

1. 绪论

人眼的锥状体（少）集中在中央凹附近，对颜色极其敏感；杆状体（多）的分布较为分散，对低亮度的光照敏感。两者在盲点上均未分布。

2. 数字图像基础

像素在数字图像上有固定的 (x, y) 空域坐标以及该点的像素值 $f(x, y)$ 。采样分辨率对应空间坐标的离散化，量化对应灰度值的离散化。DIP 书中，数字图像的坐标系方向为 x 轴向下， y 轴向右，相当于笛卡儿坐标系顺时针旋转 90° 。

DI 的灰度分辨率 $L = 2^k$ ，空间分辨率为 $M \times N$ 。一张图像占用的存储空间为 MNk 比特。1 字节 = 8 比特，1 KB = 1024 字节。

图片的放缩可以使用最邻近插值或双线性插值法。

像素的相邻像素：4-邻域、8-邻域、m-邻域。

距离测度： D_4 距离（城市街区）、 D_8 距离（棋盘距离）、欧氏距离。

3. 灰度变换与空间滤波

基本灰度变换函数

1. 图像反转 $s = L - 1 - r$ 。

2. 对数变换 $s = c \log(1 + r)$ 常用于缩放傅里叶频谱等灰度值过大的图像。

3. 幂律（伽马）变换 $s = cr^\gamma$ 。常用来增强图像的对比度。如果图片太暗，需要扩展灰度级，应使用 $\gamma < 1$ ；如果图片太亮，需要压缩灰度级，应使用 $\gamma > 1$ 。例如为了增强 X 光骨骼图像的细节，取 $c = 1, \gamma = 0.4$ 。

4. 分段线性变换：对比度拉伸、灰度级分层、比特平面分层。

直方图处理

1. 直方图均衡化 $s_k = T(r_k) = \frac{L-1}{MN} \sum_{j=0}^k n_j$ ，其中 n_j 为灰度级 j 的像素个数。 $\frac{n_j}{MN}$ 即为灰度级 j 的概率密度函数。能增强图像的对比度。

2. 直方图匹配（规定化）

线性空间滤波原理： $g(x, y) = \sum_{s=-a}^a \sum_{t=-b}^b w(s, t) f(x + s, y + t)$ 。

平滑（低通）空间滤波器

1. 盒式滤波器核（均值滤波器）： $w(s, t) = \frac{1}{(2a+1)(2b+1)}$ 。

2. 低通高斯滤波器核： $w(s, t) = G(s, t) = Ke^{-\frac{s^2+t^2}{2\sigma^2}}$ 。

3. 统计排序（中值）滤波器，适合滤除椒盐噪声。

锐化（高通）空间滤波器

1. 二阶导数锐化图像（拉普拉斯）： $\nabla^2 f = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$ ，滤波

核： $\begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$ ，或者 $\begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & 8 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$ 。计算式： $g(x, y) = f(x+1, y) + f(x-1, y) + f(x, y+1) + f(x, y-1) - 4f(x, y)$ 。

特点：突出图像中的急剧灰度过渡，并且不强调缓慢变化的灰度区域。

2. 一阶导数锐化图像（梯度）： $\nabla f = grad(f) = \begin{bmatrix} G_x \\ G_y \end{bmatrix} =$

$\begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial x} \\ \frac{\partial f}{\partial y} \end{bmatrix}$ 。罗伯特交叉梯度算子： $\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ 和 $\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ 。索贝尔算

子： $\begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ 和 $\begin{bmatrix} -1 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ 。梯度突出灰度级图像中

很难看到的小尺度图像，在平坦的灰度场中增强小的不连续。常用于工业边缘检测。

4. 频率域滤波

背景知识：傅里叶变换、取样函数的傅里叶变换、卷积定理；DFT, IDFT 及其性质。

$$F(u, v) = \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} f(x, y) e^{-j2\pi(\frac{ux}{M} + \frac{vy}{N})}$$

$$f(x, y) = \frac{1}{MN} \sum_{u=0}^{M-1} \sum_{v=0}^{N-1} F(u, v) e^{j2\pi(\frac{ux}{M} + \frac{vy}{N})}$$

数字图像的傅里叶频谱： $|F(u, v)| = [Re^2(u, v) + Im^2(u, v)]^{\frac{1}{2}}$ 。

频率域滤波滤波步骤：1. 零填充；2. 原图乘 $(-1)^{(x+y)}$ （原因：频率成分的分布通常围绕原点对称，乘 $(-1)^{(x+y)}$ 后，频谱的低频部分移动到图像的中心位置，高频部分位于边缘。这种处理使频谱的可视化和分析更加直观）；3.

DFT $\rightarrow F(u, v)$ ；4. 乘以滤波器传递函数 $H(u, v)$ ；5. $g(x, y) = Re\{\mathcal{F}^{-1}[H(u, v)F(u, v)]\}(-1)^{(x+y)}$ ，取出 $M \times N$ 的区域。

如果将傅里叶频谱原点处的分量去除，相当于滤去图像的直流分量，会导致输出图像的平均灰度值为 0。

低通频率域滤波器 - 平滑图像，连接图片中断裂处：

1. 理想低通滤波器： $H(u, v) = \begin{cases} 1, & D(u, v) \leq D_0 \\ 0, & D(u, v) > D_0 \end{cases}$ 。存在振铃现象。

2. 高斯低通滤波器： $H(u, v) = e^{-D^2(u, v)/2\sigma^2}$ 。

3. 巴特沃斯低通滤波器（BLPF）： $H(u, v) = \frac{1}{1+[D(u, v)/D_0]^{2n}}$ 。低阶 BLPF 几乎不存在振铃现象。

高通滤波器（锐化图像）： $H_{HP}(u, v) = 1 - H_{LP}(u, v)$ 。例如巴特沃斯 BHPF： $H(u, v) = \frac{1}{1+[D_0/D(u, v)]^{2n}}$ 。

选择性滤波 - 带通滤波器、带阻滤波器、陷波滤波器。

5. 图像复原与重建

图像的退化过程： $g(x, y) = h(x, y) \otimes f(x, y) + n(x, y)$ 。频域中为 $G(u, v) = H(u, v)F(u, v) + N(u, v)$ 。

噪声模型：高斯 $p(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-(z-\bar{z})^2/2\sigma^2}$ ；瑞利 $p(z) = \frac{2}{b}(z-a)e^{-(z^2-a^2)/b}(z \geq a)$ ， $\bar{z} = a + \sqrt{\pi b/4}$ ， $\sigma^2 = \frac{b(4-\pi)}{4}$ ；爱尔兰（伽马） $p(z) = \frac{a^b z^{b-1}}{(b-1)!} e^{-az}(z \geq 0)$ ， $\bar{z} = \frac{b}{a}$ ， $\sigma^2 = \frac{b}{a^2}$ ；指数 $p(z) = ae^{-az}(z \geq 0)$ ， $\bar{z} = \frac{1}{a}$ ， $\sigma^2 = \frac{1}{a^2}$ ；均匀 $p(z) = \frac{1}{b-a}(a \leq z \leq b)$ ， $\bar{z} = \frac{a+b}{2}$ ， $\sigma^2 = \frac{(b-a)^2}{12}$ ；椒盐噪声。

估计噪声的方法： $\bar{z} = \sum_{i=0}^{L-1} z_i p_s(z_i)$ ， $\sigma^2 = \sum_{i=0}^{L-1} (z_i - \bar{z})^2 p_s(z_i)$ 。

只存在噪声的复原 - 空间滤波器

1. 均值滤波器：算术平均、几何均值、谐波平均、反谐波平均。2. 统计排序滤波器：中值（最常用）、最大值/最小值、中点、阿尔法修剪均值。3. 自适应滤波器

使用频率域滤波降低周期噪声：陷波滤波器尤其适用于周期噪声。

线性位置不变退化

湍流退化模型： $H(u, v) = e^{-k(u^2+v^2)^{\frac{5}{6}}}$ 。

逆滤波： $\hat{F}(u, v) = \frac{G(u, v)}{H(u, v)} = F(u, v) + \frac{N(u, v)}{H(u, v)}$ 。即使知道退化传递函数 $H(u, v)$ ，也不能准确复原图像。改进方法：将滤波器频率限制在原点附近分析，减少遇到零值的概率。以下为一些改进直接逆滤波的方法：

最小均方误差波： $\hat{F}(u, v) = \left[\frac{1}{H(u, v)} \frac{|H(u, v)|^2}{|H(u, v)|^2 + K} \right] G(u, v)$ ，
 又称维纳滤波；约束最小二乘方滤波： $\hat{F} = \left[\frac{H^*}{|H|^2 + \gamma |P(u, v)|^2} \right]$ ；
 几何均值滤波。

6. 彩色图像处理

可见光谱范围：400-700 nm。区分颜色的特性：亮度、色调和饱和度。色度：色调和饱和度。

RGB 彩色模型：红 (1, 0, 0)、绿 (0, 1, 0)、蓝 (0, 0, 1)。全彩色图像：8 bit x 3 通道 = 24 bit。CMY 模型：青 $C = 1 - R$ 、品红 $M = 1 - G$ 、黄 $Y = 1 - B$ 。用于颜料印刷。

HSI 彩色模型：色调 H 、饱和度 S 、亮度 I 。

RGB 到 HSI： $H = \begin{cases} \theta, & B \leq G \\ 360 - \theta, & B > G \end{cases}, \theta =$

$\cos^{-1} \frac{\frac{1}{2}[(R-G)+(R-B)]}{[(R-G)^2+(R-B)(G-B)]^{\frac{1}{2}}}, S = 1 - \frac{3}{R+G+B} \min(R, G, B),$
 $I = \frac{R+G+B}{3}。$

HSI 到 RGB：RG 扇区 $0 \leq H < 120^\circ$ ： $B = I(1 - S)$ ，
 $R = I \left[1 + \frac{S \cos H}{\cos(60^\circ - H)} \right]$ ， $G = 3I - (R + B)$ ；GB 扇区
 $120^\circ \leq H < 240^\circ$ ：先 $H = H - 120^\circ$ ， $R = \dots$ ， $G = \dots$ ，
 $B = 3I - (R + G)$ ；BR 扇区 $240^\circ \leq H < 360^\circ$ ：先
 $H = H - 240^\circ$ ， $G = \dots$ ， $B = \dots$ ， $R = 3I - (G + B)$ 。

假彩色图像处理：灰度分层和彩色编码，将灰度分层后的像素赋予特定颜色，便于目视分析。

全彩色图像处理方法：1. 对每个通道单独处理；2. 将每个像素看作一个 3 维向量处理。

彩色分层： $s_i = \begin{cases} 0.5, & \text{roi} \\ r_i, & \text{otherwise} \end{cases}。$

彩色图像平滑： $\bar{c}(x, y) = \frac{1}{K} \sum_{(s, t) \in S_{xy}} c(s, t)$ 。彩色图像

锐化： $\nabla^2 c(x, y) = \begin{bmatrix} \nabla^2 R(x, y) \\ \nabla^2 G(x, y) \\ \nabla^2 B(x, y) \end{bmatrix}。$

彩色图像分割

彩色图像边缘检测

7. 形态学图像处理

Hit, Miss, Fit 的概念。

腐蚀： $I \ominus B = \{z | (B)_z \cap A^c = \emptyset\}$ 。只有 fit 有效，否则无效。会缩小、细化物体，滤除掉小于结构元的物体，分开连接的物体，剥离物体突出的边缘。

膨胀： $A \oplus B = \{z | (\hat{B})_z \cap A \neq \emptyset\}$ 。注意结构元素 B 需要先反射为 \hat{B} 。只要 hit 就有效，否则无效。会粗化、增长物体，修复断裂处、填补坑洼。

开运算： $A \circ B = (A \ominus B) \oplus B$ 。先腐蚀再膨胀，能平滑图像轮廓，断开物体间连接，清除突出物。几何解释：球形结构元 B 在物体 A 的内部边界滑动，所得并集。

闭运算： $A \bullet B = [\cup(B)_z | (B)_z \cap A = \emptyset]$ 先膨胀再腐蚀，可以平滑轮廓上的缺口，填充内部孔洞，连接物体间隙和断裂部分。几何解释：球形结构元 B 在物体 A 的外部边界滑动，所得并集。

击中-击不中变换 (HMT)： $I \otimes B = \{z | (B)_z \subseteq I\}$ 。HMT 能够检测符合结构元的物体在图像中的位置。

边界提取： $\beta(A) = A - (A \ominus B)$ ，即 A 与 A 的腐蚀之间的差集。

孔洞填充： $X_k = (x_{k-1} \oplus B) \cap I^c$ 。

8. 图像分割

基本边缘检测梯度算子：罗伯特、Prewitt、Sobel 等。

LoG 算子： $\nabla^2 G(x, y) = \left(\frac{x^2 + y^2 - 2\sigma^2}{\sigma^4} \right) \exp \left(-\frac{x^2 + y^2}{2\sigma^2} \right)$ 。
 算子生成的模板需要满足系数之和为 0。LoG 算子在拉普拉斯前先进行高斯平滑，显著减少了噪声的影响，相比直接拉普拉斯提高了边缘检测的准确性和鲁棒性。

Marr-Hildreth 算法：1. 高斯低通滤波；2. 计算拉普拉斯；3. 零交叉检测。

Canny 算法 (最优边缘检测)：1. 高斯低通滤波；2. 用梯度算子 (Sobel, Prewitt) 计算梯度幅度和角度图像；3. 非极大值抑制；4. 双阈值处理和连通性分析检测与连接边缘。

霍夫变换直线检测：1. 先检测图像边缘；2. 初始化参数空间，通常用极坐标表示直线 $\rho = x \cos \theta + y \sin \theta$ ；3. 初始化一个累加器数组。4. 对于每个边缘点，计算所有可能的直线参数 (ρ, θ) ，在累加器对应位置加 1 (投票)；5. 筛选出累加器中票数超过阈值的参数，映射回原图。

霍夫变换圆检测：将参数空间替换为 $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$ ， (a, b, r) 。或者先估计圆心位置 (a, b) (寻找切线垂线交叉最多的点)，再针对每个圆心估计半径 r (寻找距离重复最多的点)。

区域生长法：1. 选择种子点；2. 设置生长准则，例如待测点灰度值与生长点灰度值之差小于阈值，就使其加入生长点集合；3. 递归生长，直到生长点集合不再扩大。如果种子点灰度值不同，可能会要求生长有优先级。

9. 特征提取

链码：8-邻域链码、4-邻域链码；归一化链码；一阶差分。

用最小周长多边形近似边界 - MPP 算法

K-means 聚类算法：1. 随机初始化 k 个聚类中心；2. 计算每个样本到每个聚类中心的距离；3. 将样本分配到距离最近的聚类中心；4. 将每个类的样本均值作为新的聚类中心；5. 重复 2-4 步，直到聚类中心不再变化或迭代次数达到上限。优点：简单、计算速度快；缺点：每次计算的结果可能不同导致局部最优解。

10. 特典

- 天气问题：使用直方图均衡化 (HSI 通道中针对亮度 I) 以增强图像对比度；伽马校正以适应不同光照条件。
- 周期性信号：用陷波滤波器滤除，例如高斯 / 巴特沃斯陷波带阻滤波。
- 高斯噪声信号：高斯 / 巴特沃斯低通滤波、维纳滤波。
- 颜色识别：将 RGB 图像转换为 HSV 图像，用双阈值法提取红色的区域。
- 掉漆、白点：用闭运算填充图像中的孔洞。
- 提取边界：用 Canny 算法提取边缘。
- 从边界中提取轮廓，可以用霍夫变换检测直线后用最小周长多边形近似。