DIP5 - Restoration

1° Estamation by Observation

强信号区域

1. 求模糊图像的频谱图$G(u,v)$中除了十字区域部分的灰度平均值
2. 构造一张图像$f(x,y)$，大小和模糊图像一致，先用上一步求得到的灰度平均值填充，然后按题干信息构造十字，并求其频谱图$F(u,v)$
3. 求$H(u,v)=\frac{G(u,v)}{F(u,v)}$

- Let the observed subimage be denoted by $g_s(x,y)$
- Let the processed subimage be denoted by $\hat{f}_s(x,y)$
- Assuming the effect of noise is negligible (strong signal area), then

$$G(u,v)=F$$

$$H_s(u,v)=\frac{G_s(u,v)}{\hat{F}_s(u,v)}$$

2° Estimation by Experimentation

$$H(u,v)=\frac{G(u,v)}{A}$$ 冲激强度 impulse

3° 逆滤波

$$\hat{F}=\frac{G}{H}=F+\frac{N}{H}$$ dominate zero value 可以限制滤波频率

4° Wiener Filter $\min e^2=E\{(f-\hat{f})^2\}$

$$\hat{F}(u,v)=\left[\frac{H^*(u,v)S_f(u,v)}{S_f(u,v)|H(u,v)|^2+S_\eta(u,v)}\right]G(u,v)$$

$$=\left[\frac{H^*(u,v)}{|H(u,v)|^2+S_\eta(u,v)/S_f(u,v)}\right]G(u,v)$$

$$=\boxed{\left[\frac{1}{H(u,v)}\frac{|H(u,v)|^2}{|H(u,v)|^2+S_\eta(u,v)/S_f(u,v)}\right]}G(u,v)$$

$S_\eta(u,v)=|N(u,v)|^2=$ 噪声的功率谱［见式

$S_f(u,v)=|F(u,v)|^2=$ 未退化图像的功率谱

$H(u,v)=$ 退化函数 $H^*(u,v)=H(u,v)$的复共轭

DIP6 - 形态学

1° 反射 $(x,y)\to(-x,-y)$

$\hat{B}=\{w|w=-b, b\in B\}$

2° Fit: 全为1 Hit: 至少有1 Miss: 全0

3° 膨胀 Dilation

$$f\oplus s=g(x,y)=\begin{cases}1 & \text{if } \hat{s} \text{ hit } f\\ 0 & \text{other}\end{cases}$$

4° 腐蚀

$$f\ominus s=g(x,y)=\begin{cases}1 & \text{if } s \text{ fit } f\\ 0 & \text{other}\end{cases}$$

5° 开 open

$f\circ s=(f\ominus s)\oplus s$

6° 闭 close

$f\cdot s=(f\oplus s)\ominus s$

Opening

$A\circ B=\{x|[(\hat{B})_x\cap A\neq\emptyset\}$

- -A B is a subset of A
- -If C is a subset of D, then C B is a subset of D B
- -(A B) B=A B

$A\bullet B=\{x|[(\hat{B})_x\cap A]\subseteq A\}$

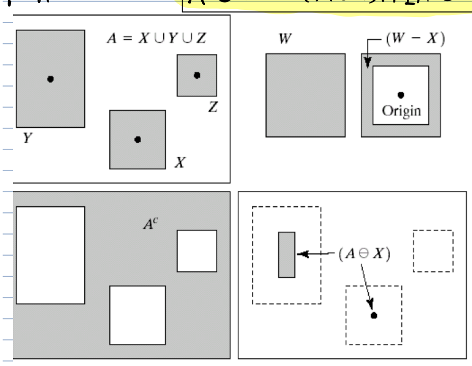
$(A\ominus B)^c=A^c\oplus\hat{B}$

$(A\oplus B)^c=A^c\ominus\hat{B}$

Closing

- -A is a subset of A • B
- -If C is a subset of D, then C • B is a subset of D • B
- -(A • B) • B=A • B

7° Hit or Miss $\boxed{A\circledast B=(A\ominus X)\cap[A^c\ominus(W-X)]}$



DIP7 - 形态学2

1° 边缘提取 $\beta(A)=A-(A\ominus B)$

2° Region Filling $X_k=(X_{k-1}\oplus B)\cap A^c$ B → 田 A^c → 边界

3° 连通部分寻找 $X_k=(X_{k-1}\oplus B)\cap A$

4° Thinning 细化 $A\otimes B=A-(A\circledast B)=A\cap(A\circledast B)^c$ ↳ 击中不击中

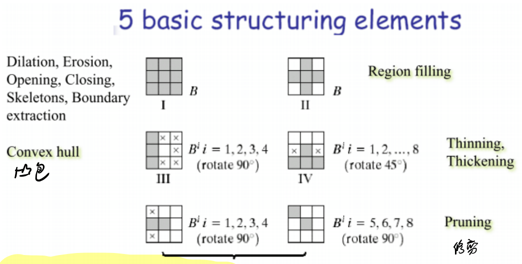
5° Thicken 增厚 Thicken $A=C^c$

取$C=A^c$. Thin C then 取 $A\cdot B=A\cup(A\circledast B)$

6. Skeleton 骨架 $S_k(A)=(A\ominus kB)-(A\ominus kB)\circ B$

$S(A)=\bigcup_{k=0}^{K}S_k(A)$ 重建 $A=\bigcup_{k=0}^{K}(S_k(A)\oplus kB)$

Summary



DIP8 - Segmentation

1° Segmentation algorithms generally are based on of 2 basic properties of intensity values:

- – **Discontinuity**: to partition an image based on abrupt changes in intensity (such as edges) (分)
- – **Similarity**: to partition an image into regions that are similar according to a set of predefined criteria. (合)

2° Point Detect

-1	-1	-1
-1	8	-1
-1	-1	-1

$|R|\geq$ threshold

3° line Detect

−1	−1	−1	−1	−1	2	−1	2	−1	2	−1	−1
2	2	2	−1	2	−1	−1	2	−1	−1	2	−1
−1	−1	−1	2	−1	−1	−1	2	−1	−1	−1	2

Horizontal +45° Vertical −45°

mask作用完. R值最大的那些点 最有可能落在 mask 定义的直线上

3' Edges & Derivatives

一阶导找边. 二阶导找边方向

二阶导对噪声很敏感.

Edge: 局部 Boundary: 全局

因此在求导前做平滑处理很重要

那如何判定一个点是edge point呢?

1、这个点的灰度过渡应显著强于背景（用阈值去判断）

2、点的二维一阶导数必须大于指定的阈值。

4. 梯度

$\nabla f\approx|G_x|+|G_y|$ $\alpha(x,y)=\arctan(\frac{G_y}{G_x})$

Roberts

	-1	
		1

		-1
	1	

Prewit

-1	-1	-1
1	1	1

-1		1
-1		1
-1		1

Sobel

-1	-2	-1
1	2	1

-1		1
-2		2
-1		1

$mag(\nabla f)=|\nabla f|\approx|G_x|+|G_y|$

5. 更灵敏的对角线检测

	1	2
-1		1
-2	-1	

-2	-1	
-1		1
	1	2

Laplacian（拉普拉斯算子）

很少单独使用，因为：对噪声敏感；产生双边界；无法找到边界方向

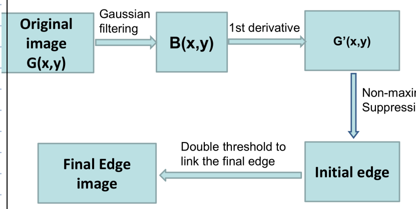
但是，他寻找边界位置的能力很强（zero-crossings property，零交叉属性）

通常会将拉普拉斯算子和高斯平滑滤波器同时使用，就是将拉普拉斯算子作用与高斯滤波器，Laplacian Of Gaussian（LoG）

LOG:
$$\nabla^2G(x,y)=\left[\frac{x^2+y^2-2\sigma^2}{\sigma^4}\right]e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}}$$

Canny算子

良好信噪比. 良好定位. 单响应: 一个边一个响应



梯度

$G_x=\frac{1}{2}\begin{bmatrix}-1 & 1\\ -1 & 1\end{bmatrix}$ $G_y=\frac{1}{2}\begin{bmatrix}-1 & -1\\ 1 & 1\end{bmatrix}$

或用 Sobel

非极大值抑制

1. 寻找最接近$\alpha(x,y)$的方向d_k。
2. 如果$M(x,y)$的值至少小于沿d_k的两个邻居之一，则令$g_N(x,y)=0$（抑制）；否则，令$g_N(x,y)=M(x,y)$，这里$g_N(x,y)$是非最大抑制后的图像。例如，参考图10.24(a)，令(x, y)在p_5处，

滞后阈值

4、双阈值：通常，单阈值无法获得良好的效果，因为完美的阈值很难选择，双阈值是更好的方法：选取th1，th2，th1=0.4*th2，这样我们可以得到两个边缘图像：I1，I2，**I2由更大的阈值th2获得，消除了更多的噪声，但失去了一些有用的边缘；I1包含更多细节边缘**，因此我们可以将它们组合在一起。

5、边缘链接：扫描I2，当找到一个零点p时，以p为起点，跟踪边缘到其终点q;在I1中，寻找相同位置q及其对应的8邻域，如果有非零点，则将其添加到I2中，并将其标记为r，然后以r为起点，重复步骤1直到找不到更多的点;

$th_1\to$ low $th_2\to$ high $\}$ I_1, I_2

$th_1=0.4\,th_2$

I_1中去找8邻域到终点q. I_2中对应q' 8邻域找点加入I_1. 以新点为起点继续找

DIP9 - Segmentation

Hough Line

$y=ax+b \Rightarrow b=-x_ia+y_i$

$\Rightarrow x\cos\theta+y\sin\theta=\rho$

找一点(x,y)带入不同θ.求ρ

Hough Circle

未知r: 找梯度. 沿梯度画线. 找圆心

已知圆心. 找半径

Global Threshold

$T\to G_1\leq T$. $G_2>T\Rightarrow\mu_1=E(G_1).\ \mu_2=E(G_2)$

$\to T=\frac{\mu_1+\mu_2}{2}$ $\xrightarrow{\text{until}}$ $\Delta T<T_0$

单阈值只适用双峰直方图

Otsu（大津法）

最大化类内方差

是求图像全局阈值的最佳方法;

优点：计算简单快速，不受图像亮度和对比度的影响;

缺点：对图像噪声敏感，只能针对单一目标分割，当目标和背景大小比例悬殊、类间方差函数可能呈现双峰或者多峰的时候效果不好。

- Basic Formulation

(a) $\bigcup_{i=1}^{n}R_i=R$

(b) R_i is a connected region, $i=1,2,\ldots,n$

(c) $R_i\cap R_j=\phi$ for all i and j, $i\neq j$

(d) $P(R_i)=TRUE$ for $i=1,2,\ldots,n$

(e) $P(R_i\cup R_j)=FALSE$ for $i\neq j$

区域生长

Region Growing（区域生长）

顾名思义，区域增长是根据预定义的条件将像素或子区域组成更大区域的过程。

首先选取一个seed作为起始点，然后根据制定的规则去生长，需考虑连通性，并且在当没有更多像素满足该区域中的条件时应停止生长

例如：

Region Growing (Example):

– Determine seed points to maximum gray level.

– Growing criteria:

– Gray level value difference (with respect to Seed Points) less than a threshold.

– Each candidate pixel should be N8 of region.

8邻域内，生长准则是待测点灰度值与生长点灰度值相差为1或0:

DIP10 Color Image Process

红 700nm 绿 546.1nm 蓝 435.8nm

红+蓝 =深红. 绿+蓝 = 青

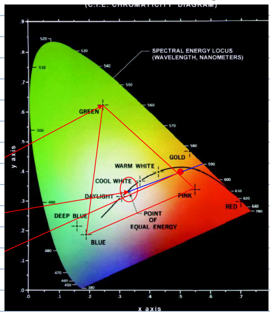
三原色不能产生所有光谱

HSI $\begin{cases}\text{Hue} & \text{色相}\\ \text{Saturation} & \text{饱和度(白光占比)}\\ \text{Brightness} & \text{强度}\end{cases}$ 与所含

色度图 X: 红 Y: 绿 Z: 1-X-Y

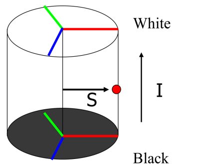
其它颜色模型

RGB
HSI
HSV
CMY/CMYK



HSI Model

上下: 亮度
旋转: 色相
径向: 饱和度



RGB To HSI (RGB 归一化后)

$$H = \begin{cases} \theta & \text{if } B \le G \\ 360 - \theta & \text{if } B > G \end{cases}$$

with

$$\theta = \cos^{-1}\left\{ \frac{\frac{1}{2}[(R-G)+(R-B)]}{[(R-G)^2 + (R-B)(G-B)]^{1/2}} \right\}$$

$$S = 1 - \frac{3}{(R+G+B)}[\min(R,G,B)]$$

$$I = \frac{1}{3}(R+G+B)$$

HSI To RGB

$H = H * 360$

RG sector$(0° \le H < 120°)$

$B = I(1-S)$

$R = I\left[1 + \frac{S\cos H}{\cos(60° - H)}\right]$

$G = 3*I - (R+B)$

GB sector$(120° \le H < 240°)$

$H = H\text{-}120°$

$R = I(1-S)$

$G = I\left[1 + \frac{S\cos H}{\cos(60° - H)}\right]$

$B = 3*I - (R+G)$

BR sector$(240° \le H < 360°)$

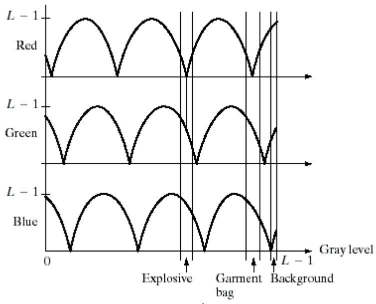
$H = H\text{-}240°$

$G = I(1-S)$

$B = I\left[1 + \frac{S\cos H}{\cos(60° - H)}\right]$

$R = 3*I - (G+B)$

伪彩色



颜色分割: 将感兴趣外的颜色映射到中性色

Cube:

$$s_i = \begin{cases} 0.5 & \text{if } \left[|r_{ij} - a_{ij}| > \frac{W}{2}\right], 1 < j < n \\ r_i & \text{otherwise} \end{cases}$$

Sphere:

$$s_i = \begin{cases} 0.5 & \text{if } \sum_{j=1}^{n}(r_{ij} - a_{ij})^2 > R_0^2 \\ r_i & \text{otherwise} \end{cases}$$

平滑和锐化 ① RGB: 三通道分开做
② HSI: 只对 I 做处理

Generalization:

$$D(z,a) = [(z-a)^T C^{-1}(z-a)]^{\frac{1}{2}}$$

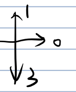
DIP11 — Representation & Description

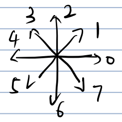
Representation and description used to make the data useful to a computer.

1° 关注 外部特征 (Boundary shape)
内部特征 (Reginal Properties Color. Texture)

• 对尺寸.旋转.平移不变性

2° 链码 4链码 8链码



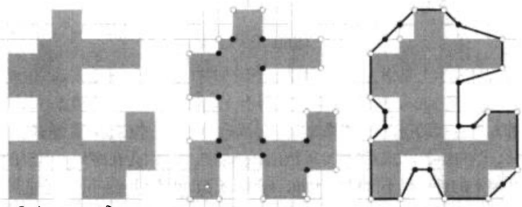


• 生成码很长
• 准确性取决于采样网络的间隔
• 可用一次差分代替

3° 多边形近似

对于闭合曲线 多边形线段数 = 边界点数 近似精确

• 最小周长多边形



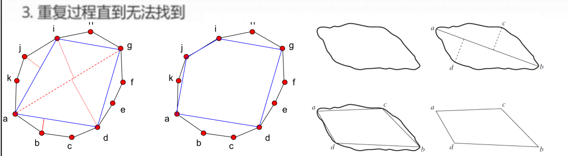
4° 点合成法

1. **沿边界合并点，直到距离超过预设阈值。**
2. 当上述情况发生时，**存储线路的参数，将距离设置为0。**
3. **重复该过程**，沿边界合并新点，直到距离再次超过阈值。
4. 在过程结束时，**相邻线段的交点形成多边形的顶点。**

5° 边分裂法

将连续的段细分为两个部分，直到满足指定的条件。

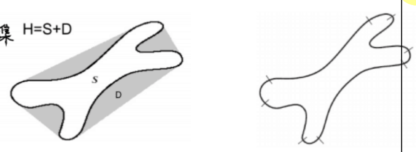
1. 找主轴
2. 找垂直于主轴且长度大于阈值的最长轴，将边界分为两段，最大值点定位一个顶点
3. 重复过程直到无法找到



6° 边界分段

H: 凸壳是包含S的最小凸集 H=S+D

进入凸缺和离开凸缺的点可以分割边界



7° 曲线拟合: 最小二乘

$$MSE = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N}[y_i - f(x_i)]^2$$ 最小

$$y = f(x) = c_0 + c_1 x + c_2 x^2$$

可以通过最小二乘法来求解

$E = Y - BC$

$MSE = \frac{1}{N}E^T E$

Optimal

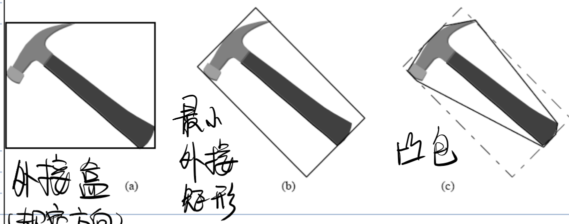
$C = (BB^T)^{-1}(B^T Y)$

$$Y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_N \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 \\ [redacted] & x_2 & x_2^2 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ [redacted] & x_N & x_N^2 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} c_0 \\ c_1 \\ c_2 \end{bmatrix}$$

8 边界描述子

方向: 长轴方向为物体方向 [找一条线 $\min \iint \underbrace{r^2}_{\text{点到线距离}^2} f(x,y)\,dxdy$

偏心性 $P = \frac{\text{长轴}}{\text{垂直长轴的短轴}}$



外接盒 (规定方向) (a)

最小外接矩形 (b)

凸包 (c)

傅里叶描绘子: 边界点 $(X_k, Y_k) \to S_k = X + jY$ 做DFT

区域描述子

Area: 区域像素数 / Perimeter 边界长度

紧凑性: $\frac{P^2}{A}$ 拓扑: 欧拉数 E = 联通域数 − 孔洞数

二维函数矩: 对平移.旋转.缩放不敏感

特征空间

- 一组possible patterns构成了特征向量。
- 每个特征向量都是特征空间中的一个点。
- 相似的物体产生相似的测量结果（特征向量）。特征空间中的邻近点对应于相似的对象
- 特征空间中的距离与相似度有关。
- 属于同一类的点在特征空间中形成点云。

K-Means

1. 确定分类数k。
2. 在独立特征空间中随机生成 k 个聚类起始点。
3. 将每个点分配给最近的聚类中心。
4. 重新计算新的聚类中心。
5. 跳转到新中心。
6. 重复前面的步骤（3-5），直到满足某些收敛标准（通常是赋值没有改变）

DIP2 — Spatial

1° Log Tranform $s = c\log(1+r)$
压缩范围

2° Power Law $s = c \cdot r^{\gamma}$
改变亮度. 整体灰度范围. RGB 比率

3° Gamma Correction

Device: $s = r^{\gamma}$ ⇒ Output $= r^{\gamma} \cdot r^{1/\gamma} = r$

Correction: $s = r^{1/\gamma}$

for CRT Display $\gamma = 1.8 \sim 2.5$

4° 直方图均衡化

$s = T(r)$ $p_s = p_r\left|\frac{dr}{ds}\right| \Rightarrow s = (L-1)\int_0^r p_r(t)\,dt$ $0 \le r \le L-1$

DIP3 — Spatial Filter

• Adaptive median Filter:

针对噪声概率比较高的情况, 且不增大窗口的情况

算法: Level A: $A1 = z_{med} - z_{min}$ Z_{med} is an impulse? → 判断中值是否为噪声
$A2 = z_{med} - z_{max}$
If $A1 > 0$ and $A2 < 0$, Go to level B
Else increase the window size
If window size $\le S_{max}$ repeat level A → 扩大窗口
Else output z_{med}

Level B: $B1 = z_{xy} - z_{min}$ Z_{xy} is an impulse? → 若是噪声, 保留 (不)
$B2 = z_{xy} - z_{max}$
If $B1 > 0$ and $B2 < 0$, output z_{xy}
Else output z_{med} → 若是噪声, 输出中值

Laplacian

$g(x,y) = f(x,y) + c[\nabla^2 f(x,y)]$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} & -1 & \\ -1 & 5 & -1 \\ & -1 & \end{bmatrix} \qquad 1 \cdot \begin{bmatrix} & -1 & \\ -1 & 4 & -1 \\ & -1 & \end{bmatrix} \text{ or } (-1)\begin{bmatrix} & 1 & \\ 1 & -4 & 1 \\ & 1 & \end{bmatrix}$$

DIP4 — 频域

$$F(u,v) = \sum_{x=0}^{M-1}\sum_{y=0}^{N-1} f(x,y)\, e^{-j2\pi(\frac{ux}{M} + \frac{vy}{N})}$$

$$f(x,y) = \frac{1}{MN}\sum_{u=0}^{M-1}\sum_{v=0}^{N-1} F(u,v)\, e^{j2\pi(\frac{ux}{M} + \frac{vy}{N})}$$

卷积

$$f(x,y) * h(x,y) = \sum_{m=0}^{M-1}\sum_{n=0}^{N-1} f(m,n)\,h(x-m, y-n)$$

Steps:

1. Multiply the input image by $(-1)^{x+y}$ to center the transform.
2. Compute $F(u,v)$ the DFT of the image in (1).
3. Multiply $F(u,v)$ by a filter function $H(u,v)$
4. Compute the inverse DFT of the result.
5. Obtain the real part of the result in (4).
6. Multiply the result in (5) with $(-1)^{x+y}$.

高斯低通

$H(u) = Ae^{-\frac{u^2}{2\sigma^2}}$ $h(x) = \sqrt{2\pi}\sigma A e^{-2\pi^2\sigma^2 x^2}$

高斯高通

$H(u) = Ae^{-\frac{u^2}{2\sigma_1^2}} - Be^{-\frac{u^2}{2\sigma_2^2}}$ $A \ge B$, $\sigma_1 \ge \sigma_2$

$h(x) = \sqrt{2\pi}\sigma_1 A e^{-2\pi^2\sigma_1^2 x^2} - \sqrt{2\pi}B e^{-2\pi^2\sigma_2^2 x^2}$

ButterWorth

$H_{lp} = \frac{1}{1 + (\frac{D(u,v)}{D_0})^{2n}}$ n↑ 振铃↑

$D: [(u - \frac{M}{2})^2 + (v - \frac{N}{2})^2]^{1/2}$

$H_{hp} = 1 - H_{lp} = \frac{1}{1 + (\frac{D_0}{D})^{2n}}$

Gaussian

$H_{lp} = e^{-\frac{D^2}{2D_0^2}}$ $H_{hp} = 1 - H_{lp}$

Laplacian

$\nabla^2 f \Rightarrow H = -4\pi^2(u^2+v^2)$