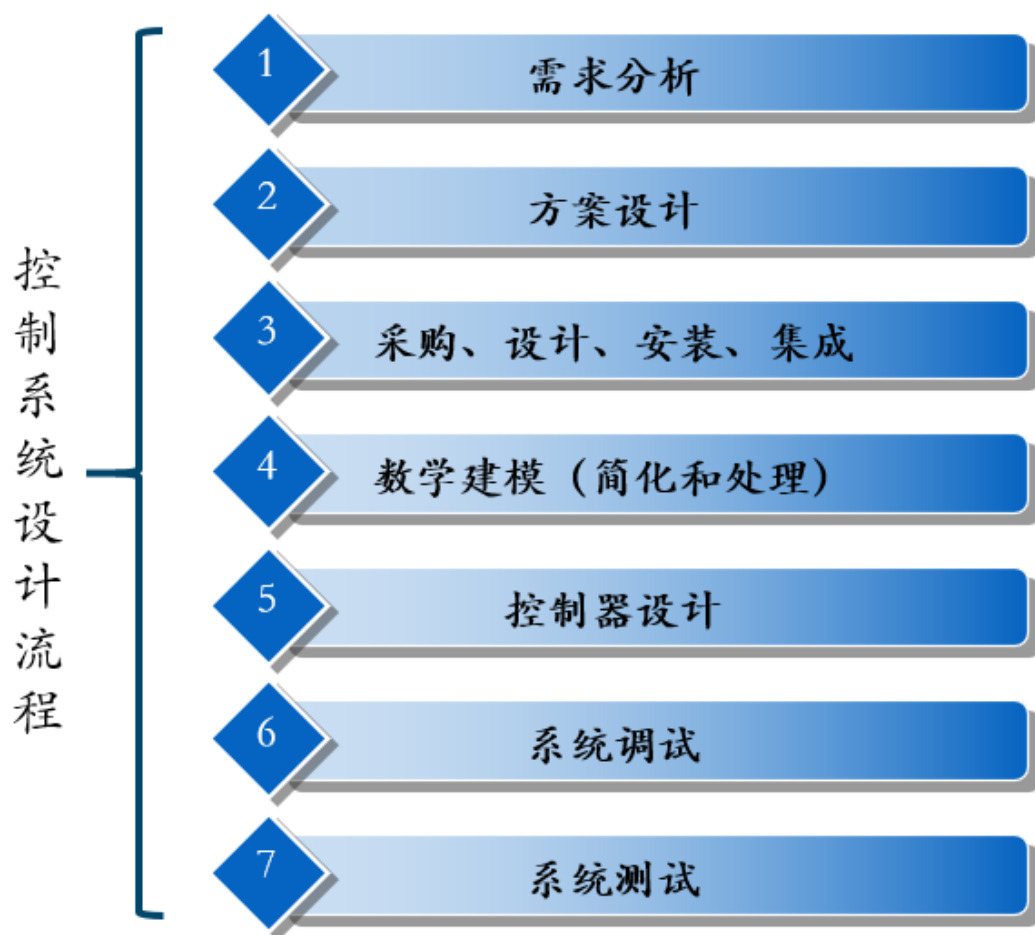


◆ 课程内容

- 第1章 绪论
- 第2章 控制系统的设计流程
- 第3章 控制系统的输入条件分析
- 第4章 控制系统的设计约束
- 第5章 Anti-Windup设计
- 第6章 伺服系统的设计
- 第7章 调节系统的设计
- 第8章 多回路系统的设计

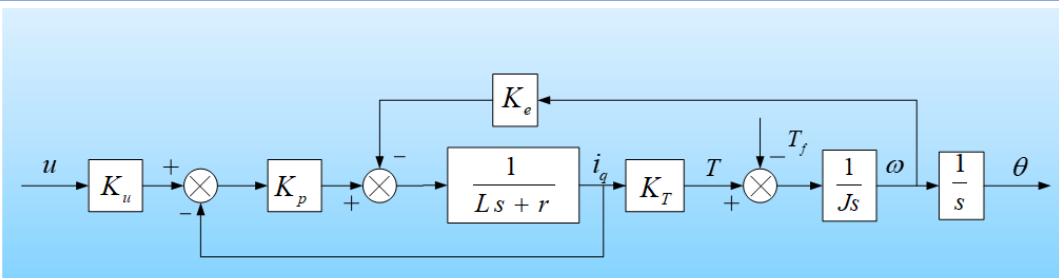


力矩电机直接驱动，则驱动电机的体积和功率需要很大。一般在机械结构设计中，采用间接驱动形式，引入减速比很大的减速器。

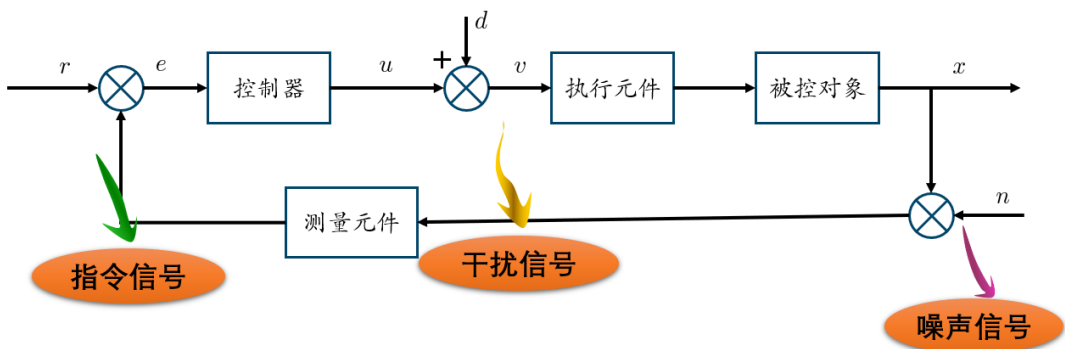
- 负载和台体大转动惯量的影响
- 机械加工精度产生齿隙传动误差

➤ 矢量控制

通过控制电流空间矢量在转子坐标系中的交轴分量对转矩控制，保持直轴分量为零，以最小的电流幅值实现最大的输出转矩。



永磁同步电机数学模型



为保证控制系统的性能，在进行控制系统设计之前，必须明确期望的输出性能和输入条件。



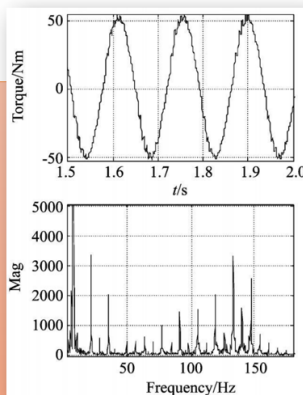
3.1.1 输入信号的分析



输入信号分析的意义

- 1 基于典型的输入信号分析，可以指导元部件选型；
- 2 基于典型的输入信号分析，可以对模型进行简化；
- 3 基于典型的输入信号分析，可以确定带宽和频响指标；
- 4 通过对输入和输出信号的频谱分析测得系统的频率特性；
- 5 可以用于选取典型的测试信号；
- 6 分析信号中各种特殊的频率成分（如谐振频率，波动力矩，间隙等）。

输入信号分析的一个重要内容就是
频率特性分析！





3.1.1 输入信号的分析

□ 典型信号的频谱特性---理想脉冲信号

$$\begin{cases} \delta(t) = 0, t \neq 0 \\ \int_{-\infty}^t \delta(\tau) d\tau = 1(t) \end{cases} \delta_\lambda(t) = \frac{\lambda}{\pi(1 + \lambda^2 t^2)}, \lambda \rightarrow \infty$$

理想脉冲傅里叶变换

$$F_\lambda(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \delta_\lambda(t) e^{-j\omega t} dt = e^{-|\omega|/\lambda}$$

$$\lim_{\lambda \rightarrow \infty} F_\lambda(j\omega) = 1$$

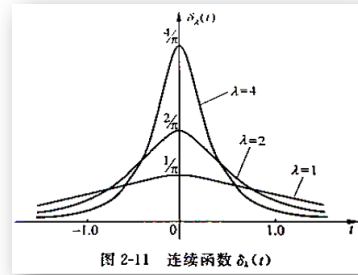


图 2-11 连续函数 $\delta_\lambda(t)$

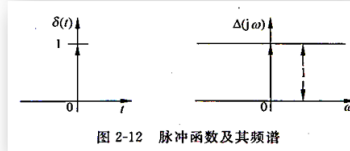


图 2-12 脉冲函数及其频谱

由理想脉冲信号作用下的系统输出可获得系统的频率特性。



3.1.1 输入信号的分析

□ 典型信号的频谱特性---阶跃信号

$$1(t) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} f_\varepsilon(t)$$

$$f_\varepsilon(t) = \begin{cases} e^{-\varepsilon t}, t > 0 \\ 0, t < 0 \end{cases}$$

阶跃信号的频谱特性:

$$F(j\omega) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} F_\varepsilon(j\omega)$$

$$= \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{1}{j\omega + \varepsilon} = \pi\delta(\omega) + \frac{1}{j\omega}$$

由频谱特性可知，阶跃信号只能用于测量系统的低频模型！

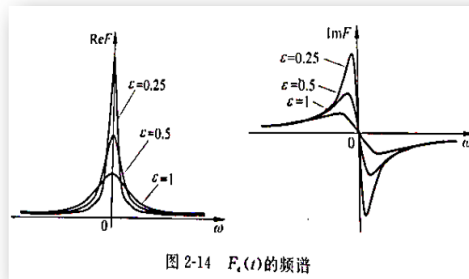


图 2-14 $F_\varepsilon(t)$ 的频谱

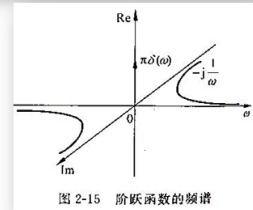


图 2-15 阶跃函数的频谱

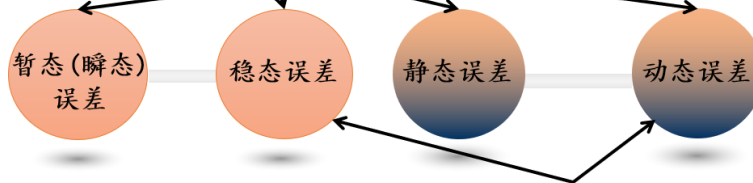


3.1.2 误差系数

引言

$$G(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}, \quad R(s) = \frac{1}{s^2}$$

$$y(t) = t - \frac{2\zeta}{\omega_n} + \frac{1}{\omega_n \sqrt{1-\zeta^2}} e^{-\zeta\omega_n t} \sin(\omega_d t + 2\beta)$$



ISE $J = \int_0^{\infty} e^2(t) dt$ (平方误差积分)

ITSE $J = \int_0^{\infty} t e^2(t) dt$ (时间乘平方误差的积分)

IAE $J = \int_0^{\infty} |e(t)| dt$ (绝对误差积分)

ITAE $J = \int_0^{\infty} t |e(t)| dt$ (时间乘绝对误差的积分)

由于系统结构、输入作用形式所产生的稳态误差称为**原理性稳态误差**。

由于摩擦、间隙、死区等非线性因素所引起的系统稳态误差称为**附加稳态误差或结构性稳态误差**。



3.1.2 误差系数

典型输入作用下的稳态误差

系统类型	稳态误差系数			稳态偏差		
	K_p	K_v	K_a	单位阶跃输入 $1(t)$	单位速度输入 t	单位加速度输入 $t^2/2$
0型	k	0	0	$\frac{1}{1+k}$	∞	∞
I型	∞	k	0	0	$\frac{1}{k}$	∞
II型	∞	∞	k	0	0	$\frac{1}{k}$

上表中， k 为开环放大系数(开环传递函数写成**时间常数形式**时的开环增益)。

$$G_k(s) = \frac{k}{s^v} \cdot \frac{\prod_{i=1}^{m_1} (\tau_i s + 1) \prod_{k=1}^{m_2} (\tau_k^2 s^2 + 2\zeta_k \tau_k s + 1)}{\prod_{j=1}^{n_1} (T_j s + 1) \prod_{l=1}^{n_2} (T_l^2 s^2 + 2\zeta_l T_l s + 1)} = \frac{k}{s^v} \cdot G_0(s)$$

减小静态误差的方法：

- 提高增益
- 提高型别

- ❖ 给定作用下的稳态误差与外部输入作用有关：对同一系统加入**不同的输入，稳态误差不同**。
- ❖ 与时间常数形式的开环增益 k 有关：对有差系统， k 越大，稳态误差越小，但同时系统的**稳定性会变差**。
- ❖ 与积分环节的个数有关：积分环节的个数越多，稳态误差越小，但同时系统的**稳定性和动态特性变差**。所以III型及III型以上的系统几乎不用。

由此可见对稳态误差的要求往往与系统的**稳定性和动态特性**的要求是矛盾的。

➤ 滞后环节对减小静态误差的作用

应用滞后环节注意事项：

- 提高同样的增益，用**多个中心频率 (ω_m) 不同**的小幅值(a)滞后环节比一个大幅值的更好，但各环节的中心频率要错开，以避免在局部损失过大的相角从而导致条件稳定；
- 滞后环节**要应用于低频**，并尽量远离剪切频率，以减小剪切频率处的相角损失；
- 滞后环节由于处于低频，时间常数较大，因此**误差收敛的速度变慢**，对于要求误差快速收敛的系统并不适用。

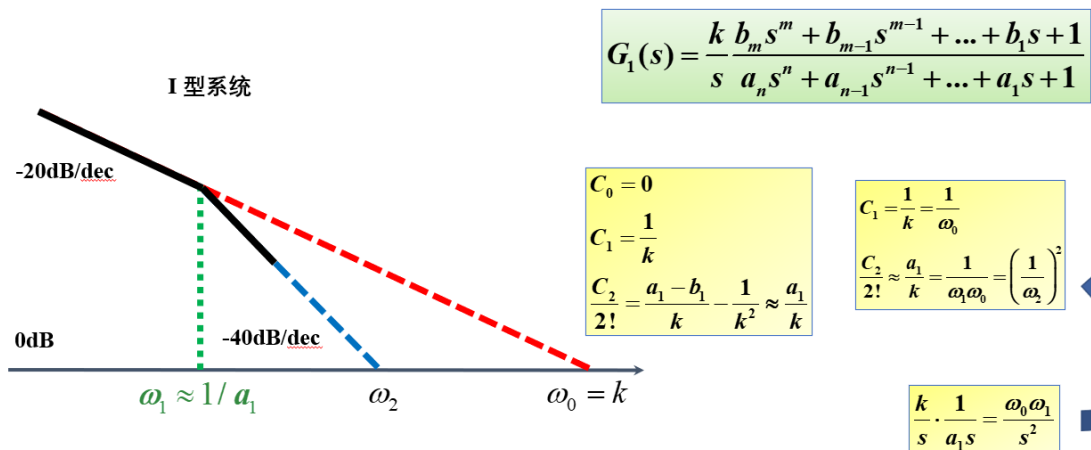
$\varphi(\omega)$

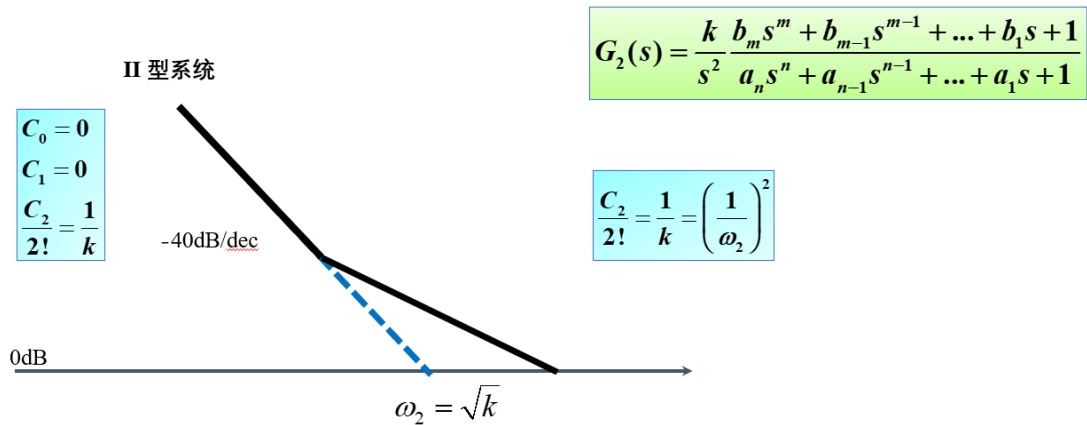
0
- $\frac{\pi}{2}$
- π
- $\frac{3\pi}{2}$

- 顺馈环节可用来减小**原理性误差（静态和动态）**，但对非线性因素引起的附加性误差无效；
因为它的输入只包含指令信息，而没有反馈信息，是一种开环控制方式；
- 顺馈环节应用时，在输入指令各阶导数不可用的情况下，必须考虑它的**物理可实现性**；
可以通过附加极点的方式来近似实现；
- 顺馈环节的结构和参数依赖于被控对象的精确模型，对被控对象的结构和参数摄动等不确定性**不具有鲁棒性**。
因此对于不确定性较大的系统，使用时要慎重。

减小静态误差的方法总结

- 对于给定典型信号输入下静态误差为**无穷大**的系统，必须通过**提高系统型别**来解决；
- 对于静差为**非零常数**的系统：
0型系统可以直接加**积分环节**解决；
I型系统可以**提高增益**或加**比例+积分环节**或者**滞后**环节来解决或改善；
II型系统则一般只能通过**提高增益**或**加入滞后**环节来改善；
- **顺馈**也可用来减小**原理性误差**，但对非线性因素引起的附加性误差无效，而且它的物理可实现性、对参数摄动的敏感性需要考虑，顺馈也会抬高系统闭环谐振峰；
- 系统型别和增益都提高到极限时，一般只能通过**补偿**方法来减小系统误差（**开环补偿**，要求误差必须有**重复性**）。





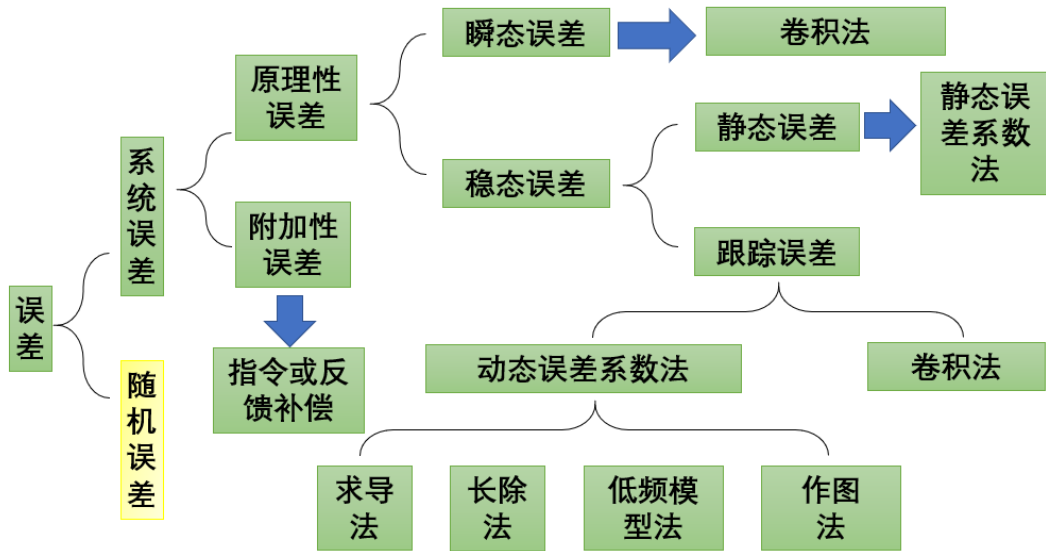
总结：用-20dB延长线求 C_1 ，用-40dB延长线求 C_2 。

动态误差系数求取方法总结

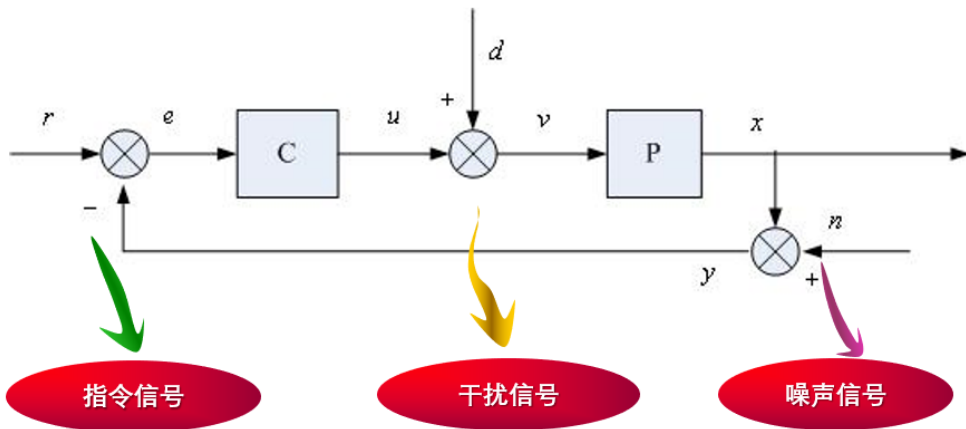
- **求导方法**更具有普适性，但计算复杂，精度要求高、需要求取多个系数时或被控对象比较简单时适用；
- **长除法**获得的动态误差系数表使用方便，但只能提供有限个系数，精度取决于所使用的系数个数；
- **图解法**简单方便，适用于没有精确数学模型，只有对象Bode图情况，而且精度要求不高的场合；
- **低频模型法**使用简单，对输入信号频带有要求，精度不高。

跟踪误差计算小结

- **卷积法**必须要有脉冲响应函数（通过仿真或者实验的方法获得），还要进行求和计算，过程比较繁琐，优点是可以计算包含瞬态误差在内的整个时段的误差；
- **动态误差系数法**使用较为方便，但精度较低，应用时必须给定指令信号的各阶导数，结果中只包含稳态误差。



目的是确定系统的低频性能界限（型别和增益）



$$G_{xr} = \frac{PC}{1+PC}$$

$$G_{xd} = \frac{P}{1+PC}$$

$$G_{xn} = \frac{-PC}{1+PC}$$

❖ 马尔科夫随机过程

随机过程未来的进展和我们所取得的某一开始时刻有关，而与这时刻以前的特性无关。（无后效性：已知过程“现在”的情况，过程“将来”的情况与“过去”的情况是无关的。比较容易进行数学处理，且结果与实际比较吻合，如**随机线性离散系统**。）

$$F(x, t | x_n, x_{n-1}, \dots, x_2, x_1, t_n, t_{n-1}, \dots, t_2, t_1) = F(x, t | x_n, t_n)$$
$$t_1 < t_2 < \dots < t_n < t$$
$$P\{X(t) \leq x | X(t_n) = x_n, \dots, X(t_1) = x_1\} = P\{X(t) \leq x | X(t_n) = x_n\}$$

❖ 平稳随机过程

对于前一段的统计特性，可以很有意义地用来估计其未来的发展。其本质特点是：概率密度函数的形状不随时间而变化，即**其形状不随时间轴上的计时起点而变化**。

□ 遍历性（各态历经性，ergodicity）

从随机过程的任意一个样本函数中可以获得其各种统计特性，因此对于具有遍历性的随机过程，只要有一个样本函数就可以辨识出它的所有数字特征。

针对某一样本函数求时间平均，得到的结果趋向于一个非随机的确定量。对于相同条件下得到的各样本函数，遍历过程所有样本的时间平均实际上可以认为是相同的！

满足遍历性的随机过程必须是平稳的，但并非所有的平稳随机过程都满足遍历性！

信号 $x(t)$ 的平均功率表示为

$$\Phi(\omega) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} |X_T(j\omega)|^2$$

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-\infty}^{\infty} x(t)^2 dt = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-\infty}^{\infty} |X_T(j2\pi f)|^2 df$$
$$= \int_{-\infty}^{\infty} \Phi(2\pi f) df$$

可见，信号 $x(t)$ 的平均功率为其**谱密度函数**沿频率轴的**积分**，谱密度函数 $\Phi(2\pi f)$ 表示了在频率 f 处的**平均功率密度**，故称为**功率谱密度**或**谱密度**。

$$R(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \Phi(\omega) e^{j\omega\tau} d\omega \quad \Phi(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} R(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau$$

可见： $\Phi(\omega)$ 就是 $R(\tau)$ 的傅里叶变换， $R(\tau)$ 是 $\Phi(\omega)$ 的傅里叶反变换，这一关系称为维纳-辛钦(Wiener-Khintchine)公式。

$$R(0) = \sigma_x^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \Phi(\omega) d\omega, \quad \Phi(\omega) \text{与 } \omega \text{轴围成面积的 } \frac{1}{2\pi}$$

$$R(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \Phi(\omega) e^{j\omega\tau} d\omega, \quad \Phi(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} R(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau$$

为区别两种变换，将第一种变换记为：

$$\omega = 2\pi f$$

$$R(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} S(f) e^{j2\pi f\tau} df, \quad S(f) = \int_{-\infty}^{\infty} R(\tau) e^{-j2\pi f\tau} d\tau$$

第
一
种

$$R(0) = \sigma_x^2 = \int_{-\infty}^{\infty} \Phi(\omega) d\omega = \int_{-\infty}^{\infty} S(f) df$$

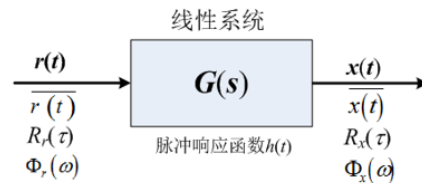
$$\Phi(\omega) = \frac{1}{2\pi} S(f)$$

$$R(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \Phi(\omega) e^{j\omega\tau} d\omega, \quad \Phi(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} R(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau$$

第
二
种

线性系统对平稳随机过程的响应

$$\Phi_x(\omega) = |G(j\omega)|^2 \cdot \Phi_r(\omega)$$



对一线性系统而言，输入的功率谱密度 $\Phi_r(\omega)$ 通过 $|G(j\omega)|^2$ 传递到输出，所以有时把 $|G(j\omega)|^2$ 称为**功率传递函数**。

若已知随机输入到误差的传递函数，则可得到相应的功率传递函数，进而根据输入谱密度求得误差的谱密度。

噪声作用下，系统的误差也是一个随机信号，就要采用**均方误差**对系统进行评价

$$\overline{e^2} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T e^2(t) dt$$

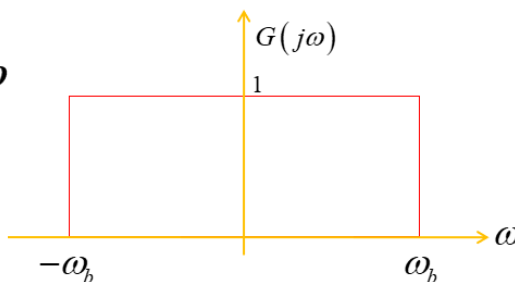
$$\overline{e^2} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T e(t)e(t-0) dt = R_e(0) = \int_{-\infty}^{\infty} \Phi_e(\omega) d\omega$$

等效噪声带宽定义

❖ 系统的等效噪声带宽是指一个理想滤波器的带宽：在白噪声作用下，系统的均方输出与理想滤波器的均方输出相等。这里的理想滤波器特指其频率特性等于1，而带宽在 ω_b 外则完全截止。

❖ 设一白噪声，其谱密度在 ω_N 内为常值 K_N^2 ， $\omega_N \gg \omega_b$ ，则此噪声作用下，理想滤波器的均方输出为

$$\begin{aligned} \overline{x^2} &= \int_{-\infty}^{\infty} |G(j\omega)|^2 \cdot \Phi_N(\omega) d\omega \\ &= \int_{-\omega_b}^{\omega_b} K_N^2 d\omega \\ &= 2K_N^2 \omega_b \end{aligned}$$

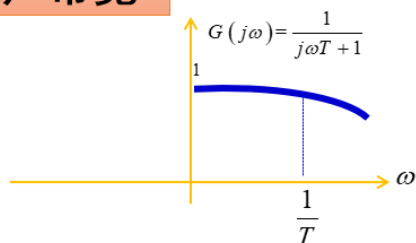


噪声引起的均方输出与理想滤波器的带宽 ω_b ，即等效噪声带宽有关。

一阶系统的等效噪声带宽

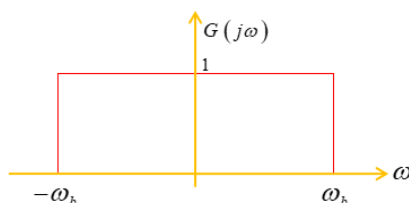
❖ 一阶系统输出信号的均方误差为

$$\overline{x^2} = 2K_N^2 \frac{\pi}{2} \frac{1}{T}$$



理想滤波器输出信号的均方误差为

$$\overline{x^2} = 2K_N^2 \omega_b \quad \omega_b = \frac{\pi}{2} \frac{1}{T}$$



◆ **扰动(disturbance)**

$$G_{xd} = \frac{P}{1 + PC}$$

除给定值之外，凡能引起被控量发生变化的因素，都可划入干扰的范围。干扰又称扰动，**是对系统的输出产生不利影响的信号**。如果扰动产生在系统内部称为内扰；扰动产生在系统外部，则称为外扰。外扰是系统的输入量。

◆ **噪声(noise)**

混在有用信号上的外加信号叫做**噪声**，一般由测量引入，**难以分离**。（数字量化，计算舍入，信号传输过程中引入）

$$G_{xn} = \frac{-PC}{1 + PC}$$

干扰与噪声的区别

- **作用点不同**：干扰一般和控制量的作用点相同，而噪声更多作用于测量元件上，使测量结果变差；
- **作用机理不同**：干扰一般直接作用于被控对象，使被控量发生改变，而噪声一般通过混入反馈信号而间接地影响被控量；
- **特性不同**：干扰信号多数是可以测量或估计的，频带较窄，噪声一般为随机信号，频谱范围很宽；
- **抑制方法不同**：噪声一般只能通过降低带宽（等效噪声带宽）来抑制，这往往与系统跟踪性能矛盾，而干扰的抑制方法很多。

扰动输入作用下系统的误差分析

$$e_{ssd} = -\lim_{s \rightarrow 0} \frac{s^{\mu+1} D(s)}{K_1}$$

- ① 设 $\mu = 0$ 即 $G_1(s)$ 无积分环节，在阶跃扰动作用下 $e_{ssd} = -\frac{1}{K_1}$ 。虽然开环传递函数有积分环节，在**阶跃扰动**作用下还是有差的。
- ② 设 $\mu > 0$ 即 $G_1(s)$ 有积分环节，在阶跃扰动作用下 $e_{ssd} = 0$ 。

若 $\mu = 1$ ，在**阶跃扰动**作用下是无差的。若 $\mu = 2$ ，在斜坡扰动作用下也是无差的。因此 $G_1(s)$ 环节中的积分环节决定了扰动作用下的无差度。

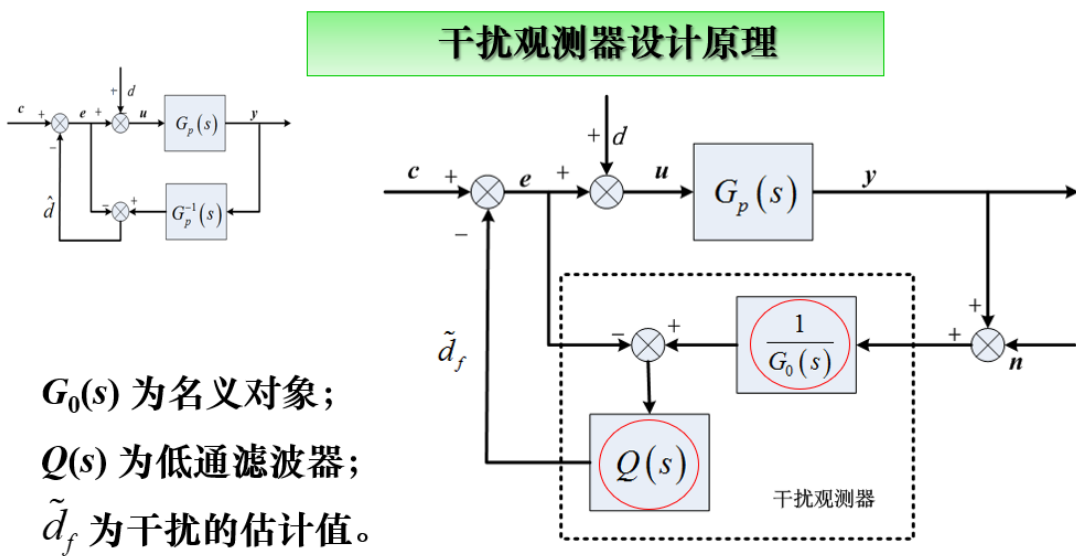
扰动输入作用下系统的误差分析

减小扰动作用下误差的方法

- ❑ 为了减小扰动误差，可以增加偏差点到扰动作用点之间积分环节个数或放大系数；
- ❑ 放大系数不能任意放大，积分环节也不能太多（一般2个），否则将影响系统的稳定性；
- ❑ 可以采用**比例加积分**，**滞后环节**减小扰动产生的误差。
- ❑ 可以采用**顺馈环节**或**扰动观测器**减小扰动产生的误差。

干扰观测器设计原理

干扰观测器的基本思想是将外部**干扰及模型参数变化**造成的实际对象与名义模型之间输出的**差异等效到控制输入端**，即观测出等效干扰，在控制中引入等效的补偿，实现对干扰完全抑制。



$$u = c - \tilde{d}_f + d$$

$$G_{yc}(s) = \frac{Y(s)}{C(s)} = \frac{G_p(s)G_0(s)}{G_0(s) + Q(s)[G_p(s) - G_0(s)]}$$

Q的引入对抑制模型摄动的作用

$$G_{yd}(s) = \frac{Y(s)}{D(s)} = \frac{G_p(s)G_0(s)(1-Q(s))}{G_0(s) + Q(s)[G_p(s) - G_0(s)]}$$

Q的引入对干扰的抑制作用

$$G_{yn}(s) = \frac{Y(s)}{N(s)} = \frac{-G_p(s)Q(s)}{G_0(s) + Q(s)[G_p(s) - G_0(s)]}$$

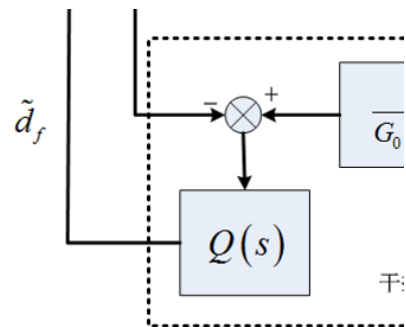
Q的引入对噪声的敏感程度

$Q(s)$ 的频带宽度应该覆盖扰动和输入信号的频谱范围!

- **相对阶**: 为了保证物理可实现, Q 的相对阶 (分母与分子之差) 应当大于或等于 G_0 的相对阶;
- **低频幅值限制**: 为使 G_{yc} 尽可能地逼近被控对象的标称模型, 在工作频段内 (指令和扰动的频谱范围) 幅值应接近1;
- **高频幅值限制**: 为使噪声对输出的影响尽可能小, 在高频段其幅值应接近0;
- **鲁棒稳定性**: 如果假定模型摄动为乘性摄动, 即 $G_p = G_0(1+\Delta)$, 那么系统保持鲁棒稳定性的条件是 $\|\Delta(s)Q(s)\|_\infty \leq 1$

一般可以选用以下形式的二项式滤波器:

$$Q(s) = \frac{\sum_{k=0}^{N-r} \alpha_{Nk} (\tau s)^k}{(\tau s + 1)^N}$$

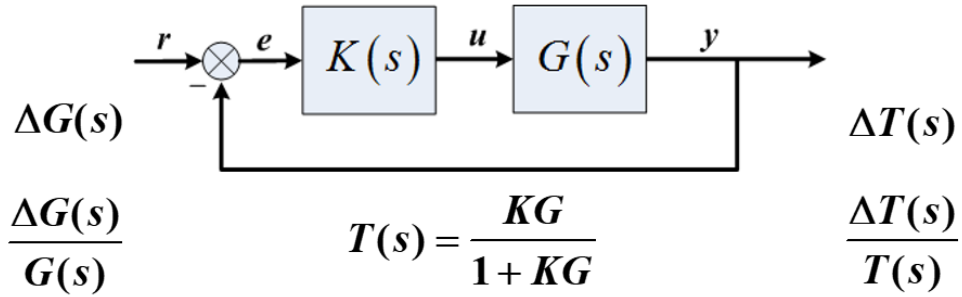


其中 $\alpha_{Nk} = \frac{N!}{(N-k)!k!}$, N 和 r 分别为 $Q(s)$ 的阶次和相对阶,

τ 为滤波时间常数。

灵敏度定义

灵敏度 (Sensitivity) 是反馈控制系统的一个重要性能指标。系统灵敏度定义为：系统闭环传递函数的变化率与对象传递函数的变化率之比。



四种情况	可变参数	灵敏度
开环系统	被控对象 $G(s)$	$S_G^T = 1$
单位反馈闭环系统	被控对象 $G(s)$	$S_G^T = \frac{1}{1 + GK}$
非单位反馈闭环系统	被控对象 $G(s)$	$S_G^T = \frac{1}{1 + HGK}$
非单位反馈闭环系统	反馈环节 $H(s)$	$S_H^T = \frac{-HGK}{1 + HGK}$

(1) 灵敏度函数表征了闭环系统关于被控对象变化的**鲁棒性**。

(2) Nyquist曲线中, KG 距离 $(-1, j0)$ 点的最小距离与灵敏度函数的最大值互为倒数。

灵敏度函数表征了系统在 r 和 d 作用下的系统性能, 其峰值还可表示参数变化对系统稳定性的影响。故一般均以灵敏度函数来表示反馈系统的性能, **设计时要尽量压低其灵敏度**。

Bode积分定理

Bode积分定理表明，对数灵敏度的积分是一个常数

$$\int_0^{\infty} \ln |S(j\omega)| d\omega = \pi \sum_{i=1}^N \operatorname{Re}(p_i), \quad v > 1$$

如果开环传函是稳定的，那么这个积分等于零

$$\int_0^{\infty} \ln |S(j\omega)| d\omega = 0, \quad v > 1$$

不确定性描述

实际系统



标称系统

对象的不确定性
是指设计所用的数学模
型（标称系统）与实际
物理系统之间的差别。

$$\Delta G(s) = G(s) - G_0(s)$$

标称系统（名义系统）

(1) 加性不确定性

$$G(j\omega) = G_0(j\omega) + \Delta G(j\omega)$$

$$|\Delta G(j\omega)| \leq l_a(\omega)$$

(2) 乘性不确定性

$$G(j\omega) = [1 + L(j\omega)] G_0(j\omega)$$

$$|L(j\omega)| \leq l_m(\omega)$$

鲁棒性

如果模型不精确或模型变化后，系统仍然保持稳定，这个性能称为**鲁棒稳定性 (robust stability)**。

如果模型的变化或模型的不精确所造成的闭环系统性能的改变是可以接受的，则称这样的系统为**鲁棒控制系统**。

鲁棒稳定性条件

设名义系统是稳定的，即开环传递函数

$$G_0(j\omega)K(j\omega)$$

包围 $(-1, j0)$ 点的次数满足Nyquist判据条件。

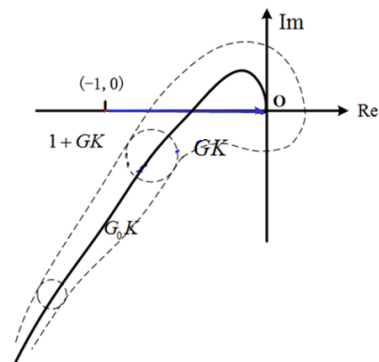
当对象有不确定性时，若实际开环传函

$$G(j\omega)K(j\omega)$$

包围 $(-1, j0)$ 点的次数不变，即 $G_0(j\omega)$ 连续过渡到 $G(j\omega)$ 时，

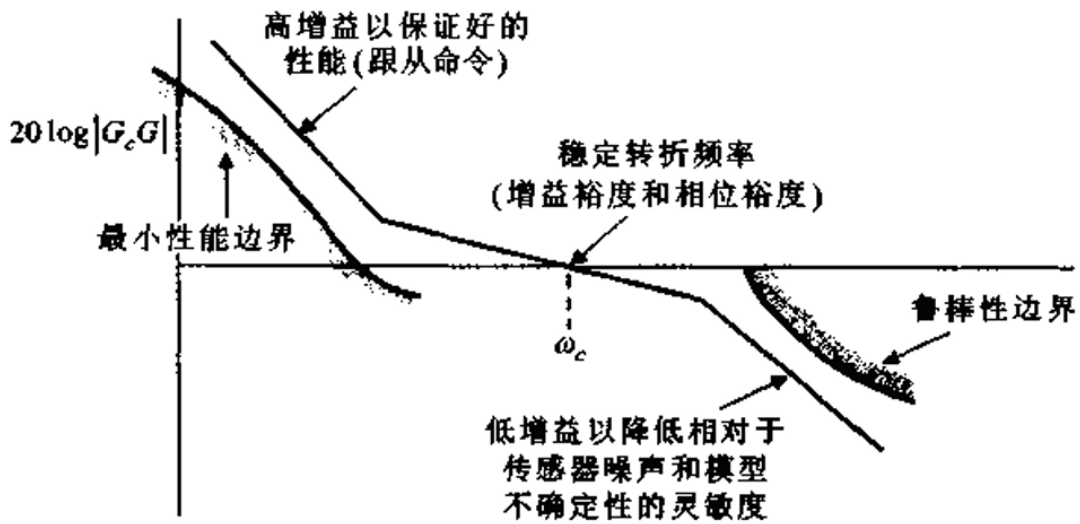
$$|1 + G(j\omega)K(j\omega)|$$

能保持不为零，即 $|1 + G(j\omega)K(j\omega)| > 0$ ，则系统仍能保持稳定。



$$\left| \frac{K}{1 + G_0 K} \right| < \frac{1}{l_a} \quad (\text{加性摄动})$$

$$\left| \frac{G_0 K}{1 + G_0 K} \right| < \frac{1}{l_m} \quad (\text{乘性摄动})$$



控制系统的带宽

闭环系统的输入信号频率从零开始，对控制系统而言，从零频率至衰减到**0.707**时的频率范围 ω_{BW} 是系统可以通过的频带宽度，称为**带宽**。

带宽反映了系统的响应速度与精度：带宽越宽，输出信号的复现精度越高。

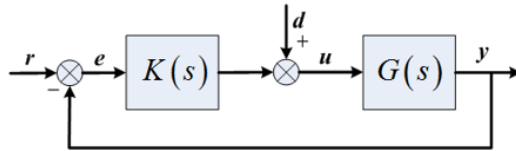
Bode图上**开环**幅频特性的穿越频率 ω_c 与**闭环**系统带宽 ω_{BW} 是同一数量级的，一般有 $\omega_c < \omega_{BW} < 2\omega_c$ 这一关系，所以常把 ω_c 也称作带宽。

与带宽相关的性能指标要求

幅值首次衰减到-3dB对应的频率为 ω_{BW}
相角滞后首次达到-90度对应的频率为 ω_{PW}

◆ 两种扩展系统带宽的方法

1. 反馈校正：串联校正环节



2. 开环校正：顺馈环节，开环补偿环节

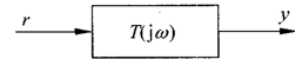
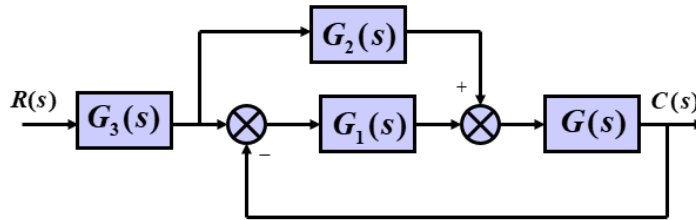
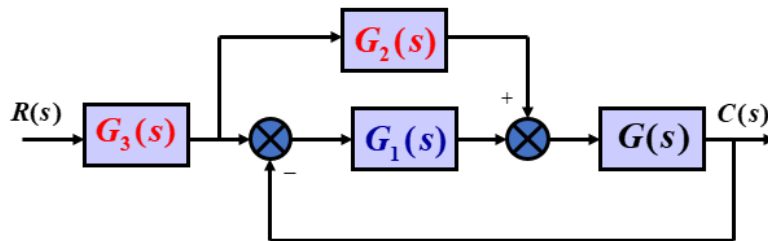


图 6-3 开环的响应关系

控制系统的响应特性与反馈特性

所谓的**响应特性**反映的是控制系统对输入信号的响应能力，可以用输入输出的传递函数特性来表征，可以用来描述开环系统和闭环系统（或复合控制系统）的特性。



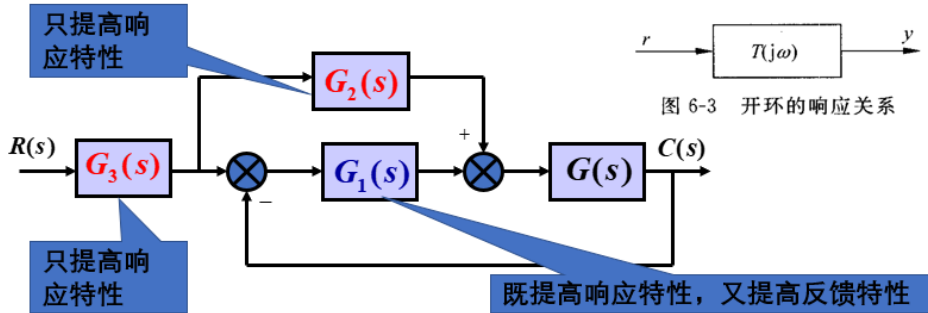
反馈特性是由反馈校正引入的特性，反映了系统**稳定性、干扰抑制、指令跟踪、不确定性灵敏度**等诸多性质，与控制系统性能的优劣密切相关。

控制系统带宽的设计原则

反馈特性好的前提是 $\omega < \omega_c, |KG| > 1$

因此开环系统的带宽越宽，系统性能越好，设计原则为：

最大限度地通过反馈校正环节来拓展系统的带宽，少用顺馈和前置滤波这样的开环校正方式。



机械谐振——谐振频率与带宽的关系

固有频率：
$$\omega_m = \sqrt{\frac{K}{J}}$$

谐振频率较高，作为未建模的高频动态处理时，选择这个频率来近似表征对象的谐振特性，因为在对象可能具有的多个振荡模态中，这个值最小，而且容易计算。

一般来说系统的带宽应限制为：

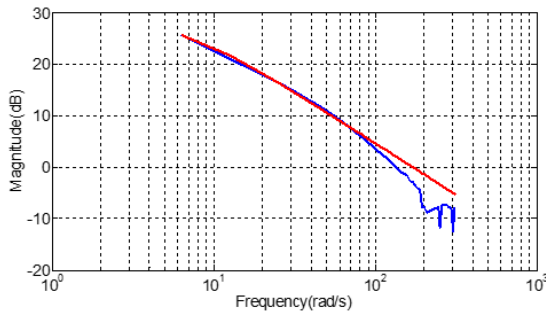
$$\omega_m > 5\omega_{BW} \qquad \omega_{BW} < \frac{\omega_m}{5}$$

如果机械系统还未设计，要根据带宽指标对结构刚度提出上面的要求。

如果机械系统已经设计完成，则要根据系统实际的谐振频率来确定系统的带宽。

机械谐振——谐振的抑制方法

谐振抑制的两种实现方式



$$G(s) = \frac{s^2 + as + \omega_m^2}{s^2 + bs + \omega_m^2}$$
$$a < b$$

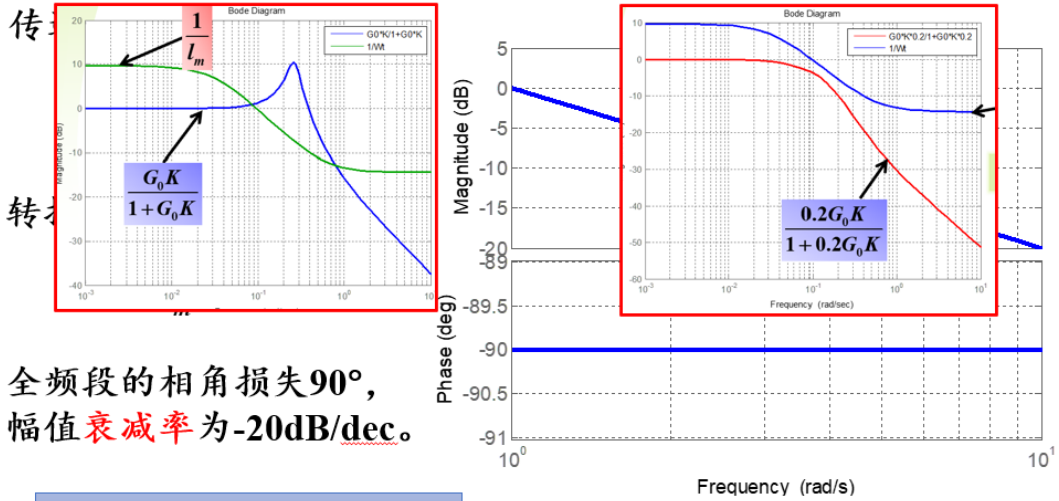
- 一种是开环测出谐振特性，利用滤波器进行补偿（校正），使补偿后对象特性Bode图中谐振特性消失。（这种方法更加规范）
- 一种开环校正时不做处理，闭环后出现谐振再进行补偿，对反馈信号进行傅里叶分析，确定是否存在谐振：如存在则确定谐振频率，添加陷波滤波器进行抑制，直至谐振现象消失。（这种方法更加实用）

滤波器的宽度一般要比谐振宽

注意应用限波（带阻）滤波器带来的相位滞后和幅值衰减。

(1) 若对象自身带宽较宽，不能被动地等待 KG 自行衰减下来穿过0dB线，系统不在规定的频段上穿越0dB线，就没有鲁棒性，实际系统将是不稳定的。

用比例或积分环节降低剪切频率



全频段的相角损失 90° ，
幅值衰减率为 -20dB/dec 。

一般适用于0型系统

用惯性校正环节降低剪切频率

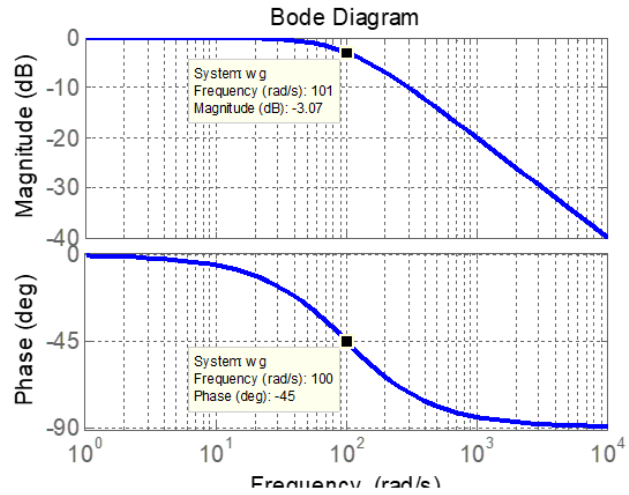
传递函数为

$$G_c(s) = \frac{1}{\tau s + 1}$$

转折频率为

$$\omega_m = \frac{1}{\tau}$$

转折频率处的相角损失 45° ，
增益降低 3dB 。



一般适用于0型和I型系统

也常用来抑制高频噪声 $\omega_m = 3 \sim 5\omega_c$

用滞后校正降低剪切频率

传递函数为

$$G_c(s) = \frac{\tau s + 1}{\alpha \tau s + 1} = \frac{1}{\alpha} \frac{(s + z)}{(s + p)}$$

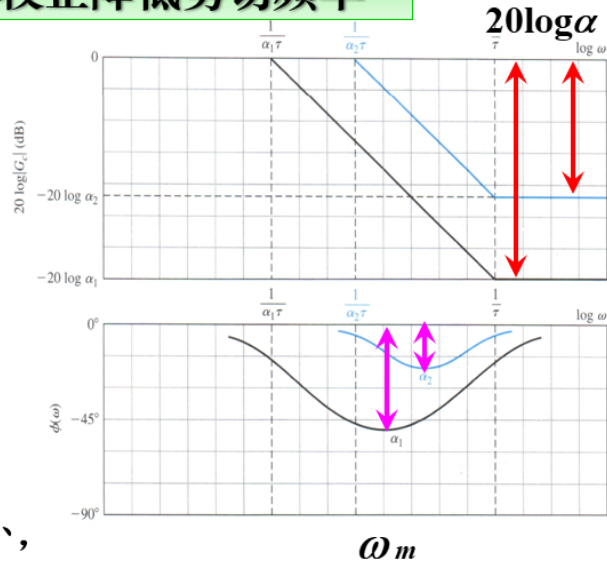
中心频率为

$$\omega_m = \sqrt{zp} = \frac{1}{\tau \sqrt{\alpha}}$$

对高频增益的衰减幅值为

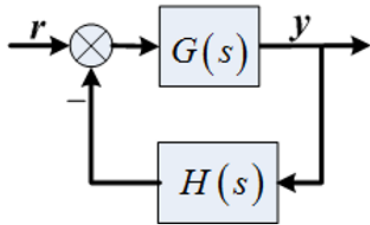
$$20 \log \alpha$$

比惯性环节对相角损失的小，
但对高频增益的衰减有限。



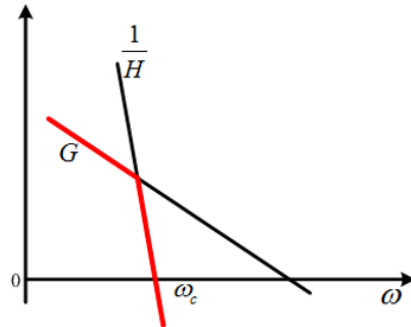
一般适用于I型系统

用反馈校正降低剪切频率



反馈校正:

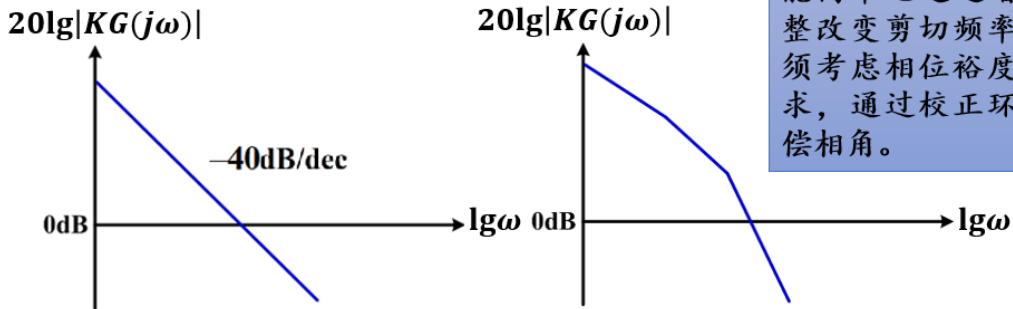
$$T(s) = \frac{G}{1 + GH} = \begin{cases} \frac{1}{H}, & |GH| \gg 1, \text{ 即 } |G| \gg \left| \frac{1}{H} \right| \\ G, & |GH| \ll 1, \text{ 即 } |G| \ll \left| \frac{1}{H} \right| \end{cases}$$



低频 G 为主导，高频增益依靠 $\frac{1}{H}$ 衰减。

(2) 对象自身带宽很窄，不存在鲁棒稳定性问题，但是系统的性能很难满足要求，因此必须在满足鲁棒稳定性的前提下，有效扩展系统的带宽。

对于这类系统，一般相角滞后都很大，不能简单地通过增益调整改变剪切频率，必须考虑相位裕度的要求，通过校正环节补偿相角。



用超前校正环节的提高剪切频率

相角有最大值：

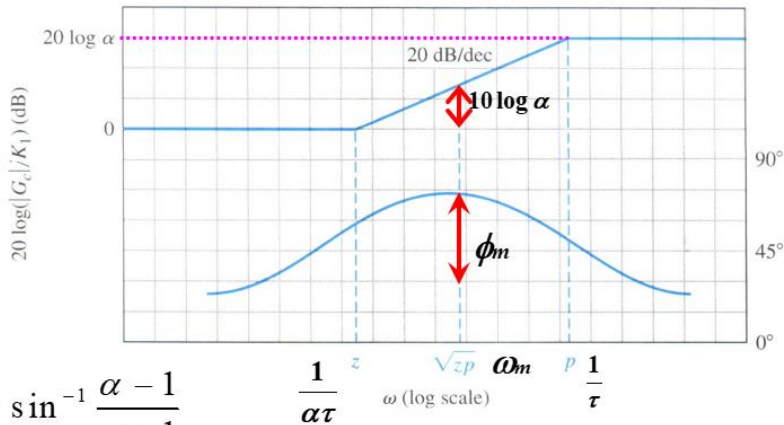
$$G_c(s) = \frac{(1 + \alpha\tau s)}{(1 + \tau s)}$$

$$= \alpha \frac{(s + z)}{(s + p)}, \alpha > 1$$

$$\omega_m = \sqrt{zp} = \frac{1}{\tau\sqrt{\alpha}}$$

$$\phi_m = \tan^{-1} \frac{\alpha - 1}{2\sqrt{\alpha}} = \sin^{-1} \frac{\alpha - 1}{\alpha + 1}$$

$$\alpha = \frac{1 + \sin \phi_m}{1 - \sin \phi_m}$$



超前环节的中心频率要和期望的剪切频率相一致，即 $\omega_m = \omega_c$ ，以保证补偿相角最大化。补偿后，还要调整系统增益，使 ω_c 处的增益变为1(0dB)。

- 在上图中，一阶超前校正环节可提供的最大超前角最大不超过70度，若需更大的超前角度，可串联多个环节；
- 为避免过多抬高高频增益，尽量使用小相角，如15度~30度的多个超前环节来补偿相角。

(3) 如果剪切频率已经提高到极限了（通过 $G_1(s)$ 的设计），但闭环系统带宽指标仍不满足要求，还可以采用顺馈和前置滤波器来提高闭环系统的带宽。

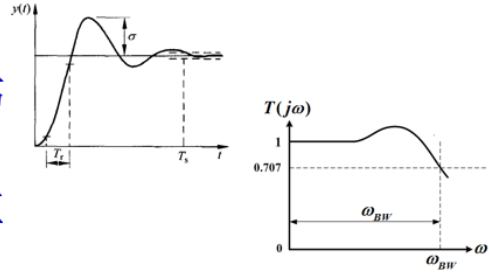
相对稳定性及其指标

相对稳定性是指闭环系统离开稳定边界的程度，真正反映相对稳定性的是灵敏度函数，属于反馈特性。

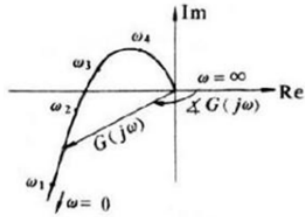
相对稳定性

时域 \rightarrow 超调量、振荡
衰减比

频域 \rightarrow 闭环谐振峰值



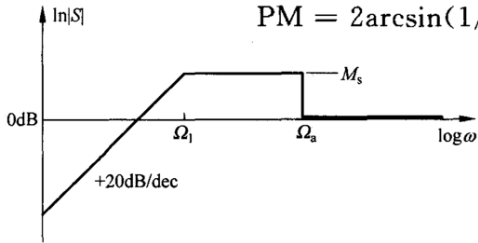
名义系统设计



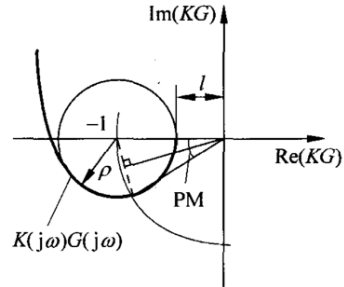
M圆

$$GM = \frac{1}{l} = \frac{1}{1-\rho} = \frac{M_S}{M_S-1}$$

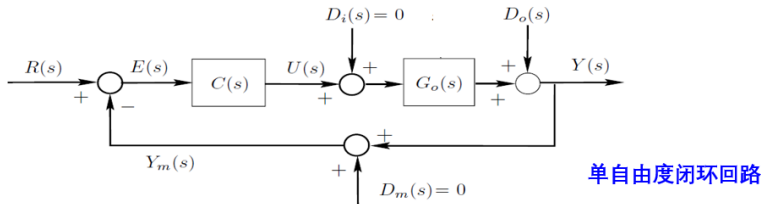
$$PM = 2\arcsin(1/2M_S)$$



灵敏度函数的一种近似

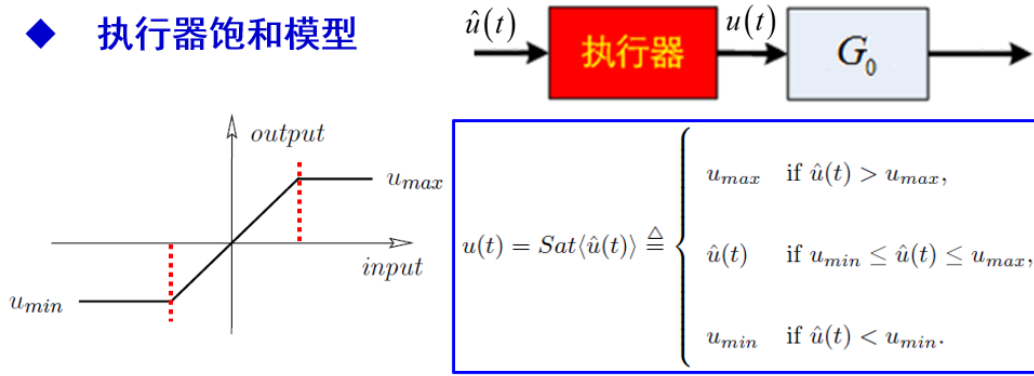


参考信号 $R(s)$ 或者输出扰动信号 $D_o(s)$ 存在大的快速变化时，通常会引起控制器输出信号较大的峰值和变化速率，而输入扰动的高频变化通常已经由对象特性滤掉。



$$U(s) = S_{uo}(s) \left(R(s) - D_m(s) - D_o(s) - G_o(s)D_i(s) \right)$$

◆ 执行器饱和模型

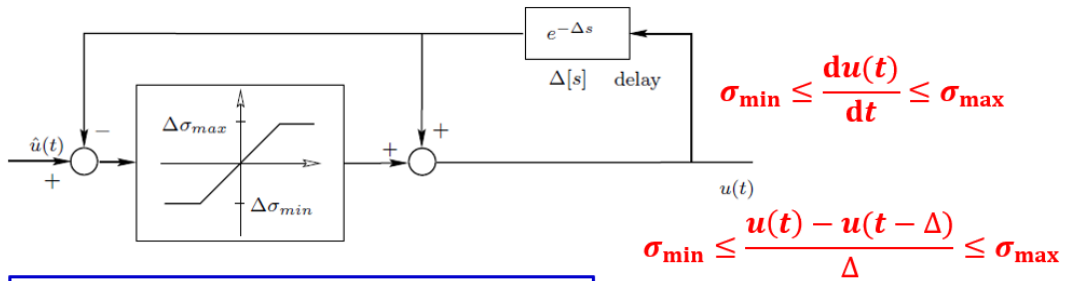


u_{max} —— 执行器输出的最大幅值； $u(t)$ —— 执行器实际输出；

u_{min} —— 执行器输出的最小幅值； $\hat{u}(t)$ —— 执行器期望输出；

$Sat(\cdot)$ —— 饱和函数。

◆ 执行器转换速率限制模型



$$\dot{u}(t) = Sat(\dot{\hat{u}}(t)) \triangleq \begin{cases} \sigma_{max} & \text{if } \dot{\hat{u}}(t) > \sigma_{max}, \\ \dot{\hat{u}}(t) & \text{if } \sigma_{min} \leq \dot{\hat{u}}(t) \leq \sigma_{max}, \\ \sigma_{min} & \text{if } \dot{\hat{u}}(t) < \sigma_{min}. \end{cases}$$

σ_{max} —— 执行器速率最大值；

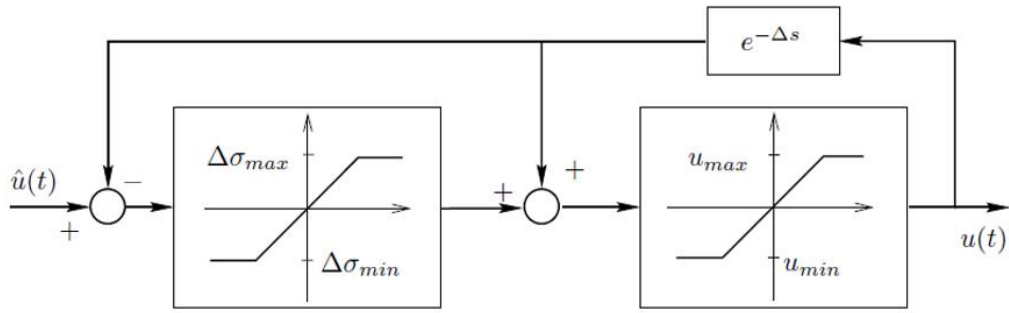
σ_{min} —— 执行器速率最小值；

$\dot{u}(t)$ —— 执行器实际输出速率；

$\dot{\hat{u}}(t)$ —— 执行器期望输出速率；

$Sat(\cdot)$ —— 饱和函数。

◆ 执行器同时具有饱和与转换速率限制的模型



- | | | |
|--------------------------|----------------------------|----------------------------------|
| u_{max} —— 执行器输出的最大幅值; | $u(t)$ —— 执行器实际输出; | σ_{max} —— 执行器速率最大值; |
| u_{min} —— 执行器输出的最小幅值; | $\hat{u}(t)$ —— 执行器期望输出; | σ_{min} —— 执行器速率最小值; |
| $Sat(\cdot)$ —— 饱和函数。 | $\dot{u}(t)$ —— 执行器实际输出速率; | $\dot{\hat{u}}(t)$ —— 执行器期望输出速率; |
| | | $Sat(\cdot)$ —— 饱和函数。 |

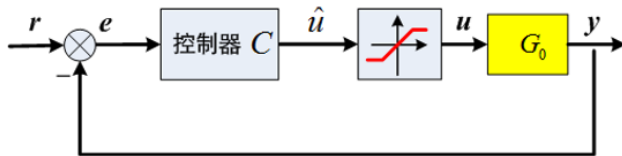
除了考虑不稳定的极点对性能指标 M_s 的影响，还要认识到不稳定对象的控制系统都只是局部稳定的，这是由执行机构的限制造成的。

当执行器达到其约束边界而进入饱和后，在系统误差的作用下，积分器的输出不断累积，导致整个控制器的输出 \hat{u} 可能会累积到很大的值，但执行器由于处于饱和状态而无法响应。



积分器的累积值过大，必然会导致执行器退出饱和和时间变长，而且控制器的输出 \hat{u} 回到饱和和边界之内(线性范围)后，这一积分值作为初始条件，会导致很大的暂态响应，这一现象称为**Windup**，会严重影响控制系统的性能，甚至使得系统失稳。

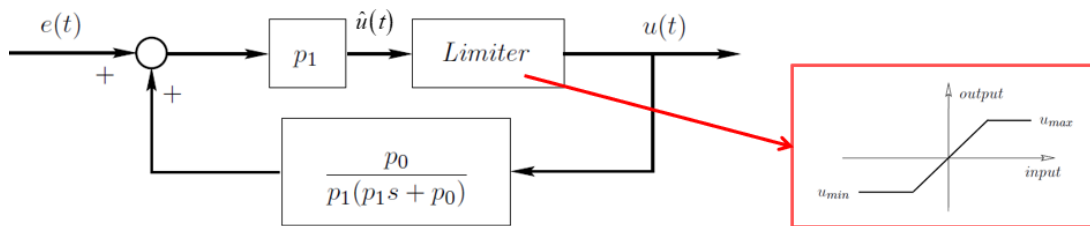
◆ 带有Anti-Windup的PI控制器



线性工作范围内的传递函数：

$$\frac{U(s)}{E(s)} = \frac{p_1 s + p_0}{s}$$

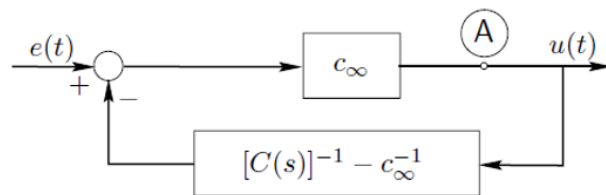
在执行器线性工作范围内，控制器实现比例+积分的作用，而执行器达到约束边界时，控制器切除了积分作用。



◆ Anti-Windup的基本结构

假设控制器是双正则的最小相位系统，将其分解为比例项和严格正则项： $C(s) = c_\infty + \bar{C}(s)$

$$\begin{aligned} \frac{U(s)}{E(s)} &= \frac{c_\infty}{1 + ([C(s)]^{-1} - c_\infty^{-1})c_\infty} \\ &= \frac{c_\infty}{[C(s)]^{-1}c_\infty} \\ &= C(s) \end{aligned}$$



设计策略：

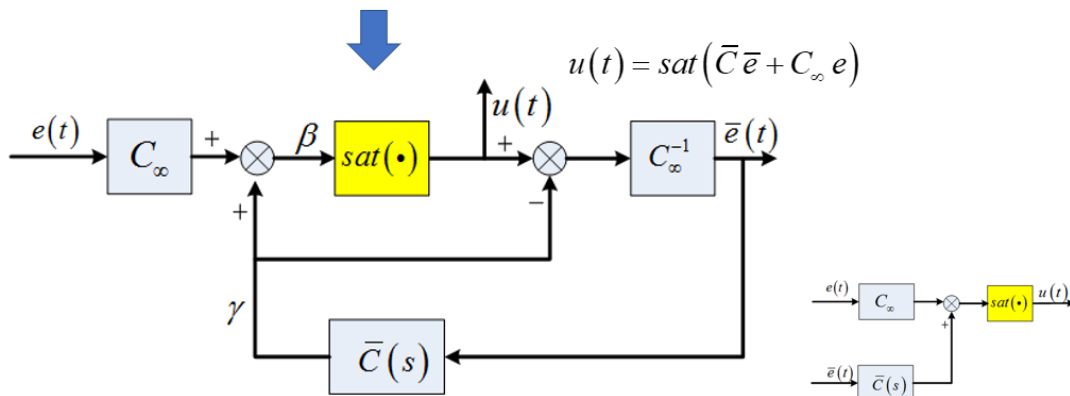
严格正则的最小相位控制器可通过适当添加远离虚轴的最小相位零点变为双正则的形式。

- (1) 控制器的动态由对象的实际输入信号来驱动；
- (2) 由对象的实际输入信号驱动时，控制器的动态是稳定的。

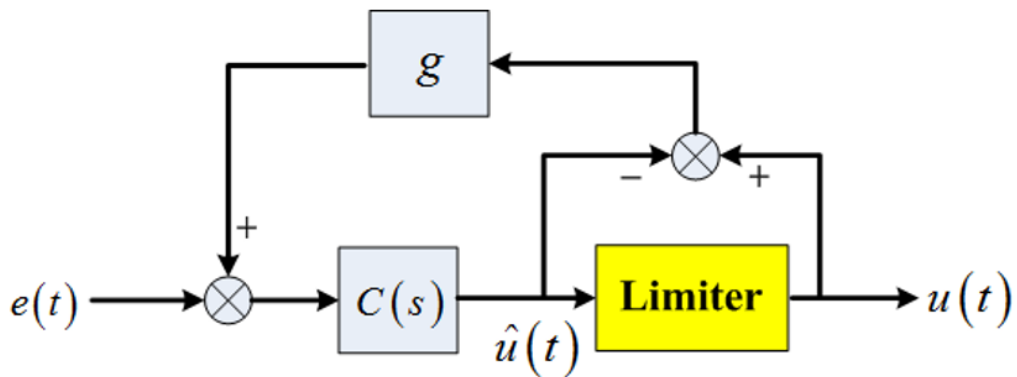
问题: $e(t) \rightarrow \bar{e}(t)$
需要满足什么条件?

◆ Anti-Windup设计思路

$$\bar{e} = C_{\infty}^{-1} [Sat(\bar{C}\bar{e} + C_{\infty}e) - \bar{C}\bar{e}]$$



◆ Anti-Windup的其他形式——第一种



Anti-Windup 控制器的其他形式——第一种

g: 静态增益
控制器无双正则、最小相位需求

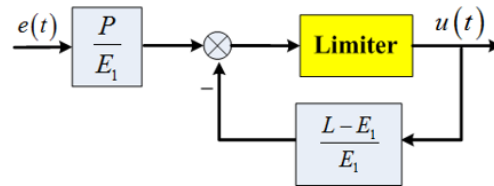
◆ Anti-Windup的其他形式——第二种

控制器 $C(s) = \frac{P(s)}{L(s)}$ ，其中 $L(s) = s^n + l_{n-1}s^{n-1} + \dots + l_0$
 $P(s) = p_n s^n + p_{n-1}s^{n-1} + \dots + p_0$

闭环极点 $s = -\alpha_i, i = 1, \dots, N > n$

$E_1(s)$ 为 n 阶(与 $L(s)$ 的阶次相同)的
首一的Hurwitz多项式:

$$E_1 = (s + \alpha_{m_1})(s + \alpha_{m_2}) \dots (s + \alpha_{m_n})$$



Anti-Windup其他形式——第二种

无限制条件，适用于：
非最小相位控制器、
不稳定控制器、
⋮

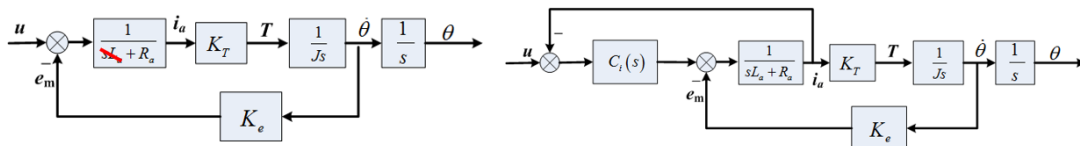
◆ 伺服系统的定义

伺服系统(servomechanism)又称随动系统，是用来精确地跟随或复现某个过程的反馈控制系统。

伺服系统是使被控对象的位置、方位、状态等输出被控量能够跟随输入目标(或给定值)的任意变化的自动控制系统，一般指位置跟踪系统。伺服系统设计时要满足跟踪精度的要求。

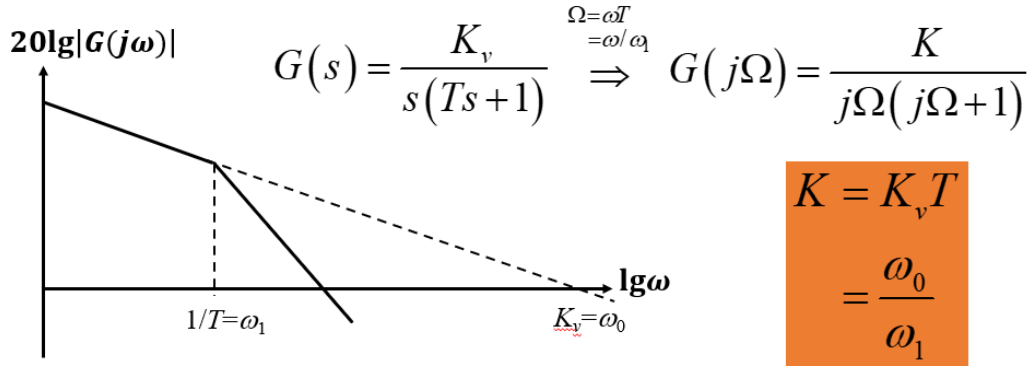
◆ 伺服系统数学模型的特点

电压源控制下，电机的传递函数有一个积分环节；电流源控制下，电机的传递函数中有两个积分环节。伺服系统的特点：
 伺服系统的数学模型一定有积分环节。



◆ 基本I型系统

指只有一个转折频率的I型系统，其开环频率特性为



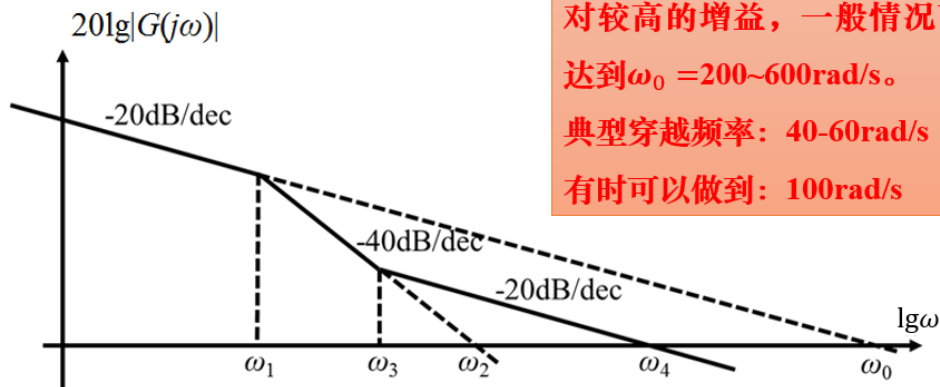
K	0.5	1	2
单位阶跃输入下输出的峰值	1.05	1.15	1.3
阻尼比 $\zeta = \frac{1}{2\sqrt{K}}$	0.707	0.5	0.35
相位裕度	66°	52°	39°
闭环谐振峰值 M_p	≤1	1.15	1.5

$\frac{1}{2} \leq K \leq 1$

基本I型系统中只考虑了参数 K ，带宽与参数 K 的大小无关，提高增益则必然导致带宽增大，而带宽由于鲁棒稳定性的考虑而受到限制。

由于基本I型系统的增益较低，有些情况下不能满足跟踪精度要求。

◆ 改进I型系统

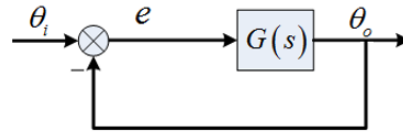


频率特性由三段构成：-20，-40，-20 (dB/dec)

优越性：带宽与增益分开！

◆ 例4：舰用随动系统的设计。

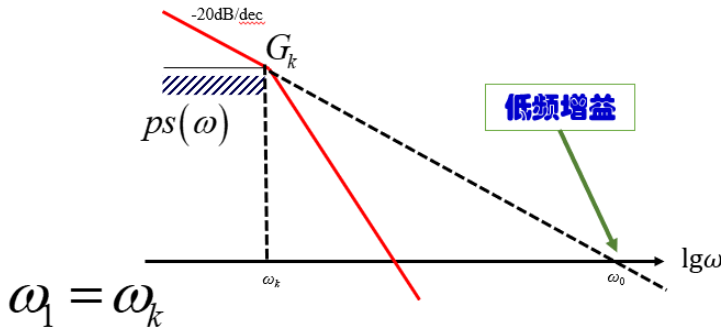
转折频率和跟踪误差公式小结：



此类系统常用公式——

$$\omega_1 = \omega_k$$

$$e_{\max} = \frac{\dot{\theta}_{\max}}{\omega_0} \sqrt{2}$$

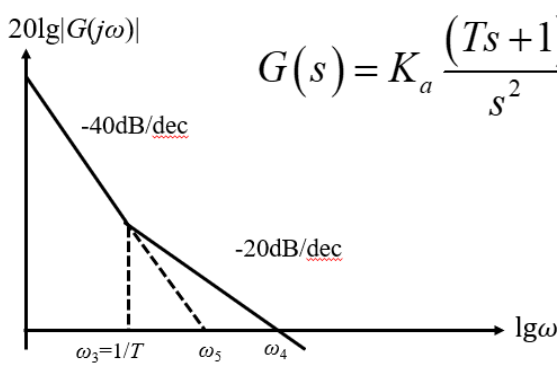


由这两个公式，
可以很容易地将主要参数 ω_0 和 ω_1 确定下来，也就确定了期望系统特性的基本形状。

◆ 基本II型系统

基本II型系统是指只有一个转折频率的系统。

其开环频率特性为



$$G(s) = K_a \frac{(Ts + 1)}{s^2} \quad \begin{matrix} \Omega = \omega T \\ = \omega / \omega_3 \end{matrix} \Rightarrow G(j\Omega) = K \frac{1 + j\Omega}{(j\Omega)^2}$$

$$K_a = \omega_5^2 = \frac{1}{T} \omega_4 = \omega_3 \omega_4$$

$$K = K_a T^2 = \omega_4 T = \frac{\omega_4}{\omega_3}$$

$K = \omega_4 / \omega_3$	1	2
单位阶跃输入下输出的峰值	1.3	1.22
阻尼比 $\zeta = \frac{\sqrt{K}}{2}$	0.5	0.707



$$1 \leq K \leq 2$$

◆ 基本II型系统

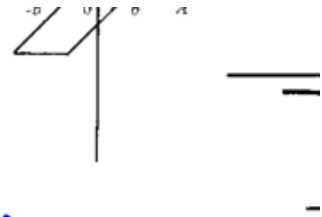
应用场合:

- 高精度、重载;
- 高性能、低带宽 (大型系统)

由于一些重型设备的带宽受到限制, 当精度要求高时需要选用II型系统。

选型 (I型、II型等) 的真正依据是生产实际, 视实际系统能做到的带宽而定。

齿隙自振荡的解决方法:



◆ 设计上限制自振荡的幅值

如: 保证自振荡的幅值小于1密位。

◆ 采取措施消除齿隙影响

采用两个电机拖动。

◆ 采用力矩电机, 取消齿轮传动



◆ 伺服系统设计思想

I型和II型系统的特性是最基本的特性，实际系统一般需要通过校正才能具有这种期望特性。

校正的概念是伺服系统特有的。设计时需要满足增益要求，但确定了系统增益，可能无法保证系统的稳定性。需要对系统的特性进行校正。

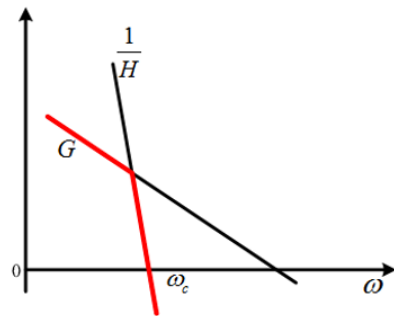
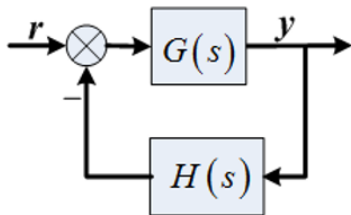
相位滞后校正——串联校正

$$D(s) = \frac{1+Ts}{1+\alpha Ts}, \quad \alpha > 1$$

- 利用它的高频衰减特性来压低系统的带宽；
- 在保持带宽不变的情况下提高系统的增益。

◆ 反馈校正——并联校正

- 反馈校正可以取代系统局部结构。

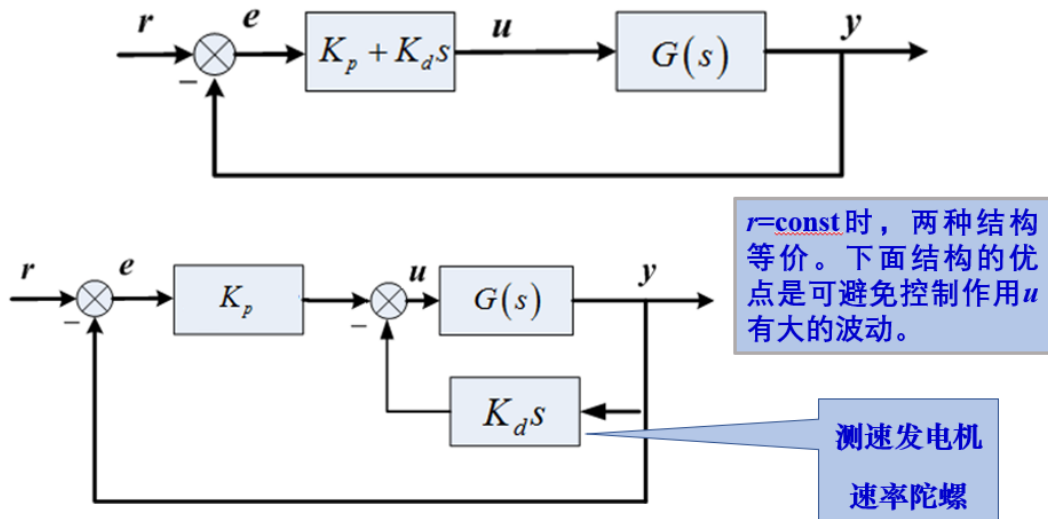


$$T(s) = \frac{G}{1+GH} = \begin{cases} \frac{1}{H}, & |GH| \gg 1, \text{ 即 } |G| \gg \left| \frac{1}{H} \right| \\ G, & |GH| \ll 1, \text{ 即 } |G| \ll \left| \frac{1}{H} \right| \end{cases}$$

◆ 调节系统的定义

调节系统是将被调量（系统的输出量）保持在设定值上的控制系统。

◆ 比例微分 (PD) 控制作用



◆ 比例积分微分(PID)控制作用

$$G_c(s) = K_P \left(1 + \frac{1}{T_I s} + T_D s \right)$$

式中， $T_D = \frac{K_D}{K_P}$ 称为PID控制器的微分时间；

$T_I = \frac{K_P}{K_I}$ 称为PID控制器的积分时间。

不参与PID控制参数的设计

实际工业中PID控制器的传递函数为

$$G_c(s) = K_P \left(1 + \frac{1}{T_I s} + \frac{T_D s}{1 + \tau_D s} \right), \quad 0.1 T_D \leq \tau_D \leq 0.2 T_D$$

◆ 调节系统的类型

- 积分加一阶模型——一般按相角裕度设计

$$G(s) = \frac{K}{s(Ts + 1)}$$

- 一阶加时间滞后——滞后是典型问题

$$G(s) = \frac{K}{Ts + 1} e^{-\tau s}$$

典型调节系统对象特性，并非对象的真实特性，主要是为了反映其设计特点。

◆ 调节系统的类型

- 积分加一阶模型

$$G(s) = \frac{K}{s(Ts + 1)}$$

$$Y(s) = \left(\frac{K}{s} - \frac{KT}{Ts + 1} \right) U(s)$$

Steady state:

$$y(t) = Kt - KT$$

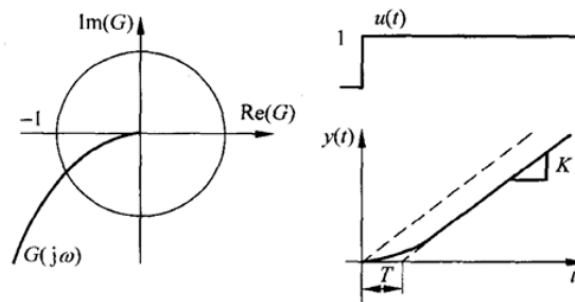


图 8-3 积分加一阶对象的特性

◆ 调节系统的类型

● 一阶加时间滞后

$$G(s) = \frac{K}{Ts+1} e^{-\tau s}$$

$$y(t) = 0, t < \tau$$

$$y(t) = K - Ke^{-\frac{t-\tau}{T}}, t \geq \tau$$

$$\dot{y}_{max} = \frac{K}{T}, t = \tau$$

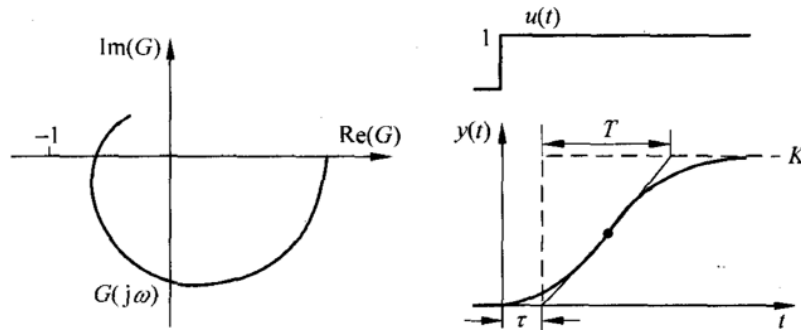


图 8-4 一阶加时间滞后的特性

● PD控制，调节系统的阻尼系数

● PI控制，考虑相角裕度，提高系统精度

积分控制：应比较弱，不影响动态设计结果。

◆ 过程控制的设计特点

调节系统的控制规律是PID，但对过程控制系统而言，又有其特有的设计考虑：

$$G(s) = \frac{K}{Ts+1} e^{-\tau s}$$

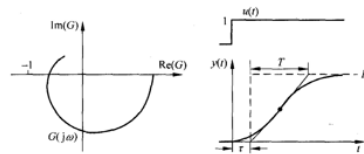


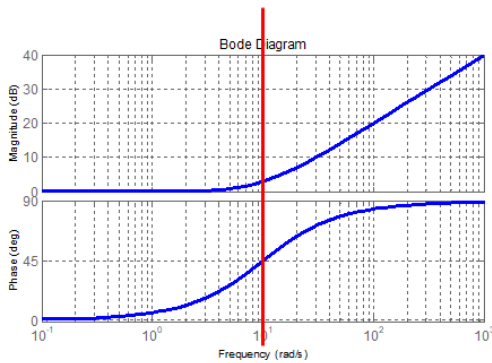
图 8-4 一阶加时间滞后的特性

● 微分增加阻尼的效果不显著

由于对象的滞后特性，控制规律引入的微分项增加阻尼的效果并不明显，若设计不好，甚至会带来相反的效果。

- 微分控制

过程控制系统中若采用比例微分控制，应该用其幅频特性增加比较平缓的频段。



$$D(s) = 1 + T_D s \quad \longrightarrow \quad \frac{1}{T_D} > \omega_c$$

$$D(s) = \frac{1 + T_D s}{1 + \tau_D s}$$

$$0.1 T_D \leq \tau_D \leq 0.2 T_D$$

- ◆ 过程控制的设计特点

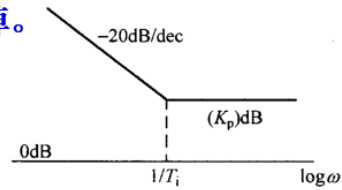
- 增益低、带宽窄导致静差大——引入积分

$$\frac{1}{T_D} > \omega_c$$

由于滞后环节的存在，系统的增益和带宽都比较小，要减少或消除静差就得在控制规律中加积分环节来提高其低频段增益，所以调节规律中都要加积分项。

微分项的转折频率大于带宽，因此系统在带宽以内的频率特性主要由PI决定，为使积分引起的相位滞后不影响系统的稳定性，-20dB/dec的积分特性应在到达带宽前衰减掉。

$$\frac{1}{T_I} = \left(\frac{1}{2} \sim \frac{1}{4} \right) \omega_c$$



按照幅值裕度进行整定的方法！

◆ 整定方法——临界比例度法

$$G(s) = \frac{K}{Ts+1} e^{-\tau s}$$

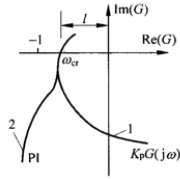


图 8-19 PI 系统的特性

调节规律	K_p	T_I	T_D
P	$0.5K_{pc}$	∞	0
PI	$0.45K_{pc}$	$0.83T_c$	0
PID	$0.6K_{pc}$	$0.5T_c$	$0.125T_c$

K_{pc} ——临界增益； $T_c=2\pi/\omega_{cr}$ 。

- 纯比例控制
- 线性振荡
- 在控制器的输出端检测

不参与PID控制参数的设计

$$G_c(s) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_I s} + \frac{T_D s}{\tau_D s + 1} \right),$$

$$0.1T_D \leq \tau_D \leq 0.2T_D$$

幅值裕度为2。

◆ 多回路系统的设计原则

针对单回路系统的局限性，引入辅助回路来抑制干扰或改善性能，从而构成多回路系统。

- 用快速回路来抑制扰动
- 主回路是窄带宽的：抑制噪声或满足稳定性限制约束

内回路设计时增益要高，为抑制干扰，内回路的带宽也要尽可能地宽。带宽拓展受到对象不确定性的限制，也不可能做得太高，一般要求满足

$$\omega_{ni} \geq 5\omega_{no}$$

内外回路的带宽互相错开，使得两个回路不致互相关于干扰，可以分开设计，也便于调试。

对于多回路系统：

- 以宽带内回路抑制干扰；
- 以窄带外回路保证精度；
- 调试时先调试内回路，再调试外回路；
- 调试外回路时，将内回路当做一个比例环节；
- 每个回路都可以按照单回路进行设计。

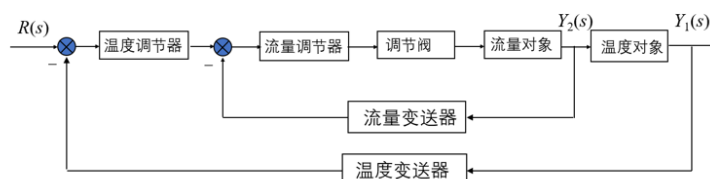


◆ 串级调节系统的结构组成

整个系统包括两个控制回路：主回路和副回路。副回路由副变量检测变送、副调节器、调节阀和副过程构成；主回路由主变量检测变送、主调节器、副调节器、调节阀、副过程和主过程构成。

一次扰动：作用在主被控过程上，不包括在副回路范围内的扰动。

二次扰动：作用在副被控过程上，即包括在副回路范围内的扰动。



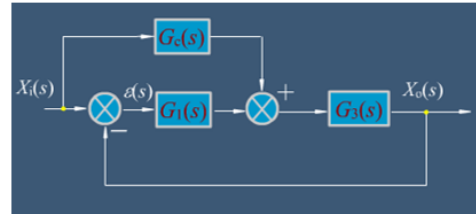
副回路具有先调、粗调、快调的特点；

主回路具有后调、细调、慢调的特点，对副回路没有完全克服掉的干扰影响能较为彻底地加以消除。

由于主、副回路相互配合、相互补充，使控制质量显著提高。

◆ 复合控制系统

■ 顺馈补偿



系统按偏差 $\varepsilon(t)$ 控制时的闭环传递函数为

$$\Phi(s) = \frac{G_1(s)G_3(s)}{1 + G_1(s)G_3(s)}$$

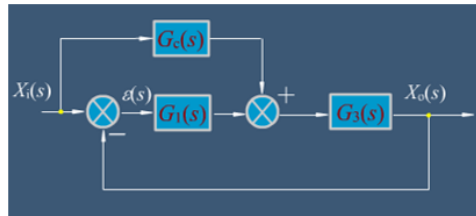
在加入顺馈补偿通道后，复合控制系统的传递函数

$$\Phi(s) = \frac{X_o(t)}{X_i(t)} = \frac{[G_1(s) + G_c(s)]G_3(s)}{1 + G_1(s)G_3(s)}$$

复合校正后的系统特征多项式与未校正的闭环系统的特征多项式是完全一致的，因此，系统虽然增加了补偿通道，但其稳定性不受影响。

◆ 复合控制系统

■ 顺馈补偿



分析稳态精度和快速性方面的影响。加入顺馈补偿通道后，系统的偏差传递函数推导如下：

$$\Phi_e(s) = \frac{\varepsilon(s)}{X_i(s)} = \frac{1 - G_c(s)G_3(s)}{1 + G_1(s)G_3(s)}$$

当 $G_c(s) = \frac{1}{G_3(s)}$ 时， $\varepsilon(s) = 0$ 。

采用复合校正既能消除稳态误差，又能保证系统动态性能！