

自动控制实践复习

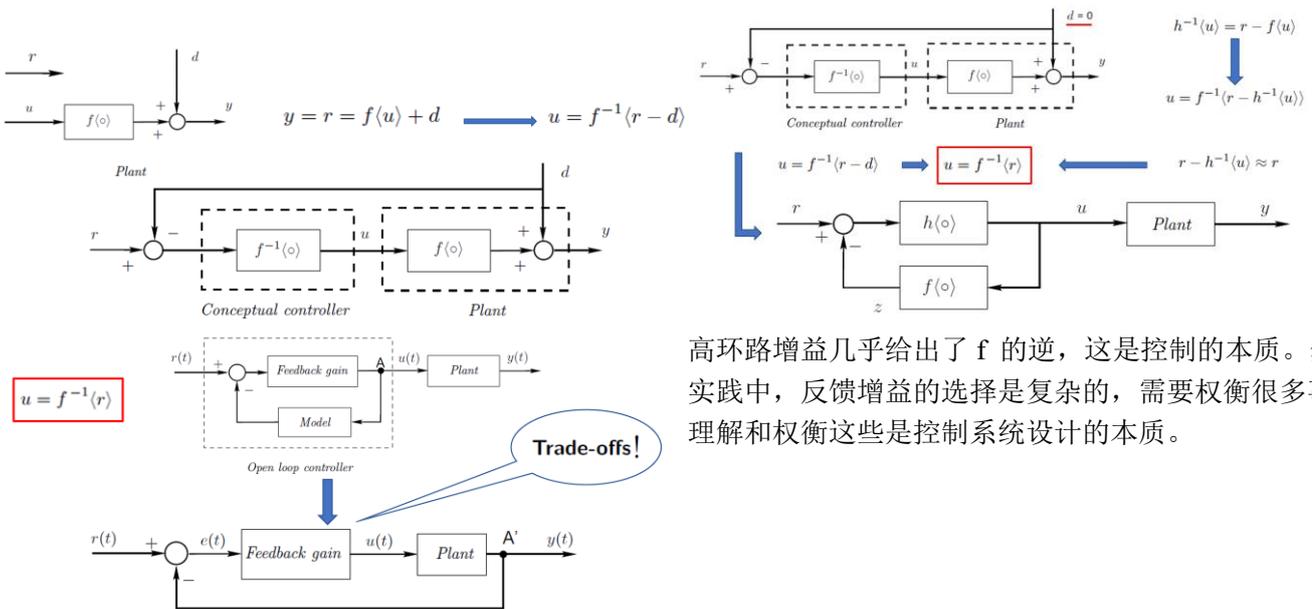
第一章 绪论

- 1.自动控制系统设计：用一种系统性的“方法”和“流程”解决实际应用中的控制问题。
- 2.自动控制系统的的发展总结：
 - (1) 社会发展的需要是科学技术发展的动力。
 - (2) 科学技术的进步是集体努力的结果，在这一点上往往显示出科学家的群体效应。
 - (3) 科学的发明与科学理论的建立有赖于科学家坚实的知识基础。杰出的科学家大多是多面发展的。
 - (4) 没有理论，社会实践就不能成为系统的科学，实践也就难以深入和系统地发展。

第二章 控制系统的设计流程

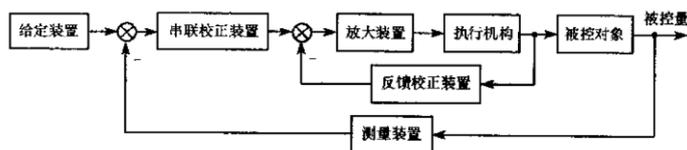
一 前言

1.从开环控制到闭环控制：



高环路增益几乎给出了 f 的逆，这是控制的本质。然而在实践中，反馈增益的选择是复杂的，需要权衡很多事情。理解和权衡这些是控制系统设计的本质。

2.控制系统基本组成



二 设计流程

1.控制系统设计流程:

- (1) 需求分析 (功能分析、性能指标分析)
- (2) 方案设计 (机械、驱动、测量(直接/间接)、控制)
- (3) 采购 设计 安装 集成
- (4) 数学建模 (简化和处理) (机理模型、数据驱动模型、简化方法)
- (5) 控制器设计 (仿真搭建与方案验证)
- (6) 系统调试
- (7) 系统测试

2.需求分析 (具体问题具体分析)

功能分析: 控制什么, 怎么控制 (工作方式)

指标分析: 带宽, 阶跃, 位置精度, 位置重复性, 速率精度, 速率平稳性, 最大加速度, 最大速度, 最小速度等工作条件: 环境 (外扰), 工况 (负载变化), 各种约束和限制 (空间、功率)

3.方案设计

机械、驱动、测量(直接/间接)、控制方案。

考虑因素: 指标、成本、可靠性、维护性、安全性、电磁兼容性、环境、熟悉程度等。

- (1) 驱动传动系统引入非线性环节 (死区、间隙、摩擦、饱和), 机械谐振。
- (2) 测量引入的控制问题: 量化噪声、非线性、白噪声、频带。
- (3) 安全是系统控制的第一要务。
- (4) 开环系统结构简单, 经济性好, 但无法消除干扰的影响; 闭环系统精度高, 具有抗干扰性。

4.数学建模

模型降阶, 非线性处理, 不确定性描述, 平均化等。

5.控制器设计

- (1) 控制系统类型:

输入输出: 单变量系统、多变量系统

复杂度: 简单系统、复杂系统、大系统

线性特性: 线性系统、非线性系统

确定性: 确定系统、不确定系统 (随机系统)

参数确定性: 定常系统、时变系统

信号特性: 连续系统、离散系统、混杂系统

功能特性: 伺服系统、调节系统

系统组成: 机电系统、电路系统、通信网络系统、电力系统

系统数量: 个体系统、多智能体系统

- (2) 控制理论/方法介绍

古典控制 (根轨迹、频域、PID)、鲁棒控制、自适应控制、最优控制、变结构控制 (滑模控制)、智能控制 (模糊, 神经网络)、预测控制、数据驱动控制、自抗扰控制 (ADRC)

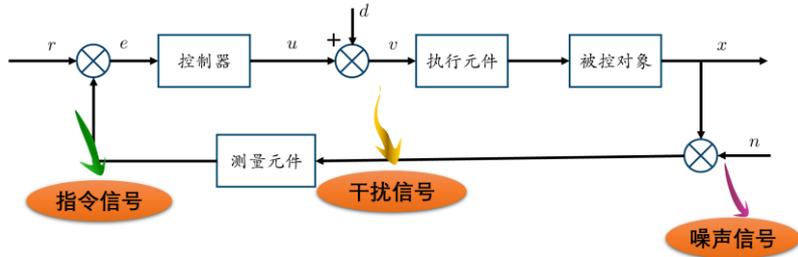
第三章 控制系统的输入条件分析

1.控制系统的性能（Performance）主要是指系统在实际工作时的误差大小，具体设计时可以有不同的评价指标。

2.性能指标：



3.为保证控制系统的性能，在进行控制系统设计之前，必须明确期望的输出性能和输入条件。



一 输入信号和跟踪误差

1 输入信号的分析

1.分析输入信号的作用/意义：

- (1) 基于典型的输入信号分析，可以指导元部件选型，确定元件的参数；
- (2) 基于典型的输入信号分析，可以对模型进行简化；
- (3) 基于典型的输入信号分析，可以确定带宽和频响指标；
- (4) 基于典型的输入信号分析，计算跟踪误差，进行控制设计；
- (5) 通过对输入和输出信号的频谱分析测得系统的频率特性；
- (6) 可以用于选取典型的测试信号；
- (7) 分析信号中各种特殊的频率成分（如谐振频率，波动力矩，间隙等）

2. 如何进行输入信号分析

- (1) 系统设计时，一般选典型信号作为理想的输入来进行分析。
- (2) 典型信号根据系统预定执行的任务来确定。
- (3) 在确定典型输入信号时总是要对实际情况做一些简化，以便于分析和计算。

3.傅里叶变换（简单了解）

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(j\omega) e^{j\omega t} d\omega$$

$$F(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-j\omega t} dt$$

傅里叶变换存在的充分条件（Direchlet 条件）：

- (1) $f(t)$ 绝对可积： $\int_{-\infty}^{\infty} |f(t)| dt < \infty$ ($f \in L^1$)
- (2) $f(t)$ 在任意有限区间内有有限个间断点；
- (3) $f(t)$ 在任意有限区间内有有限个极值点。

2 静态误差系数和动态误差系数

（除特殊说明，本节课中所讨论的静态误差和动态误差均指稳态误差。）

1. 根据是否 $t \rightarrow \infty$ ，分为暂态（瞬态）误差和稳态误差。根据是否误差 $e(t) = \text{const}$ ，分为静态误差和动态误差。

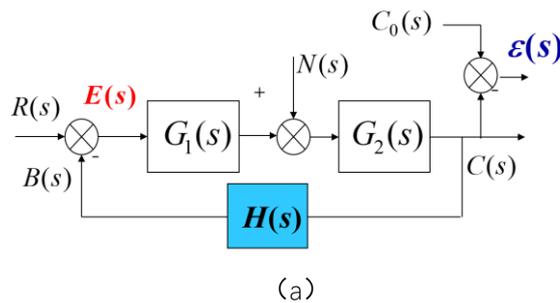
2. 强调静态误差的系统：温控、滚梯、印刷机、离心机。强调动态误差的系统：武器系统，数控机床，雷达系统，导引头（位标器）。

3. 静态误差分类：

由于系统结构、输入作用形式所产生的稳态误差称为原理性稳态误差。

由于摩擦、间隙、死区等非线性因素所引起的系统稳态误差称为附加稳态误差或结构性稳态误差。

4. 误差及稳态误差的定义



误差： 输出量的期望值 $c_0(t)$ 和实际值 $c(t)$ 之差 $\varepsilon(t) = c_0(t) - c(t)$

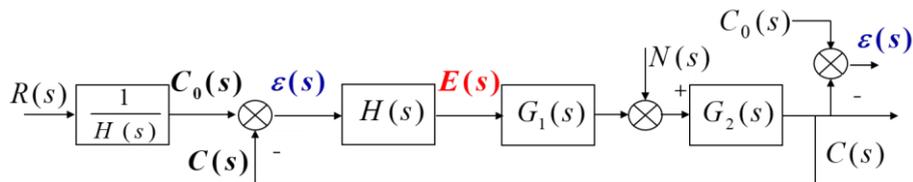
偏差： 系统的输入 $r(t)$ 和主反馈信号 $b(t)$ 之差 $e(t) = r(t) - b(t)$

稳态误差： 当 $t \rightarrow \infty$ 时的系统误差，用 ε_{ss} 表示 $\varepsilon_{ss} = \lim_{t \rightarrow \infty} \varepsilon(t)$

稳态偏差： 当 $t \rightarrow \infty$ 时的系统偏差，用 e_{ss} 表示 $e_{ss} = \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sE(s)$

对非单位反馈系统 $r(t) \neq c_0(t)$ ， $\varepsilon(t) \neq e(t)$

偏差和误差之间存在一定的关系 $E(s) = R(s) - B(s) = H(s)C_0(s) - H(s)C(s) = H(s)\varepsilon(s)$



我们用偏差 $E(s)$ 代替误差进行研究。除非特别说明，后文所指的误差就是指偏差；稳态误差就是指稳态偏差。

注意： 只有稳定的系统，才可计算稳态误差。

不考虑扰动的影响。由图(a)，随动系统的误差 $E(s)$ 为：

$$E(s) = \frac{R(s)}{1 + G_1(s)G_2(s)H(s)}$$

当 $t \rightarrow \infty$ 的误差称为稳态误差 e_{ss} 。根据终值定理有：

$$e_{ss} = \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sE(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{sR(s)}{1 + G_1(s)G_2(s)H(s)} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{sR(s)}{1 + G_k(s)}$$

式中， $G_k(s) = G_1(s)G_2(s)H(s)$ 为开环传递函数。显然， e_{ss} 与输入和开环传递函数有关。

5. 静态误差系数

稳态误差与给定的外部输入有关；与时间常数形式下的开环增益 k 有关；与积分环节的个数有关。

典型输入作用下的稳态误差

系统类型	稳态误差系数			稳态偏差		
	K_p	K_v	K_a	单位阶跃输入 $1(t)$	单位速度输入 t	单位加速度输入 $t^2/2$
0型	k	0	0	$\frac{1}{1+k}$	∞	∞
I型	∞	k	0	0	$\frac{1}{k}$	∞
II型	∞	∞	k	0	0	$\frac{1}{k}$

上表中， k 为开环放大系数(开环传递函数写成时间常数形式时的开环增益)。

$$G_k(s) = \frac{k \cdot \prod_{i=1}^{m_1} (\tau_i s + 1) \prod_{k=1}^{m_2} (\tau_k^2 s^2 + 2\zeta_k \tau_k s + 1)}{s^v \cdot \prod_{j=1}^{n_1} (T_j s + 1) \prod_{l=1}^{n_2} (T_l^2 s^2 + 2\zeta_l T_l s + 1)} = \frac{k}{s^v} \cdot G_0(s)$$

K_p 的大小反映了系统在阶跃输入下的稳态精度： K_p 越大， e_{ss} 越小， K_p 反映了系统跟踪阶跃信号输入的能力。
 K_v 的大小反映了系统在斜坡输入下的稳态精度： K_v 越大， e_{ss} 越小， K_v 反映了系统跟踪斜坡信号输入的能力。
 K_a 的大小反映了系统在加速度输入下的稳态精度： K_a 越大， e_{ss} 越小， K_a 反映了系统跟踪加速度信号输入的能力。

静态误差系数适用条件：(1) 系统是稳定的。(2) 输入必须是3种典型信号之一或者是它们的线性组合。

与静态误差相关的因素：(1) 系统的增益 (2) 信号的形式和幅值 (3) 系统的型别

减小静态误差的方法：(1) 提高增益 (2) 提高型别

几点结论：

- (1) 给定作用下的稳态误差与外部输入作用有关：对同一系统加入不同的输入，稳态误差不同。
- (2) 与时间常数形式的开环增益 k 有关：对有差系统， k 越大，稳态误差越小，但同时系统的稳定性会变差。
- (3) 与积分环节的个数有关：积分环节的个数越多，稳态误差越小，但同时系统的稳定性和动态特性变差。所以 III型及III型以上的系统几乎不用。

由此可见对稳态误差的要求往往与系统的稳定性和动态特性的要求是矛盾的。

6. 滞后环节对减小静态误差的作用

$$G_c(s) = \frac{\tau s + 1}{\alpha \tau s + 1} = \frac{1(s+z)}{\alpha(s+p)}, \alpha > 1$$

滞后校正主要利用其对高频幅值衰减性来提高增益，提高的最大幅度为 $20 \lg \alpha$

应用滞后环节来减小静态误差时，必须要在加入滞后环节后重新调整系统增益，使调整前后的剪切频率不变，这样就达到了提高系统低频增益的作用。

注意事项：

- 提高同样的增益，用多个中心频率(ω_m)不同的小幅值(α)滞后环节比一个大幅值的更好，但各环节的中心频率要错开，以避免在局部损失过大的相角从而导致条件稳定；
- 滞后环节要应用于低频，并尽量远离剪切频率，以减小剪切频率处的相角损失；
- 滞后环节由于处于低频，时间常数较大，因此误差收敛的速度变慢，对于要求误差快速收敛的系统并不适用。

7. 减小静态误差的方法总结

- (1) 对于给定典型信号输入下静态误差为无穷大的系统，必须通过提高系统型别来解决；

(2) 对于静差为非零常数的系统:

0 型系统可以直接加积分环节解决;

I 型系统可以提高增益或加比例+积分环节或者滞后环节来解决或改善;

II 型系统则一般只能通过提高增益或加入滞后环节来改善;

(3) 顺馈也可用来减小原理性误差, 但对非线性因素引起的附加性误差无效, 而且它的物理可实现性、对参数摄动的敏感性需要考虑, 顺馈也会抬高系统闭环谐振峰;

(4) 系统型别和增益都提高到极限时, 一般只能通过补偿方法来减小系统误差 (开环补偿, 要求误差必须有重复性)。

8. 动态误差系数

动态误差系数法——研究输入信号几乎为任意时间函数时系统稳态误差与时间的关系, 因此动态误差系数又称广义误差系数。

考虑到 $t \rightarrow \infty$ 时的情况, 也就是 $s \rightarrow 0$ 的情况。将误差传递函数在 $s=0$ 的邻域内展开成泰勒级数:

$$\Phi_E(s) = \frac{E(s)}{R(s)} = C_0 + C_1 s + \frac{C_2}{2!} s^2 + \dots = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{C_n s^n}{n!}$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = C_0 r(t) + C_1 \frac{dr(t)}{dt} + \frac{C_2}{2!} \frac{d^2 r(t)}{dt^2} + \dots$$

C_0 —动态位置误差系数 C_1 —动态速度误差系数 C_2 —动态加速度误差系数

求动态误差系数方法: (1) 求导法 (2) 长除法 (3) 图解法 (4) 低频模型法

- 求导方法更具有普适性, 但计算复杂, 精度要求高、需要求取多个系数时或被控对象比较简单时适用;
- 长除法获得的动态误差系数表使用方便, 但只能提供有限个系数, 精度取决于所使用的系数个数;
- 图解法简单方便, 适用于没有精确数学模型, 只有对象 Bode 图情况, 而且精度要求不高的场合;
- 低频模型法使用简单, 对输入信号频带有要求, 精度不高。

这里所谓“动态”两字的含义是指这种方法可以完整描述系统稳态误差 $e_{ss}(t)$ 随时间变化的规律, 而不是指误差信号中的瞬态分量 $e_{ts}(t)$ 随时间变化的情况, 即不应包含误差信号中随时间趋于零的分量。

此外上面给出的误差级数仅在 $t \rightarrow \infty$ 时成立, 因此如果输入信号 $r(t)$ 中包含有随时间趋于零的分量, 则这些分量不应包含在稳态误差级数表达式中的输入函数及其各阶导数之内。

系统类型	静态误差系数			动态误差系数		
	$1/(1+K_p)$	$1/K_v$	$1/K_a$	C_0	C_1	$C_2/2!$
0型	$\frac{1}{1+k}$	∞	∞	$\frac{1}{1+k}$	$\frac{k(a_1 - b_1)}{(1+k)^2}$	$\frac{(a_2 - b_2)k}{(1+k)^3} + \dots$
I型	0	$\frac{1}{k}$	∞	0	$\frac{1}{k}$	$\frac{a_1 - b_1}{k} - \frac{1}{k^2}$
II型	0	0	$\frac{1}{k}$	0	0	$\frac{1}{k}$

$$r(t) = A \cdot 1(t) + Bt \cdot 1(t) + C \frac{t^2}{2} \cdot 1(t)$$

$$e_{ss} = \frac{A}{1+K_p} + \frac{B}{K_v} + \frac{C}{K_a}$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = C_0 r(t) + C_1 \frac{dr(t)}{dt} + \frac{C_2}{2!} \frac{d^2 r(t)}{dt^2} + \dots$$

3 跟踪误差的计算和应用

卷积法求跟踪误差:

可以把系统输入看做无数个幅值随 $u(t)$ 变化的脉冲函数的和, 每一个都会产生脉冲响应, 线性系统的输出就是这些脉冲响应的线性叠加。

思路: 通过系统的误差脉冲响应 (即 $r(t)$ 到 $e(t)$ 的脉冲响应) 求解跟踪误差!

$$e(t) = h(t) * u(t) = \int_{-\infty}^t h(t - \tau) u(\tau) d\tau$$

具体计算时, 采用数值法, 用卷积和代替卷积积分

$$e(k) = \sum_{n=k-N}^k w(k-n)u(n)$$

首先求解从 $r(t)$ 到 $e(t)$ 的脉冲响应 $w(k)$ → 确定 $w(k)$ 宽度 N → 计算 $x(k) = \sum_{n=k-N}^k w(k-n)u(n)$

说明:

- 1、根据系统误差要求确定下来的系统增益是硬性要求，在系统设计中不允许改动；
- 2、系统设计时第一个转折频率要超出输入信号的频谱宽度。

卷积法必须要有脉冲响应函数（通过仿真或者实验的方法获得），还要进行求和计算，过程比较繁琐，优点是可以计算包含瞬态误差在内的整个时段的误差；

动态误差系数法使用较为方便，但精度较低，应用时必须给定指令信号的各阶导数，结果中只包含稳态误差。

二 噪声和它引起的误差

1 基础知识

1. 平稳随机过程

对于前一段的统计特性，可以很有意义地用来估计其未来的发展。其本质特点是：概率密度函数的形状不随时间而变化，即其形状不随时间轴上的计时起点而变化。

2. 遍历性/各态历经性

从随机过程的任意一个样本函数中可以获得其各种统计特性，因此对于具有遍历性的随机过程，只要有一个样本函数就可以辨识出它的所有数字特征。针对某一样本函数求时间平均，得到的结果趋向于一个非随机的确定量。对于相同条件下得到的各样本函数，遍历过程所有样本的时间平均实际上可以认为是相同的。

满足遍历性的随机过程必须是平稳的，但并非所有的平稳随机过程都满足遍历性。

“各态历经”的含义：

随机过程中的任一实现（样本函数）都经历了随机过程的所有可能状态，因此我们无需（实际中也不可能）获得大量用来计算统计平均的样本函数，而只需从任意一个随机过程的样本函数中就可获得它的所有的数字特征，从而使“统计平均”化为“时间平均”，使实际测量和计算的问题大为简化。

如果平稳随机过程满足遍历性，则可以使其实现空间（总体）和时间的转化。

3. 相关函数

$$\begin{aligned} R(\tau) &= R_{\xi}(\tau) = E[\xi(t) \cdot \xi(t + \tau)] = \overline{\xi(t) \cdot \xi(t + \tau)} \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \xi_1 \xi_2 \cdot W(\xi_1, \xi_2, \tau) d\xi_1 d\xi_2 \\ &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T \xi(t + \tau) \xi(t) dt \end{aligned}$$

$R(\tau)$ 称为相关函数，表征 $\xi(t)$ 和 $\xi(t + \tau)$ 的关联程度。

用 $R(\tau)$ 描述平稳随机过程：一个随机过程均值为常数，而它的相关函数只与时间间隔 τ 有关，这样的随机过程为(宽)平稳随机过程。

4. 谱密度

$$\Phi(\omega) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} |X_T(j\omega)|^2$$

信号 $x(t)$ 的平均功率为其谱密度函数沿频率轴的积分，谱密度函数 $\Phi(2\pi f)$ 表示了在频率 f 处的平均功率密度，故称为功率谱密度或谱密度。

$$R(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \Phi(\omega) e^{j\omega\tau} d\omega \quad \Phi(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} R(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau$$

$\Phi(\omega)$ 就是 $R(\tau)$ 的傅里叶变换, $R(\tau)$ 是 $\Phi(\omega)$ 的傅里叶反变换, 这一关系称为维纳-辛钦(Wiener-Khintchine)公式。

可以推出: $R(0) = \sigma_x^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \Phi(\omega) d\omega$, $\Phi(\omega)$ 与 ω 轴围成面积的 $\frac{1}{2\pi}$

对于一个满足遍历性的平稳随机过程, 可以用实验数据来求取其相关函数, 然后用傅里叶变换得到谱密度函数。

5. 噪声

混在有用信号上的外加信号叫做噪声, 一般由测量引入, 难以分离。

2 均方误差



假设输入信号 $r(t)$ 是各态历经的平稳随机过程, 且服从高斯分布, 则其产生的输出 $x(t)$ 是一个各态历经的平稳随机过程, 也服从高斯分布。

信号的传递关系: $x(j\omega) = G(j\omega) \cdot r(j\omega)$

功率谱密度的传递关系: $\Phi_x(\omega) = |G(j\omega)|^2 \cdot \Phi_r(\omega)$, 把 $|G(j\omega)|^2$ 称为功率传递函数。

若已知随机输入到误差的传递函数, 则可得相应的功率传递函数, 进而根据输入谱密度求得误差的谱密度。

若系统的两个输入(或干扰)是相互独立的(不相关):

$$\Phi_x(\omega) = |G_r(j\omega)|^2 \cdot \Phi_r(\omega) + |G_n(j\omega)|^2 \cdot \Phi_n(\omega)$$

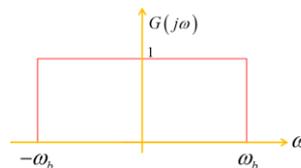
均方误差 $\overline{e^2}$ 表示为

$$\overline{e^2} = R_e(0) = \int_{-\infty}^{\infty} \Phi_e(\omega) d\omega = \int_{-\infty}^{\infty} |G_{en}(j\omega)|^2 \Phi_n(\omega) d\omega$$

增大 K , 会减小输入 r 引入的均方误差, 但会增加噪声 n 引起的均方误差, 因此必须折中处理, 最终得到使综合均方误差最小的 K 值。在考虑指令和噪声等具有不同特性的输入信号作用时, 控制系统设计中存在着矛盾, 必须折中处理。

3 等效噪声带宽

系统的等效噪声带宽是指一个理想滤波器的带宽: 在白噪声作用下, 系统的均方输出与理想滤波器的均方输出相等。这里的理想滤波器特指其频率特性等于 1, 而带宽在 ω_b 外则完全截止。



设一白噪声, 其谱密度在 ω_N 内为常值 K_N^2 , $\omega_N \gg \omega_b$, 则此噪声作用下, 理想滤波器的均方输出为

$$\overline{x^2} = \int_{-\infty}^{\infty} |G(j\omega)|^2 \cdot \Phi_N(\omega) d\omega = \int_{-\omega_b}^{\omega_b} K_N^2 d\omega = 2K_N^2 \omega_b$$

噪声引起的均方输出与理想滤波器的带宽 ω_b , 即等效噪声带宽有关。

三 扰动响应

1 扰动分析

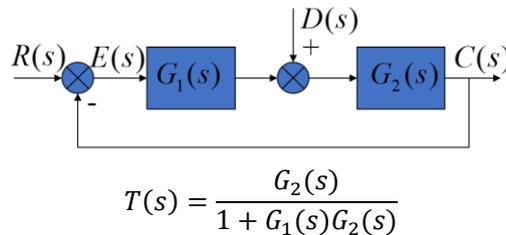
1.除给定值之外，凡能引起被控量发生变化的因素，都可划入干扰的范围。干扰又称扰动，是对系统的输出产生不利影响的信号。如果扰动产生在系统内部称为内扰；扰动产生在系统外部，则称为外扰。外扰是系统的输入量。

2.干扰与噪声的区别

- (1) 作用点不同：干扰一般和控制量的作用点相同，而噪声更多作用于测量元件上，使测量结果变差；
- (2) 作用机理不同：干扰一般直接作用于被控对象，使被控量发生改变，而噪声一般通过混入反馈信号而间接地影响被控量；
- (3) 特性不同：干扰信号多数是可以测量或估计的，频带较窄，噪声一般为随机信号，频谱范围很宽；
- (4) 抑制方法不同：噪声一般只能通过降低带宽（等效噪声带宽）来抑制，这往往与系统跟踪性能矛盾，而干扰的抑制方法很多。

2 扰动响应与误差分析

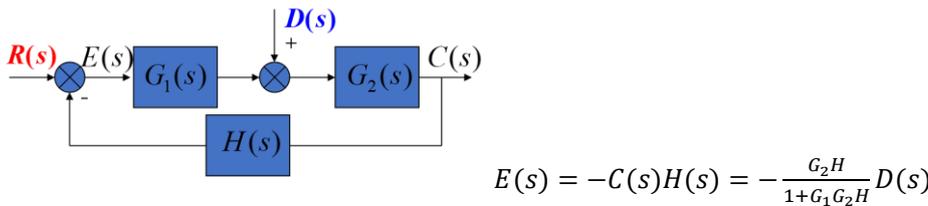
1.扰动响应定义：系统输出 $C(s)$ 对扰动 $D(s)$ 的响应



理想的扰动响应： $T(s)=0$

2. 通常，给定输入作用产生的误差为系统的给定误差，扰动作用产生的误差为扰动误差。

$R(s) = 0, D(s) \neq 0$ 时产生的 $-C(s)H(s)$ 称为扰动误差。



$$\therefore e_{ssd} = \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sE(s) = -\lim_{s \rightarrow 0} s \cdot \frac{G_2H}{1+G_1G_2H}D(s) = -\lim_{s \rightarrow 0} \frac{sD(s)}{G_1} \cdot \frac{G_1G_2H}{1+G_1G_2H} = -\lim_{s \rightarrow 0} \frac{sD(s)}{G_1} \cdot \frac{G_k}{1+G_k} = -\lim_{s \rightarrow 0} \frac{sD(s)}{G_1} \cdot \frac{K}{s^v+K}$$

$$G_k(s) = \frac{K}{s^v} \cdot \frac{\prod_{i=1}^{m_1}(\tau_i s + 1) \prod_{k=1}^{m_2}(\tau_k^2 s^2 + 2\zeta_k \tau_k s + 1)}{\prod_{j=1}^{n_1}(T_j s + 1) \prod_{l=1}^{n_2}(T_l^2 s^2 + 2\zeta_l T_l s + 1)} = \frac{K}{s^v} \cdot G_0(s)$$

(1) 当 $v = 0$ ，即开环传递函数中无积分环节，同时假设 $G_2(s)H(s)$ 无纯微分环节，因此 $G_1(s)$ 中无积分环节。

此时在阶跃扰动输入时是有差系统，设 $G_1(s) = K_1 G_{10}(s)$ ， $G_{10}(0) = 1$ ， $e_{ssd} = -\frac{K}{K_1(1+K)}$

(2) 当 $v > 0$ ，即开环传递函数中有积分环节，但积分环节可在不同的地方。

$$\text{设 } G_1(s) = \frac{K_1}{s^\mu} G_{10}(s), G_{10}(0) = 1, e_{ssd} = -\lim_{s \rightarrow 0} \frac{s^{\mu+1}D(s)}{K_1}$$

① 设 $\mu = 0$ 即 $G_1(s)$ 无积分环节，在阶跃扰动作用下 $e_{ssd} = -\frac{1}{K_1}$

② 设 $\mu > 0$ 即 $G_1(s)$ 有积分环节，在阶跃扰动作用下 $e_{ssd} = 0$ 。

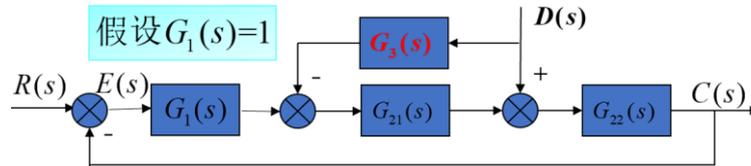
若 $\mu = 1$ ，在阶跃扰动作用下是无差的。若 $\mu = 2$ ，在斜坡扰动作用下也是无差的。因此 $G_1(s)$ 环节中的积分环节决

定了扰动作用下的无差度。

3. 减小扰动作用下误差的方法

- (1) 为了减小扰动误差，可以增加偏差点到扰动作用点之间积分环节个数或放大系数；放大系数不能任意放大，积分环节也不能太多（一般2个），否则将影响系统的稳定性；
- (2) 可以采用比例加积分，滞后环节减小扰动产生的误差。
- (3) 可以采用顺馈环节或扰动观测器减小扰动产生的误差。

4. 扰动可测情况下的补偿方法—顺馈



令 $R(s) = 0$ ，由于是单位反馈系统，所以误差 $E(s) = -C(s)$ 。

若 $G_3(s) = \frac{1}{G_{21}(s)}$ ，则 $E(s) = 0$ ，这个条件就是对扰动作用实现完全不变性的条件。在此条件下，系统的输出完全不受扰动的影响。从结构图可看出，实际上是利用双通道原理使扰动信号经两条通道到达相加点时正好大小相等，方向相反，从而实现了干扰的全补偿。

但在实际的系统中，对于 $G_3(s) = \frac{1}{G_{21}(s)}$ 也要考虑物理可实现问题，系统中相关通道存在延时需要慎重。如果物理不可实现，也可以采取近似的补偿，以减小扰动引起的稳态误差。

3 扰动的观测与补偿

1. 干扰观测器设计原理

干扰观测器的基本思想是将外部干扰及模型参数变化造成的实际对象与名义模型之间输出的差异等效到控制输入端，即观测出等效干扰，在控制中引入等效的补偿，实现对干扰完全抑制。

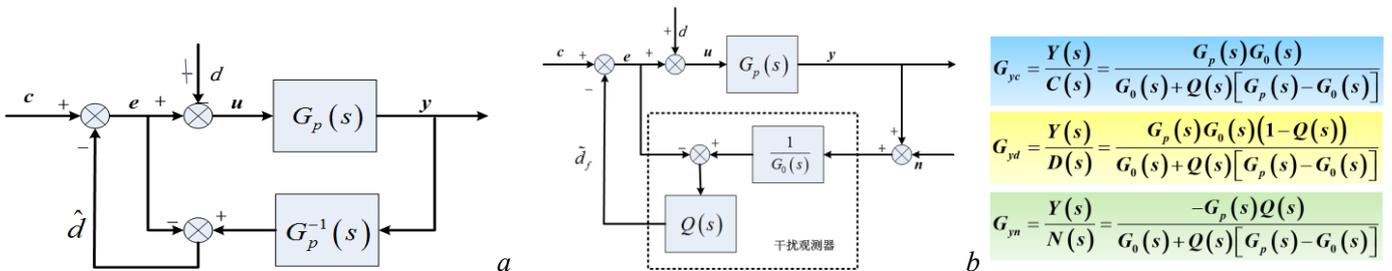


图 a:

d 为等效干扰； \hat{d} 为观测的干扰； u 为控制输入。

理论上 $\hat{d} = (e + d) \cdot G_p(s) \cdot G_p^{-1}(s) - e = d$ ；实际上 $\hat{d} = (y + n) \cdot G_p^{-1}(s) - e \neq d$

对于实际的物理系统，干扰观测器的实现存在如下问题：

- (1) 如果 $G_p(s)$ 的相对阶不为零，则其逆在物理上不可实现；
- (2) $G_p(s)$ 的精确数学模型通常无法得到；
- (3) 考虑测量噪声的影响，该方法的控制性能会下降。

图 b:

$G_0(s)$ 为名义对象； $Q(s)$ 为低通滤波器； \tilde{d} 为干扰的估计值。

2. 低通滤波器带宽的确定

设低通滤波器 $Q(s)$ 的频带为 f_q ；

当 $f \leq f_q$ 时， $Q(s) = 1$ ；因此低频时， $G_{yc} = G_0(s)$ ， $G_{yd} = 0$ ， $G_{yn} = -1$ ；

$Q(s)$ 的频带宽度应该覆盖扰动和输入信号的频谱范围！

当 $f > f_q$ 时， $Q(s) = 0$ ；因此高频时， $G_{yc} = G_p(s)$ ， $G_{yd} = G_p(s)$ ， $G_{yn} = 0$ ；

$Q(s)$ 在满足扰动抑制的同时，频带应该尽可能小。

3.低通滤波器设计原则：

- (1) 相对阶：为了保证物理可实现， Q 的相对阶（分母与分子之差）应当大于或等于 G_0 的相对阶；
- (2) 低频幅值限制：为使 G_{yc} 尽可能地逼近被控对象的标称模型，在工作频段内（指令和干扰的频谱范围）幅值应接近 1；
- (3) 高频幅值限制：为使噪声对输出的影响尽可能小，在高频段其幅值应接近 0；
- (4) 鲁棒稳定性：如果假定模型摄动为乘性摄动，即 $G_p=G_0(1+\Delta)$ ，那么系统保持鲁棒稳定性的条件是 $\|\Delta(s)Q(s)\|_\infty \leq 1$ 。

第四章 控制系统的设计约束

一 灵敏度和 Bode 积分约束

1 控制系统的灵敏度

1. 控制系统应具有如下特点：

- (1)对系统中参数变化的敏感度低；
- (2)在参数的允许变动范围内能保持稳定；
- (3)参数发生较剧烈变化时，能够恢复和保持预期性能。

当参数只在小范围摄动时，可以采用系统**灵敏度**来度量系统的稳定性。

闭环反馈控制系统**最根本的优点**就是能够减小摄动与干扰对系统的影响，即降低了系统的灵敏度。

2.灵敏度

灵敏度（Sensitivity）是反馈控制系统的一个重要性能指标。系统灵敏度定义为：**系统闭环传递函数的变化率与对象传递函数的变化率之比。**

$$S = \frac{\frac{dT(s)}{T(s)}}{\frac{dG(s)}{G(s)}} = \frac{d \ln T(s)}{d \ln G(s)}$$

系统灵敏度是当变化量为微小的增量时，系统传递函数的**变化率**与对象传递函数在标称模型处的**变化率**之比。

四种情况	可变参数	灵敏度
开环系统	被控对象 $G(s)$	$S_G^T = 1$
单位反馈闭环系统	被控对象 $G(s)$	$S_G^T = \frac{1}{1 + GK}$
非单位反馈闭环系统	被控对象 $G(s)$	$S_G^T = \frac{1}{1 + HGK}$
非单位反馈闭环系统	反馈环节 $H(s)$	$S_H^T = \frac{-HGK}{1 + HGK}$

3.灵敏度函数的特征

- (1) 灵敏度函数表征了闭环系统关于被控对象变化的**鲁棒性**。
- (2) Nyquist 曲线中， KG 距离 $(-1, j0)$ 点的最小距离与灵敏度函数的最大值互为倒数。 $S_{max} = \max \left| \frac{1}{1+KG} \right| = \frac{1}{\rho}$

(3) 灵敏度函数与相位裕度的关系。相位裕度只能给出 ρ 的上限，并不能给出代表鲁棒性的 S_{\max} 的真实值。事实上，相位裕度和幅值裕度都很好的系统， S_{\max} 可能会很大而没有鲁棒性。因此，灵敏度的最大值 S_{\max} 才真正反映了系统的稳定程度，才是真正意义上的稳定裕度。

(4) 灵敏度函数是从输出端扰动 d 到输出 y 的传递函数，反映系统对输出端扰动 d 的抑制特性。

(5) 灵敏度函数是从输入 r 到误差信号 e 的传递函数，反映系统跟踪输入信号的性能。

故一般均以灵敏度函数来表示反馈系统的性能，设计时要尽量压低其灵敏度。但是灵敏度函数却不是可以任意设计的，灵敏度函数要受到 **Bode 定理** 的制约。

2 Bode 积分约束

设开环传递函数 $L(s)$ 有不稳定极点 p_1, p_2, \dots, p_N ，开环传递函数的相对阶为 $v=n-m$ ，并设闭环系统是稳定的，则系统的灵敏度函数满足下列关系式：

$$\int_0^{\infty} \ln|S(j\omega)| d\omega = \pi \sum_{i=1}^N \operatorname{Re}(p_i), v > 1, \int_0^{\infty} \ln|S(j\omega)| d\omega = -\gamma \frac{\pi}{2} + \pi \sum_{i=1}^N \operatorname{Re}(p_i), v = 1$$

n 为传递函数 $L(s)$ 分母的阶次， m 为分子的阶次， $\gamma = \lim_{s \rightarrow \infty} sL(s)$

如果开环传函是稳定的，那么这个积分等于零 $\int_0^{\infty} \ln|S(j\omega)| d\omega = 0, v > 1$

由于面积是固定的，所以灵敏度函数在整个频段上不能任意设计，处理不当，可能导致 S_{\max} 过大。

理论上来说，这并不是一个非常强的约束：可以在无穷的频率上令灵敏度函数稍大于1，因此仍可以使低频段灵敏度足够小而灵敏度函数的最大值又不会过大。但是考虑到噪声、不确定性等因素，超出一定频率范围，系统的实际特性是很快衰减的，系统存在一个可用的频率范围，所以这一想法并不现实。

Bode 积分约束只适用于线性控制方法和线性系统，若采用非线性控制方法，或对于非线性系统，可以不受 Bode 积分的约束。

二 对象的不确定性和鲁棒稳定性约束

1 对象的不确定性

1.对象的不确定性是指设计所用的数学模型（标称系统/名义系统）与实际物理系统之间的差别。

$$\Delta G(s) = G(s) - G_0(s), G_0(s) \text{ 为标称系统}$$

2.对象的不确定产生的原因：

- (1) 系统中参数的变化（建得准，但应用过程中有变化）；
- (2) 高频的未建模动态（为了方便或认知度不够）；
- (3) 模型的简化处理（为便于设计，进行了降阶、线性化）；
- (4) 控制系统实现时引入（元件动态，延迟，采样离散化）。

因此，不可能对系统精确建模，所建立的对象模型只能是实际物理系统的近似表示。

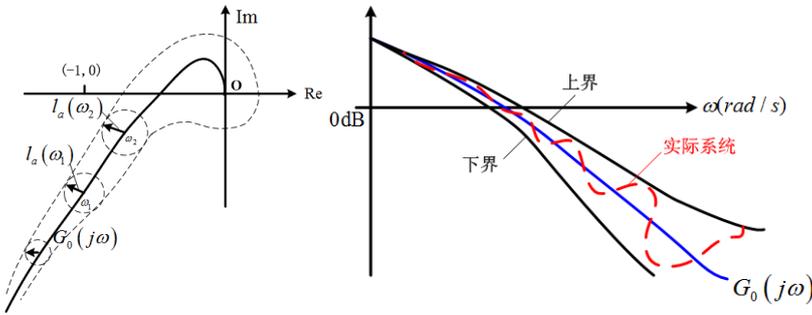
3. 对象不确定性的频域表示方法

(1) 加性不确定性

$$G(j\omega) = G_0(j\omega) + \Delta G(j\omega), |\Delta G(j\omega)| \leq l_a(\omega)$$

(2) 乘性不确定性

$$G(j\omega) = [1 + L(j\omega)]G_0(j\omega), |L(j\omega)| \leq l_m(\omega)$$



2 鲁棒稳定性约束

1. 鲁棒性

如果模型不精确或模型变化后，系统仍然保持稳定，这个性能称为鲁棒稳定性 (robust stability)。

如果模型的变化或模型的不精确所造成的闭环系统性能的改变是可以接受的，则称这样的系统为鲁棒控制系统。

2. 鲁棒稳定性条件

设名义系统是稳定的，即开环传递函数 $G_0(j\omega)K(j\omega)$ 包围 $(-1, j0)$ 点的次数满足 Nyquist 判据条件。当对象有不确定性时，若实际开环传函 $G(j\omega)K(j\omega)$ 包围 $(-1, j0)$ 点的次数不变，即 $G_0(j\omega)$ 连续过渡到 $G(j\omega)$ 时， $|1 + G(j\omega)K(j\omega)|$ 能保持不为零，即 $|1 + G(j\omega)K(j\omega)| > 0$ ，则系统仍能保持稳定。

鲁棒稳定性条件

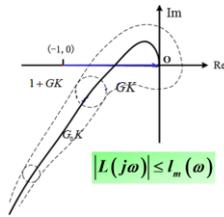
$$|1 + G(j\omega)K(j\omega)| > 0 \quad \text{乘性扰动}$$

$$|1 + (1 + \varepsilon L(j\omega))G_0K| > 0, |\varepsilon| \leq 1$$

$$|1 + G_0K + \varepsilon L(j\omega)G_0K| > 0$$

$$\left| 1 + \frac{\varepsilon L(j\omega)G_0K}{1 + G_0K} \right| > 0$$

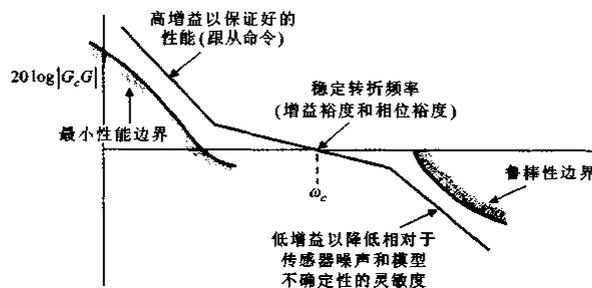
$$\left| 1 + \frac{\varepsilon L(j\omega)G_0K}{1 + G_0K} \right| \geq 1 - l_m \left| \frac{G_0K}{1 + G_0K} \right| > 0 \Rightarrow \left| \frac{G_0K}{1 + G_0K} \right| < \frac{1}{l_m}$$



$$\begin{aligned} |1 + G(j\omega)K(j\omega)| &> 0 \\ |1 + (G_0 + \Delta G)K| &> 0 \\ \left| 1 + \frac{\Delta G K}{1 + G_0 K} \right| &> 0 \\ \left| 1 + \frac{\Delta G K}{1 + G_0 K} \right| > 1 - l_m \left| \frac{K}{1 + G_0 K} \right| &> 0 \\ \left| \frac{K}{1 + G_0 K} \right| &< \frac{1}{l_m} \quad (\text{加性扰动}) \end{aligned}$$

3. 控制系统的设计约束

- (1) 基本要求：名义系统是稳定的
- (2) 精度要求：系统的低频性能满足性能要求
- (3) 带宽要求：高频特性满足噪声误差和不确定性要求



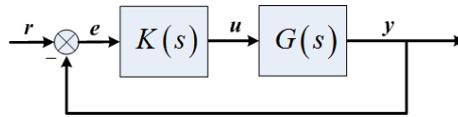
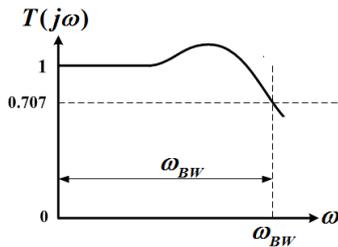
三 带宽设计约束

1 控制系统的带宽

闭环系统的输入信号频率从零开始，对控制系统而言，从零频率至衰减到 0.707 时的频率范围 ω_{BW} 是系统可以通过的频带宽度，称为带宽。

带宽反映了系统的响应速度与精度：带宽越宽，输出信号的复现精度越高。

Bode 图上开环幅频特性的穿越频率 ω_c 与闭环系统带宽 ω_{BW} 是同一数量级的，一般有 $\omega_c < \omega_{BW} < 2\omega_c$ 这一关系，所以常把 ω_c 也称作带宽。



$$T(s) = \frac{K(s)G(s)}{1+K(s)G(s)}$$

1.如何满足带宽的要求

两种扩展系统带宽的方法：

- (1) 反馈校正：串联校正环节
- (2) 开环校正：顺馈环节，开环补偿环节

2.响应特性与反馈特性

所谓的响应特性反映的是控制系统对输入信号的响应能力，可以用输入输出的传递函数特性来表征，可以用来描述开环系统和闭环系统（或复合控制系统）的特性。

反馈特性是由反馈校正引入的特性，反映了系统稳定性、干扰抑制、指令跟踪、不确定性灵敏度等诸多性质，与控制系统性能的优劣密切相关。

3.控制系统带宽的设计原则

最大限度地通过反馈校正环节（既提高响应特性，又提高反馈特性）来拓展系统的带宽，少用顺馈和前置滤波（只提高响应特性）这样的开环校正方式。

带宽的拓展是受到一定限制的，因为开环幅频特性一定要在不确定性界函数超过 1 之前穿越 0dB 线。从某种意义上说，一个系统能够做到的带宽大小，反映了控制系统设计的水平。

2 带宽设计的影响因素

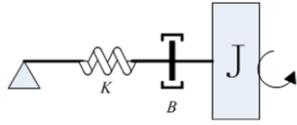
1.影响控制系统拓展带宽的主要因素

- (1) 系统元部件的带宽（执行器、传感器、控制器）；
- (2) 传动间隙、负载惯量等；
- (3) 未建模动态特性。

2.机械谐振

如果只把谐振当做不确定性来处理，则会增大系统的不确定性界 $1m$ ，增加控制系统设计难度（增大保守性）。机械谐振是拓展伺服系统频带的一个主要瓶颈。机械谐振的特性一般比较容易分析和测试，因此可以采取有效的措施对谐振进行抑制，从而达到拓展系统频带的目的（增大 ω_c ）。

等效结构图



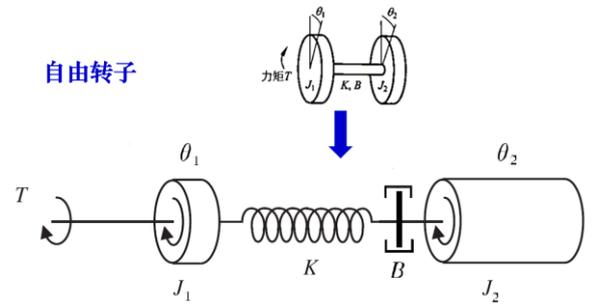
运动方程

$$J \frac{d^2\theta}{dt^2} + B \frac{d\theta}{dt} + K\theta = 0$$

固有频率

$$\omega_m = \sqrt{\frac{K}{J}}$$

自由转子



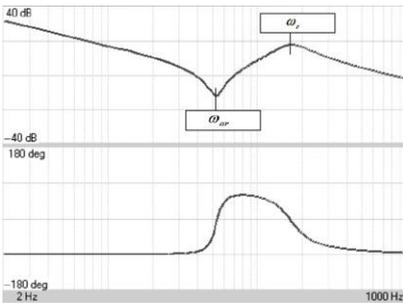
传递函数

$$\frac{\theta_1(s)}{T(s)} = \frac{[J_2 s^2 + Bs + K]}{(J_1 + J_2) s^2 \left[\frac{J_1 J_2}{J_1 + J_2} s^2 + Bs + K \right]} = \frac{\left[\frac{s^2}{\omega_{ar}^2} + 2 \frac{\zeta_{ar} s}{\omega_{ar}} + 1 \right]}{(J_1 + J_2) s^2 \left[\frac{s^2}{\omega_r^2} + 2 \frac{\zeta_r s}{\omega_r} + 1 \right]}$$

$$\frac{\theta_2(s)}{T(s)} = \frac{Bs + K}{(J_1 + J_2) s^2 \left[\frac{J_1 J_2}{J_1 + J_2} s^2 + Bs + K \right]}$$

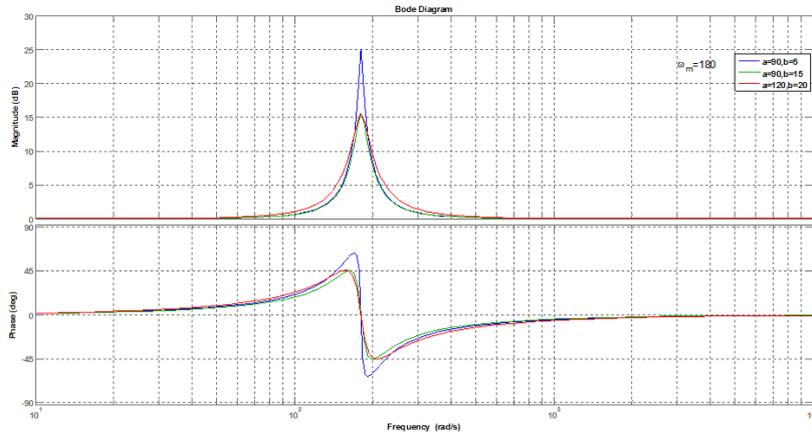
$$\omega_r = \sqrt{\frac{K(J_1 + J_2)}{J_1 J_2}}, \omega_{ar} = \sqrt{\frac{K}{J_2}}, \omega_r > \omega_{ar}$$

可以看出，谐振特性是比较复杂的。事实上，这还是比较简单的情形，属于两物体结构的扭转谐振。若传动轴上有多个物体，则谐振特性将更为复杂，具有多个振荡模式。



谐振频率较高，作为未建模的高频动态处理时，选择固有频率 $\omega_m = \sqrt{\frac{K}{J}}$ 来近似表征对象的谐振特性，因为在对象可能具有的多个振荡模式中，这个值最小，而且容易计算。

机械谐振——频域上的形式（简化）： $W(s) = \frac{s^2 + as + \omega_m^2}{s^2 + bs + \omega_m^2}, a > b$



谐振的危害：导致系统性能下降、甚至无法正常工作；增加功耗、降低电气和机械系统寿命等。

3. 谐振频率与带宽的关系

一般来说系统的带宽应限制为：

- (1) $\omega_m > 5\omega_{BW}$ 如果机械系统还未设计，要根据带宽指标对结构刚度提出上面的要求。
- (2) $\omega_{BW} < \frac{\omega_m}{5}$ 如果机械系统已经设计完成，则要根据系统实际的谐振频率来确定系统的带宽。

最合理的做法是：系统设计之前，根据带宽对机械结构刚度提出要求。

要求过高会导致系统结构复杂、成本高、甚至无法实现。有时设计指标很好，但是实测结果很差，此时必须从控制角度对谐振进行抑制。

4. 谐振的抑制方法

如果谐振频率较低，不能在设计中忽略，则对象的动态方程需要按自由转子模型来考虑，不能使用转子锁定时的模型。这种情况下，可以基于所建立的谐振模型，采取相应的措施，抑制谐振的影响，拓展系统的带宽。

对于机械谐振，可以采用二阶环节（带阻滤波器/陷波滤波器）进行抑制，滤波器的宽度一般要比谐振宽，形

式为谐振模型的倒数:

$$G(s) = \frac{s^2 + as + \omega_m^2}{s^2 + bs + \omega_m^2}, a < b$$

注意: 应用陷波(带阻)滤波器会带来相位滞后和幅值衰减(系统剪切频率一般都在谐振频率之前, 因此添加带阻滤波器一定会损失剪切频率处的相角, 减小系统的稳定裕度)。

5. 谐振抑制的两种实现方式

(1) 一种是开环测出谐振特性, 利用滤波器进行补偿(校正), 使补偿后对象特性 Bode 图中谐振特性消失。(这种方法更加规范)

(2) 一种开环校正时不做处理, 闭环后出现谐振再进行补偿, 对反馈信号进行傅里叶分析, 确定是否存在谐振: 如存在则确定谐振频率, 添加陷波滤波器进行抑制, 直至谐振现象消失。(这种方法更加实用)

3 带宽设计

1. 若对象自身带宽较宽, 不能被动地等待 KG 自行衰减下来穿过 0dB 线, 系统不在规定的频段上穿越 0dB 线, 就没有鲁棒性, 实际系统将是不稳定的。

降低剪切频率的方法:

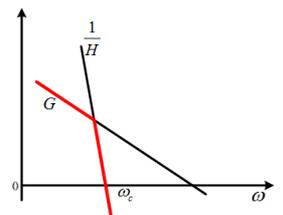
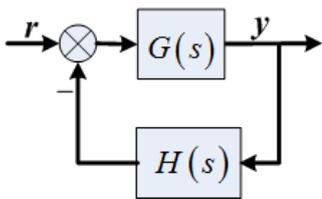
(1) 用积分环节降低剪切频率 $G_c(s) = \frac{1}{s}$, 一般适用于 0 型系统。

(2) 用惯性校正环节降低剪切频率, $G_c(s) = \frac{1}{\tau s + 1}$, 一般适用于 0 型和 I 型系统, 也常用来抑制高频噪声。

(3) 用滞后校正降低剪切频率, $G_c(s) = \frac{\tau s + 1}{\alpha \tau s + 1} = \frac{1(s+z)}{\alpha(s+p)}$, 一般适用于 I 型系统

(4) 用反馈校正降低剪切频率, 低频 G 为主导, 高频增益依靠 $\frac{1}{H}$ 衰减。

$$T(s) = \frac{G}{1 + GH} = \begin{cases} \frac{1}{H}, & |GH| \gg 1, \text{ 即 } |G| \gg \left| \frac{1}{H} \right| \\ G, & |GH| \ll 1, \text{ 即 } |G| \ll \left| \frac{1}{H} \right| \end{cases}$$



2. 对象自身带宽很窄, 不存在鲁棒稳定性问题, 但是系统的性能很难满足要求, 因此必须在满足鲁棒稳定性的前提下, 有效扩展系统的带宽。

对于这类系统, 一般相角滞后都很大, 不能简单地通过增益调整改变剪切频率, 必须考虑相位裕度的要求, 通过校正环节补偿相角。

提高剪切频率的方法:

(1) 用超前校正环节的提高剪切频率。(2) PID 控制器

3. 如果剪切频率已经提高到极限了(通过 $G_1(s)$ 的设计), 但闭环系统带宽指标仍不满足要求, 还可以采用顺馈和前置滤波器来提高闭环系统的带宽。

4. 相对稳定性及其指标

相对稳定性是指闭环系统离开稳定边界的程度, 真正反映相对稳定性的是灵敏度函数, 属于反馈特性。

时域指标: 超调量、振荡衰减比; 频域指标: 闭环谐振峰值

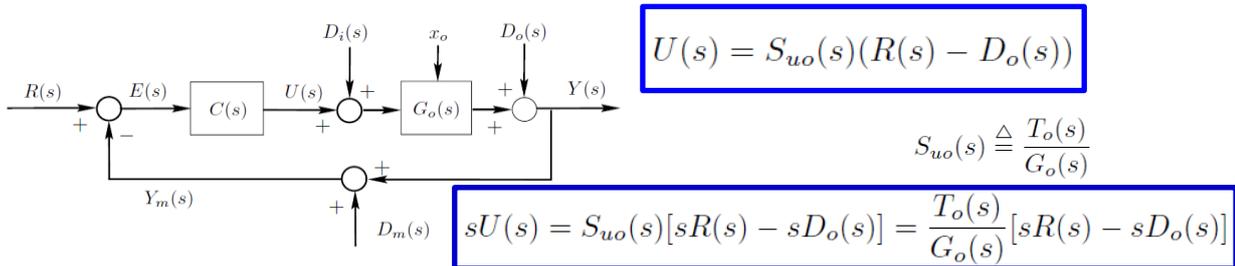
第五章 Anti-Windup 设计

一 执行器约束问题

1 执行器约束问题的提出

控制系统的许多方面都可以用线性模型来描述，然而，有些非线性情况却需要考虑。执行器存在一些典型的限制：如电机的最大转速限制、峰值力矩限制；阀门的开合不能超过全开或全闭等。

对于在比较宽范围内运行的控制系统，控制量有可能达到执行器的极限(幅值极限或变化速率极限)。当这种情况发生时，**反馈回路失效，系统将运行于开环状态**，即只要执行器处于饱和，执行器输出就停留在其极限状态，系统的输出相当于开环响应，对于不稳定的被控对象来说，这是非常危险的。



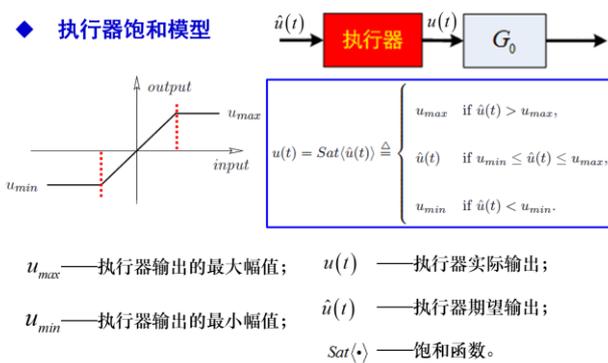
如果闭环带宽远大于开环模型的带宽，则 S_{uo} 将显著地放大参考信号和输出扰动中的高频成分。

对于实际的执行器，其能力都是有限的，存在幅值和变化速率的约束（分别称为饱和与转换速率限制）。如果忽视这些约束，可能带来严重的性能下降，甚至使系统失稳。

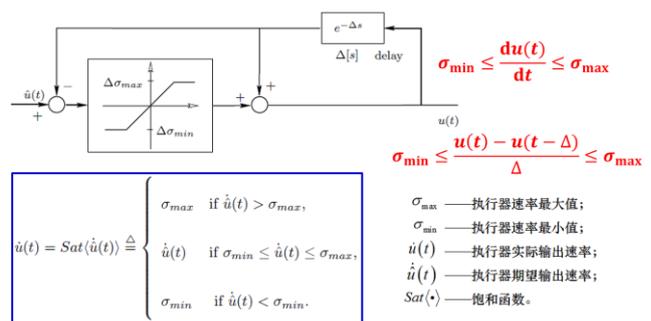
为了避免执行器**饱和或转换速率限制**引起的问题，通常有必要对**闭环带宽设置一个上界**！

2 执行器约束的描述方法

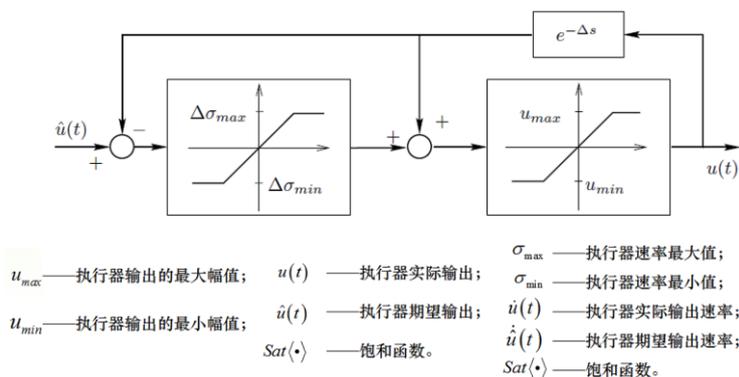
◆ 执行器饱和模型



◆ 执行器转换速率限制模型



◆ 执行器同时具有饱和与转换速率限制的模型



3 不稳定对象的局部稳定性

从控制的角度来说，具有自平衡特性的被控对象是稳定的被控对象，而不具有自平衡的被控对象就是不稳定的被控对象。对于不稳定的被控对象，Bode 积分约束对控制设计的影响更为突出。不稳定对象的控制系统都只是局部稳定的，这是由执行机构的限制造成的。

4 积分器的 Windup 问题

当执行器达到其约束边界而进入饱和后，在系统误差的作用下，积分器的输出不断累积，导致整个控制器的输出 \hat{u} 可能会累积到很大的值，但执行器由于处于饱和状态而无法响应。

积分器的累积值过大，必然会导致执行器退出饱和时间变长，而且控制器的输出 \hat{u} 回到饱和边界之内(线性范围)后，这一积分值作为初始条件，会导致很大的暂态响应，这一现象称为 **Windup**，会严重影响控制系统的性能，甚至使得系统失稳。

执行器约束的解决办法：

- (1) **保证执行器不会超出范围。**——对执行器要求过高，或导致性能不必要的下降。
- (2) **修改设计，应对约束。**(当执行器达到约束的边界时切断积分作用!)——对于一定程度(如 100%)的超出约束，可获得满意的效果。对于存在更严重的超出约束的情况，可能是由于针对指定的性能指标执行器选型不当。

二 Anti-Windup 设计

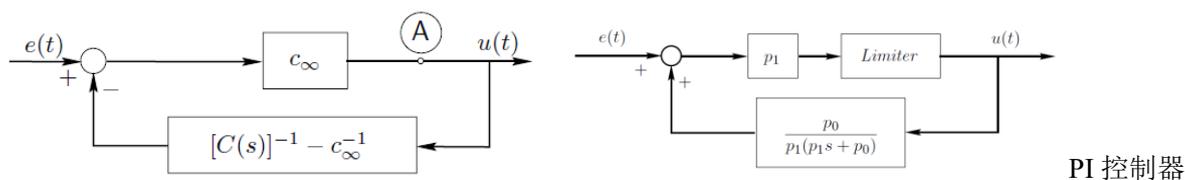
1 Anti-Windup 设计策略

1. 设计策略

- (1) 控制器的动态由对象的实际输入信号(执行器的实际输出)来驱动(误差直接驱动比例环节);
- (2) 由对象的实际输入信号驱动时，控制器的动态是稳定的。

2. 基本结构

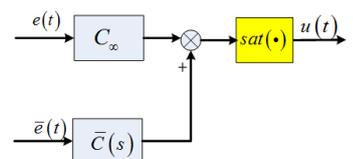
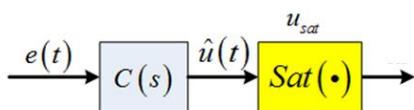
假设控制器是双正则的最小相位系统，将其分解为比例项和严格正则项： $C(S) = C_\infty + \bar{C}(S)$
(严格正则的最小相位控制器可通过适当添加远离虚轴的最小相位零点变为双正则的形式。)



PI 控制器

2 Anti-Windup 设计原理分析

考虑带有执行器饱和的控制器如下：



控制器的输入信号 $e(t)$ 过大可能会导致执行器饱和，Anti-Windup 的思想是基于控制器输入信号 $e(t)$ ，找到一个期望的控制器输入信号 $\bar{e}(t)$ ，使得期望误差信号驱动控制器不会超出实际控制量的限幅 u_{sat} 。

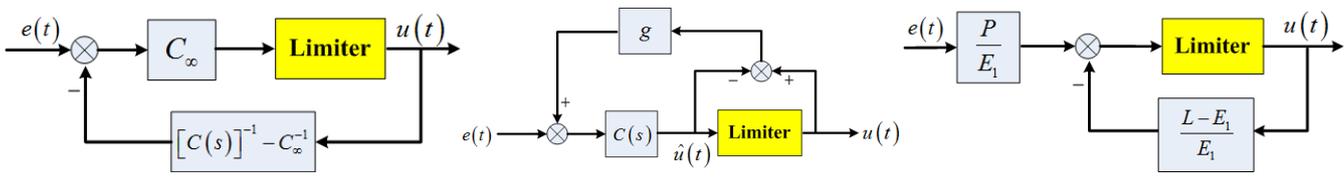
假设控制器是最小相位、双正则的，将其分解为比例项和严格正则项： $C(s) = C_\infty + \bar{C}(s)$

期望的控制量 $\hat{u} = \bar{C}\bar{e} + C_\infty e$ ，在执行器线性工作范围内，满足 $\bar{e}(t) = e(t)$ ；当执行器饱和时，由 $\bar{e}(t)$ 驱动控制器中的动态。期望的误差信号满足 $u(t) = sat(\hat{u}(t)) = \bar{C}\bar{e} + C_\infty \bar{e}$ ，解出 $\bar{e} = C_\infty^{-1}[Sat(\bar{C}\bar{e} + C_\infty e) - \bar{C}\bar{e}]$ 。



3 Anti-Windup 的多种实现形式 (了解)

(1) Anti-Windup 控制器基本结构 【适用条件：控制器双正则，最小相位】



(2) Anti-Windup 的其他形式——第一种 【g: 静态增益；控制器无双正则、最小相位需求】

(3) Anti-Windup 的其他形式——第二种 【无限制条件，适用于：非最小相位控制器、不稳定控制器、】

控制器 $C(s) = \frac{P(s)}{L(s)}$ ，其中 $L(s) = s^n + l_{n-1}s^{n-1} + \dots + l_0$ ， $P(s) = p_n s^n + p_{n-1}s^{n-1} + \dots + p_0$

闭环极点 $s = -\alpha_i, i = 1, \dots, N > n$

$E_1(s)$ 为 n 阶(与 $L(s)$ 的阶次相同)的首一的 Hurwitz 多项式: $E_1 = (s + \alpha_{m_1})(s + \alpha_{m_2}) \dots (s + \alpha_{m_n})$

从原理上讲, $E_1(s)$ 可选择为任意的 n 阶首一 Hurwitz 多项式, 但不同的选择会导致控制性能的差异。一种经验的选择方法是从闭环极点中选择 (n) 个最快的极点作为 $E_1(s)$ 的根, 大多数情况下可获得满意的性能。

第六章 伺服系统的设计

一 伺服系统的数学模型

伺服系统(servomechanism)又称随动系统, 是用来精确地跟随或复现某个过程的反馈控制系统。一般指位置跟踪系统。伺服系统设计时要满足跟踪精度的要求。被控对象均在做机械运动。

对伺服系统的基本要求有稳定性、精准性和快速响应性。

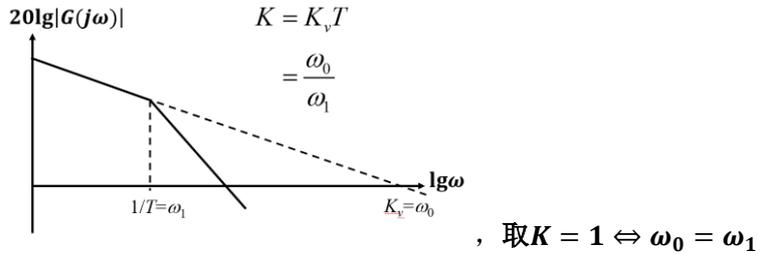
伺服系统的特点: 伺服系统的数学模型一定有积分环节。

系统的结构: 开环伺服系统、闭环伺服系统; 闭环伺服系统包括单回路伺服系统、多回路伺服系统。

二 I 型系统

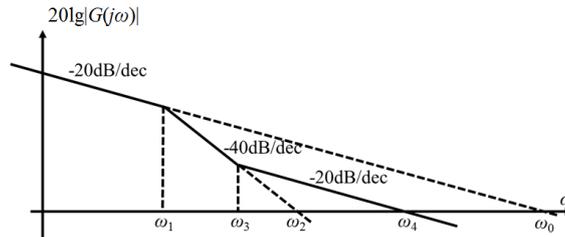
1 基本 I 型系统

指只有一个转折频率的 I 型系统, 其开环频率特性为 $G(s) = \frac{K_v}{s(Ts+1)}$



基本 I 型系统中只考虑了参数 K，带宽与参数 K 的大小无关，提高增益则必然导致带宽增大，而带宽由于鲁棒稳定性的考虑而受到限制。由于基本 I 型系统的增益较低，有些情况下不能满足跟踪精度要求。局限性：**带宽最大为 K_v ，低频增益受限!** 大部分 I 型系统都是属于改进 I 型系统。

2 改进 I 型系统



频率特性由三段构成：-20，-40，-20 (dB/dec)。优越性：**带宽与增益分开!**

同样的带宽下，可得到相对较高的增益，一般情况下可达到 $\omega_0 = 200 \sim 600 \text{ rad/s}$ 。

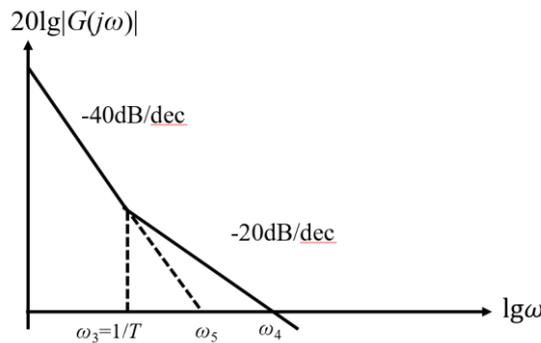
典型穿越频率：40-60 rad/s。有时可以做到：100 rad/s

系统的形式已确定，限制因素是明确的：带宽 ω_4 ：不确定性的限制；低频特性：性能限制。

设计问题：1、转折点 ω_1 、 ω_3 的确定；2、带宽 ω_4 的设计。

三 II 型系统（基本 II 型系统）

基本 II 型系统是指只有一个转折频率的系统。其开环频率特性为 $G(s) = K_a \frac{(Ts+1)}{s^2}$



$$K = K_a T^2 = \omega_4 T = \frac{\omega_4}{\omega_3}$$

基于稳定性和噪声两方面的分析，一般取： $1 \leq K \leq 2$

$$e(t) \approx \frac{\ddot{r}}{K_a} = \frac{\ddot{r}}{\omega_3 \omega_4}$$

基本 II 型系统应用场合：高精度、重载；高性能、低带宽（大型系统）。

由于一些重型设备的带宽受到限制，当精度要求高时需要选用 II 型系统。选型（I 型、II 型等）的真正依据是生产实际，视实际系统能做到的带宽而定。

四 伺服系统的校正

这些特性只代表了系统的低频数学模型，即只描述了系统 0dB 线以上部分的特性。实际系统在 0dB 以下的特性可能还是很复杂的。这里的设计思想是将系统各部件的动特性安排到 0dB 线以下。

就是将系统的带宽（穿越频率）设计在各部件动特性起作用的频段之前，然后按照前面给出的设计准则来进行设计。按照这样的设计思想，系统既容易设计，也容易进行调试。

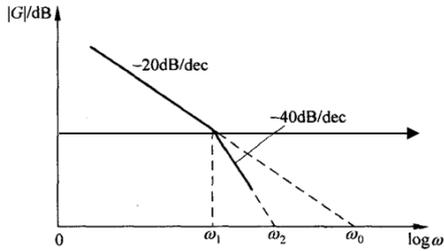


图 7-3 基本 I 型系统的特性

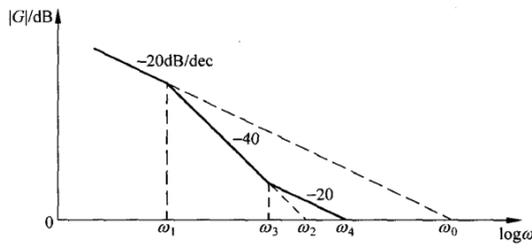


图 7-9 改进 I 型系统的特性

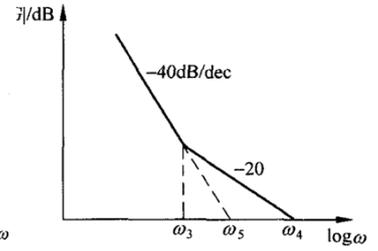


图 7-20 基本 II 型系统特性

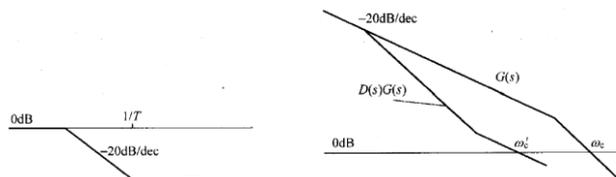
I 型和 II 型系统的特性是最基本的特性，实际系统一般需要通过校正才能具有这种期望特性。**校正的概念是伺服系统特有的。**设计时需要满足增益要求，但确定了系统增益，可能无法保证系统的稳定性。需要对系统的特性进行校正。

1 相位滞后校正——串联校正

$$D(s) = \frac{1 + Ts}{1 + \alpha Ts}, \quad \alpha > 1$$

(1) 利用它的高频衰减特性来压低系统的带宽；

被控对象的增益已满足设计要求，但带宽较宽。校正后，带宽降低，相位裕度也有相应提高。



(2) 在保持带宽不变的情况下提高系统的增益。

大信号输入条件下，由于元件饱和引起等效增益下降，系统就变为不稳定——条件稳定系统。

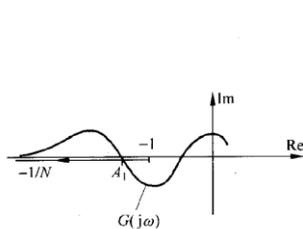


图 7-29 滞后校正导致条件稳定性

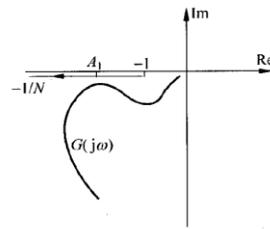
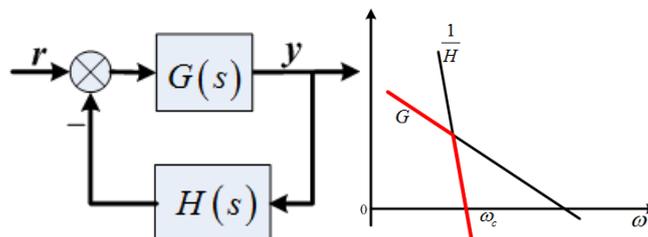


图 7-30 滞后校正影响大信号下的性能

2 反馈校正/并联校正

反馈校正可以取代系统局部结构。



$$T(s) = \frac{G}{1 + GH} = \begin{cases} \frac{1}{H}, & |GH| \gg 1, \text{ 即 } |G| \gg \left| \frac{1}{H} \right| \\ G, & |GH| \ll 1, \text{ 即 } |G| \ll \left| \frac{1}{H} \right| \end{cases}$$

反馈校正的作用：

- (1) 与相位滞后校正实质上相同，可压低系统带宽；
- (2) 反馈校正特性可降低对参数的敏感性，且不会受到负载的影响。
- (3) 位置反馈可以将积分环节变为惯性环节，改善系统的稳定性；
- (4) 位置反馈可以在保证惯性环节和振荡环节结构的前提下调整环节的参数；
- (5) 速度反馈可以在不改变前向环节结构的前提下调整环节的参数，如增加阻尼比，改善动态特性；
- (6) 采用反馈降低噪声的影响。

第七章 调节系统的设计

一 调节系统的特点及控制规律

1. 调节系统是将被调量（系统的输出量）保持在设定值上的控制系统。

2. 调节系统的特点：

- (1) 输出量保持某个设定值
- (2) 无跟踪误差的要求
- (3) 主要考虑稳定性和抑制扰动

3. 基本控制规律包括比例（P）、积分（I）、比例微分（PD）、比例-积分（PI）和比例积分微分（PID）控制规律。

4. PID 控制优点：

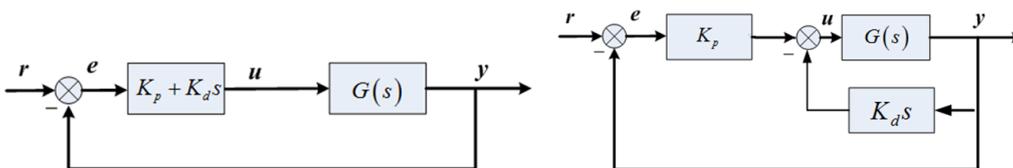
- (1) 原理简单，使用方便；
- (2) 适应性强，按 PID 控制规律进行工作的控制器早已商品化，即使目前最新式的过程控制计算机，其基本控制功能也仍然是 PID 控制；
- (3) 鲁棒性强，即其控制品质对被控制对象特性的变化不敏感。

5. 比例微分（PD）控制作用

比例控制时，为保证稳态误差和上升时间指标，系统阶跃响应有相当大的超调量和较强烈的振荡。

微分控制反映误差的变化率，只有当误差随时间变化时微分作用才会对系统起作用，而对无变化或缓慢变化的对象不起作用，因此微分控制在任何情况下都不能单独地与被控对象串联使用，而只能构成 PD 或 PID 控制。另外，微分控制有放大噪声信号的缺点。

$$\frac{K_D s}{\tau_D s + 1} \quad (\text{保证可实现性，降低高频噪声的影响。})$$



$r = \text{const}$ 时，两种结构等价。下面结构的优点是可避免控制作用 u 有大的波动。

6. 比例积分微分(PID)控制作用

PID 控制器是比例、积分、微分三种控制作用的叠加，又称为比例-微分-积分校正，其传递函数可表示为：

$$G_c(s) = K_p + \frac{K_I}{s} + K_D s$$

可改写为:

$$G_c(s) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_I s} + T_D s \right)$$

随着 K_p 值的增大, 系统响应速度增快, 稳态误差减小, 振荡增大, 当 K_p 增大到一定值时, 闭环系统会失去稳定性。将 K_p 值固定, 采用 PI 控制, 不同 T_I 值下的闭环系统阶跃响应。随着 T_I 值增大, 系统的振荡减弱。随着 T_D 值增大, 系统的响应速度降低, 系统的振荡也将减弱。

二 调节系统的类型

1 积分加一阶模型——一般按相角裕度设计

$$G(s) = \frac{K}{s(Ts + 1)}$$

2 一阶加时间滞后——滞后是典型问题

$$G(s) = \frac{K}{Ts + 1} e^{-\tau s}$$

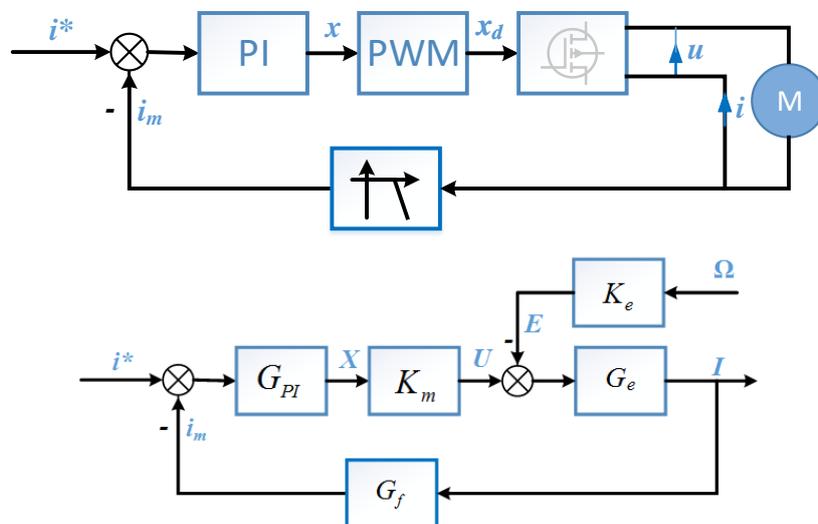
典型调节系统对象特性, 并非对象的真实特性, 主要是为了反映其设计特点。

三 PID 系统的设计

对于一阶加积分的对象, PID 设计包括: 采用 PD 控制以提供阻尼; 采用 PI 控制, 提高精度和相角裕度。

考虑的被控对象形式: $G(s) = \frac{K}{s(Ts+1)}$

1 电流回路整定 (例)



电流控制回路包括电流控制器、脉宽调制器(PWM)、MOSFET 桥式电路、直流电机、电流传感器和低通滤波器。

设计需要考虑的问题:

- (1) 被控对象类型
- (2) 控制问题是什么: 调节阻尼? 提高精度?

干扰：反电动势，会造成静差，引入积分控制；
 噪声：脉宽调制导致高频噪声，不采用微分控制；

(1) 被控对象类型

电枢等效传递函数: $G_e(s) = \frac{1}{L_a s + R_e}$

调制频率很高：
20KHz

低通滤波器传递函数: $G_f(s) = \frac{1}{(T_f s + 1)^2}$

调制器及MOSFET电路: $G_2(s) = K_m$

$G(s) = K_m G_e G_f = \frac{K_m}{L_a s + R_e} \cdot \frac{1}{(T_f s + 1)^2}$, $T_f = 20\mu s$, $\frac{L_a}{R_a} = 3.5ms$

$G(s) = \frac{K_m}{L_a s + R_e} \cdot \frac{1}{(T_f s + 1)^2} \approx \frac{K_g}{s(T_g s + 1)}$, $T_g = 2T_f = 40\mu s$, $K_g = \frac{K_m}{L_a} = 1.3 \times 10^4 rad/s$

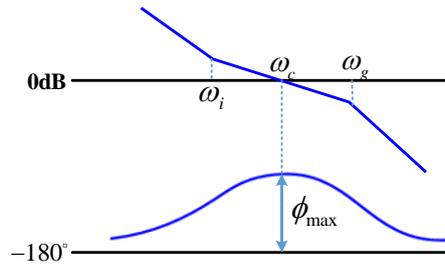
(2) 控制器

保证精度：PI 控制器，需保证相角裕度。 $G_{PI}(s) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s}\right)$

设计任务：确定参数 K_p 和 ω_i 。

$G_{PI}(s)G(s) = \frac{K_p K_g \omega_g (s + \omega_i)}{s^2 (s + \omega_g)}$, $K_p = \frac{\omega_c}{K_g}$

由于被控对象的时间常数 T_g 较小，可以将其所对应的转折频率安排在穿越频率 ω_c 之外。



对称转折频率可获得最大相角裕度 $\frac{\omega_g}{\omega_c} = \frac{\omega_c}{\omega_i}$, $\omega_c = \frac{\omega_g}{\sqrt{\alpha}}$, $\omega_i = \frac{\omega_g}{\alpha}$, $K_p = \frac{\omega_c}{K_g}$

四 过程控制系统的设计

过程控制系统通常指对温度、压力、流量、液位等工艺参数进行控制的控制系统。

$G(s) = \frac{K}{Ts + 1} e^{-\tau s}$

1 过程控制的对象特性（例：电炉加热器）

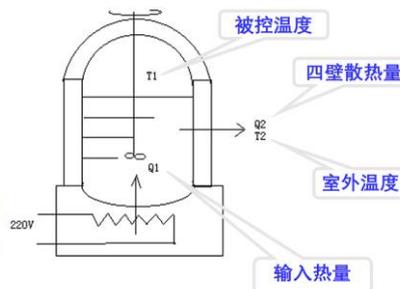
目标：容器内水的温度保持为 T_1

T_1 ：输出量

Q_1 ：输入量

Q_2 ：向四周散热量

当 $Q_1 = Q_2$ 时，水从电炉得到的热量与散发的热量相等，容器内水的温度 T_1 不变。



热量存储的变化率为

$Q_1 - Q_2 = C \frac{dT_1}{dt} = GC_p \frac{dT_1}{dt}$

G —加热器内水总重量

C_p —水的定压比热容

C —热容 (表示 T_1 升高单位温度所需的热量), $C = GC_p$

容器内被加热的水不断地通过保温材料向四周空气散发热量，这个热量可表示为

$Q_2 = KA(T_1 - T_2)$

K —传热系数; A —表面积; T_2 —周围空气温度。

保温材料向四周散发热量是有阻力的，这个阻力称热阻，用 R 表示。保温材料传热系数越大，则热阻越小，散热面积越大，则热阻越小：

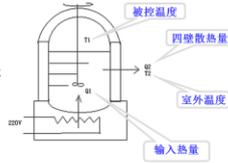
$$R = \frac{1}{KA}$$

取增量形式，有

$$RC \frac{d\Delta T_1}{dt} + \Delta T_1 = R\Delta Q_1 + \Delta T_2$$

如果周围空气的温度不变，即 $\Delta T_2 = 0$ ，则：

$$RC \frac{d\Delta T_1}{dt} + \Delta T_1 = R\Delta Q_1$$



写成更一般形式，有

$$T \frac{d\Delta T_1}{dt} + \Delta T_1 = K\Delta Q_1$$

由此，有

$$G(s) = \frac{T_1(s)}{Q_1(s)} = \frac{R}{RCs + 1} = \frac{K}{Ts + 1}$$

考虑到测温过程的延迟，可得被控对象为：

$$G(s) = \frac{K}{Ts + 1} e^{-\tau s}$$

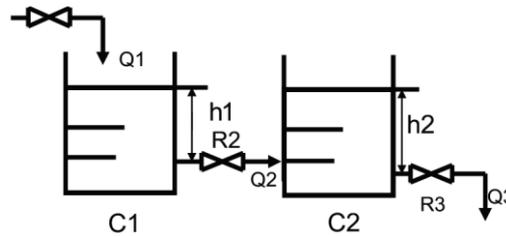
T —对象的时间常数， $T=RC$

K —对象的放大系数， $K=R$



2 多级水位过程控制

(单容水槽控制与电炉加热器相似，自己简单推导)



多容对象的特点是：当受到扰动后，被控参数 h_2 的变化速度不是一开始就变化，而是要经历一段滞后的时间，称容积滞后。产生容积滞后的原因主要是两个容积之间存在阻力。容量滞后的时间用 τ_e 表示。如果对象的容量愈大，则容量滞后的时间也愈大。

存在容积滞后 τ_e 和传输滞后 τ_0 —— $\tau = \tau_0 + \tau_e$

容积滞后：由于多了容积使响应特性滞后。

传输滞后：被测量的量需要一段时间后才能准确获得。

3 过程控制的设计特点

调节系统的控制规律是 PID，但对过程控制系统而言，又有其特有的设计考虑：

(1) 微分增加阻尼的效果不显著（由于对象的滞后特性）

过程控制系统中若采用比例微分控制，应该用其幅频特性增加比较平缓的频段。

$$D(s) = \frac{1 + T_D s}{1 + \tau_D s}$$

$$0.1T_D \leq \tau_D \leq 0.2T_D$$

$$\frac{1}{T_D} > \omega_c$$

(2) 增益低、带宽窄导致静差大——引入积分

由于滞后环节的存在，系统的增益和带宽都比较小，要减少或消除静差就得在控制规律中加积分环节来提高其低频段增益，所以调节规律中都要加积分项。

微分项的转折频率大于带宽，因此系统在带宽以内的频率特性主要由 PI 决定，为使积分引起的相位滞后不影响系统的稳定性，-20dB/dec 的积分特性应在到达带宽前衰减掉。

$$\frac{1}{T_I} = \left(\frac{1}{2} \sim \frac{1}{4}\right) \omega_c$$

4 过程控制系统的整定

根据系统中被控过程的动态特性，确定调节器中的各可调整参数，使系统的工作性能达到要求（如稳定性、某项指标最优）。PID 已成为调节系统的通用形式和标准设计，PID 三个参数的选择称为整定。

$$K_P = ?$$

$$\omega_c = ?$$

$$\frac{1}{T_I} = \left(\frac{1}{2} \sim \frac{1}{4} \right) \omega_c$$

$$\frac{1}{T_D} > \omega_c$$

整定方法:

(1) 理论计算整定

基于数学模型 (传递函数、频率特性), 按性能指标进行计算, 得到整定参数。

(2) 工程整定

根据响应曲线、特征参数, 按工程经验数据或经验公式得到整定参数。

整定方法——临界比例度法

调节规律	K_P	T_I	T_D
P	$0.5K_{pc}$	∞	0
PI	$0.45K_{pc}$	$0.83T_c$	0
PID	$0.6K_{pc}$	$0.5T_c$	$0.125T_c$

K_{pc} ——临界增益; $T_c=2\pi/\omega_{cr}$

(3) 直接经验调整

参照性能指标, 按实际运行曲线进行调整。

过程控制调节系统的整定: 要求微分项的转折频率大于带宽; 带宽以内的特性主要由 PI 决定, 积分项的转折频率应为穿越频率的 1/2~1/4; 适宜采用幅值裕度衡量系统的相对稳定性; 穿越频率处特性由 P 决定, 控制参数整定时可采用临界比例度法; 可以实现参数自整定。

第八章 多回路系统的设计

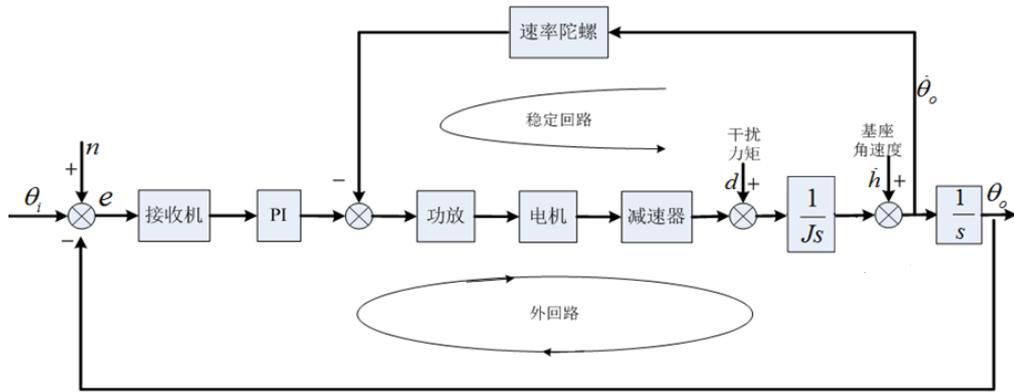
单回路系统设计的局限性:

- (1) 矛盾一: 系统中噪声大, 输入信号的频谱不宽: 要求系统的带宽要窄, 但带宽变窄, 干扰抑制的效果变差; (伺服系统)
- (2) 矛盾二: 干扰的频谱宽, 干扰量大: 即使做到了最大带宽, 仍有可能满足不了要求; (过程控制系统)
- (3) 矛盾三: 要求系统的频率响应较宽: 系统的带宽却做不到。(伺服系统)

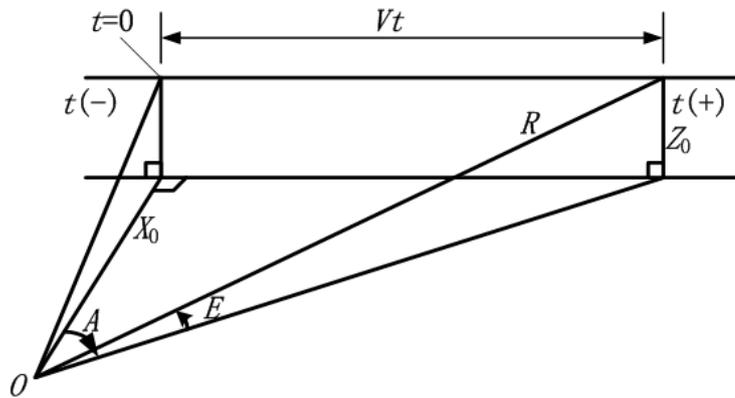
一 多回路系统

针对单回路系统的局限性, 引入**辅助回路**来抑制干扰或改善性能, 从而构成多回路系统。

- (1) 用快速 (内) 回路来抑制扰动
- (2) 主回路是窄带宽的: 抑制噪声或满足稳定性限制约束



1 舰用雷达跟踪系统（例）



系统设计存在的困难:

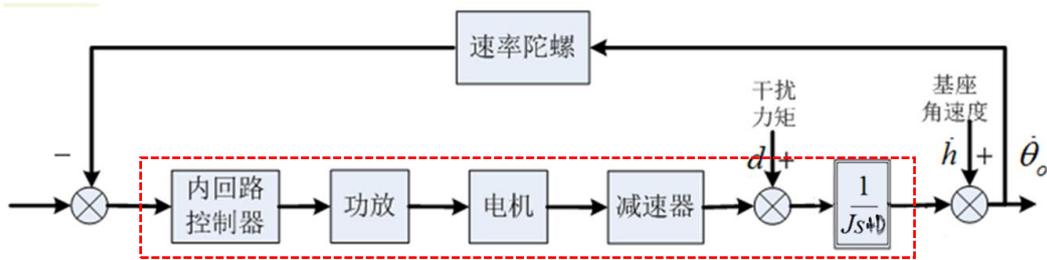
- 舰船的摇摆 (ω_k) 是一个很大的干扰
 - 风载力矩干扰
 - 噪声条件下实现目标的跟踪
- 元部件的选择:
- 驱动元件: 电机+减速器
 - 测量元件: 速率陀螺——惯性角速度测量
雷达接收机——角位置误差

设计指标:

需要跟踪的目标飞行速度 600m/s, 作用距离 4-32km, 高低角跟踪的均方根误差应该小于 0.3×10^{-3} rad.

1. 内回路设计

内回路的任务——抑制干扰 → 内回路带宽要宽!



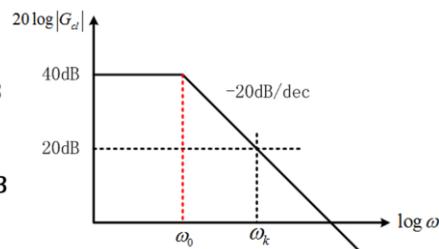
内回路的开环传递函数: $K_{in}G(s)$

扰动响应: $\frac{\theta_o}{h} = \frac{1}{1+K_{in}G(s)}$ ($\frac{h}{\theta_o}$ 称为隔离度)

设 $K_{in} = 100$

$$\omega < \omega_0 \quad \frac{h}{\theta_o} = 40\text{dB}$$

$$\omega = \omega_k \quad \frac{h}{\theta_o} = 20\text{dB}$$



内回路设计时增益要高, 为抑制干扰, 内回路的带宽也要尽可能地宽。带宽拓展受到对象不确定性的限制, 也不可能做得太高, 一般要求满足 $\omega_{ni} \geq 5\omega_{no}$

内外回路的带宽互相错开, 使得两个回路不致互相关干扰, 可以分开设计, 也便于调试。

2.外回路设计

需要跟踪的目标飞行速度 600m/s，作用距离 4-32km，跟踪的均方根误差应该小于 $0.3 \times 10^{-3} \text{rad}$ 。

外回路系统特性分析

- (1) 外回路输入信号包括两个信号：噪声和跟踪指令；
- (2) 系统型别分析：稳定回路（内回路）可以等效为 K_3 ；采用 PI 控制，外回路可以看做一个典型的 II 型系统；
- (3) 跟踪误差来源分析：II 型系统，当跟踪加速度信号时，输出产生误差。
(分析典型的输入信号，根据误差系数确定外回路开环增益或自然频率。)

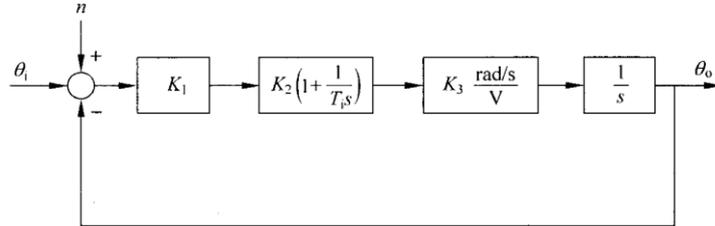


图 10-2 跟踪系统的低频模型

(a) 典型输入信号分析

$$\text{高低角: } E = \arctan \frac{\frac{z_0}{x_0}}{\sqrt{1 + (\frac{Vt}{x_0})^2}}, \quad \frac{dE}{dt} = -\frac{V}{R} \cdot \sin A \cdot \sin E, \quad \frac{d^2E}{dt^2} = -\frac{V^2}{R^2} \tan E (1 - \sin^2 A (1 + \cos^2 E))$$

(方位角设计步骤相同)

假设 $E \leq 45^\circ$ ，则当 $A=0^\circ$ ， $E=45^\circ$ 时，有

$$\ddot{E}_{\max} = \left| -\frac{V^2}{R_{\min}^2} \right| = \frac{600^2}{(4 \times 10^3)^2} = 2.25 \times 10^{-2} \text{rad/s}^2$$

(基本二阶系统，动态误差系数法，对输入的二阶导数有偏差)

(b) 确定外回路的被控对象--II 型系统

$$G(s) = \frac{K_a(1 + s/\omega_3)}{s^2}$$

(c) 确定带宽

系统增益: $K_a = \omega_n^2 = K_1 K_2 K_3 / T_i$

跟踪误差: $e(t) = \frac{1}{K_a} \cdot \ddot{E} = \frac{1}{\omega_n^2} \cdot \ddot{E}$

$$\ddot{E}_{\max} = 2.25 \times 10^{-2} \text{rad/s}^2$$

$$e_{\max} = 0.3 \times 10^{-3} \text{ rad} \Rightarrow \omega_n^2 \geq \frac{\ddot{E}_{\max}}{e_{\max}} = 75/\text{s}^2$$

系统增益: $K_a = \omega_n^2 = K_1 K_2 K_3 / T_i$

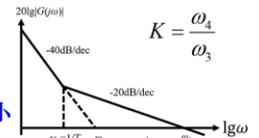
$$\omega_n = 10 \text{rad/s}$$

考虑噪声的影响: $K=1$ 时等效噪声带宽最小

$$\omega_3 = \omega_c = \omega_n = 10 \text{rad/s}$$

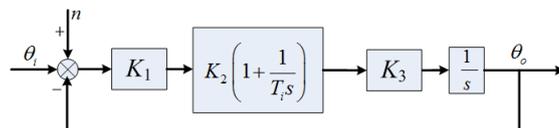
再考虑 K_a ，由此可以求出 T_i 、 K_2 ，从而确定外回路 PI 控制器的参数。

$$K_2 \left(1 + \frac{1}{T_i s} \right)$$



基本II型系统

(d) 噪声



系统的噪声主要是雷达接收系统的热噪声，这种噪声可以看作是白噪声，接收机的均方噪声输出与斜距 R 的四次方成正比，噪声的谱密度为 $\phi(\omega) = K_N^2 = 4 \times 10^{-15} R^4 / R_0^4$

R ——目标的实际斜距，km， $R_0=1\text{km}$ 。

噪声误差: $\sigma_n^2 = 2K_N^2 \omega_{bN} = 8 \times 10^{-15} R^4 \cdot \omega_{bN}$

ω_{bN} ——系统的等效噪声带宽，与 ω_n 有关。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_n^2 &= 2K_N^2 \omega_{bN} = 8 \times 10^{-15} R^4 \cdot \omega_{bN} \\ \omega_{bN} &= 1.5\pi \omega_n \end{aligned} \right\} \Rightarrow \sigma_n = 6.13 \times 10^{-7} R^2$$

- $R = 4\text{km}, \sigma_n = 0.01 \times 10^{-3} \text{rad}$
- $R = 8\text{km}, \sigma_n = 0.04 \times 10^{-3} \text{rad}$
- $R = 16\text{km}, \sigma_n = 0.16 \times 10^{-3} \text{rad}$
- $R = 24\text{km}, \sigma_n = 0.35 \times 10^{-3} \text{rad}$
- $R = 32\text{km}, \sigma_n = 0.63 \times 10^{-3} \text{rad}$

设计指标:
作用距离4-32km, 高低角跟踪的均方根误差应该小于 $0.3 \times 10^{-3} \text{rad}$ 。

$$\sigma_t = \sqrt{\sigma_n^2 + \sigma_r^2}$$

带宽过宽导致噪声误差随着斜距的增加而增大, 为此应保证跟踪误差的条件下, 减小带宽。

$$\sigma_t = \sqrt{\sigma_n^2 + \sigma_r^2}$$

$$\frac{d^2 E}{dr^2} = -\frac{V^2}{R^2} \tan E (1 - \sin^2 A (1 + \cos^2 E)) \quad \omega_n^2 \geq \frac{\ddot{E}_{\max}}{e_{\max}}$$

$$\ddot{E}_{\max} = \left| -\frac{V^2}{R_{\min}^2} \right| = 2.25 \times 10^{-2} \text{rad/s}^2$$

变增益控制: 同时调整 K_2 和 T_f , 以保证系统的阻尼比不变 ($K=1$)。

设计思想: 在跟踪误差和噪声误差之间进行折中。可以进行最优折中。

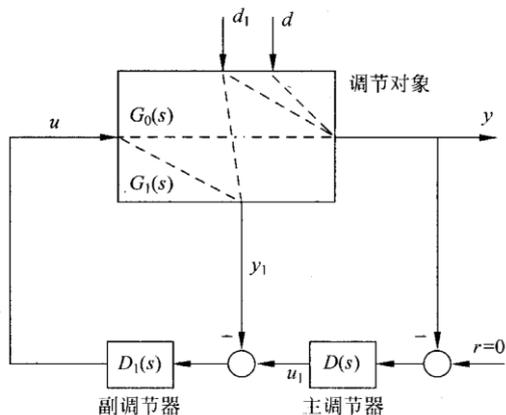
斜距	固定增益(10^{-3}rad)			变增益(10^{-3}rad)			
	σ_r	σ_n	σ_t	ω_n	σ_r	σ_n	σ_t
4km	0.225	0.01	0.225	10	0.225	0.01	0.225
8km	0.056	0.04	0.069	10	0.056	0.04	0.069
16km	0.014	0.16	0.16	5	0.056	0.09	0.11
24km	0.006	0.35	0.35	2.5	0.1	0.14	0.17
32km	0.003	0.63	0.63	1.4	0.175	0.19	0.26

实际上就是随着 R 的变化, 实时改动设计的带宽, 使得跟踪误差和噪声误差之和最小, 在一定范围内, 达到满意的效果。

对于多回路系统, 总结:

- 以宽带内回路抑制干扰;
- 以窄带外回路保证精度;
- 调试时先调试内回路, 再调试外回路;
- 调试外回路时, 将内回路当做一个比例环节;
- 每个回路都可以按照单回路进行设计。

二 串级调节系统



- ◆ 过程控制中的多回路控制
- ◆ 过程控制中的大滞后对象
- ◆ 辅助变量能够保证比较快地反映扰动和控制作用 ($G_1(s)$ 滞后小)
- ◆ 利用辅助变量构成调节系统, 镇定辅助变量
- ◆ 内外环带宽错开
- ◆ 主调节器的输出作为副调节器的设定值

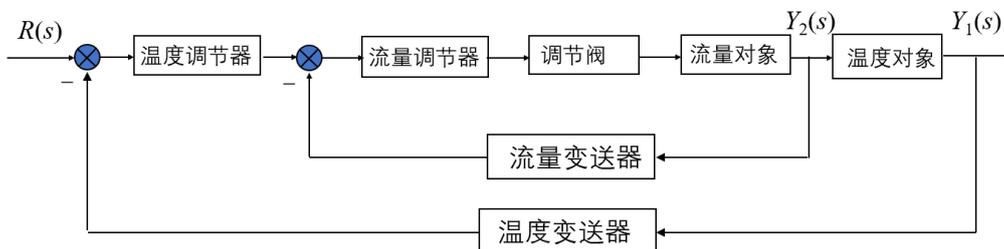
串级调节的特点:

- (1) 对象的主要扰动在输入端
- (2) 串级调节对于辅助变量之后的扰动无作用

整个系统包括两个控制回路: 主回路和副回路。副回路由副变量检测变送、副调节器、调节阀和副过程构成; 主回路由主变量检测变送、主调节器、副调节器、调节阀、副过程和主过程构成。

一次扰动: 作用在主被控过程上, 不包括在副回路范围内的扰动。

二次扰动: 作用在副被控过程上, 即包括在副回路范围内的扰动。



主参数（主被控变量 y_1 ）：生产工艺过程中主要控制的工艺指标；在串级调节系统中起主导作用的那个被调参数即为主参数，如氧化炉反应温度。
副参数（副被控变量 y_2 ）：影响主参数的主要变量和中间变量（如后面例子中的氨气流量）。
主被控对象（温度对象）：为生产中所要控制的，由主参数表征其主要特性的工艺生产设备（如氧化炉）；一般指副参数检测点到主参数检测点的全部工艺设备。
副被控对象（流量对象）：调节阀到副参数测量点之间的工艺设备。
主调节器（温度调节器）：在系统中起主导作用，为恒定主参数设置的调节器；主调节器按主参数与给定值的偏差而动作，其输出作为副参数的给定值。
副调节器（流量调节器）：给定值由主调节器的输出所决定，输出直接控制阀门。

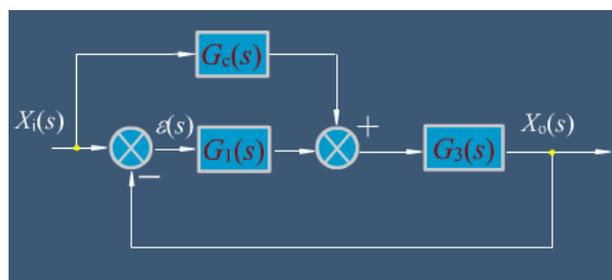
副回路具有先调、粗调、快调的特点；
 主回路具有后调、细调、慢调的特点，对副回路没有完全克服掉的干扰影响能较为彻底地加以消除。
 由于主、副回路相互配合、相互补充，使控制质量显著提高。

三 复合控制系统

利用串联和并联校正一定程度上可以改善系统的性能。对于实际的控制系统，受外部扰动、噪声、传感器精度等因素的影响，偏差是不可避免的。对于稳态精度要求很高的控制系统，为了减少误差，通常用提高系统的开环增益或提高系统的型别来解决，但做往往会导致系统稳定性变差，甚至使系统不稳定。

为解决这个矛盾，常把开环控制与闭环控制结合起来，组成复合控制。这种复合控制有两个通道，一个是顺馈补偿通道，是开环控制；另一个是主控制通道，是闭环控制。系统的输出量不仅由误差值所确定，而且还与补偿信号有关，后者的输出作用，可补偿原来的误差。

复合控制系统结构框图



系统按偏差 $\varepsilon(t)$ 控制时的闭环传递函数为 $\Phi(s) = \frac{G_1(s)G_3(s)}{1+G_1(s)G_3(s)}$

在加入顺馈补偿通道后，复合控制系统的传递函数 $\Phi(s) = \frac{X_o(s)}{X_i(s)} = \frac{[G_1(s)+G_c(s)]G_3(s)}{1+G_1(s)G_3(s)}$

复合校正后的系统特征多项式与未校正的闭环系统的特征多项式是完全一致的，因此，系统虽然增加了补偿通道，但其稳定性不受影响。

分析稳态精度和快速性方面的影响。系统的偏差传递函数推导如下： $\Phi_e(s) = \frac{\varepsilon(s)}{X_i(s)} = \frac{1-G_c(s)G_3(s)}{1+G_1(s)G_3(s)}$

当 $G_c(s) = \frac{1}{G_3(s)}$ 时， $\varepsilon(s) = 0$ 。

采用复合校正既能消除稳态误差，又能保证系统动态性能！

在工程实际中要完全满足条件 $G_c(s) = \frac{1}{G_3(s)}$ 往往很困难，因为它意味着系统要以极大的速度运动，需要极大的功率。

因此，通常采用部分顺馈的办法来补偿，即 $G_c(s) \approx \frac{1}{G_3(s)}$

第九章 综合知识点和习题

一 综合知识点

1. 顺馈在本课程中的作用

(1) 控制器设计方法：顺馈和前置滤波

可测量的干扰可以得到明确补偿，从而放宽权衡约束之一，并使设计更具灵活性。

干扰前馈

前置滤波



(2) 顺馈对消除误差的作用

(a) 顺馈环节可用来减小原理性误差（静态和动态），但对非线性因素引起的附加性误差无效；因为它的输入只包含指令信息，而没有反馈信息，是一种开环控制方式；

(b) 顺馈环节应用时，在输入指令各阶导数不可用的情况下，必须考虑它的物理可实现性；可以通过附加极点的方式来近似实现；

(c) 顺馈环节的结构和参数依赖于被控对象的精确模型，对被控对象的结构和参数摄动等不确定性不具有鲁棒性。因此对于不确定性较大的系统，使用时要慎重。

(3) 顺馈可以减小扰动产生的误差

(4) 顺馈可以拓展系统的带宽

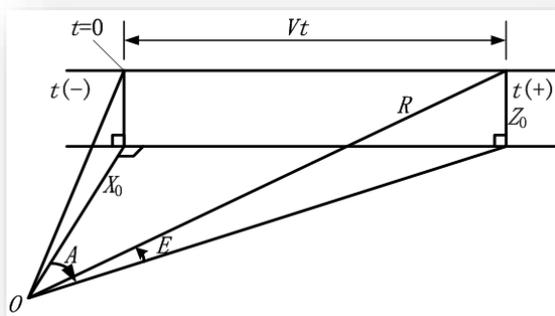
(5) 在复合控制系统中，顺馈补偿通道作开环控制，产生补偿信号，补偿原来的误差，改善系统的性能。

2. 跟踪直线飞行目标时间伺服系统

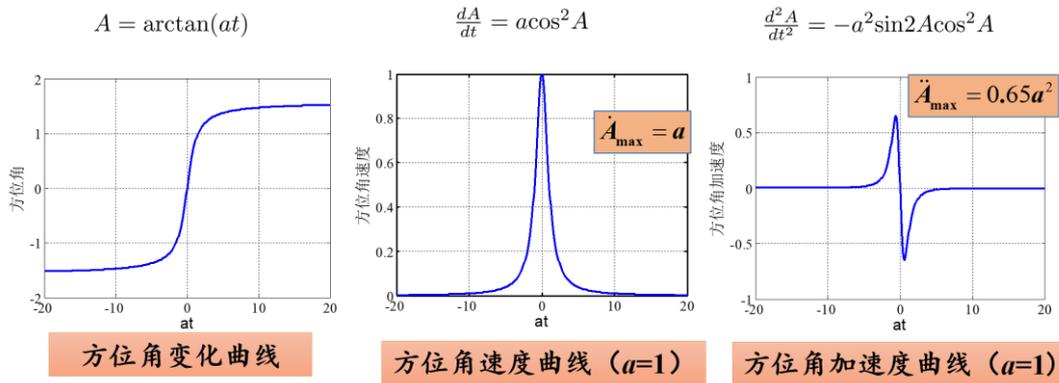
(1) 输入分析

假设目标做等高、等速直线飞行。分析跟踪系统的方位角和俯仰角的变化规律

(a) 工作原理分析（雷达、激光武器）



(b) 输入信号特性分析

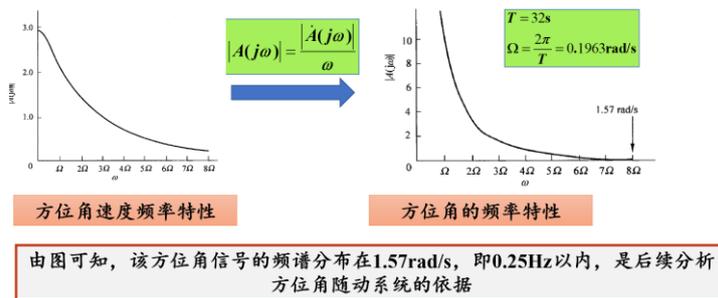


(c) 部件选择

驱动电机的额定速度和力矩；

传感器的量程和其它参数（如最大速度）等。

(d) 频谱分析（傅里叶变换） 取 a=0.5 仿真计算



方位角典型输入信号的带宽为 1.57rad/s, 0.25Hz。

可以确定执行器和传感器的带宽；用于被控对象的模型化简；用于确定闭环系统的带宽。

(2) 计算随动系统的跟踪误差

设该系统初步设计后，开环传递函数 $G_k(s) = \frac{K Ts+1}{s \alpha Ts+1}$ ，式中，K=500，T=0.025， $\alpha T=0.15$ ，a=V/X0=0.5。

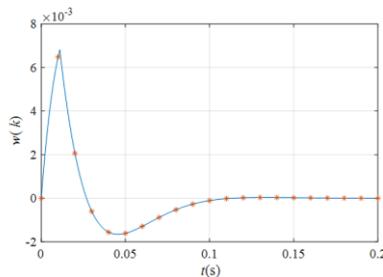
(a) 卷积法

假设以 $\dot{r}(t)$ 作为输入。首先求解从 $\dot{r}(t)$ 到 $e(t)$ 的脉冲响应（利用 MATLAB 中相关的函数计算）。

$\Delta t = 0.01s$
 当 $N=16$ ，即 $t \geq 0.16s$ 时脉冲响应为零。

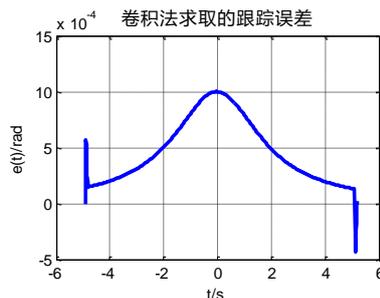
$$w(k) = 0, k \leq 0, \text{ or } k \geq N$$

$$x(k) = \sum_{n=k-N}^k w(k-n)u(n)$$



计算 $\dot{r}(t)$ 和 $w(k)$ 的卷积，N=16。

卷积法可以计算包含瞬态误差在内的跟踪误差，该图曲线包含位置阶跃作用下的瞬态误差。



(b) 动态误差系数法、低频模型法等。

(3) 改进 I 型系统设计

(a) Step 1: 设计指标确认

飞行目标: 等速等高直线飞行的飞机, 飞行速度 $V=250\text{m/s}$, 最短飞行距离 $X_0=500\text{m}$;

跟踪精度: 方位角, 跟踪误差 $<0.001\text{rad}$ 。

精度要求较高, 但功率小 (22W), 所以要求结构尽量简单。

(b) 输入信号分析

(c) 部件选择

(d) 跟踪精度分析

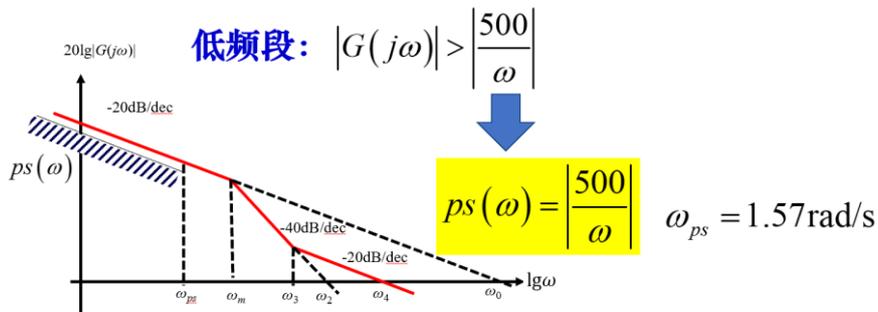
伺服系统对象模型 \rightarrow I 型系统, 根据跟踪指标要求确定系统的低频增益!

$$e(t) = \frac{1}{\omega_0} \dot{\theta}(t) \xrightarrow[\text{I型系统}]{\dot{\theta}_{\max}} e_{\max} = \frac{\dot{\theta}_{\max}}{\omega_0} \Rightarrow \omega_0 \geq \frac{\dot{\theta}_{\max}}{e_{\max}}$$

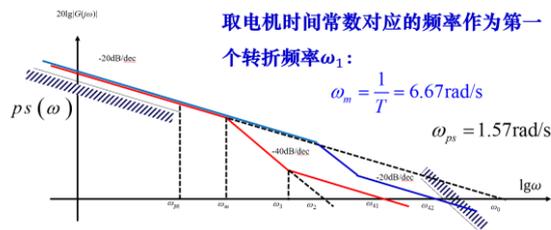
$$a = 0.5, e_{\max} = 0.001\text{rad} \Rightarrow \omega_0 \geq 500\text{rad/s}$$

(e) 性能界函数的确定

$\omega_0 \geq 500\text{rad/s}$, 方位角输入指令的频谱宽度为 1.57rad/s



(f) 转折频率的确定



确定增益参数后, 如无校正, 系统将以 -40dB/dec 的斜率穿越 0dB 线, 这是一种典型的欠阻尼特性。增加超前校正, 引入第二个转折频率, 系统变为改进 I 型系统! 第二个转折点与穿越频率的确定受鲁棒稳定性限制。穿越频率已经接近 100rad/s , 最终的设计需要用实验进行验证。

(4) 多回路系统设计 (见第八章)