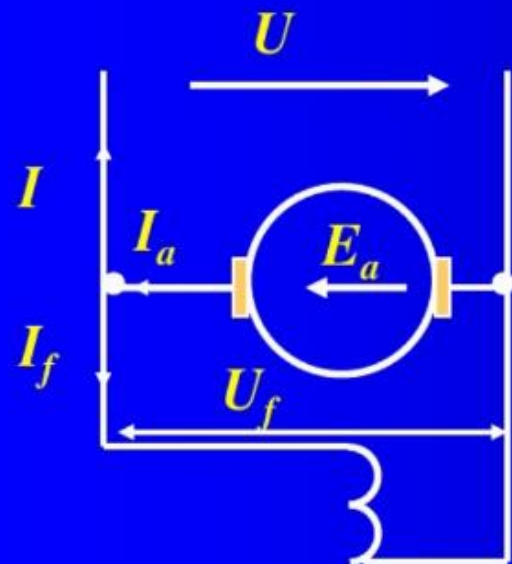


并励电动机





# 以并励直流发电机为例：

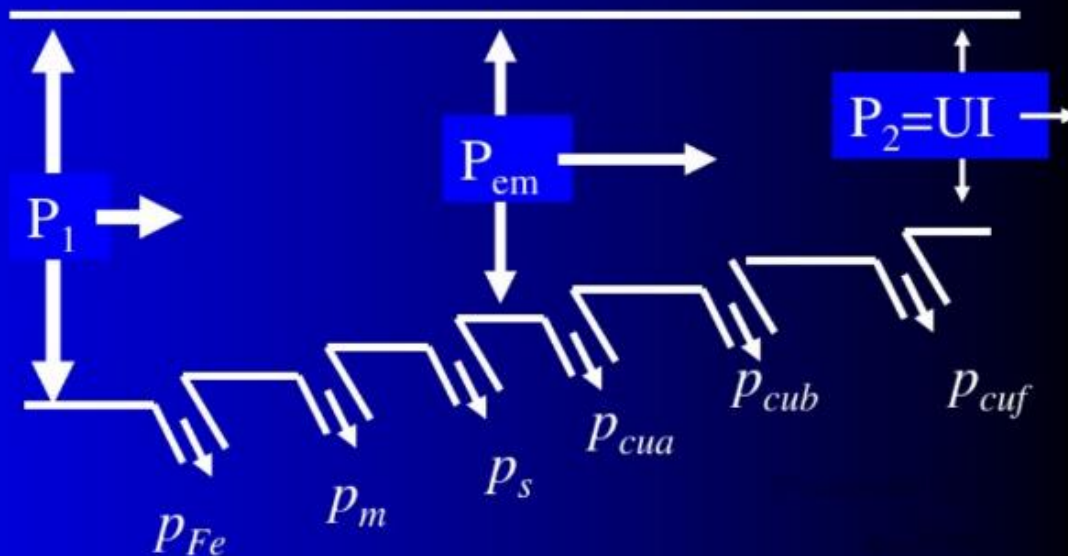


励磁电流由电枢供电  $I_a = I + I_f$

$$E_a = U + I_a R_a \Rightarrow P_{em} = UI_a + I_a^2 R_a$$

$$E_a I_a = U(I + I_f) + I_a^2 R_a$$

$$P_{em} = UI + UI_f + I_a^2 R_a$$



并励发电机



有一 Z2 - 32 型他励电动机, 其额定数据如下:  $P_2 = 2.2 \text{ kW}$ ,  $U = U_f = 110 \text{ V}$ ,  $n = 1\,500 \text{ r/min}$ ,  $\eta = 0.8$ ; 并已知  $R_a = 0.4 \, \Omega$ ,  $R_f = 82.7 \, \Omega$ 。试求: (1) 额定电枢电流; (2) 额定励磁电流; (3) 励磁功率; (4) 额定转矩; (5) 额定电流时的反电动势。

解: 电路如题解图 8.05 所示。(1) 额定电枢电流

额定电枢输入功率

$$P_1 = \frac{P_2}{\eta} = \frac{2.2}{0.8} \text{ kW} = 2.75 \text{ kW}$$

额定电枢电流

$$I_{aN} = \frac{P_1}{U} = \frac{2.75 \times 10^3}{110} \text{ A} = 25 \text{ A}$$

(2) 额定励磁电流

$$I_{fN} = \frac{U_f}{R_f} = \frac{110}{82.7} \text{ A} = 1.33 \text{ A}$$

(3) 励磁功率

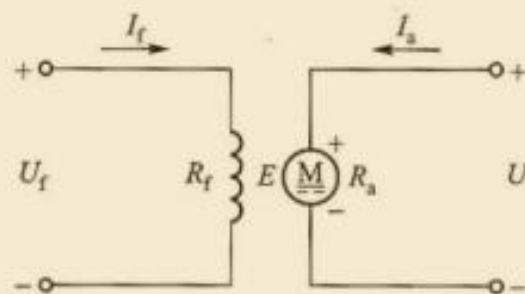
$$P_f = U_f I_f = 110 \times 1.33 \text{ W} = 146.3 \text{ W}$$

(4) 额定转矩

$$T_N = 9\,550 \frac{P_2}{n_N} = 9\,550 \frac{2.2}{1\,500} \text{ N} \cdot \text{m} = 14 \text{ N} \cdot \text{m}$$

(5) 额定电流时的反电动势

$$E = U - I_{aN} R_a = (110 - 25 \times 0.4) \text{ V} = 100 \text{ V}$$



题解图 8.05

$$T = \frac{P_2}{\Omega} = \frac{22000}{1000 \times \frac{2\pi}{60}}$$



## 2. 直流电机的工作特性

a. 静态工作特性:

机械特性/调节特性/控制特性

b. 效率特性

c. 负载特性与稳定运行条件

d. 电磁电机需确保激磁可靠

e. 直流电机的启动电流限制

f. 电动势 $e$  与电磁力矩 $T$  的波动



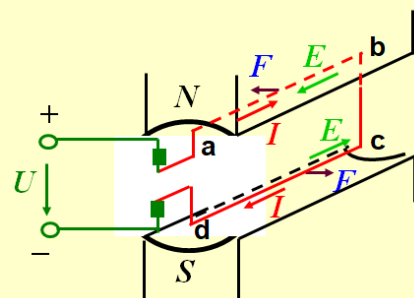
# 2.1 直流电动机的静态特性

## 一、概述

- 静态：控制电压和负载转矩不变，电机的电流和转速达到**恒定的稳定值**时，称电机处于稳态。
- 静态特性：静态时各变量间的关系。

### • 常用稳态（静态）特性

- 机械特性：**转速与转矩**的关系（固有特性）
  - 调节特性：**转速与控制量（如电压）**的关系（人为控制）
- 对于直流电机控制系统，根据被控量的不同，分为：
- 1) 调速系统（常用）；
  - 2) 转矩控制系统；
  - 3) 机械位移（角位移控制系统）。



# 2.1 直流电动机的静态特性

$$T_{em} = K_T I$$
$$e = K_e \Omega$$

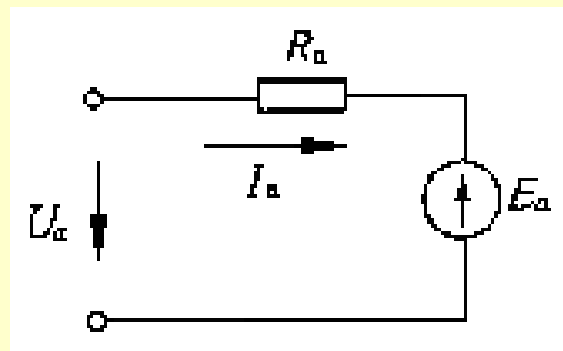
• 电机的电流

$$I_a = \frac{U_a - E_a}{R_a} = \frac{U_a - C_e \Phi n}{R_a}$$

(电压平衡方程)

• 转速 (利用上式):

$$n = \frac{U_a}{C_e \Phi} - \frac{T_{em} R_a}{C_e C_t \Phi^2} \quad \omega = \frac{U_a}{K_e} - \frac{T_{em} R_a}{K_e K_t}$$



• 调速方法: 改变和控制电动机的转速。

- 开环调速: 电枢电压 ( $U_a$ ), 磁场 ( $\Phi$ ), 电阻 ( $R_a$ )。 ( $T_{em}$ 不是控制参数, 此时其 $T_{em}=T_0+T_L$ )

- 电枢控制, 其他不变, 改变电枢电压 (或电流)。(最广)

- 磁场控制, 改变定子励磁电流或电压。(少量大容量、快速性差的系统)

- 电阻控制, 改变电枢上的电阻切换。

• 对于调速系统, 要求: 1) 调速范围宽 (最大速度、最小速度)

2) 调速平滑 (有级和无机调速); 3) 控制装置的经济性。



## 2.1 直流电动机的静态特性

### 二、电枢控制时的机械特性

$$\omega = \frac{U_a}{K_e} - \frac{T_{em} R_a}{K_e K_t} = \omega_0 - \Delta\omega$$

- 励磁磁通 $\Phi$ /电枢电阻 $R$ /电压 $U_a$ 不变，电枢电压为常数时转速与电磁转矩的关系。

- 图像：下垂的直线。

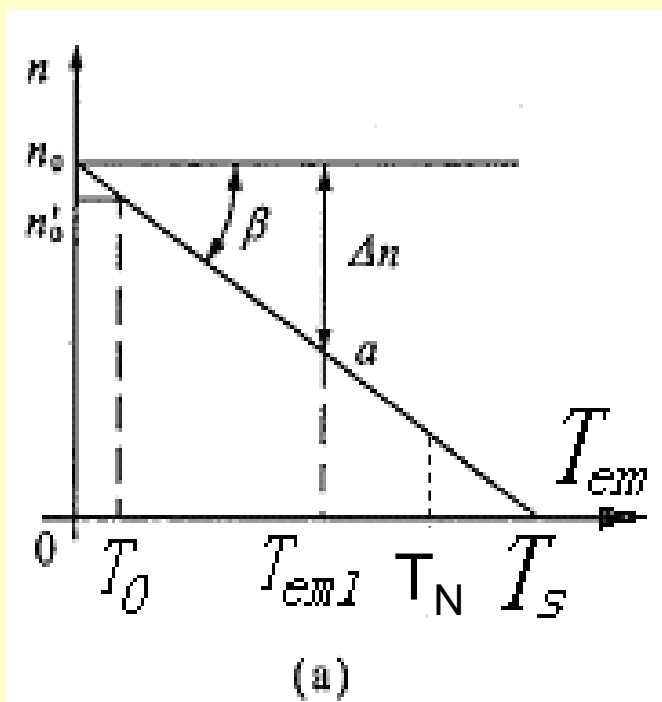
- 斜率： $-\frac{R_a}{C_e C_t \Phi^2} = -\frac{R_a}{K_e K_t} < 0$

- 理想空载转速  $T_{em} = 0 \Rightarrow n_0 = \frac{U_a}{C_e \Phi} = \frac{U_a}{K_e}$

- 实际空载转速  $T_{em} = T_0 \Rightarrow n_0'$

- 堵转转矩

$$n = 0 \Rightarrow T_s = \frac{U_a}{R_a} C_t \Phi = I_s C_t \Phi = I_s K_t$$

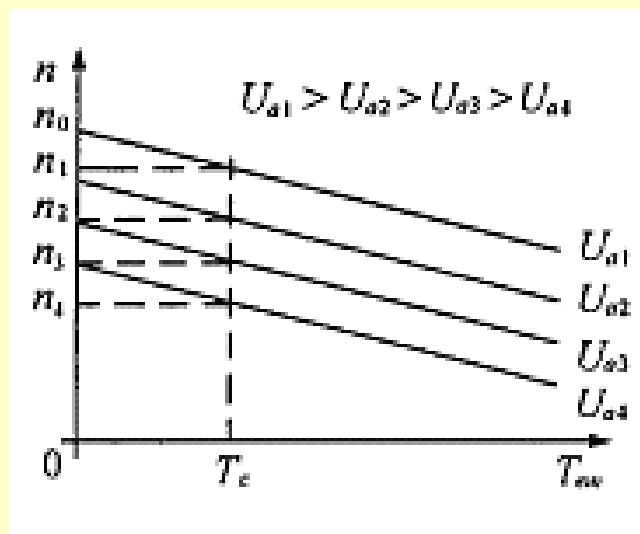


如何得以曲线？取两点值， $T_{em}=0, T_{em}=T_N$



## 2.1 直流电动机的静态特性

- 机械特性硬度  $\beta$ ，表达转速对负载 $T_L$ 的抵抗能力，其硬度大，抵抗能力越强。
- 机械特性族：改变电枢电压，得到一系列平行直线。
- 电压提高，工作状态变化。



$$T_L \text{ 不变, } U_{a1} \rightarrow U_{a2}$$

$$1 \rightarrow 2' \rightarrow 2 \quad n_1 \rightarrow n_2$$

$$\omega = \frac{U_a}{K_e} - \frac{T_{em} R_a}{K_e K_t}$$

- **结论：电枢电压对电机转速有调节作用。**



## 2.1 直流电动机的静态特性

### 三、电枢控制时的调节特性

电磁转矩为参变量时转速与电枢电压的关系，为一系列平行直线。

- 斜率  $\tan \gamma = \frac{1}{C_e \Phi} = \frac{1}{K_e} > 0$

- $T_0 = T_{em} = 0$  直线过原点。

- 由摩擦力引起  $T_0 \neq 0$

启动电压

( $n=0$ 可得) 
$$U_s = \frac{T_{em} R_a}{C_t \Phi} = \frac{T_0 R_a}{C_t \Phi}$$

- 启动电流 
$$I_s = \frac{U_s}{R_a}$$

$$n = \frac{U_a}{C_e \Phi} - \frac{T_{em} R_a}{C_e C_t \Phi^2}$$

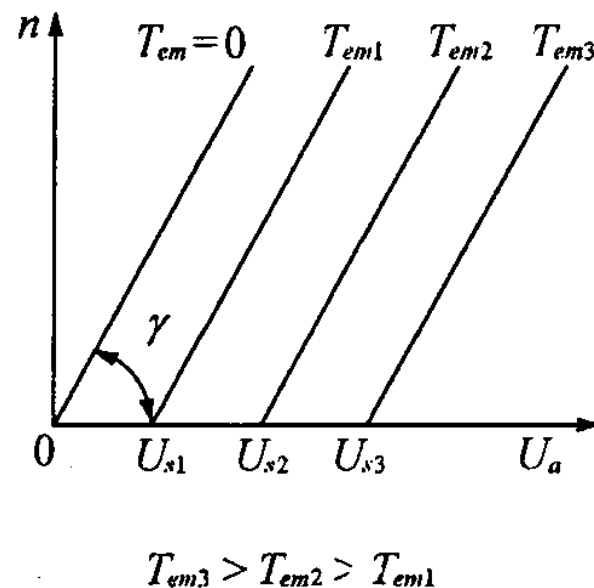


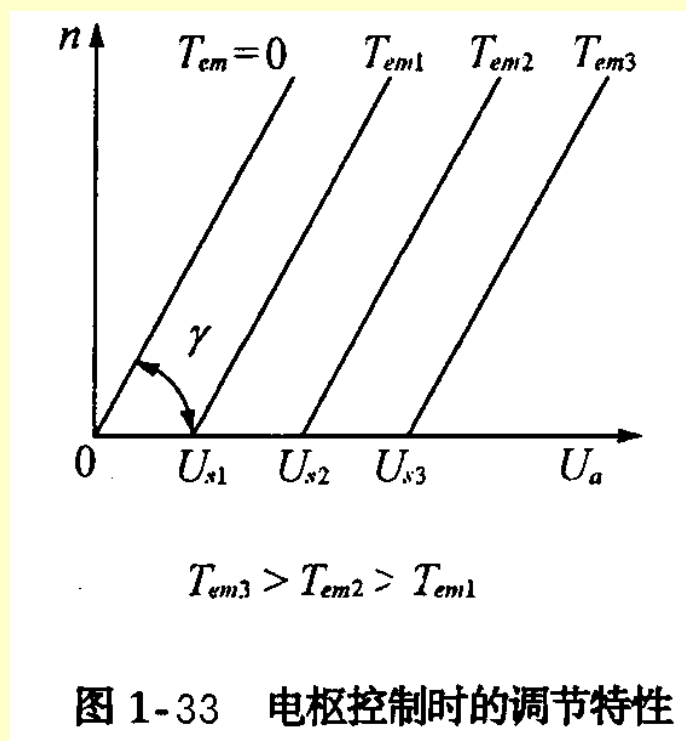
图 1-33 电枢控制时的调节特性





## 2.1 直流电动机的静态特性

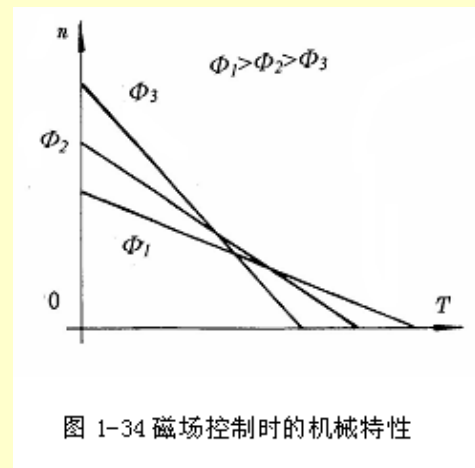
- 电枢控制的优点：机械特性和调节特性曲线族是平行直线，这表明直流电机是理想的线性元件。
- 电枢控制的缺点：控制功率  $U_a I_a$  大，要用较大容量的功率放大器。



## 2.1 直流电动机的静态特性

### 四、磁场控制时的机械特性和调节特性

- 数学表达式 
$$n = \frac{U_a}{C_e \Phi} - \frac{T_{em} R_a}{C_e C_t \Phi^2}$$
- 机械特性：磁通是参变量， $n$ 与 $T_{em}$ 的关系，是交叉的直线。
- 调节特性：转矩是参变量， $n$ 与 $\Phi$ 的关系，是双曲线。
- 磁场控制时电机的转速是非线性的。
- 方法：改变定子激磁电压，电流。
- 优点：控制大功率电机。



## 2.1 直流电动机的静态特性

### 五、电机稳定运行时的功率关系

由:  $U_a = R_a I_a + E_a \Rightarrow U_a I_a = R_a I_a^2 + E_a I_a$

记:  $P_1 = U_a I_a$  总输入电功率

$P_{cu} = R_a I_a^2$  回路消耗功率, 铜损

$P_m = E_a I_a$  电枢吸收电功率

由  $T_{em} = T_0 + T_L \Rightarrow T_{em} \omega = T_0 \omega + T_L \omega$

$P_2 = T_L \omega$  输出机械功率

$P_0 = T_0 \omega$  无载损耗功率

$P_m = T_{em} \omega$  电磁功率

$$\eta = \frac{P_2}{P_1}$$



## 2.2. 直流电机的调速运行

- 电机调速运行的基本要求
- 串电阻调速
- 弱磁调速
- 调压调速



## 2.2. 直流电机的调速运行

直流电动机的调速：

- 人为改变直流电机的工作条件，使电机的工作点偏移，与负载线的交点移动。

- 调速范围

- 调速的平滑性

- 调速的效率

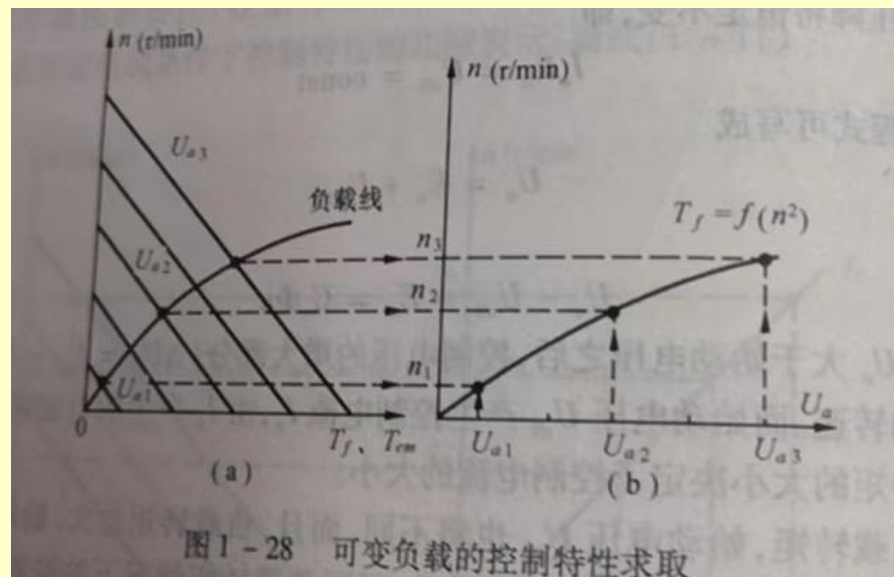
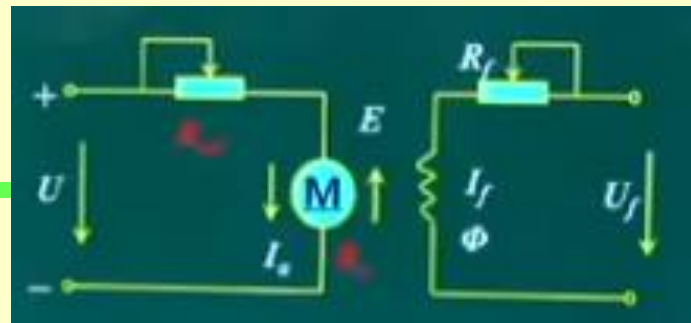


图1-28 可变负载的控制特性求取



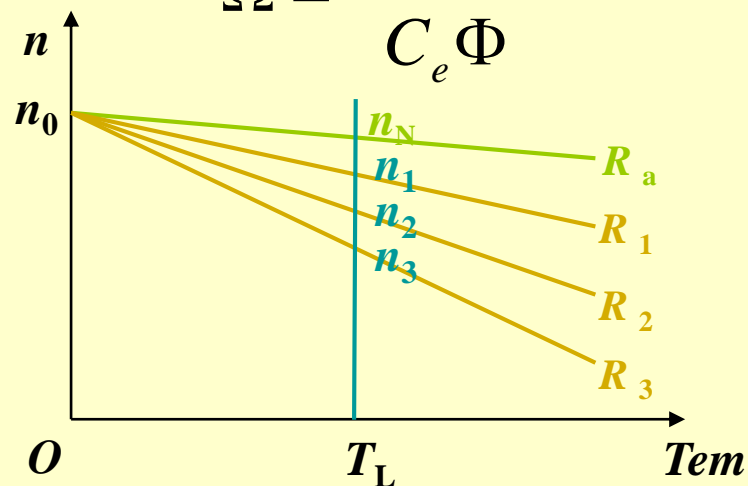
## 2.2. 直流电机的调速运行



### 直流电机的调速控制：串电阻调速

- 保持  $\Phi = \Phi_N$  ;  $U = U_N$  ;
- 增加电阻  $R_a \rightarrow R \uparrow$   
 $R \uparrow \rightarrow n \downarrow$ ,  $n_0$  不变;  
得到一系列射线;

$$\Omega = \frac{U - IR}{C_e \Phi} \quad \text{他励}$$



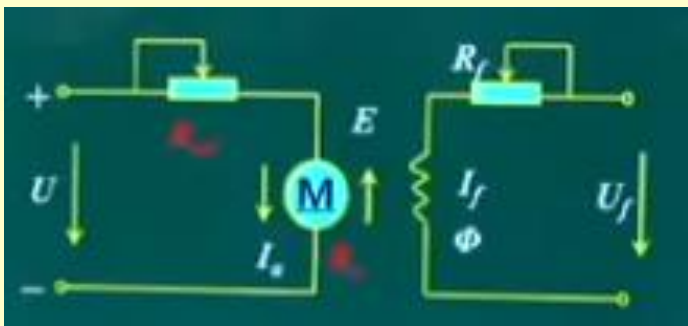
调阻调速特性曲线

调速特性:

1. 简单, 易实现;
2. 损耗大, 低效率;
3. 降速调速;
4. 一般为有级调速;
5. 特性变软 (抗负载  $T_L$  能力变差);
6. 轻载时调速范围小。

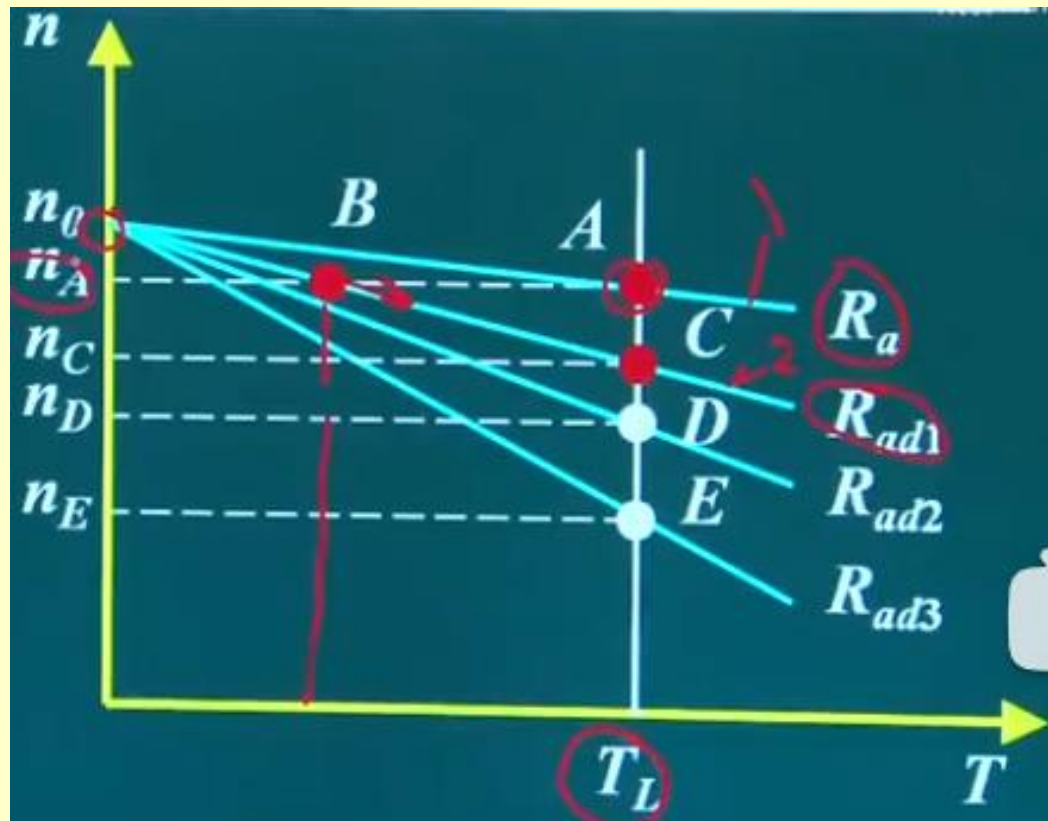
只适用于小功率, 卷扬机等场合。



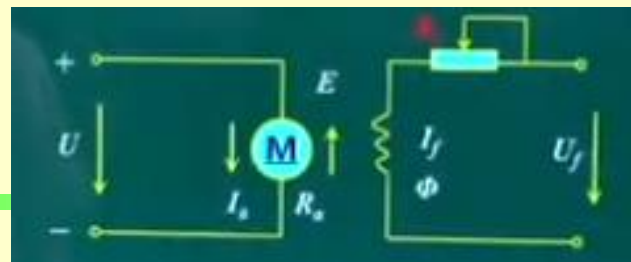


分析调速机电过程:  $A \rightarrow B \rightarrow C$

|       |       |               |       |               |       |
|-------|-------|---------------|-------|---------------|-------|
|       | $A$   | $\rightarrow$ | $B$ 点 | $\rightarrow$ | $C$ 点 |
| $T_M$ | $T_L$ |               | $T_B$ | 增大            | $T_L$ |
| $T_L$ | $T_L$ |               | $T_L$ | 不变            | $T_L$ |
| $T_d$ | 0     |               | $0 <$ | $0 <$         | 0     |
| $n$   | $n_A$ |               | $n_1$ | 减速            | $n_C$ |



## 2.2. 直流电机的调速运行



### 直流电机的调速控制：弱磁调速

⌘ 保持  $U = U_N$  ,  $R = R_a$  ;

⌘ 通过改变电Rf, 减小励磁  $\Phi_N \rightarrow \Phi \downarrow$

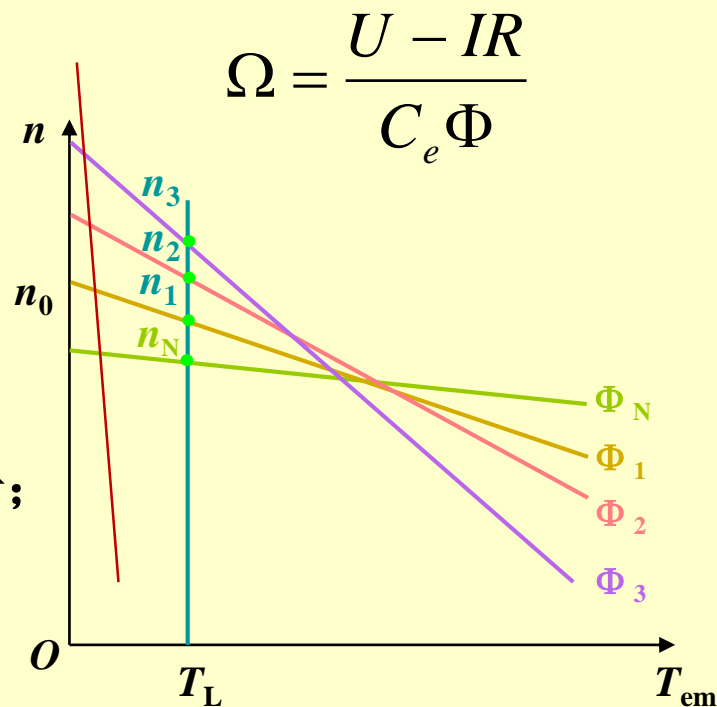
$\Phi \downarrow \rightarrow n \uparrow$ ,  $n_0 \uparrow$

调速特性:

1. 基速以上的调速，无级调速；
2. 转速上升；
3. 机械特性曲线变软；
4. 高效率；
5. 恒功率（稳态后  $U_a$   $I_a$  不变），但转矩  $T_{em}$  随着磁通减少；
6. 一般调速比范围在2-4。

几个隐患，因此磁通不能太小，且有保护功能。

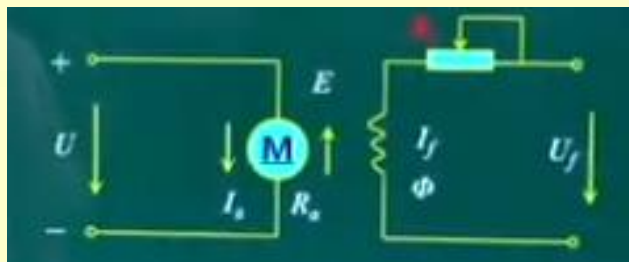
1. 磁通太小，导致电枢电流  $I_a$  过载；
2. 飞车；
3. 堵转。



调磁调速特性曲线

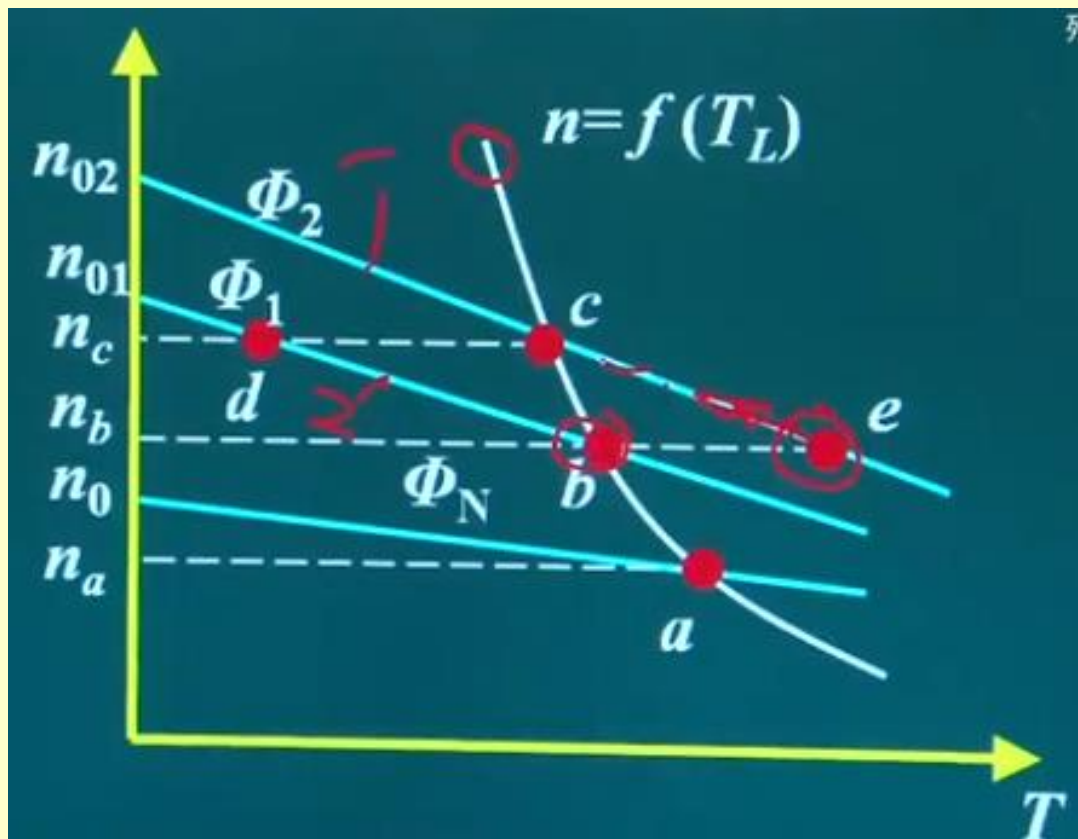




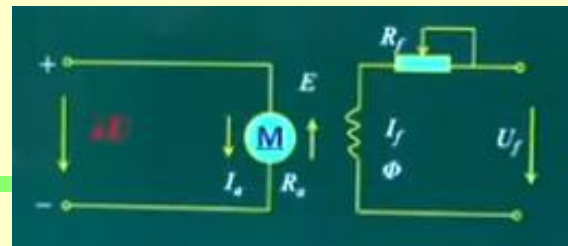


分析:改变磁通时由 $\Phi_1$ 时变化到 $\Phi_2$ , 电动机调速的过程

|       |                   |                   |      |          |
|-------|-------------------|-------------------|------|----------|
|       | $b \rightarrow e$ | $e \rightarrow c$ |      |          |
| $T_M$ | $T_{Mb}$          | $T_{Mc}$          | 减小   | $T_{Mc}$ |
| $T_L$ | $T_{Lb}$          | $T_{Lb}$          | 减小   | $T_{Lc}$ |
| $T_d$ | 0                 | $>0$              | $>0$ | 0        |
| $n$   | $n_a$             | $n_b$             | 加速   | $n_c$    |



## 2.3. 直流电机的调速运行



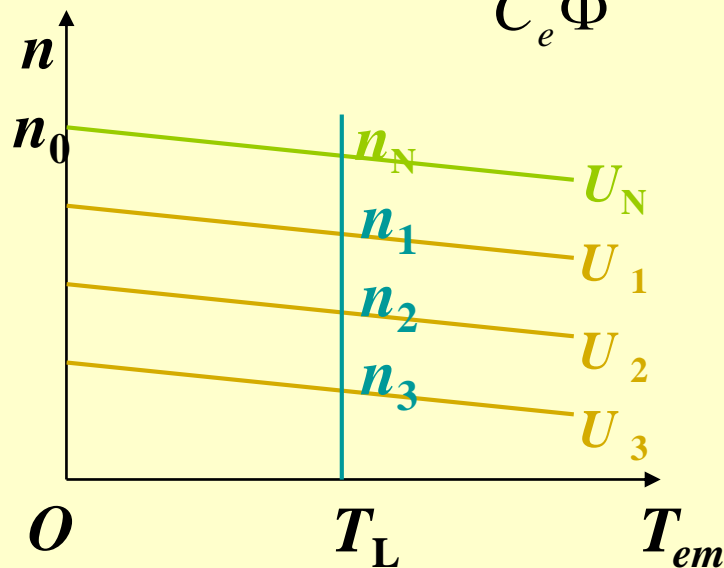
### 直流电机的调速控制：降压调速

$$\Omega = \frac{U - IR}{C_e \Phi}$$

⌘ 保持  $\Phi = \Phi_N$  ;  $R = R_a$

⌘ 改变电压  $U_N \rightarrow U \downarrow$

$U \downarrow \rightarrow n \downarrow, n_0 \downarrow$

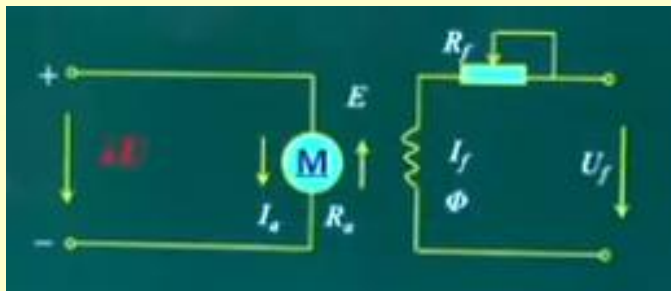


调压调速特性曲线

### 调速特性：

1. 基速以下调速；
2. 线性直线族特性；
3. 控制与调节特性良好，范围大；
4. 易于无级调速；
5. 效率高；
6. 需调压电源实现；
7. 硬度不变；
8. 恒转矩（磁通， $I_a$ 不变，针对恒定负载转矩时）

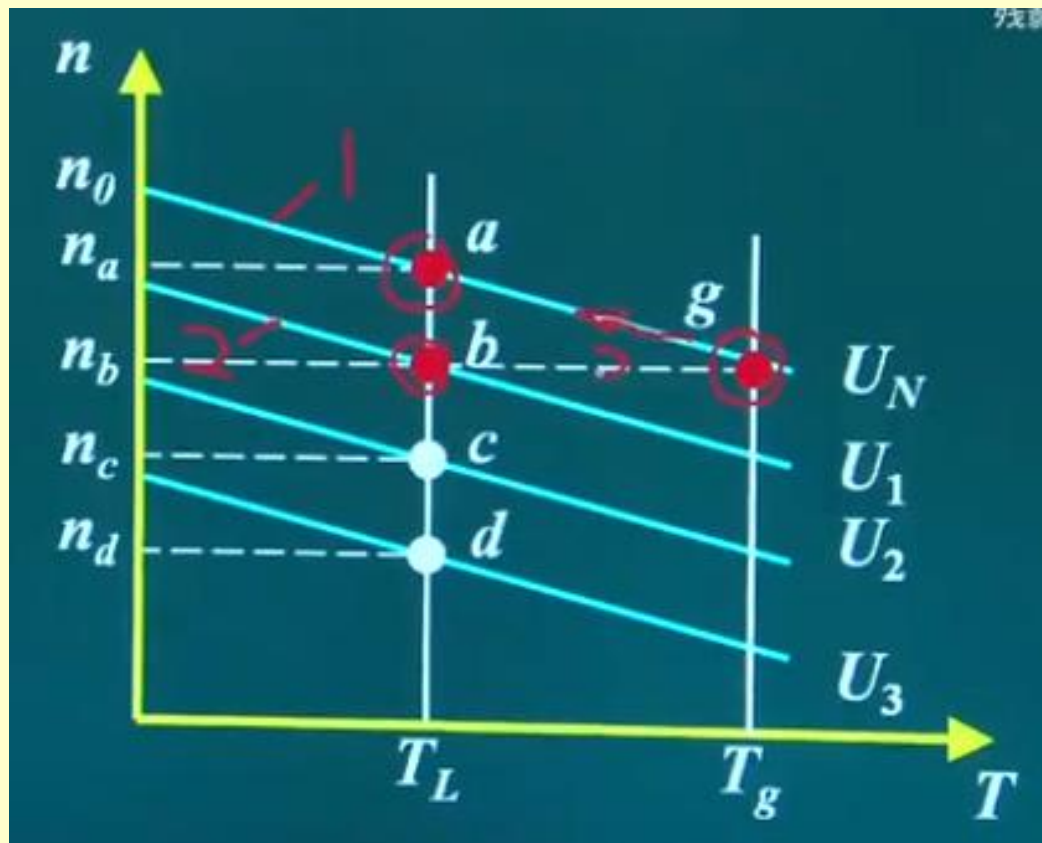




分析：当电枢电路电压由  $U_1$  增加大  $U_2$  时，系统升速的机电过程。

$b$ 点  $\rightarrow$   $g$ 点  $\rightarrow$   $a$ 点

|       |       |       |    |       |
|-------|-------|-------|----|-------|
| $T_M$ | $T_L$ | $T_d$ | 减小 | $T_L$ |
| $T_L$ | $T_L$ | $T_L$ | 不变 | $T_L$ |
| $T_d$ | 0     | >0    | >0 | 0     |
| $n$   | $n_b$ | $n_b$ | 加速 | $n_a$ |



# 直流电机的启动/关闭

电枢电压平衡方程:  $U = I_a R_a + E$

电流可表示为:  $I_a = (U - E) / R_a$

启动时:  $n=0, E=0$

启动电流:  $I_{st} = U_N / R = (10 \sim 20) I_N$

要求: 启动电流不得大于  $(1.5 \sim 2) I_N$

$$I_{astMax} = \frac{U_N}{R_a}$$

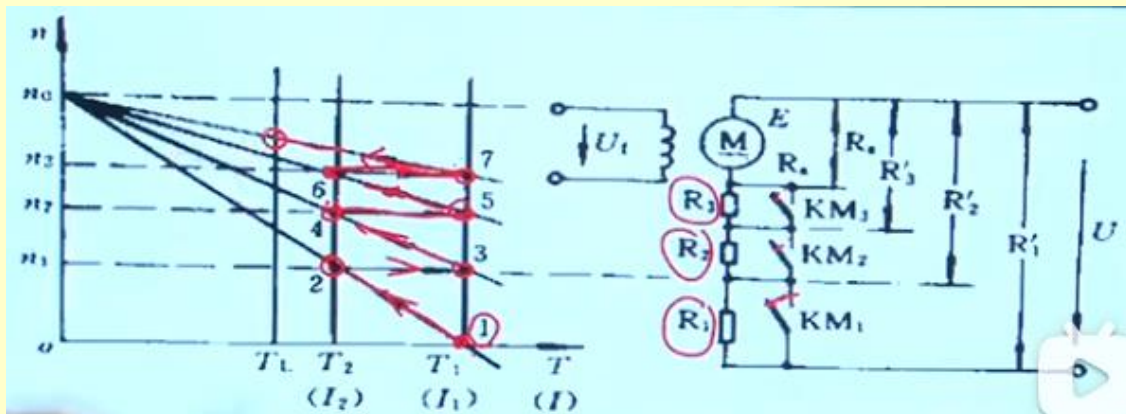
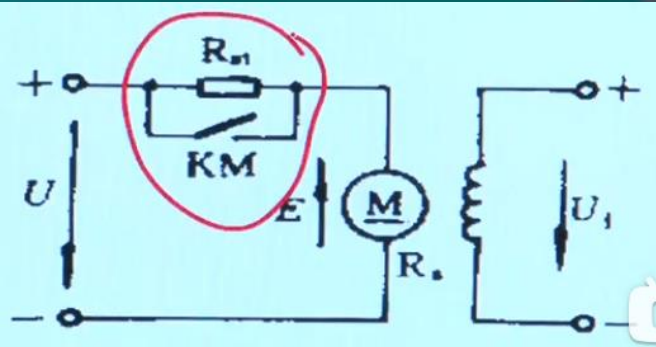
- 降压
- 增加电阻

解决办法: 减小电压, 增大电阻

## 1. 降压启动

电压由小到大, 随转速的升高而逐步加大, 直到满足要求。

## 2. 串接电阻启动



启动时, 先加载  $U_f$ , 再加载  $U_a$ ;  
关闭时, 先关闭  $U_a$ , 再关闭  $U_f$ 。



## 2.3. 直流电机的调速运行

**例：**有一他励电动机，已知： $U_N=220\text{V}$ ， $R_a=0.225\ \Omega$ ，额定力矩 $T_N$ 对应 $I_a=68.5\text{A}$ ， $n_N=1500\text{r/min}$ ，保持 $T_N$ 输出

- (1) 采用电枢串电阻调速，使 $n=1000\text{r/min}$ ，应串入多大的电阻？
- (2) 采用降压调速，使 $n=1000\text{r/min}$ ，电源电压应降为多少？
- (3) 采用弱磁调速， $\Phi = 0.85\Phi_N$ ，电动机的转速为多少？  
能否长期运行？



## 2.3. 直流电机的调速运行

(1) 采用电枢串电阻调速时, 当 $\Phi = \Phi_N$ ,  $T = T_N$ 时  $I_a = 68.5\text{A}$ ,

$$\text{根据 } n = \frac{U_N - (R_a + R)I_a}{C_E \Phi_N} \quad n_N = \frac{U_N - R_a I_a}{C_E \Phi_N}$$

$$\begin{aligned} \frac{n}{n_N} &= \frac{U_N - (R_a + R)I_a}{U_N - R_a I_a} \\ &= \frac{220 - (0.225 + R) \times 68.5}{220 - 0.225 \times 68.5} = \frac{1000}{1500} \end{aligned}$$

$$R = 0.995 \Omega$$





## 2.3. 直流电机的调速运行

(2) 降压调速时, 当 $\Phi = \Phi_N$ ,  $T = T_N$ 时  $I_a = 68.5\text{A}$ ,

根据 
$$n = \frac{U - R_a I_a}{C_E \Phi_N} \quad n_N = \frac{U_N - R_a I_a}{C_E \Phi_N}$$

$$\begin{aligned} \frac{n}{n_N} &= \frac{U - R_a I_a}{U_N - R_a I_a} \\ &= \frac{U - 0.225 \times 68.5}{220 - 0.225 \times 68.5} = \frac{1000}{1500} \end{aligned}$$

$$U = 151.8\text{V}$$



## 2.3. 直流电机的调速运行

(3) 弱磁调速时，当 $\Phi = 0.85\Phi_N$ ,  $T = T_N$ 时，

根据 
$$\frac{T}{T_N} = \frac{\Phi I_a}{\Phi_N I_{aN}} = \frac{0.85\Phi_N I_a}{\Phi_N I_{aN}} = \frac{0.85I_a}{I_{aN}} = 1$$

$$I_a = \frac{I_N}{0.85} = 80.59A \quad \text{电动机不能长期运行}$$

$$\begin{aligned} \frac{n}{n_N} &= \frac{(U_N - R_a I_a) / C_E \Phi}{(U_N - R_a I_{aN}) / C_E \Phi_N} & n_N &= \frac{U_N - R_a I_a}{C_E \Phi_N} \\ &= \frac{220 - 0.225 \times 80.59}{(220 - 0.225 \times 68.5) \times 0.85} = \frac{n}{1500} \end{aligned}$$

$$n = 1741 \text{ rpm}$$





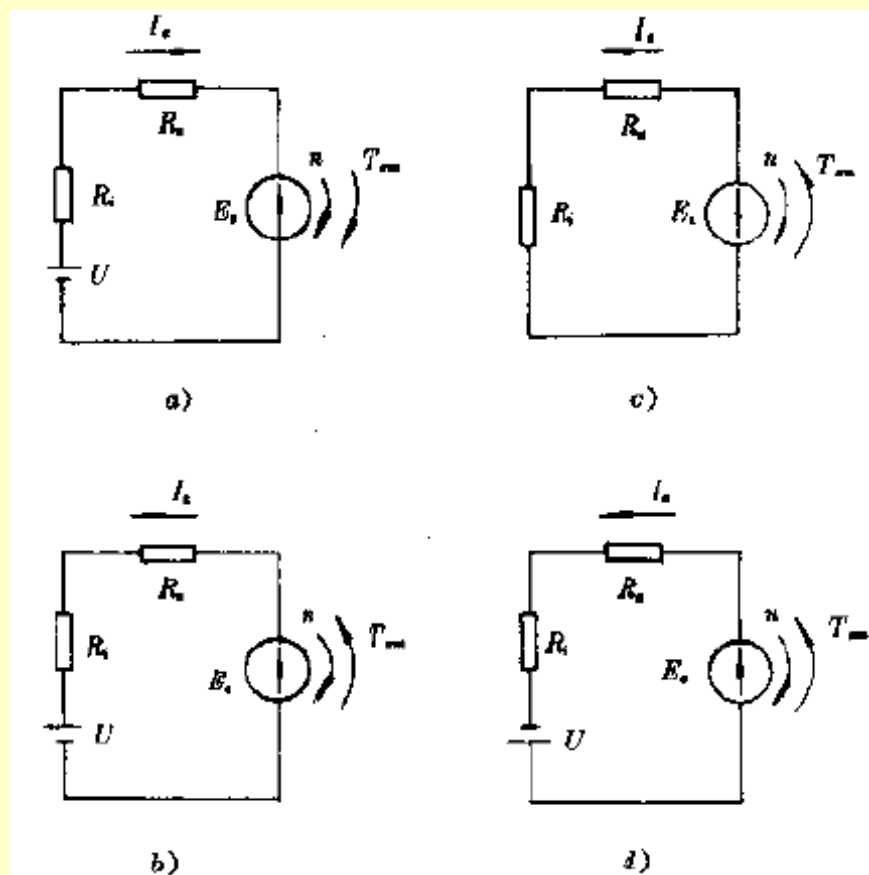
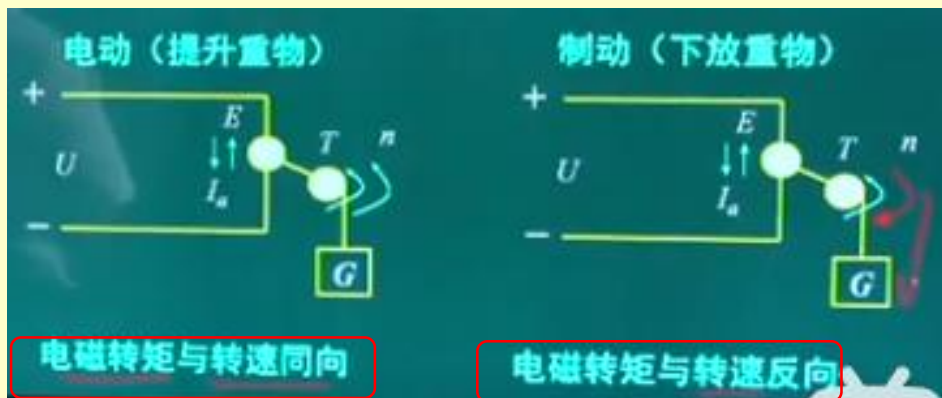
## 2.3 直流电动机的工作状态

- 在自动控制系统中，将直流电机和外加电压结合，其工作状态分4种：电动机，制动（反馈/能耗/反接）。

### 关系式

$$n = \frac{U}{K_e} - \frac{R_a + R_i}{K_e K_t} T_{em} = n_0 - \frac{R_a + R_i}{K_e K_t} T_{em}$$

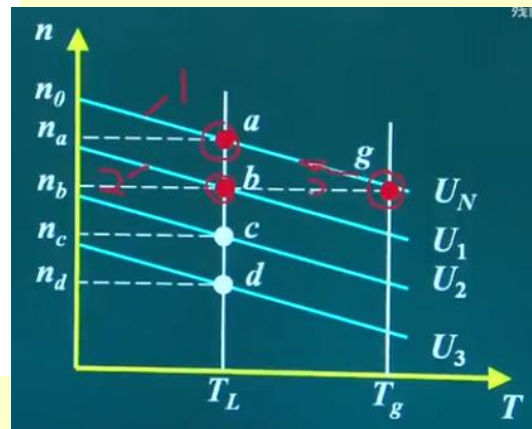
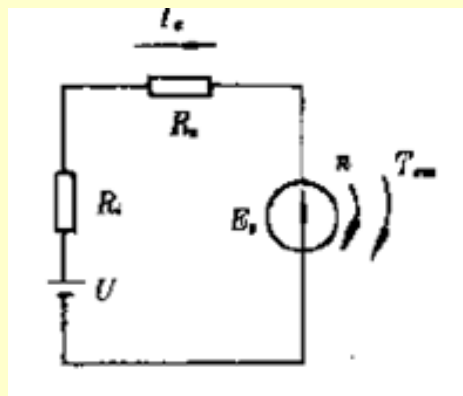
$$I_a = \frac{U - E_a}{R_a + R_i} \quad I_s = \frac{U}{R_a + R_i}$$



## 2.3 直流电动机的工作状态

### 电动机状态

- 外加电压：大于电枢感应电势，方向相反。
- 电流：正值，小于堵转电流，与感应电势相反。
- 电磁转矩：**方向与转速相同**，电动机的特点。
- 能量关系：电能转化为机械能。
- 转速：低于空载转速。
- 机械特性：1、3象限。



$$I_a = \frac{U - E_a}{R_a + R_i} \quad n = \frac{U}{K_e} - \frac{R_a + R_i}{K_e K_t} T_{em} = n_0 - \frac{R_a + R_i}{K_e K_t} T_{em}$$

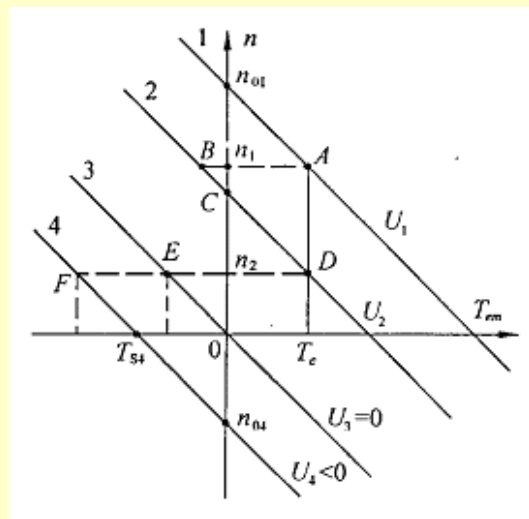
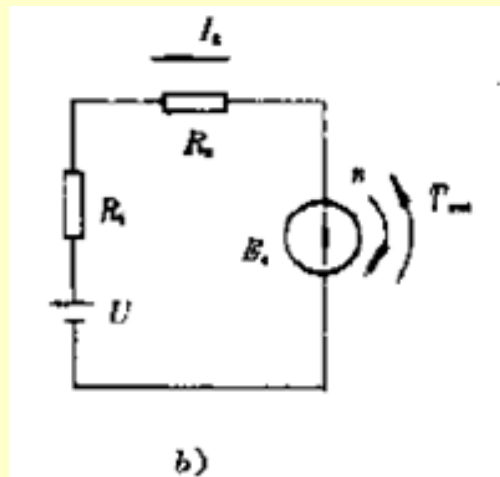
$$I_s = \frac{U}{R_a + R_i}$$



## 2.3 直流电动机的工作状态

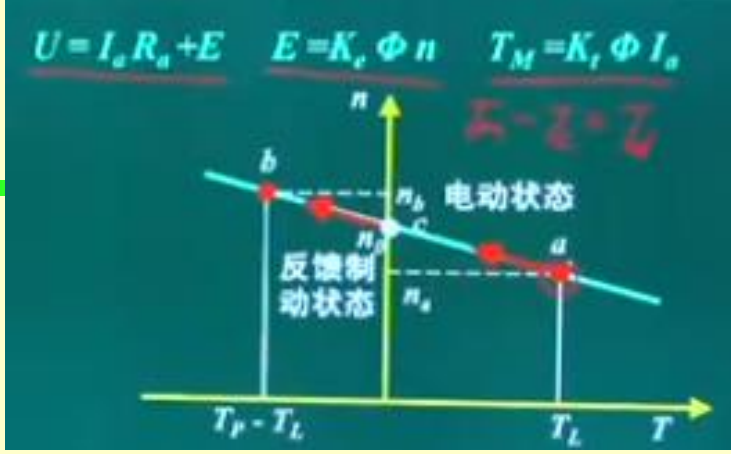
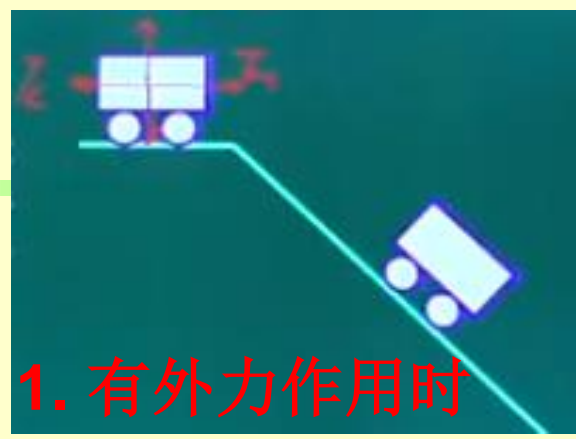
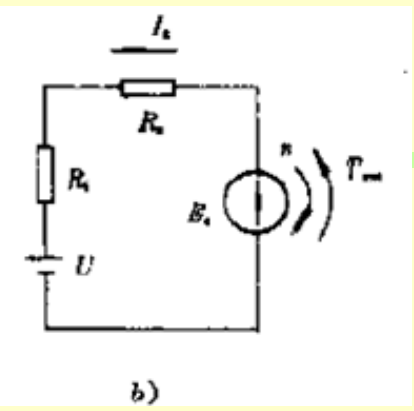
### 二、发电机（反馈/回馈制动）状态

- 外加电压  $U_a$ : 小于感应电势, 方向相反。
- 电流: 与感应电势方向相同 (负)。
- 电磁转矩: 与电机转速  $n$  相反, 是制动转矩 (负)。
- 转速大于理想空载转速  $n_0$ 。
- 能量关系: 机械能转化为电能。
- 机械特性: 2、4象限。

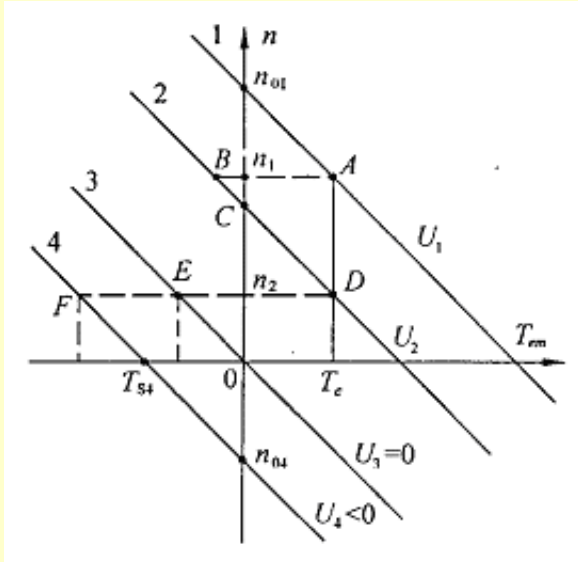


$$n = \frac{U}{K_e} - \frac{R_a + R_i}{K_e K_t} T_{em} = n_0 - \frac{R_a + R_i}{K_e K_t} T_{em} \quad I_a = \frac{U - E_a}{R_a + R_i}$$





2. 突然降电压Ua时

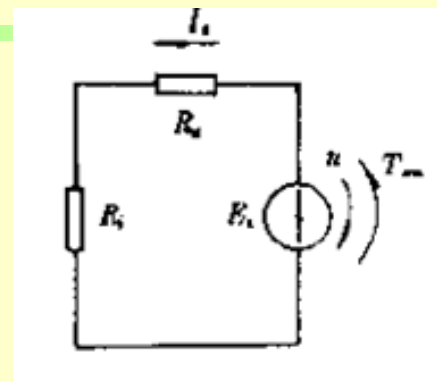


a → c → b

|       |           |   |       |   |           |
|-------|-----------|---|-------|---|-----------|
| $T_d$ | 0         | ↓ | > 0   | ↓ | 0         |
| $n$   | $n_c$     | ↑ | $n_0$ | ↑ | $n_{Max}$ |
| $E$   | $E_c$     | ↑ | $U$   | ↑ | $E_{Max}$ |
| $I_a$ | $I_c$     | ↓ | 0     | ↓ | $-I_b$    |
| $T_M$ | $T_{Max}$ | ↓ | 0     | ↓ | $-T_{10}$ |



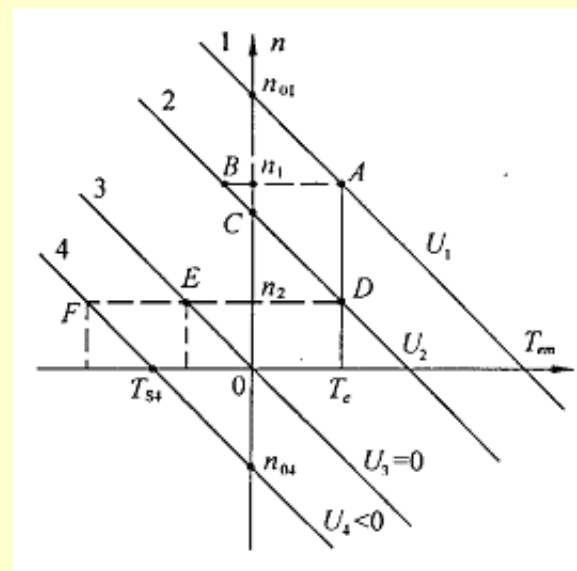
## 2.3 直流电动机的工作状态

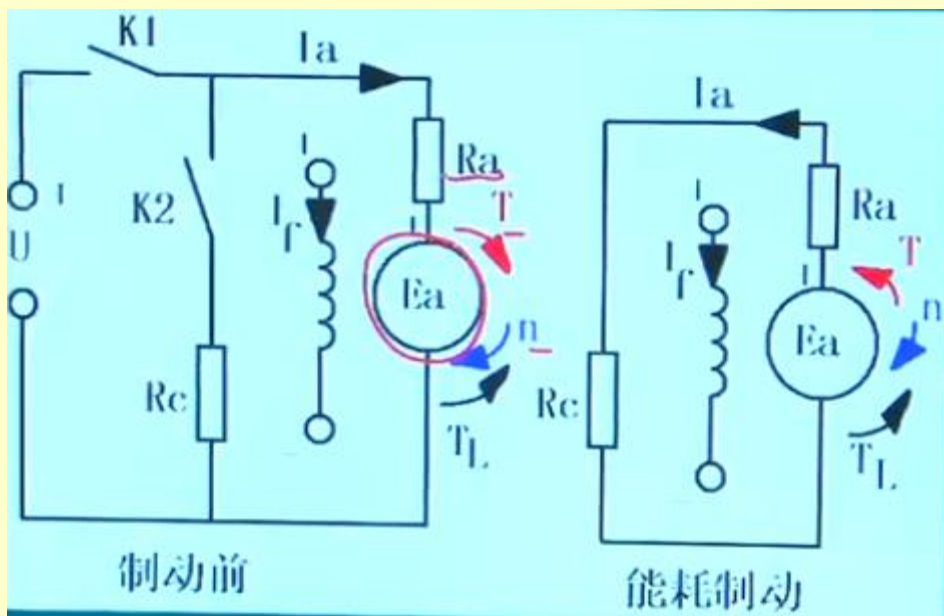


### 三、能耗制动状态

- 外加电压：零。
- 电流：与电势同向。
- 电磁转矩：与电机转速 $n$ 相反，是制动转矩（负）。  
（符号与电流相同，与转速相反）。
- 能量关系：机械能转化为电能。
- 机械特性：由公式决定，通过原点

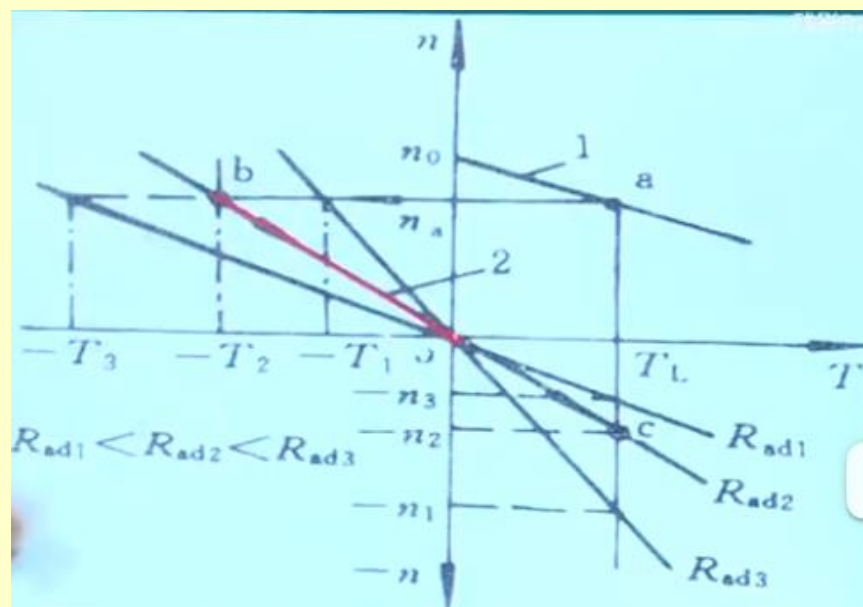
$$n = \frac{U}{K_e} - \frac{R_a + R_f}{K_e K_t} T_{em} = \frac{R_a + R_f}{K_e K_t} T_{em}$$





$$n = \frac{R_a + R_{ad}}{K_e K_t \Phi_N} T$$

机械特性  
发生变化



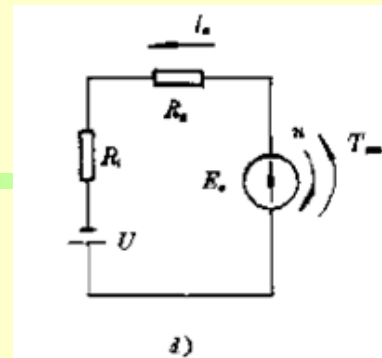
$T_{em}=0; n=0$

不会出现反向启动，迅速准确停车。





## 2.3 直流电动机的工作状态



### 四、反接制动状态

– 外加电压：与感应电势同向。

$$|I_a| = \frac{|U| + |E_a|}{R_a + R_i}$$

– 电流：与外电压、感应电势同向，大于堵转电流，因此需要增加限流电阻。

$$|I_a| > |I_s|$$

– 电磁转矩：大于堵转转矩（电流太大），方向与转速相反，见机械特性。

$$|T_{em}| > |T_s|$$

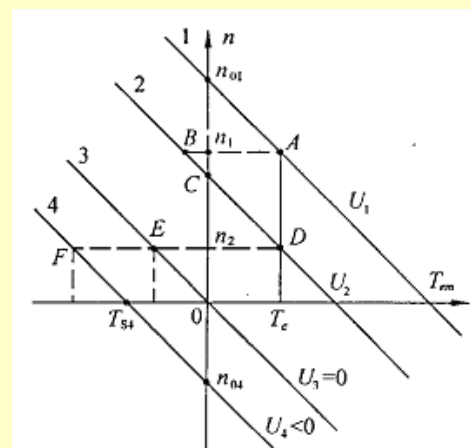
– 能量关系：电源和电机输出电能，变成机械能与热能（电阻耗能）。

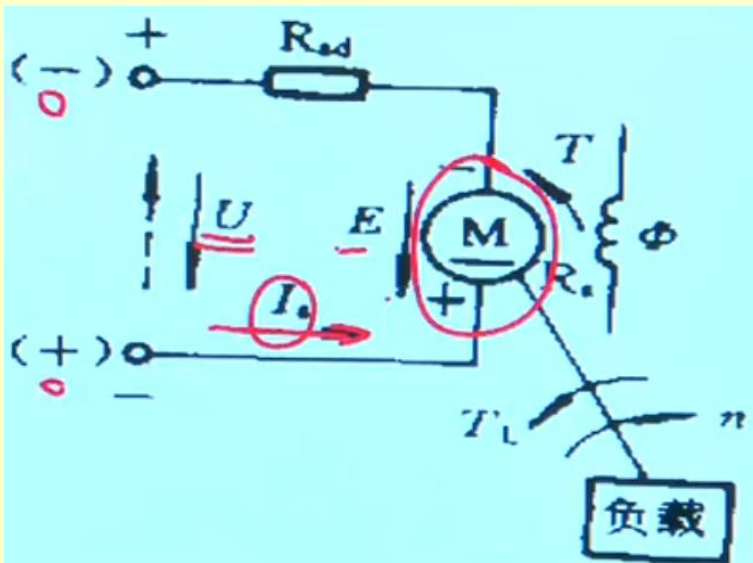
– 机械特性：4、2象限。

$$I_a = \frac{U + E_a}{R_a + R_i}$$

$$n = \frac{U}{K_e} - \frac{R_a + R_i}{K_e K_t} T_{em} = n_0 - \frac{R_a + R_i}{K_e K_t} T_{em}$$

$$I_s = \frac{U}{R_a + R_i}$$





$$-U = E + I_a(R_a + R_{ad})$$

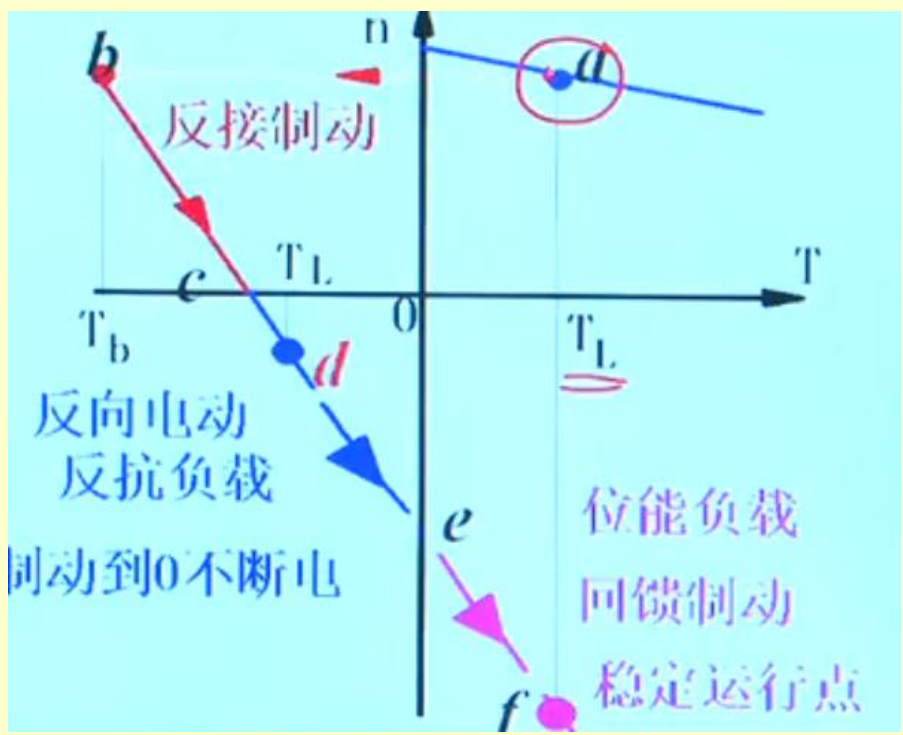
$$n = \frac{-U}{K_e \phi} - \frac{R_a + R_{ad}}{K_e K_t \phi^2} T$$

$$U = I_a R_a + E \quad E = K_e \phi n \quad T_M = K_t \phi I_a$$

$$T_d = T_M - T_L$$

a → b → c → e → f

|       |       |            |        |        |            |
|-------|-------|------------|--------|--------|------------|
| $T_d$ | 0     | 0 <        | 0 <    | 0 <    | 0          |
| $n$   | $n_s$ | $n_s$      | 0      | $-n_0$ | $-n_{Max}$ |
| $E$   | $E_s$ | $E_s$      | 0      | $-U$   | $-E_{Max}$ |
| $I_a$ | $I_s$ | $-I_{Max}$ | $-I_b$ | 0      | $I_c$      |
| $T_M$ | $T_L$ | $-T_{Max}$ | $-T_c$ | 0      | $T_L$      |





## 2.3 直流电动机的工作状态

### 五、实际应用

负载转矩  $T_c$  不变,  $U_1$  对应  $n_1$  ,

- 希望  $n_1 \rightarrow n_2$

$$U_1 \rightarrow U_2 \quad A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D$$

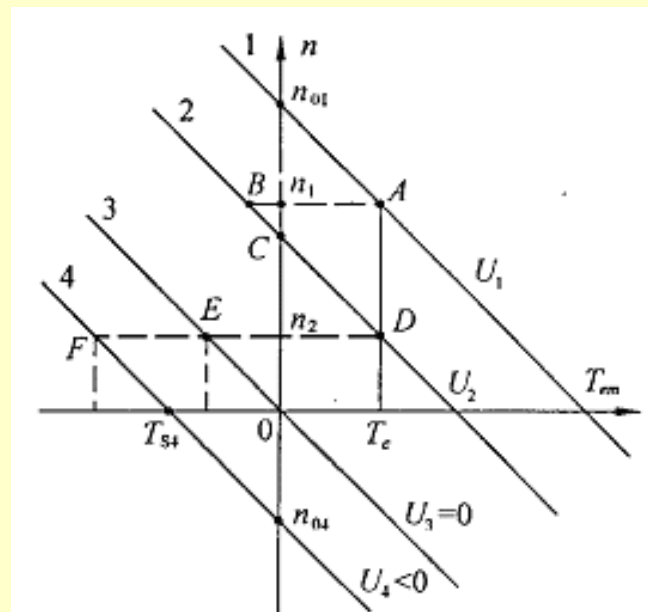
–  $B \rightarrow C$  发电机状态, 加快减速。

- 停转  $n_2 \rightarrow 0$

– 能耗制动  $U_2 \rightarrow 0 \quad D \rightarrow E \rightarrow 0$

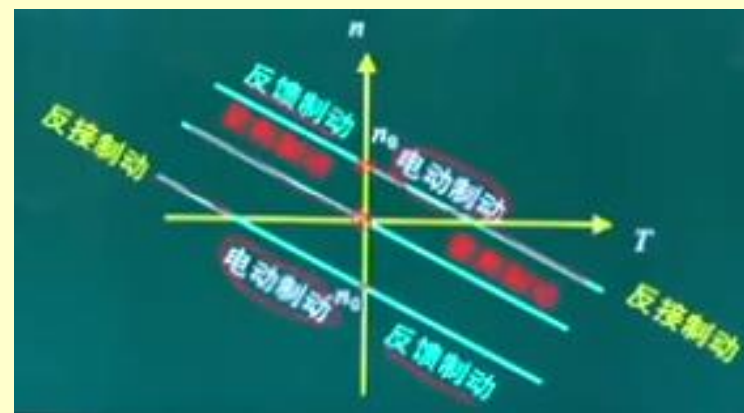
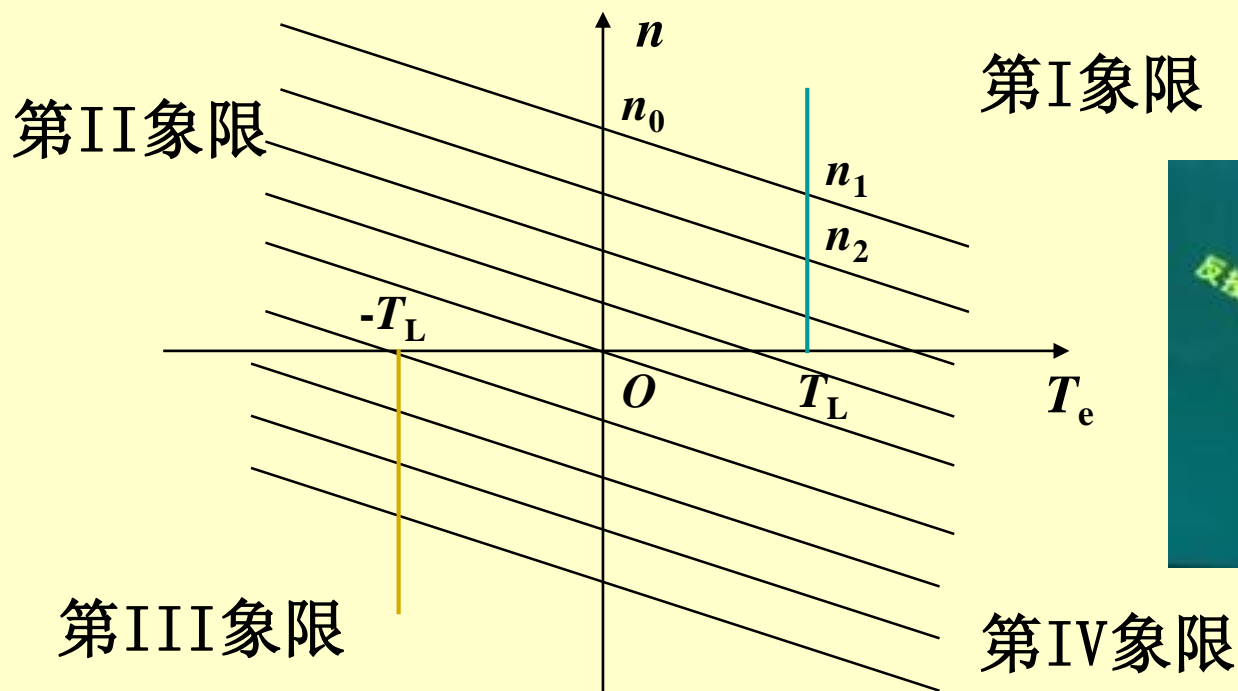
– 反接制动  $U_2 \rightarrow U_4 < 0 \rightarrow 0 \quad D \rightarrow E \rightarrow F \rightarrow 0 \quad n_2 \rightarrow 0$

- 制动转矩加快减速过程。

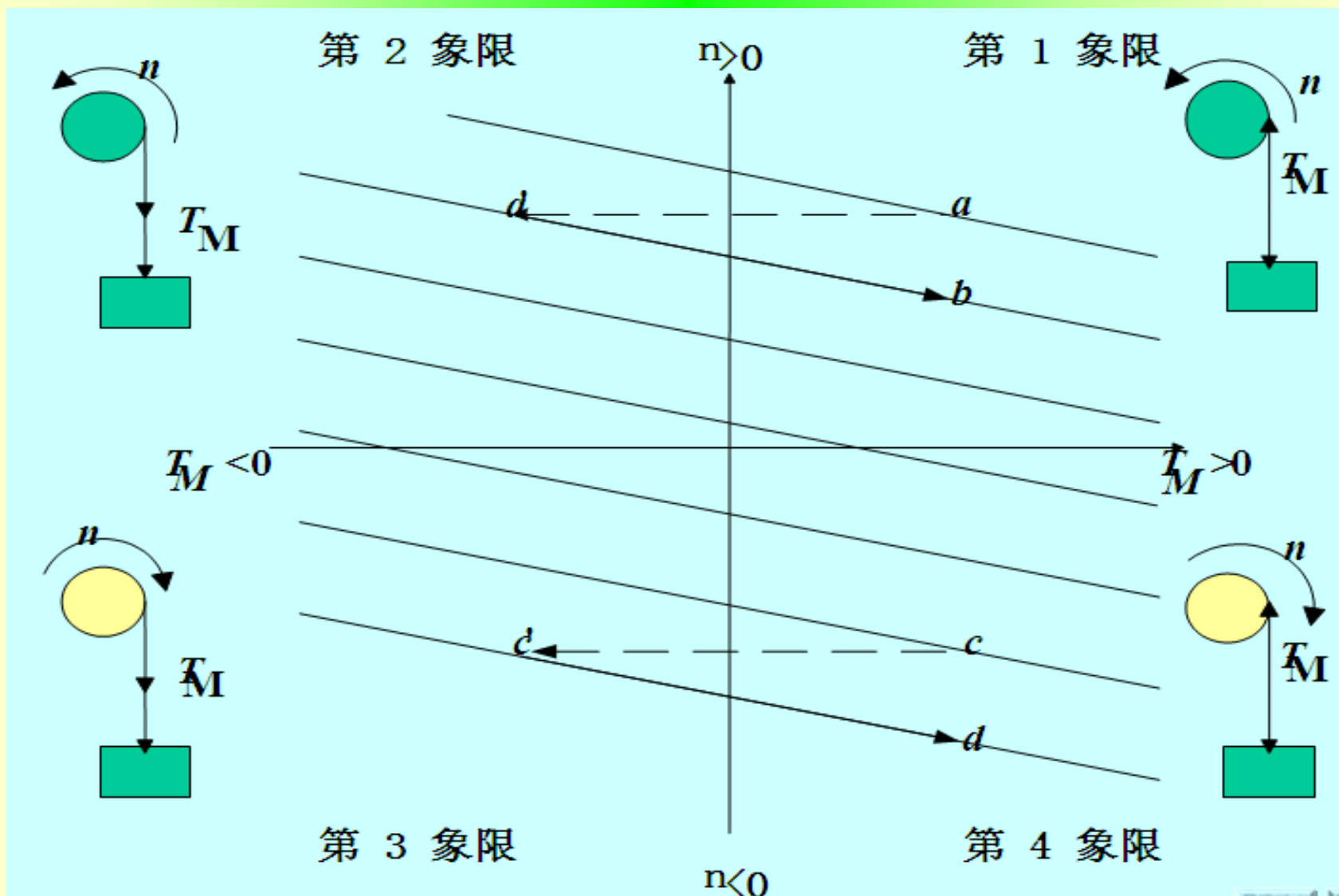


# 直流电机的四象限运行

直流电机的四象限调压控制：



## 2.3 直流电动机的工作状态



## 2.4 直流电动机的动态特性

### 一、电枢控制时的动态特性

- 1. 电枢电压  $U_a$  为输入，转速  $\omega$  为输出。扰动力矩  $T_c$

$$T_{em}(t) = J \frac{d\omega(t)}{dt} + T_c$$

$$\Omega(s) = \frac{1}{Js} (T_{em}(s) - T_c(s))$$

$$T_{em}(t) = K_t I_a(t)$$

$$T_{em}(s) = K_t I_a(s)$$

$$U_a(t) = L_a \frac{dI_a(t)}{dt} + R_a I_a(t) + E_a(t)$$

$$I_a(s) = \frac{1}{L_a(s) + R_a} (U_a(s) - E_a(s))$$

$$E_a(t) = K_e \omega(t)$$

$$E_a(s) = K_e \Omega(s)$$



$$\Omega(s) = \frac{1}{J_s} (T_{em}(s) - T_c(s))$$

$$T_{em}(s) = K_t I_a(s)$$

$$I_a(s) = \frac{1}{L_a(s) + R_a} (U_a(s) - E_a(s))$$

$$E_a(s) = K_e \Omega(s)$$

## 直流电动机的动态方框图



## 2.4 直流电动机的动态特性

- 直流电动机的动态方框图

$$\frac{\Omega(s)}{U_a(s)} = \frac{1/K_e}{\tau_m \tau_e s^2 + \tau_m s + 1} \quad \tau_m > 10\tau_e \quad \frac{\Omega(s)}{U_a(s)} = \frac{1/K_e}{(\tau_m s + 1)(\tau_e s + 1)}$$

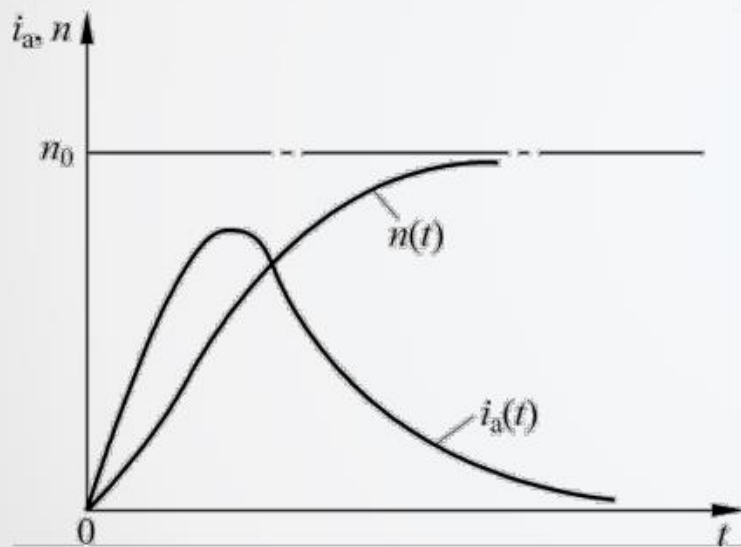
- 机电时间常数  $\tau_m = \frac{R_a J}{K_e K_t}$       电磁时间常数  $\tau_e = \frac{L_a}{R_a}$



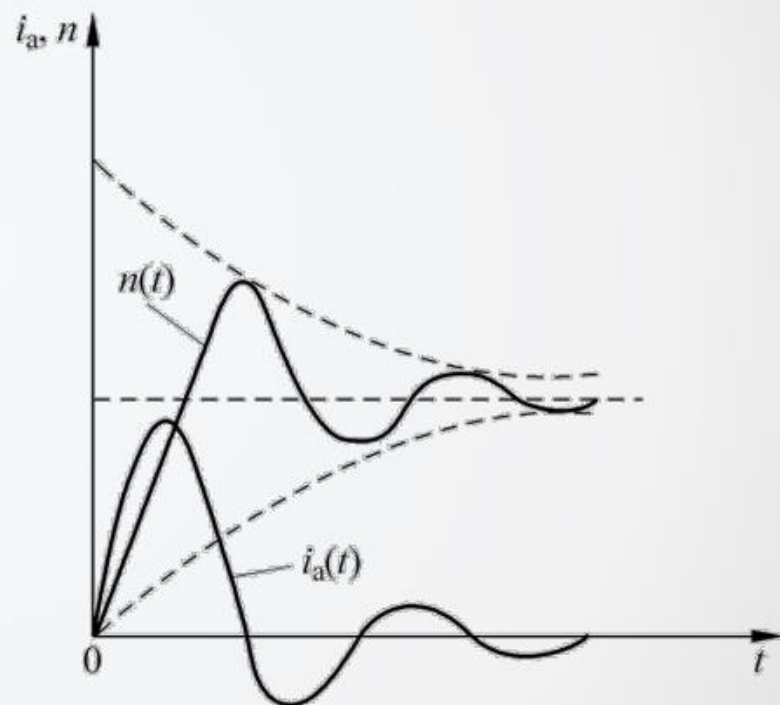
## 2.4 直流电动机的动态特性

- 机电时间常数  $\tau_m = \frac{R_a J}{K_e K_t}$       电磁时间常数  $\tau_e = \frac{L_a}{R_a}$

### 过渡过程的讨论



$$4\tau_e < \tau_m$$



$$4\tau_e > \tau_m$$



## 2.4 直流电动机的动态特性

2. 角位移  $\theta(t)$  为输出

$$\theta(t) = \int \omega(t) dt \Rightarrow \Theta(s) = \frac{1}{s} \Omega(s)$$

$$\frac{\Theta(s)}{U_a(s)} = \frac{1/K_e}{s(\tau_m \tau_e s^2 + \tau_m s + 1)} \quad \frac{\Theta(s)}{U_a(s)} = \frac{1/K_e}{s(\tau_m s + 1)(\tau_e s + 1)}$$

$$\frac{\Theta(s)}{U_a(s)} = \frac{1/K_e}{s(\tau_m s + 1)}$$





## 2.4 直流电动机的动态特性

### 3. 电流 $I_a(t)$ 为输入量

- 设扰动力矩  $T_c(t) = K_c \omega(t)$

$$T_{em}(t) = J \frac{d\omega(t)}{dt} + K_c \omega(t) \Rightarrow \Omega(s) = \frac{T_{em}(s)}{Js + K_c}$$

$$T_{em}(t) = K_t I_a(t) \Rightarrow I_a(s) = \frac{T_{em}(s)}{K_t}$$

$$\frac{\Omega(s)}{I_a(s)} = \frac{K_t}{Js + K_c} \quad \frac{\Theta(s)}{I_a(s)} = \frac{K_t}{s(Js + K_c)}$$



## 2.直流电机的工作特性

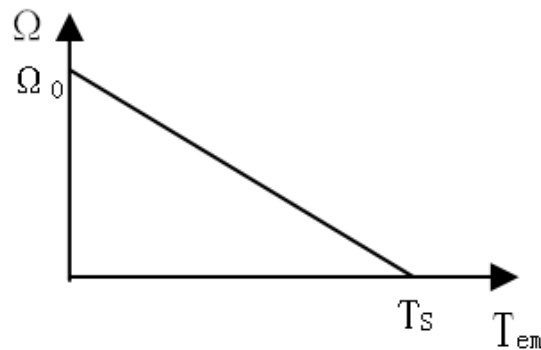
### 直流电机静态特性:

$$\text{转矩平衡: } T_{em} = T_L$$

$$\text{电压平衡: } U = E + IR = K_e \Omega + IR$$

### 他/并励直流电机机械特性:

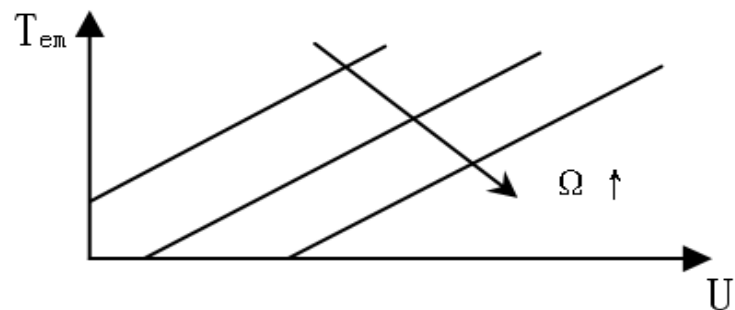
$$\Omega = \frac{U - \frac{T_{em}}{K_T} R}{K_e}$$



## 2.直流电机的工作特性

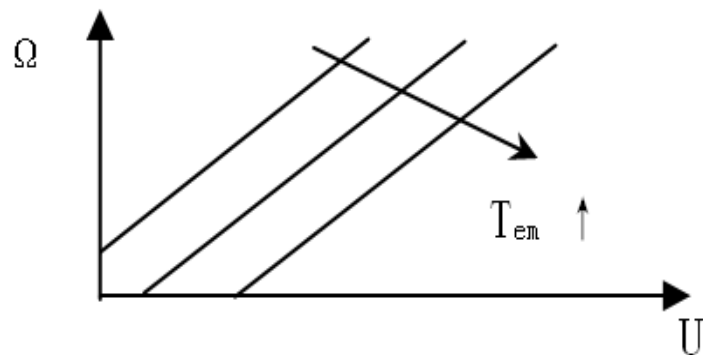
控制特性:

$$T_{em} = K_T I = K_T \frac{U - K_e \Omega}{R}$$



调节特性:

$$\Omega = \frac{U - IR}{K_e} = \frac{U - \frac{T_{em} R}{K_T}}{K_e}$$



## 2.直流电机的工作特性

- b. 负载特性与稳定运行条件
- c. 电磁电机需确保激磁可靠
- d. 直流电机的启动电流限制
- e. 效率特性
- f. 电动势 $e$  与电磁力矩 $T$  的波动



## 2.直流电机的工作特性

提问：

- 1) 电动机在启动时和与负载达到稳定转速时，电枢电流是多大？由什么决定？
- 2) 教材的图1-36(a)中， $P_2$ 和 $\eta$ 为何不过原点？
- 3) 有什么方法可以调整电动机转速？



有一台并励直流电动机，空载试车时其转速骤上升，大大超过了额定值，其故障原因是（）。

✔ 正确答案

并励回路接触不良或断开



# 致 谢

本文档所引用的许多素材，来源于互联网上国内外的课件、科技论文、文章、网页等。本文引用只是为了给学生提供更好的教学素材，非商业目的。对这些所引用素材的原创者，在此表示深深的谢意。

