

系统建模与仿真 知识点整理

200320721 唐隆斌

2022/11/27

主要是对李衍杰老师的PPT进行了知识点提取，方便大家快速查看各个部分的大概内容
准备仓促，有许多不完整的地方，见谅

第一讲 系统建模概述

系统：具有特定的功能，按照某些规律结合起来，互相作用、相互依存的所有物体的集合或总和。

例如：生态系统、消化系统

系统三要素

- 实体
 - 具有确定意义的物体
 - 电力拖动系统：电动机
 - 热力系统：控制阀
- 属性
 - 实体具有的有效特征
 - 如：温度、开度、速度
- 活动
 - 内部活动 外部活动
 - 控制阀开启 电网电压波动

系统的分类

- 自然属性
 - 人造系统
 - 自然系统
- 物质属性
 - 实物系统
 - 概念系统
- 运动属性
 - 静态系统
 - 动态系统

控制系统

- 开环系统
- 闭环系统
- 连续系统、离散事件系统、混合系统
- 线性系统、非线性系统

研究方法

- 解析法
- 实验法
- 仿真实验法

系统模型

- 系统的物理的、数学的或其他逻辑的表现形式
- 系统模型是对实际系统的一种抽象，是对系统本质的转述
- 物理模型、数学模型、描述模型

系统模型性质

- 系统的模型不是唯一的
- 建立系统模型不需要考虑系统的全部细节

系统仿真

分类

- 物理仿真
- 数学仿真

数字仿真

三要素

- 实际系统、数学模型、计算机

三个基本活动

- 模型建立、仿真实验、结果分析

Buffon 的针

$$p = \frac{2l}{\pi a}$$

- p: 针与直线相交的概率
- l: 针的长度
- n: 随机投掷次数

- m : 针与直线相交次数

第二讲

略

第三讲 系统建模与分析

数学模型

- 微分方程
- 状态方程
- 传递函数
- 零极点增益
- 部分分式

不同形式的数学模型可以相互转换

建模三要素

- 目的、方法、验证
- 逻辑方法：抽象、归纳、推演、类比、移植
- 建模方法：机理模型法、实验建模法、系统辨识法（最小二乘法）

第四讲 系统辨识-经典辨识

定义：辨识有三个要素——数据、模型类和准则。辨识就是按照一个准则在一组模型类中选择一个与数据拟合得最好的模型。

三要素

- 数据：记录的输入输出数据，含有噪声
- 模型类：选定模型
- 准则：代价函数，也称误差准则

分类

- 线性系统辨识、非线性系统辨识
- 集中参数辨识、分布参数辨识
- 系统结构参数辨识、系统参数辨识
- 经典辨识、近代辨识
- 开环系统辨识、闭环系统辨识

- 离线辨识（计算量大、精度高、非实时）、在线辨识（计算量小、精度稍低、实时）

经典辨识法

- 非参数模型辨识方法
- 获得的是非参数模型，在假设过程是线性的前提下，不必确定模型的具体结构，适用于任意复杂过程
- 典型输入
 - 脉冲输入--脉冲响应
 - 阶跃输入--阶跃响应
 - 正弦输入--频率响应
- 经典方法
 - 脉冲响应法
 - 相关分析法
 - 阶跃响应法
 - 频率响应法
 - 谱分析法

现代辨识

- 参数模型辨识方法
- 必须先假定一种模型结构，通过极小化模型与过程之间的误差准则函数来确定模型参数
- 如果无法确定模型的结构，先进行结构辨识，确定模型结构参数，然后再确定模型参数

随机过程

大量样本构成的整体，其具有统计意义上的规律性

如果一个随机过程的统计性质不随时间改变，则称它为平稳随机过程

白噪声过程

如果随机过程 $w(t)$ 满足

$$\begin{aligned}\mu_w &= E\{w(t)\} = 0 \\ R_w(\tau) &= E\{w(t)w(t + \tau)\} = \sigma^2\delta(\tau)\end{aligned}$$

则称该随机过程为白噪声过程

总结：白噪声过程是一种最简单的随机过程，是均值为0，脉冲式自相关函数，功率谱密度为非0常数的平稳随机过程

第五讲 最小二乘法辨识

辨识对象：单输入单输出（SISO）系统差分方程模型

辨识内容：系统模型参数

基本的最小二乘法 (LS)

- 残差

$$e = Y - \hat{Y}$$
$$\hat{Y} = \Phi \hat{\theta}$$

- 指标函数

$$J = \sum_{k=n+1}^{n+N} e^2(k) = ee^T = (Y - \Phi \hat{\theta})^T (Y - \Phi \hat{\theta})$$

- 目标

$$\hat{\theta} = \min_{\theta} J$$

- 参数估计结果

$$\hat{\theta} = (\Phi^T \Phi)^{-1} \Phi^T Y$$

- 要求：输入信号 $u(k)$ 为 $(n + 1)$ 阶持续激励信号

- 白噪声序列
- 伪随机二位式噪声序列
- 有色噪声随机信号序列

- 概率性质

- 无偏性
- 一致性
- 有效性
- 渐进正态性

递推最小二乘法 (需要获得初值 $\theta_0 P_0$)

$$\hat{\theta}_{N+1} = \hat{\theta}_N + K_{N+1}(y_{N+1} - \Psi^T \hat{\theta}_N)$$
$$K_{N+1} = P_N \Psi_{N+1} (1 + \Psi_{N+1}^T P_N \Psi_{N+1})^{-1}$$
$$P_{N+1} = P_N - P_N \Psi_{N+1} (1 + \Psi_{N+1}^T P_N \Psi_{N+1})^{-1} \Psi_{N+1}^T P_N$$

第六讲 极大似然辨识

思想：已经发生的事件，其概率相对比较大

似然函数

$$L(\theta) = L(x_1, x_2, \dots, x_n; \theta) = \prod_{i=1}^n p(x_i; \theta)$$
$$p(x_i; \theta)$$

离散随机变量 X 的样本 X_i 的概率函数
 θ 是未知参数, X_i 是变量

目标: 选取 θ 使得 $L(\theta)$ 最大

$$L(\theta) = L(x_1, x_2, \dots, x_n; \hat{\theta}) = \max_{\theta} \{L(x_1, x_2, \dots, x_n; \theta)\}$$

求解对数似然函数极值点

$$\frac{d \ln L(\theta)}{d\theta} = 0$$

递推的极大似然估计

略

第七讲 经典的连续系统仿真建模方法学

连续系统离散化

- 时间的离散化
- 数值的离散化

三个基本要求

- 稳定性
- 准确性
 - 绝对误差准则
 - 相对误差准则
- 快速性
 - 第 n 步计算的系统时间间隔 $h_n = t_{n+1} - t_n$
 - 计算机计算需要的时间 T_n
 - $T_n = h_n$ 实时仿真
 - $T_n < h_n$ 超实时仿真
 - $T_n > h_n$ 亚实时仿真 (离线仿真)

方法

- 数值积分法
- 欧拉法 (Euler)
- 梯形法
- 二阶龙格--库塔法
- 四阶龙格--库塔法
- 线性多步法

龙格--库塔法的一般形式

$$\begin{aligned}y_{k+1} &= y_k + h \sum_{i=1}^s C_i K_i \\K_i &= f(t_k + a_i h, y_k + h \sum_{j=1}^{i-1} b_{ij} K_j) \\a_1 &= 0 \\a_i &= \sum_{j=1}^{i-1} b_{ij} \\ \sum_{i=1}^s C_i &= 1 \\s &\text{称为级数}\end{aligned}$$

第八讲 一级倒立摆的建模与LQR控制

一级倒立摆建模

略

LQR

略