**ARX模型的一般形式可以表示为：**

**A(z)y(t)=B(z)u(t)+v(t)**

**其中：**

***y*(*t*) 是时间点*t* 的系统输出。**

***u*(*t*) 是时间点*t* 的系统外部输入。**

***v*(*t*) 是时间点*t* 的白噪声。**

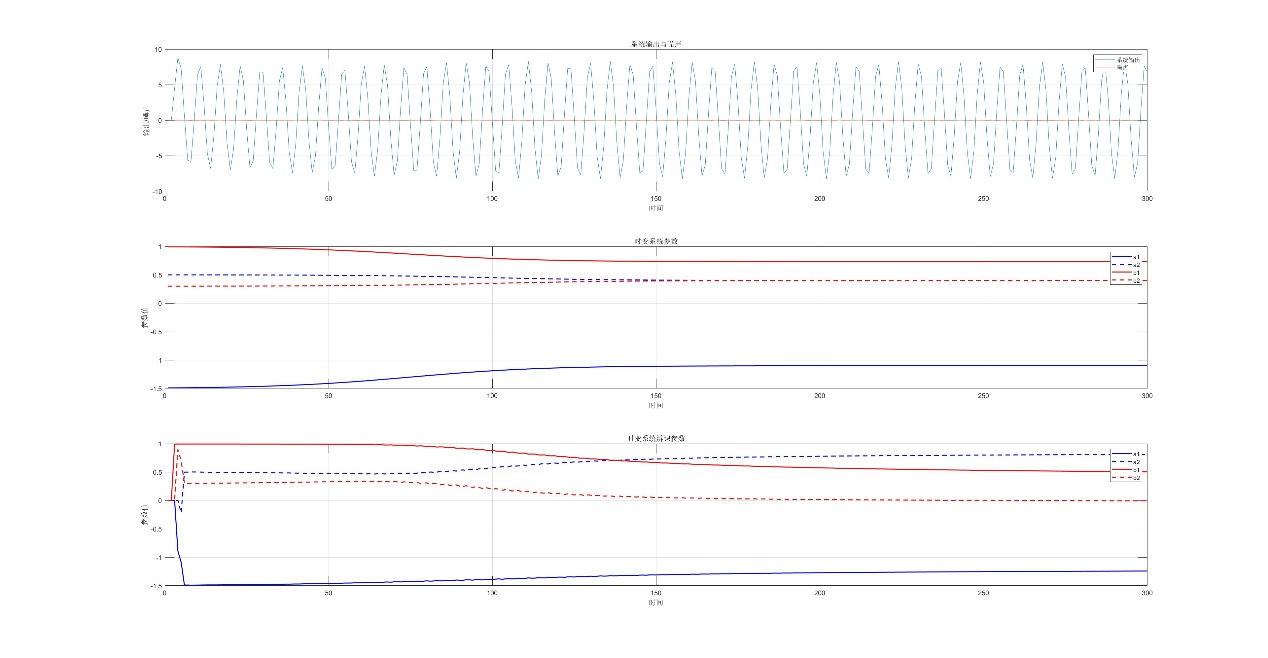
**A(z), B(z)分别是输出y(t)，输入u(t)的多项式系数。**

**在Matlab中，生成标准正态分布白噪声和正弦输入信号，以差分方程形式表达系统模型，仿真获得输出，并进行最小递推最小二乘辨识，使用不同的遗忘因子。**

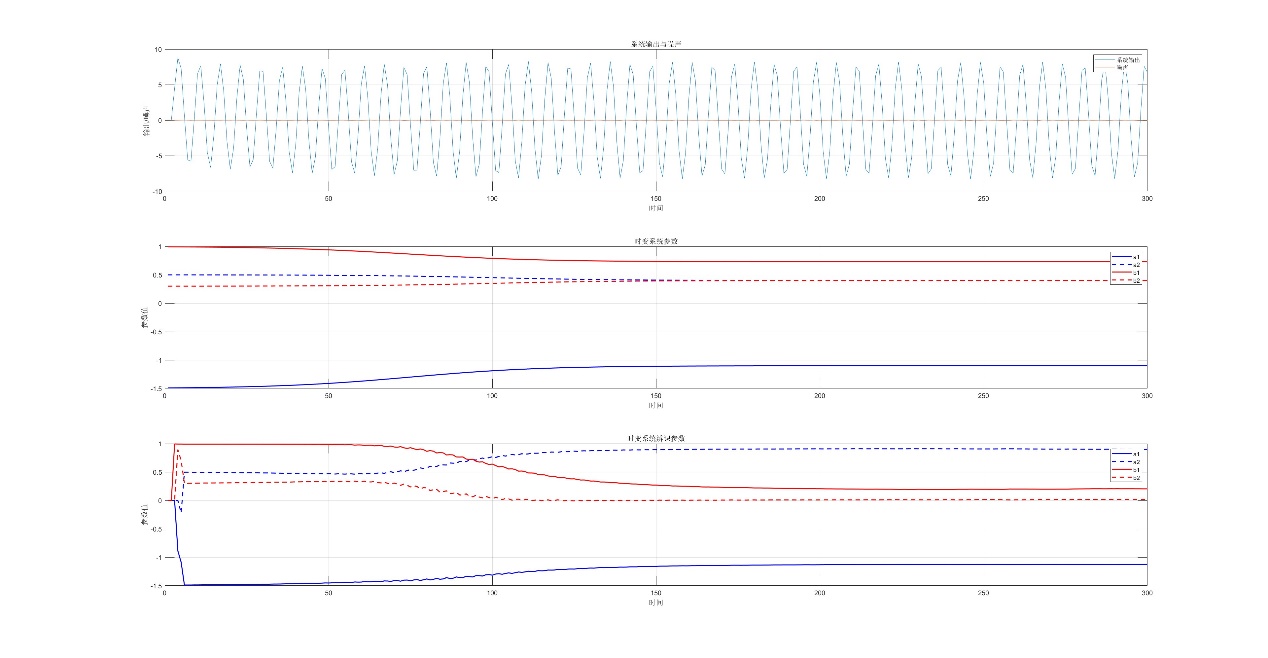
**仿真代码如下：**

|  |
| --- |
| clc  clear  close all  % 数据长度  N = 300;  % 定义系统 ARX 模型的阶数  na = 2; % AR 部分的阶数  nb = 2; % X 部分的阶数  % 定义时变系统参数  a1 = -1.5\*ones(1, N) + 0.4\*(1./(1+exp(-((1:N)-N/4)\*0.05)));  a2 = 0.5\*ones(1, N) - 0.1\*(1./(1+exp(-((1:N)-N/3)\*0.05)));  % a2 = 0.5\*ones(1, N);  b1 = 1\*ones(1, N) - 0.27\*(1./(1+exp(-((1:N)-N/4)\*0.05)));  b2 = 0.3\*ones(1, N) + 0.1\*(1./(1+exp(-((1:N)-N/3)\*0.05)));  % b2 = 0.1\*ones(1, N);  % 定义输入信号  u = 5\*sin((1:N))';  % 系统初始化  y = zeros(N, 1);  y\_h = zeros(na, 1);  u\_h = zeros(nb, 1);  phi = zeros(na + nb ,N);  v = 0.01 \* randn(N, 1); % 高斯白噪声  % RLS算法初始化  lambda = 0.99; % 遗忘因子  theta\_hat = zeros(na + nb, N); % 参数估计初始化  P = 100000 \* eye(na + nb); % 协方差矩阵初始化  % 仿真 ARX 时变系统  for i = 1:N  % 更新系统状态  if i > na  y\_h = [y(i-1); y\_h(1:end-1)];  end  if i > nb  u\_h = [u(i-1); u\_h(1:end-1)];  end    % 计算当前时刻的系统输出  y(i) = -[a1(i), a2(i)] \* y\_h + [b1(i), b2(i)] \* u\_h + v(i);    % 估计 ARX 模型参数  phi(:, i) = [-y\_h; u\_h];  if i > min(na,nb)  K = P \* phi(:, i) / (lambda + phi(:, i)' \* P \* phi(:, i)); % 增益  theta\_hat(:, i) = theta\_hat(:, i-1) + K \* (y(i) - phi(:, i)' \* theta\_hat(:, i-1)); % 参数更新  P = (P - K \* phi(:, i)' \* P) / lambda; % 协方差矩阵更新  end  end  % 绘图  figure;  subplot(3, 1, 1);  plot(1:N, y);  hold on;  plot(1:N, v);  xlabel('时间');  ylabel('输出/噪声');  title('系统输出与噪声');  legend('系统输出', '噪声');  grid on;  subplot(3, 1, 2);  plot(1:N, a1, 'b-', 'LineWidth', 1.5);  hold on;  plot(1:N, a2, 'b--', 'LineWidth', 1.5);  hold on;  plot(1:N, b1, 'r-', 'LineWidth', 1.5);  hold on;  plot(1:N, b2, 'r--', 'LineWidth', 1.5);  xlabel('时间');  ylabel('参数值');  title('时变系统参数');  legend('a1', 'a2', 'b1', 'b2');  grid on;  subplot(3, 1, 3);  plot(1:N, theta\_hat(1, :), 'b-', 'LineWidth', 1.5);  hold on;  plot(1:N, theta\_hat(2, :), 'b--', 'LineWidth', 1.5);  hold on;  plot(1:N, theta\_hat(3, :), 'r-', 'LineWidth', 1.5);  hold on;  plot(1:N, theta\_hat(4, :), 'r--', 'LineWidth', 1.5);  xlabel('时间');  ylabel('参数值');  title('时变系统辨识参数');  legend('a1', 'a2', 'b1', 'b2');  grid on; |

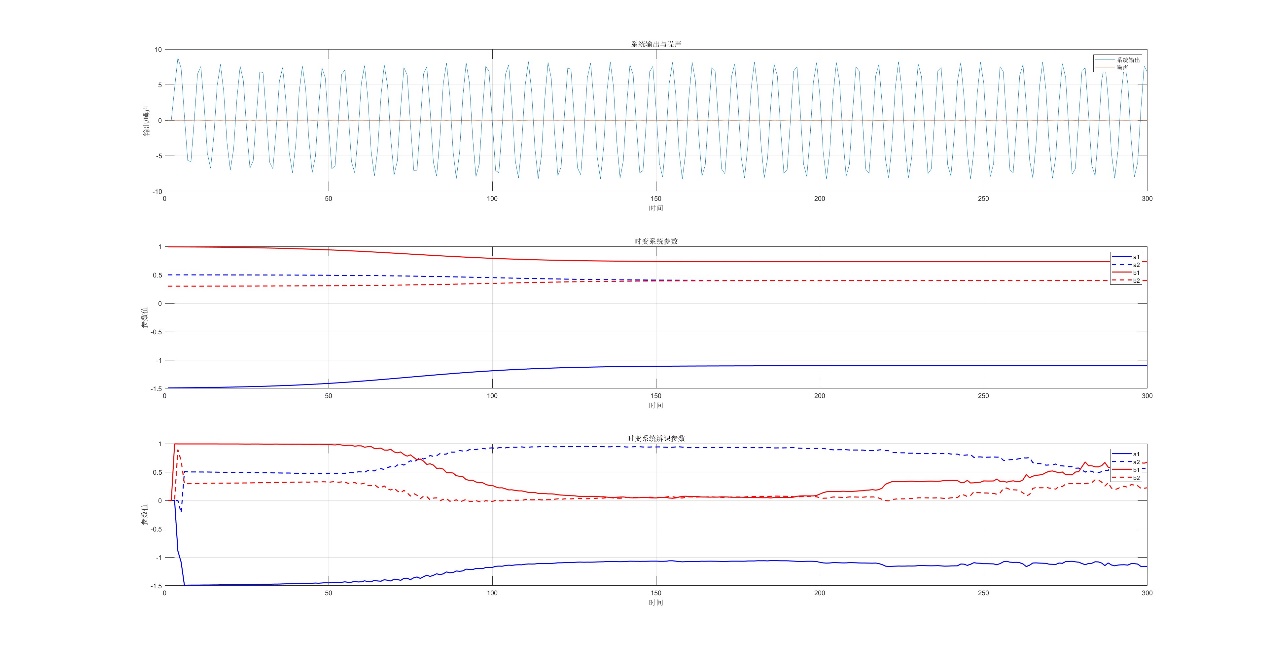
**遗忘因子lamda=1，仿真输出如下：**



**遗忘因子lamda=0.975，仿真输出如下：**



**遗忘因子lamda=0.95，仿真输出如下：**



**结果分析：**

**当遗忘因子为1时，当系统参数发生变化时，受记忆影响，辨识参数很难跟随系统参数变化；当遗忘因子为0.975时，辨识参数跟随效果变好；当遗忘因子为0.95时，辨识参数后期发生了振荡，这可能是因为系统协方差已降低到低值，无法较快更新。**