数学规划 第三章作业

2022年4月12日 10:44

[redacted]

3-1 解 设 甲类车运为 x_1，船运为 x_2，

乙类车运为 x_3，船运为 x_4.

则 LP 问题： $\min M = 100x_1 + 150x_2 + 200x_3 + 300x_4$

依题意得
$$\begin{cases} 7x_1 + 8x_2 \le 35 \\ 20x_1 + 15x_2 \le 500 \\ 80x_1 + 75x_2 \le 85 \\ 35x_1 + 42x_2 \le 250 \\ x_1 \le My \\ x_2 \le My \\ x_3 \le M(1-y) \\ x_4 \le M(1-y) \\ x_i \ge 0,\ i = 1,2,3,4 \\ y = 0 \text{或} 1 \end{cases}$$

$y=0$ 表示使用船运，$y=1$ 表示选择车运更适合.

3-2. 解 (1) 伴随问题 $\max Z = 40x_1 + 90x_2$

$$\begin{cases} 9x_1 + 7x_2 \le 56 \\ 7x_1 + 20x_2 \le 70 \\ x_i \ge 0, \ i = 1, 2. \end{cases}$$

解得 $[x_1, x_2] = [4.81, 1.81]$，为非整数解

代为如下子问题.

A: $\max Z = 40x_1 + 90x_2$

$$\begin{cases} 9x_1 + 7x_2 \le 56 \\ 7x_1 + 20x_2 \le 70 \\ 0 \le x_1 \le 4, \ x_2 \ge 0 \end{cases}$$

最优解为 $[x_1, x_2] = [4, 2.1]$ $Z = 349$.

B: $\max Z = 40x_1 + 90x_2$

$$\begin{cases} 9x_1 + 7x_2 \le 56 \\ 7x_1 + 20x_2 \le 70 \\ x_1 \ge 5 \\ x_2 \ge 0 \end{cases}$$

最优解为 $[x_1, x_2] = [5, 1.57]$, $Z = 341 < 349$

A 可代为如下两个子问题

A 分枝为如下的两个子问题

A_1: $\max z = 40x_1 + 90x_2$.

$$\begin{cases} 9x_1 + 7x_2 \le 56 \\ 7x_1 + 20x_2 \le 70 \\ 0 \le x_1 \le 4,\ x_2 \ge 3 \end{cases}$$

最优解 $[x_1, x_2] = [1.43, 3]$. $z = 340$

A_2: $\max z = 40x_1 + 90x_2$.

$$\begin{cases} 9x_1 + 7x_2 \le 56 \\ 7x_1 + 20x_2 \le 70 \\ 0 \le x_1 \le 4, \\ 0 \le x_2 \le 2 \end{cases}$$

最优解 $[x_1, x_2] = [4, 2]$，为整数解，$z = 340$.

综上，所求解为 $\max z = 340$, $[x_1, x_2] = [4, 2]$

2-3 (2) 解 $\max z = 5x_1 - x_2$.

$$\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + x_3 = 2 \\ 5x_1 + 4x_2 - x_4 + y_1 = 10 \\ 2x_1 + x_2 + x_5 = 5 \\ x_i \ge 0,\ 1 \le i \le 5,\ i \in N_+ \\ y_1 \ge 0. \end{cases}$$

		x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	y_1

		x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	y_1
	-10	-5	-4	0	1	0	0
x_3	3	3	-2	1	0	0	0
y_1	10	5	4	0	-1	0	1
x_5	5	2	1	0	0	1	0

利用单纯形法得到以下最优解

		x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	y_1
	-10	-5	-4	0	1	0	0
x_3	3	3	-2	1	0	0	0
y_1	10	5	4	0	-1	0	1
x_5	5	2	1	0	0	1	0

删去y_1列、检验行后得如下最优解

		x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
	$\frac{30}{7}$	0	0	$\frac{5}{7}$	0	$\frac{3}{7}$
x_1	$\frac{13}{7}$	1	0	$\frac{1}{7}$	0	$\frac{2}{7}$
x_2	$\frac{4}{7}$	0	1	$-\frac{2}{7}$	0	$\frac{3}{7}$
x_4	1	0	0	$-\frac{3}{7}$	1	1

x_4	1	0	0	$-\frac{2}{7}$	1	1

得到最优解 $[x_1, x_2] = \frac{13}{7}, \frac{9}{7}$

则原问题可化为

$$\min(-z) = -3x_1 + x_2$$

$$\begin{cases} 3x_1 - x_2 + x_3 = 3 \\ 5x_1 + 4x_2 - x_4 = 10 \\ 2x_1 + x_2 + x_5 = 5 \\ x_i \geq 0,\ x_i \in N,\ i = 1,2,3,4,5 \end{cases}$$

$$\therefore \begin{cases} x_1 = \frac{13}{7} - \frac{1}{7}x_3 - \frac{2}{7}x_5 \\ x_2 = \frac{9}{7} + \frac{2}{7}x_3 - \frac{3}{7}x_5 \end{cases}$$

$$\therefore x_1 + \frac{1}{28}x_3 + \frac{2}{7}x_5 = \frac{13}{7} + \frac{1}{28}x_3 \geq 2.$$

$$\therefore x_3 \geq 4,\ 2x_2 - 3x_1 \geq 1$$

加入约束条件后

$$\max z = 3x_1 - x_2$$

$$\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + x_3 = 2 \\ 5x_1 + 4x_2 - x_4 + y_1 = 10 \\ 2x_1 + x_2 + x_5 = 5 \\ -3x_1 + 2x_2 - x_6 + y_2 = 1 \end{cases}$$

利用单纯形法得最优解 $z=1$，$x=[1,2]$

3-6(2) 解 隐式枚举

x_1	x_2	x_3	x_4	z	条件	约束
1	0	0	0	2	不满足	
0	0	1	0	3	不满足	
0	0	0	1	4	①②③	$z \geq 4$.

∵ z 中权重均大于0

∴ $\min z = 4$，此时 $[x_1, x_2, x_3, x_4] = [0, 0, 0, 1]$

3-5 解 $m=17$ 全矩阵

$$B=\begin{bmatrix} 0 & 10 & 8 & 10 & 8 \\ 9 & 8 & 11 & 11 & 11 \\ 10 & 0 & 5 & 3 & 5 \\ 2 & 3 & 11 & 11 & 7 \\ 13 & 7 & 10 & 7 & 11 \end{bmatrix}$$

变换得

$$\begin{bmatrix} 0 & 10 & 5 & 10 & 5 \\ 1 & \cancel{0} & \cancel{0} & 3 & 0 \\ 10 & 0 & 2 & 3 & 2 \\ \cancel{0} & 1 & 6 & 9 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \cancel{0} & 1 & 6 & 9 & 2 \\ 0 & \cancel{0} & \cancel{0} & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

变换得
$$\begin{bmatrix} 0 & 9 & 4 & 9 & 4 \\ 2 & \cancel{0} & \cancel{0} & 3 & 0 \\ 11 & 0 & 2 & 3 & 2 \\ \cancel{0} & \cancel{0} & 5 & 8 & 1 \\ 7 & \cancel{0} & \cancel{0} & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

变换得
$$\begin{bmatrix} 0 & 9 & 3 & 8 & 3 \\ 3 & 1 & 0 & 3 & \cancel{0} \\ 11 & 0 & 1 & 2 & 1 \\ \cancel{0} & \cancel{0} & 4 & 7 & 0 \\ 8 & 1 & \cancel{0} & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

∴最优值矩阵为

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

最优解为50