第一章 电路元件与电路基本定律

1.1 图示电路，设元件 A 消耗功率为 10W，求 u_A；设元件 B 消耗功率为-10W，求 i_B；设元件 C 发出功率为-10W，求 u_C。

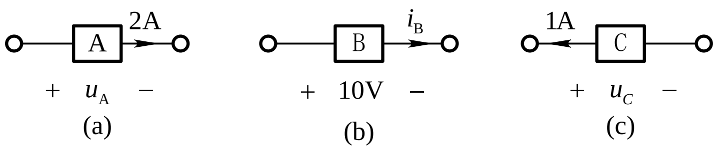


图 1.1

解：(a)元件 A 电压和电流为关联参考方向。元件 A 消耗的功率为

$$p_A = u_A i_A，\ 则 u_A = \frac{p_A}{i_A} = \frac{10\text{W}}{2\text{A}} = 5\text{V}，\ 真实方向与参考方向相同。$$

(b) 元件 B 电压和电流为关联参考方向。元件 B 消耗的功率为

$$p_B = u_B i_B，\ 则 i_B = \frac{p_B}{u_B} = \frac{-10\text{W}}{10\text{V}} = -1\text{A}，\ 真实方向与参考方向相反。$$

(c) 元件 C 电压和电流为非关联参考方向。元件 C 发出的功率为

$$p_C = u_C i_C，\ 则 u_C = \frac{p_C}{i_C} = \frac{-10\text{W}}{1\text{A}} = -10\text{V}，\ 真实方向与参考方向相反。$$

1.2 图示电路中，电容 C = 2F，电容电压 $u_C(t)$ 的波形如图所示。

(1) 求电容电流 $i_C(t)$，并绘出波形图；

(2) 求电容功率表达式，并绘出功率波形图；

(3) 当 t = 1.5s 时，电容是吸收功率还是放出功率？其值是多少？电容储能为多少？

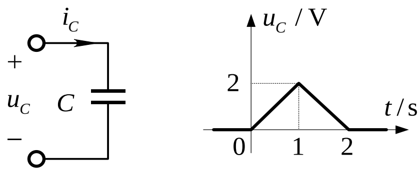


图 1-2

解：

(1) 有题可知电容电压的表达式为
$$U_c = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ 2t & 0 < t < 1 \\ 4-2t & 1 < t < 2 \\ 0 & t > 2 \end{cases}$$

又由电容的性质可知　$i_c = C\dfrac{du_c}{dt}$

故当 t<0 时　i=0A

0<t<1 时　$i = C\dfrac{du}{dt} = 2\times 2 = 4\text{A}$

1<t<2 时　$i = C\dfrac{du}{dt} = 2\times(-2) = -4\text{A}$

综上所述，可得到电容电流为:　$i_c = \begin{cases} 0 & t<0 \\ 4 & 0\le t<1 \\ -4 & 1\le t<2 \\ -0 & t\ge 2 \end{cases}$

故电容电流波形如图 1-2-1 所示。

(2) 电容上所消耗的功率为 $P = U_c I_c$

当 t<0 时　$P = 0$

当 0<t<1 时　$P = 2t\times 4 = 8t$

当 1<t<2 时　$P = -4\times(4-2t) = 8t-16$

当 t>2 时　$P = 0$

故功率波形图如图 1-2-2 所示。

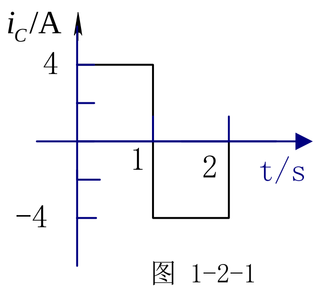


图 1-2-1

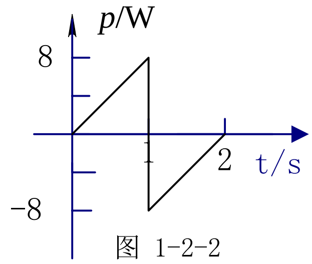


图 1-2-2

(3) t=1.5s 时

电容两端电压为 $U = 4-2t = 1\text{V}$，电容所消耗功率为

$W = \dfrac{1}{2}CU^2 = \dfrac{1}{2}\times 2\times 1 = 1J$

由图中电压电流的参考方向可知电容是发出功率且发出功率为 4W。

此时电容上的储能为$W=\frac{1}{2}CU^2=\frac{1}{2}\times2\times1=1J$

1.3 图示电路中，电感 L = 4H，电感电压$u_L(t)$的波形如图所示，已知$i_L(0)=0$，试求（1）电感电流$i_L(t)$；（2） t = 2s 时电感的储能。

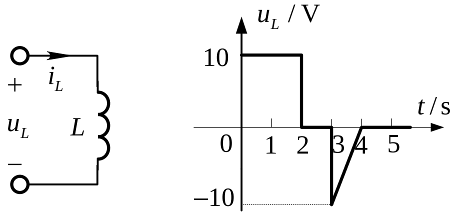


图 1-3

解：（1）由题中的图形可知

$$U_L(t)=\begin{cases}10 & 0\le t<2\\ 0 & 2\le t<3\\ 10t-40 & 3\le t<4\\ 0 & t\ge4\end{cases}$$

由电感性质可知　$i_L(t)=\frac{1}{L}\int_{-\infty}^{t}U_L(t)dt=\frac{1}{4}\int_0^t U_L(t)dt$

故

当$0\le t<2$时，$i_L(t)=2.5t$

当$2\le t<3$时，$i_L(t)=5A$

当$3\le t<4$时，　$i_L(t)=5+\frac{1}{4}\int_3^t(10t-40)dt=1.25t^2-10t+23.75$

当$t\ge4$时，　$i_L(t)=37.5$ A

（2） t=2S 时　　$i_L=5\text{A}$

故电感上的储能为：$W=\frac{1}{2}Li^2=\frac{1}{2}\times4\times5^2=50\text{J}$

1.4 试分别计算图示三个电路中每个电阻消耗的功率及每个电源所产生的功率。

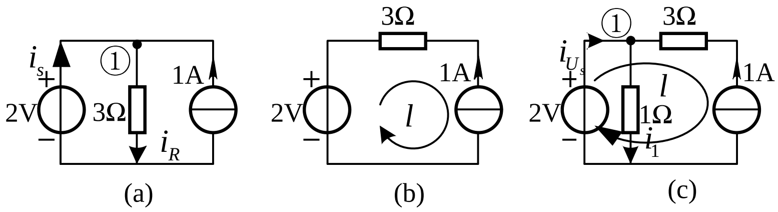


图 1.4

解：（1）对于图(a)　$i_R = \frac{2\text{V}}{3\Omega} = \frac{2}{3}\text{A}$

对节点①列写 KCL 方程

则有 $i_s + 1 = i_R$　　故 $i_s = -\frac{1}{3}\text{A}$，电阻消耗功率为 $p_R = i_R^2 R = \left(\frac{2}{3}\right)^2 \times 3 = \frac{4}{3}\text{W}$

电压源发出的功率为 $p_{U_s} = u \times i_s = 2 \times \left(-\frac{1}{3}\right) = -\frac{2}{3}\text{W}$，即电压源吸收功率为 $\frac{2}{3}\text{W}$。

电流源发出功率为 $P_{i_s} = u \times i = 2 \times 1 = 2\text{W}$

（2）对于回路 l，应用 KVL 可得 $U_s - U_R - U_{i_s} = 0$

又有 $U_R = -iR = -1 \times 3 = -3\text{V}$　　故 $U_i = 5\text{V}$

电阻吸收的功率为：$P_R = i^2 R = 3\text{W}$；电压源发出的功率为：$P_{U_s} = U_s \times i = -2\text{W}$

电流源发出的功率为：$P_{i_s} = u \times i_s = 5\text{W}$

（3）由图可知 $i_1 = \frac{U}{R} = \frac{2\text{V}}{1\Omega} = 2\text{A}$

对节点①应用 KCL，则有：$i_{U_s} + i_s = i_1$，解得 $i_{U_s} = 1\text{A}$

对回路 l 用 KVL：$u_2 - u_{i_s} + u_1 = 0$，又 $U_2 = 3\text{V}$，$U_S = 3\text{V}$，故 $U_{I_s} = 5\text{V}$。

所以：1Ω 电阻上消耗的功率为：$p_{R_1} = 4\text{W}$，3Ω 上电阻消耗的功率为：$p_{R_2} = 3\text{W}$

电压源发出的功率为：$p_{U_s} = 2\text{W}$，　电流源发出的功率为：$p_{I_s} = 5\text{W}$

1.5 计算图示电路电容和电感各自储存的能量。

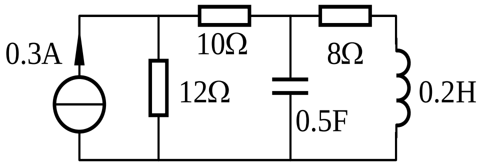


图 1-5

解：在直流电路中电感相当于短路，电容相当于断路，故其等效电路图为

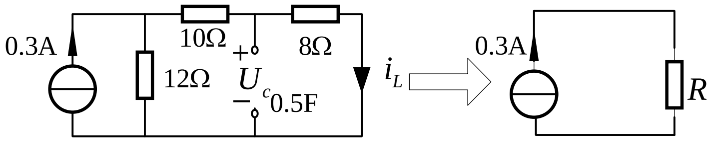


图 1-5-1

等效电阻为 $R=\dfrac{1}{\dfrac{1}{12}+\dfrac{1}{18}}\Omega=7.2\Omega$ ，电流源电压为 $U_{i_s}=iR=2.16\text{V}$

故电感电流为 $i_L=\dfrac{2.16\text{V}}{18\Omega}=0.12\text{A}$

电容电压为 $U_c=i_LR=0.12\times8\text{V}=0.96\text{V}$

电容所存储的能量为 $W_c=\dfrac{1}{2}CU^2=\dfrac{1}{2}\times0.5\times0.96^2=0.2304J$

电感所存储的能量为 $W_L=\dfrac{1}{2}Li^2=\dfrac{1}{2}\times0.2\times0.12^2=1.44\times10^{-3}J$

1.6　求图示电路电流 i_1、i_2、i_3、i_4。若只求 i_2，能否一步求得?

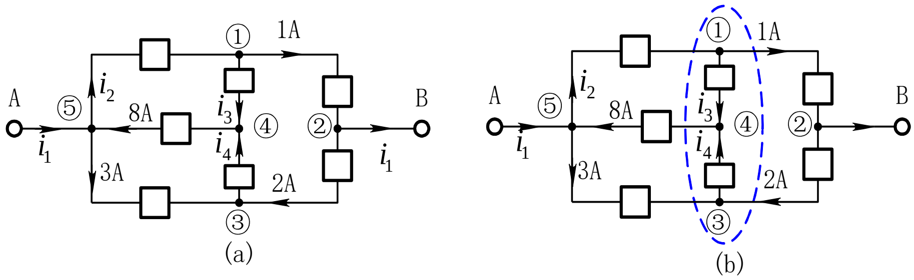


图　题 1.6

解：对节点列 KCL 方程

节点③：$i_4-2\text{A}-3\text{A}=0$，得 $i_4=2\text{A}+3\text{A}=5\text{A}$

节点④：$-i_3-i_4+8\text{A}=0$，得 $i_3=-i_4+8\text{A}=3\text{A}$

节点①：$-i_2+i_3+1\text{A}=0$，得 $i_2=i_3+1\text{A}=4\text{A}$

节点⑤：$-i_1+i_2+3\text{A}-8\text{A}=0$，得 $i_1=i_2+3\text{A}-8\text{A}=-1\text{A}$

若只求 i_2，可做闭合面如图(b)所示，对其列 KCL 方程，得

$$-i_2+8\text{A-3A+1A-2A}=0$$

解得 $$i_2=8\text{A}-3\text{A}+1\text{A}-2\text{A}=4\text{A}$$

1.7　图示电路，已知部分电流值和部分电压值。

(1) 试求其余未知电流 i_1、i_2、i_3、i_4。若少一个已知电流，能否求出全部未知电流？

(2) 试求其余未知电压 u_{14}、u_{15}、u_{52}、u_{53}。若少一个已知电压，能否求出全部未知电压？

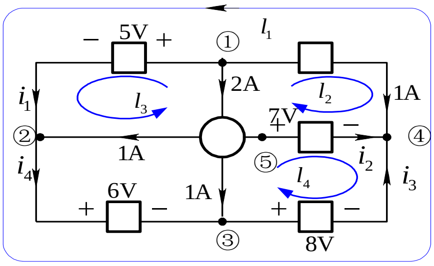


图 1.7

解：

(1) 由 KCL 方程得

节点①：$i_1=-2\text{A}-1\text{A}=-3\text{A}$

节点②：$i_4=i_1+1\text{A}=-2\text{A}$

节点③：$i_3=i_4+1\text{A}=-1\text{A}$

节点④：$i_2=-1\text{A}-i_3=0$

若少一个已知电流，则无法求出所有未知电流。由所有节点的 KCL 方程可知，恰有 4 个方程与 4 个未知数，恰能解出所有未知电流，若少一已知量则方程组不可解。

(2) 由 KVL 方程得

回路 l_1：$u_{14}=u_{12}+u_{23}+u_{34}=19\text{V}$

回路 l_2：$u_{15}=u_{14}+u_{45}=19\text{V-7V=12V}$

回路 l_3：$u_{52}=u_{51}+u_{12}=-12\text{V+5V=-7V}$

回路 l_4：$u_{53}=u_{54}+u_{43}=7\text{V}-8\text{V}=-1\text{V}$

若少一个已知电压，则无法解出所有未知电压。

1.8　图示电路，已知 $i_1=2\text{A}$，$i_3=-3\text{A}$，$u_1=10\text{V}$，$u_4=-5\text{V}$。求各元件消耗的功率。

解：各元件电压电流的参考方向如图 所示。

元件 1 消耗功率为：$p_1=-u_1i_1=-10\text{V}\times2\text{A}=-20\text{W}$

对回路l列 KVL 方程得$u_2=u_1+u_4=10\text{V}-5\text{V}=5\text{V}$

元件 2 消耗功率为：　$p_2=u_2i_1=5\text{V}\times2\text{A}=10\text{W}$

元件 3 消耗功率为：

$p_3=u_3i_3=u_4i_3=-5\text{V}\times(-3)\text{A}=15\text{W}$

对节点①列 KCL 方程　$i_4=-i_1-i_3=1\text{A}$

元件 4 消耗功率为：　$p_4=u_4i_4=-5\text{W}$

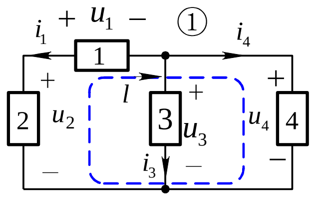


图 1.8

1.9　求图示电路电压u_1,u_2

解：对节点列 KCL 方程

节点①：　　$i_3=-5\text{A}+7\text{A}=2\text{A}$

节点③：　　$i_4=7\text{A}+3\text{A}=10\text{A}$

节点②：　　$i_5=-i_3+i_4=8\text{A}$

对回路列 KVL 方程得：

回路l_1：$u_1=-i_3\times10\Omega+i_5\times8\Omega=44\text{V}$

回路l_2：$u_2=i_4\times15\Omega+i_5\times8\Omega=214\text{V}$

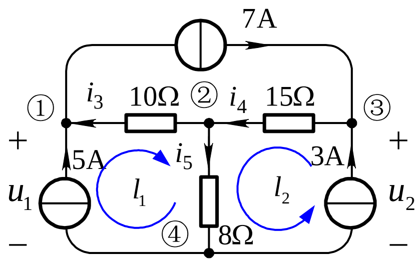


图 1.9

1.10 求图示电路两个独立电源各自发出的功率。

解：由欧姆定律得　$i_1=\dfrac{30\text{V}}{60\Omega}=0.5\text{A}$

对节点①列 KCL 方程$i=i_1+0.3\text{A}=0.8\text{A}$

对回路l列 KVL 方程

$$u=-i_1\times60\Omega+0.3\text{A}\times50\Omega=-15\text{V}$$

因为电压源、电流源的电压、电流参考方向为非关联，所以电源发出的功率分别为

$P_{u_s}=30\text{V}\times i=30\text{V}\times0.8\text{A}=24\text{W}$

$P_{i_s}=u\times0.3\text{A}=-15\text{V}\times0.3\text{A}=-4.5\text{W}$　即吸收 4.5W 功率。

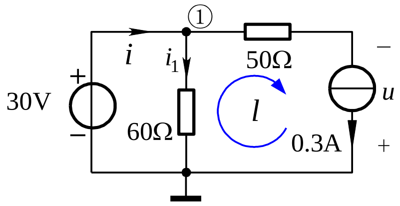


图 1.10

1.11　图示电路，已知$I_2=1\text{A},I_7=2\text{A},U_{13}=-3\text{V},U_{24}=5\text{V},U_{34}=2\text{V}$ 试求支路 1 发出的功率。

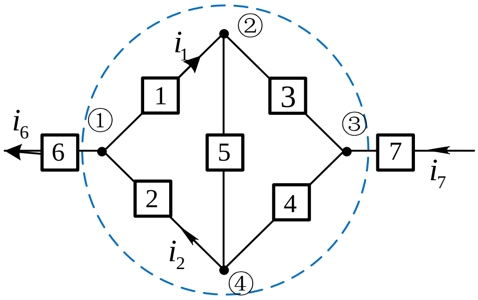


图 1-11

解：做一闭合面如图虚线所示，由广义 KCL 可知　$i_6 = i_7 = 2\text{A}$

对节点①列 KCL 方程可得　$i_1 = i_2 - i_6 = (1-2)\text{A} = -1\text{A}$

又有 $U_{23} = U_{24} - U_{34} = (5-2)\text{V} = 3\text{V}$

$U_{12} = U_{13} - U_{23} = (-3-3)\text{V} = -6\text{V}$

综上所述，支路 1 所发出的功率为 $P_1 = -U_{12} \times i_1 = 6\text{W}$

1.12 图示电路，已知 $u_S = 10\cos(\omega t)$ V，$i_S = 8\cos(\omega t)$ A。求(a)、(b)两电路各电源发出的功率和电阻吸收的功率。

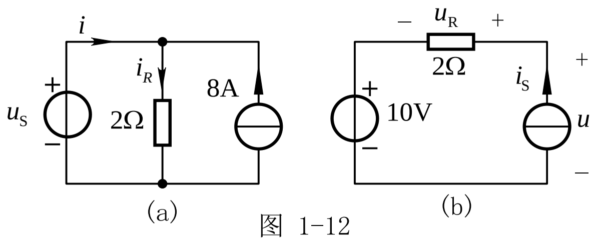


图 1-12

解：(1)电路各元件电压、电流参考方向如图(a)所示。

由欧姆定律得　$i_R = u_S / R = 10\cos(\omega t)\text{V} / 2\text{A} = 5\cos(\omega t)\text{A}$

又由 KCL 得　$i = i_R - i_S = (5\cos\omega t - 8)\text{A}$

电压源发出功率为

$$p_{u_S} = u_S \cdot i = 10\cos(\omega t)\text{V} \times (5\cos\omega t - 8)\text{A}$$

$$= (50\cos^2\omega t - 80\cos\omega t)\text{W}$$

电流源发出功率为 $p_{i_S} = u_S i_S = 10\cos(\omega t)\text{V} \times 8\text{A} = 80\cos(\omega t)\text{W}$

电阻消耗功率为　$p_R = i_R^2 R = [5\cos(\omega t)\text{A}]^2 \times 2\Omega = 50\cos^2(\omega t)\text{W}$

(2)　电路各元件电压、电流参考方向如图(b)所示。

电压源发出功率为　$p_{u_S} = -u_S i_S = -10\text{V} \times 8\cos(\omega t)\text{A} = -80\cos(\omega t)\text{W}$

由 KVL 可得　$u = u_R + u_S = 8\cos(\omega \text{t}) \times 2\Omega + 10\text{V} = (16\cos\omega t + 10)\text{V}$

电流源发出功率为

$$p_{i_S} = u i_S = [16\cos(\omega t) + 10]\text{V} \times 8\cos(\omega t)\text{A} = [128\cos^2(\omega t) + 80\cos(\omega t)]\text{W}$$

电阻消耗功率为　$p_R = u_R i_S = 16\cos(\omega t)\text{V} \times 8\cos(\omega t)\text{A} = 128\cos^2(\omega t)\text{W}$

1.13 如图所示，已知 6V 电压源中的电流为 4A，方向如图所标。求电压 u，电流 i_1, i_2。如果 A 为单个元件，请说明其可能为何种元件。

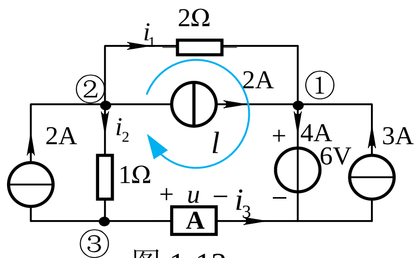


图 1-13

解：对于节点①列 KCL 方程可得 $i_1 = (4-2-3)A = -1\text{A}$

对于节点②列 KCL 方程可得 $i_2 = 2 - i_1 - 2 = -1\text{A}$

对回路 L 列 KVL 方程 $-2i_1 - 6 + u + i_2 = 0$

解得 $u = 5\text{V}$

对节点③列 KCL 方程可得 $i_3 = i_2 - 2 = -3\text{A}$

由此可见元件 A 上的电压与电流为非关联参考方向，元件 A 发出功率为 15W，

又 A 为单个元件，故 A 应为电流源或电压源。

1.14 求图示电路两个独立电源各自发出的功率。

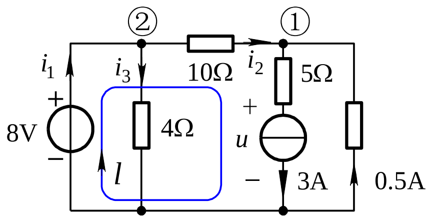


图 1.14

解：设各元件电压电流参考方向如图所示。

$$i_2 = 3\text{A} - 0.5\text{A} = 2.5\text{A}, \qquad i_3 = \frac{8\text{V}}{4\Omega} = 2\text{A}$$

对节点列 KCL 方程

节点①：$i_2 = 3\text{A} - 0.5\text{A} = 2.5\text{A}$

节点②：$i_1 = i_2 + i_3 = 2.5\text{A} + 2\text{A} = 4.5\text{A}$

对回路 l 列 KVL 方程：　$10\Omega \times i_2 + 5\Omega \times 3\text{A} + u = 8\text{V}$　　得 $u = -32\text{V}$

电压源发出的功率 $P_{U_s} = 8\text{V} \times i_1 = 8\text{V} \times 4.5\text{A} = 36\text{W}$

电流源发出的功率 $P_{i_s}=-u\times3\text{A}=32\text{V}\times3\text{A}=96\text{W}$

1.15 图示电路，已知电流源发出的功率是 12W，求 r 的值。

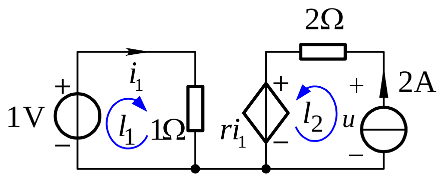


图 1.15

解：由已知 $p_{i_s}=u\times2\text{A}=12\text{W}$ 可得 $u=\dfrac{12\text{W}}{2\text{A}}=6\text{V}$

对回路列 KVL 方程

回路 l_1：　$i_1\times1\Omega=1\text{V}$　　$i_1=1\text{A}$

回路 l_2：　$u+2\Omega\times2\text{A}=-ri_1$

将 $u=6\text{V}$, $i_1=1\text{A}$ 代入，解得 $r=2\Omega$

1.16 求图示电路受控源和独立源各自发出的功率。

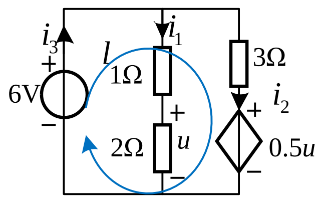


图 1-16

解：由题易得 $i_1=\dfrac{U}{R}=\dfrac{6\text{V}}{3\Omega}=2\text{A}$　　受控源控制量为 $U=iR=(2\times2)\text{V}=4\text{V}$

对回路 l 列 KVL，则有 $6-3i_2-0.5u=0$

解得 $i_2=\dfrac{4}{3}\text{A}$，$i_3=i_1+i_2=\dfrac{10}{3}\text{A}$

独立源发出的功率为 $p_1=\dfrac{10}{3}\times6=20\text{W}$，受控源发出的功率为 $p_2=-\dfrac{4}{3}\times2=-\dfrac{8}{3}\text{W}$

1.17 已知图所示电路中 $U=10\text{V}, I=2\text{A}$，求电流源和网络 A 与 B 各自发出的功率。

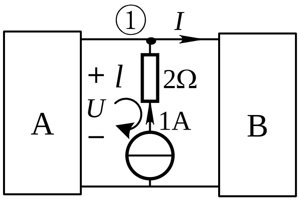


图 1-17

解：对节点①列 KCL 方程　$i_A = i - i_s = 1\text{A}$

故网络 A 发出的功率为 $p_A = U \times i_A = 10\text{W}$

对于网络 B，其端电压为 $U_B = U_A = 10\text{V}$，故网络 A 发出的功率为 $p_B = -20\text{W}$

对于回路 l，列写 KVL 方程　$u_A + iR - u_{i_s} = 0$

解得电流源两端的电压为 $U_{i_s} = 12\text{V}$，电流源发出的功率为 $P_{i_s} = 12\text{W}$

1.18 求图示电路受控源发出的功率。

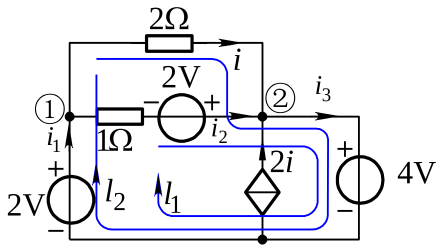


图 1-18

解：设各元件电流参考方向如图所示。

对回路列 KVL 方程：

回路 l_1：$1\Omega \times i_2 = 2\text{V} - 4\text{V} + 2\text{V}$　得 $i_2 = 0\text{A}$

回路 l_2：$2\Omega \times i = -4\text{V} + 2\text{V}$　　得 $i = -1\text{A}$

对节点列 KCL 方程：

节点①：$i_1 = i + i_2 = -1\text{A}$

节点②：$i_3 = i + i_2 + 2i = -3\text{A}$

2V 电压源发出的功率：　$P_{1\text{V}} = 2\text{V} \times i_1 = 1\text{V} \times (-1)\text{A} = -2\text{W}$

与 1Ω 串联的 2V 电压源发出的功率：　$P_{2\text{V},1\Omega} = 2\text{V} \times i_2 = 2\text{V} \times 0\text{A} = 0\text{W}$

4V 纯电压源发出的功率：$P_{2\text{V}} = -4\text{V} \times i_3 = -4\text{V} \times (-3\text{A}) = 12\text{W}$

受控电流源发出的功率：　$P_{\text{CCCS}} = 4\text{V} \times 2i = 4\text{V} \times 2 \times (-1\text{A}) = -8\text{W}$，实际吸收 8W 功率。

1.19 图示电路为独立源、受控源和电阻组成的一端口。试求出其端口特性，即 $u-i$ 关系。

解：(a)对节点①列 KCL 方程得 $i_1=i-\beta i$

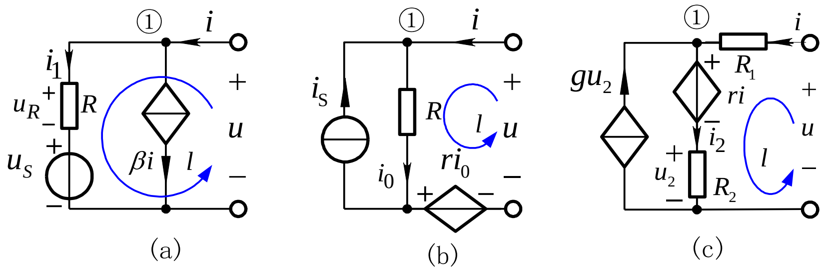


图 1-19

由 KVL 得　　$u=u_R+u_S=i_1R+u_S=(1-\beta)iR+u_S$

(b)由 KCL 得　　$i_0=i_S+i$

由 KVL 得 $u=ri_0+Ri_0=(r+R)i_0=(r+R)(i_S+i)$

(c)由 KCL，　　$i_2=gu_2+i=gR_2i_2+i$ 得 $i_2=\dfrac{i}{1-gR_2}$

由 KVL 得 $u=R_1i+ri+R_2i_2=(r+R_1+\dfrac{R_2}{1-gR_2})i$

注释：图(c)电路中不含独立电源，其 $u-i$ 关系为比例关系。

1.20 讨论图示电路中开关 S 开闭对电路中各元件的电压、电流和功率的影响，加深对独立源特性的理解。

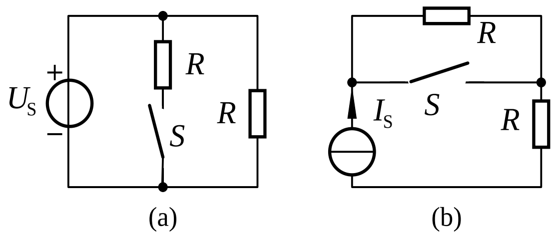


图　1-20

解：(a) S 断开时，电压源的电压、电流及功率与右侧电阻的电压、电流及功率对应相同；S 闭合时，由于中间电阻 R 是并联接入电路，故右侧电阻 R 的电压、电流及功率不受影响。但由于所接入的电阻电流和功率与右侧电阻相同，故电压源的电流及提供功率要增大一倍。

(b) S 断开时，两个电阻的电流、电压和功率相同，电流源的电流与两个电

阻的电流相同，电压和功率是每个电阻的二倍。当 S 闭合时，上侧电阻被短路，由于右侧电阻始终与电流源相串联，故右侧电阻 R 的电压、电流及功率不受影响。电流源的电压、电流和功率与右侧电阻的电压、电流和功率相同，电压和功率均降低了一半。

第 2 章 线性直流电路

2.1. 求图示电路的 a b 端口的等效电阻。

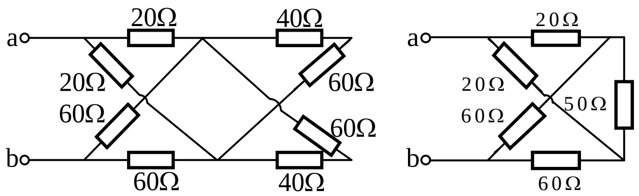


图 题 2.1

解：根据电桥平衡有 $R_{\mathrm{eq}}=(20+60)\,||\,(20+60)=40\Omega$

2.2．图中各电阻均为 $\mathbf{6\Omega}$， 求电路的 a b 端口的等效电阻。

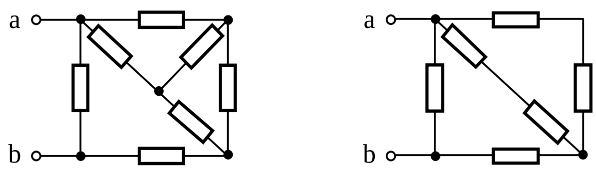


图 题 2.2

解：根据电桥平衡，去掉电桥电阻有

$$R_{\mathrm{eq}}=[(6+6)\,||\,(6+6)+6]\,||\,6=4\Omega$$

2.3 求图示电路的电压 U_1 及电流 I_2。

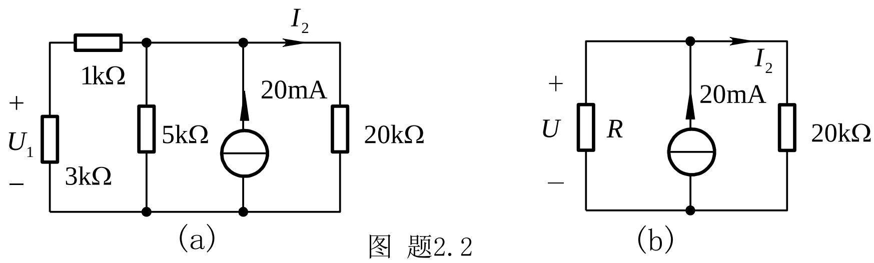


图 题2.2

解：电路等效如图(b)所示。

图中等效电阻 $R=(1+3)\mathrm{k\Omega}\,//\,5\mathrm{k\Omega}=\dfrac{(1+3)\times 5}{1+3+5}\mathrm{k\Omega}=\dfrac{20}{9}\mathrm{k\Omega}$

由分流公式得： $I_2=20\mathrm{mA}\times\dfrac{R}{R+20\mathrm{k\Omega}}=2\mathrm{mA}$

电压 $U=20\mathrm{k\Omega}\times I_2=40\mathrm{V}$

再对图(a)使用分压公式得： $U_1=\dfrac{3}{1+3}\times U=30\mathrm{V}$

2.4 图示电路中要求 $U_2/U_1=0.05$，等效电阻 $R_{\mathrm{eq}}=40\mathrm{k\Omega}$。求 R_1 和 R_2 的值。

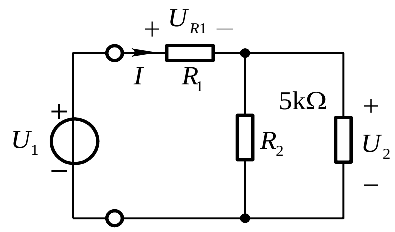


图　题2.3

解：设 R_2 与 5kΩ 的并联等效电阻为

$$R_3=\frac{R_2\times 5\text{k}\Omega}{R_2+5\text{k}\Omega} \tag{1}$$

由已知条件得如下联立方程：

$$\begin{cases}\dfrac{U_2}{U_1}=\dfrac{R_3}{R_1+R_3}=0.05 & (2)\\ R_{eq}=R_1+R_3=40\text{k}\Omega & (3)\end{cases}$$

由方程(2)、(3)解得

$$R_1=38\text{k}\Omega \qquad R_3=2\text{k}\Omega$$

再将 R_3 代入(1)式得　　$R_2=\dfrac{10}{3}\text{k}\Omega$

2.5 求图示电路的电流 I。

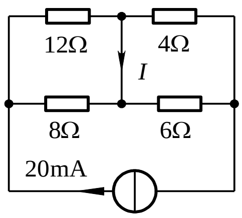


图　题 2.5

解：由并联电路分流公式，得

$$I_1=20\text{mA}\times\frac{8\Omega}{(12+8)\Omega}=8\text{mA}$$

$$I_2=20\text{mA}\times\frac{6\Omega}{(4+6)\Omega}=12\text{mA}$$

由节点①的 KCL 得 $I=I_1-I_2=8\text{mA}-12\text{mA}=-4\text{mA}$

2.6 求图示电路的电压 U。

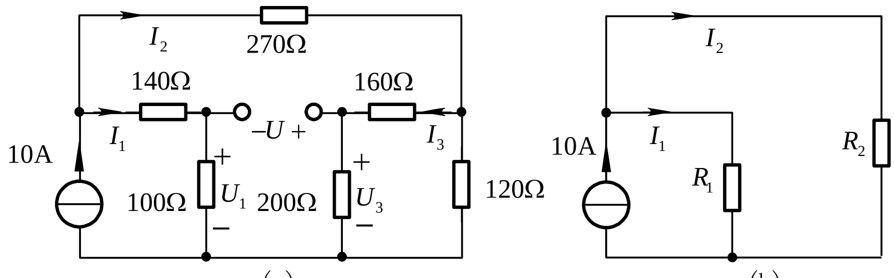


图 题2.5

解：首先将电路化简成图(b)。图中

$$R_1 = (140+100)\Omega = 240\Omega$$

$$R_2 = \left[270 + \frac{(200+160)\times 120}{(200+160)+120}\right]\Omega = 360\Omega$$

由并联电路分流公式得

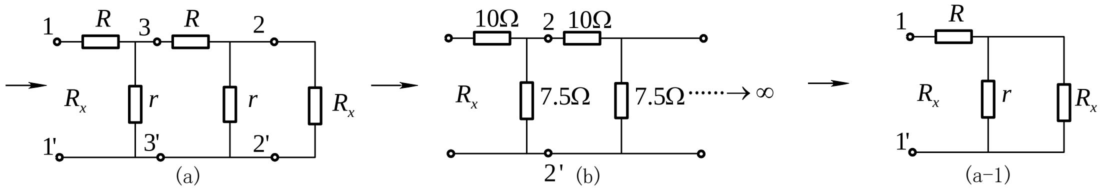
$$I_1 = 10\text{A} \times \frac{R_2}{R_1+R_2} = 6\text{A}$$

及 $I_2 = 10 - I_1 = 4\text{A}$

再由图(a)得 $I_3 = I_2 \times \dfrac{120}{360+120} = 1\text{A}$

由 KVL 得，$U = U_3 - U_1 = 200I_3 - 100I_1 = -400\text{V}$

2.7 求图示电路的等效电阻 R_x。



图题2.6

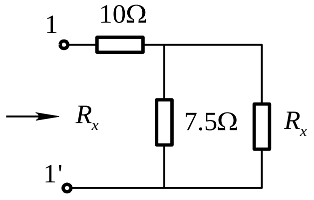
解：(a) 设 R 和 r 为 1 级，则图题 2.6(a)为 2 级再加 R_x。将 $2-2'$ 端 R_x 用始端 $1-1'$ R_x 替代，则变为 4 级再加 R_x，如此替代下去，则变为无穷级。从始端 $1-1'$ 看等效电阻为 R_x，从 $3-3'$ 端看为 $\infty-1$ 级，也为 R_x，则图(a)等效为图(a-1)。

$$R_x = R + \frac{rR_x}{r+R_x} \qquad \text{解得} \qquad R_x = (R \pm \sqrt{R^2+4Rr})/2$$

因为电阻为正值，所以应保留正的等效电阻，

即 $$R_x = (R + \sqrt{R^2 + 4Rr})/2 \quad (1)$$

（b）图(b)为无限长链形电路，所以从11'和22'向右看进去的等效电阻均为R_x，故计算R_x的等效电路如图(b-1)所示。参照图(a-1)及式（1）得：



(b-1)

$$R_x = (R + \sqrt{R^2 + 4Rr})/2$$

代入数据得： $$R_x = \frac{10 + \sqrt{10^2 + 4\times 10\times 7.5}}{2}\Omega = 15\Omega$$

所以 $$R_x = 15\Omega$$

2.8 求图示电路的最简等效电路。

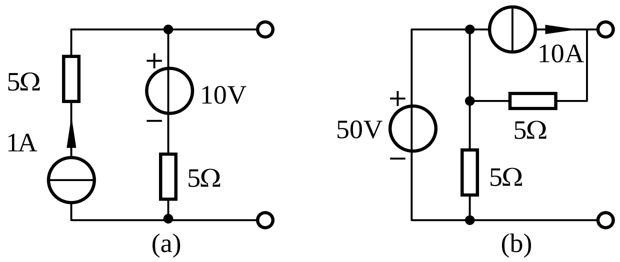
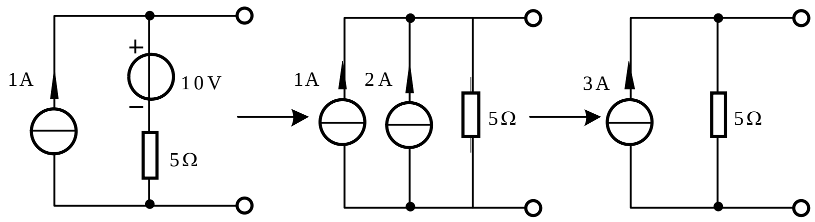


图 题 2.8

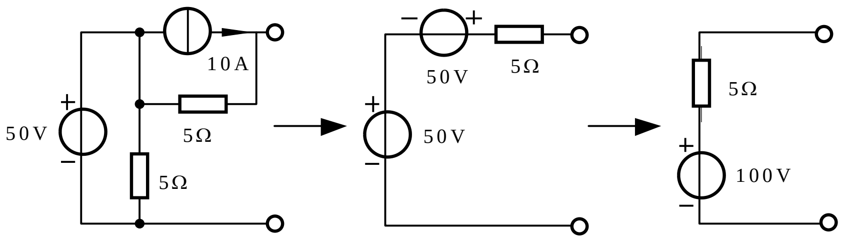
解 （a） 电流源I_S与电阻R串联的一端口，其对外作用，可用电流源I_S等效代替，如图(a-1)；再将电压源与电阻的串联等效成电流源与电阻的串联，如图(a-2)；将两个并联的电流源电流相加得图最简等效电路(a-3)。



(a-1)　(a-2)　(a-3)

图题2.8

(b)　图(b)中与电压源并联的5Ω电阻不影响端口电压、电流。电路的化简过程如图（b-1）至图（b-3）所示。

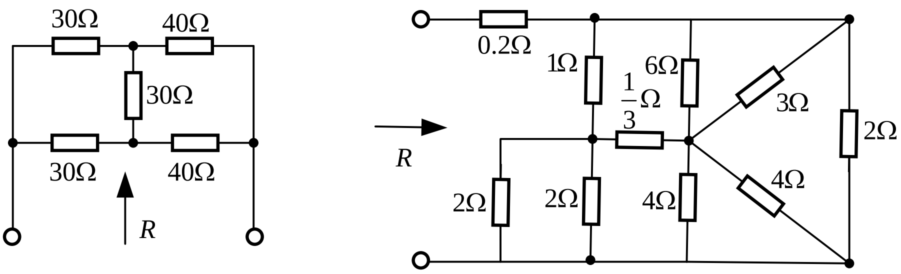


(b－1)　(b－2)　(b－3)

图题2.8

注释：在最简等效电源中最多含两个元件：电压源与串联电阻或电流源与并联电阻。

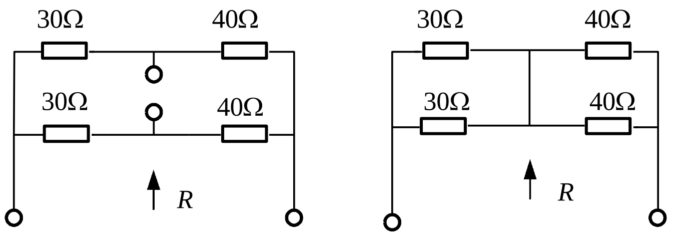
2.9 求图示电路的等效电阻 R。



(a)　(b)

图 题 2.9

解：　(a) 此电路为平衡电桥，桥 30Ω电阻上的电流均为零，将其断开或短接不影响等效电阻，分别如图（a-1）和（a-2）所示。

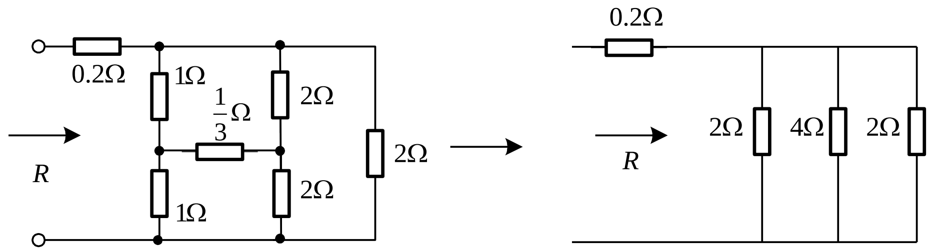


(a－1)　　　　(a－2)

由图(a-1)得:　　$R=\dfrac{(30+40)\Omega}{2}=35\Omega$

或由图(a-2)得　　$R=\dfrac{30\Omega}{2}+\dfrac{40\Omega}{2}=35\Omega$

(b) 对图(b)电路，将 6Ω和 3Ω并联等效为 2Ω, 2Ω和 2Ω并联等效为 1Ω, 4Ω和 4Ω并联等效为 2Ω，得图(b−1)所示等效电路:



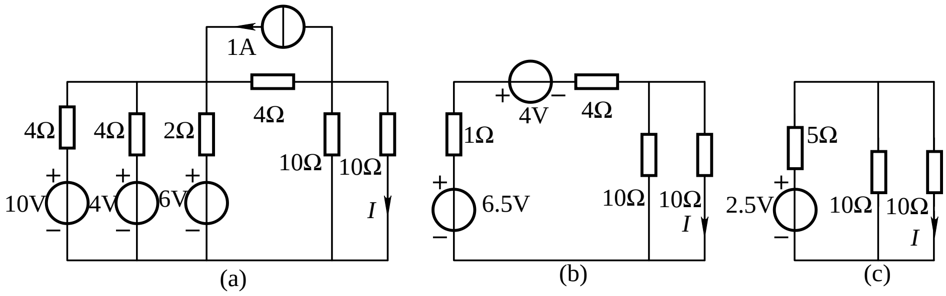
(b−1)　　　　(b−2)

在图(b−1)中有一平衡电桥，去掉桥(1/3)Ω的电阻，再等效成图(b−2)，易求得

$$R=\left(0.2+\frac{1}{\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{2}}\right)\Omega=1\Omega$$

注释：利用平衡电桥特点，可以简化计算。

2.10 利用电源的等效变换，求图示电路的电流 I。



(a)　(b)　(c)

图 2.10

解：先将电路中的三个并联电压源支路等效变换为一个电压源支路，同时将

电流源支路等效变换为电压源支路如图 2.10（b）示，再应用电压源及电阻的串联等效变换为图 2.10（c），由图（c）可得

$$I=\frac{2.5}{5+10\|10}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{8}\text{A}$$

2.11 列写图示电路的支路电流方程。

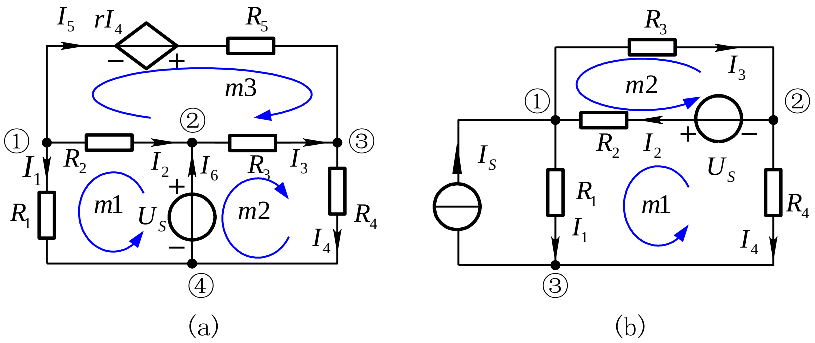


图　题2.11

解：(a) 对独立节点列 KCL 方程

节点①：　$I_1+I_2+I_5=0$

节点②：　$-I_2+I_3-I_6=0$

节点③：　$-I_3+I_4-I_5=0$

对网孔列 KVL 方程

网孔 $m1$：　$R_1I_1-R_2I_2=U_S$

网孔 $m2$：　$R_3I_3+R_4I_4=U_S$

网孔 $m3$：　$R_2I_2+R_3I_3-R_5I_5=-rI_4$

(b)对独立节点列 KCL 方程

节点①：$I_1-I_2+I_3=I_S$

节点②：　$I_2-I_3+I_4=0$

对网孔列 KVL 方程，电流源所在支路的电流是已知的，可少列一个网孔的 KVL 方程。

网孔 $m1$：$R_1I_1+R_2I_2-R_4I_4=U_S$

网孔 $m2$：$R_2I_2+R_3I_3=U_S$

2.12 图示电路，分别按图(a)、(b)规定的回路列出支路电流方程。

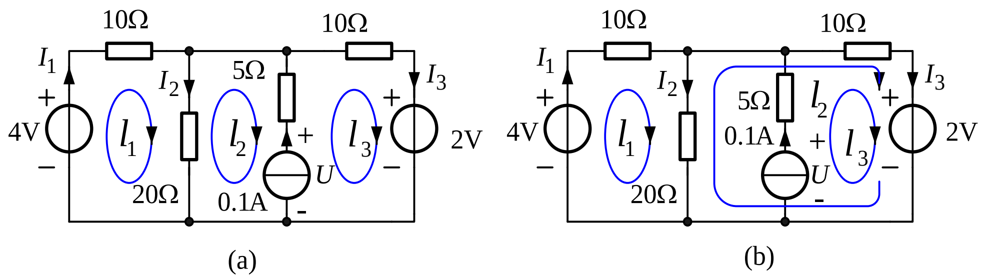


图 题 2.12

解： 图(a)、(b)为同一电路模型，选取了不同的回路列支路电流方程。图(a)选取网孔作为回路，网孔 2 和网孔 3 包含电流源，电流源的电压 U 是未知的，对包含电流源的回路列 KVL 方程时必须将此未知电压列入方程。图(b)所取回路只让回路 3 包含电流源，如果不特别求取电流源电压，可以减少一个方程。

(a) 对节点①列 KCL 方程： $-I_1+I_2+I_3=0.1\text{A}$

对图示网孔列 KVL 方程

网孔 $m1$：　$10\Omega I_1+20\Omega I_2=4\text{V}$

网孔 $m2$：　$-20\Omega I_2-5\Omega\times 0.1=-U$

网孔 $m3$：　$5\Omega\times 0.1\text{A}+10\Omega I_3=U-2\text{V}$

(b) 对节点①列 KCL 方程： $-I_1+I_2+I_3=0.1\text{A}$

对图示回路列 KVL 方程

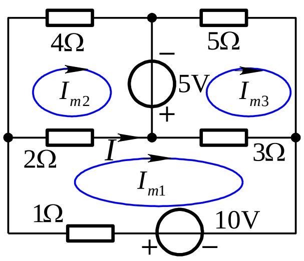
回路 $l1$：　$10\Omega I_1+20\Omega I_2=4\text{V}$

回路 $l2$：　$-20\Omega I_2+10\Omega I_3=-2\text{V}$

回路 $l3$：　$5\Omega\times 0.1\text{A}+10\Omega I_3=U-2\text{V}$

2.13　用回路电流法求图示电路的电流 I。

解：选网孔为独立回路，如图所示，所列方程如下：



图题2. 13

$$\begin{cases}(1+2+3)\Omega\times I_{m1}-2\Omega\times I_{m2}-3\Omega\times I_{m3}=10\text{V}\\ -2\Omega\times I_{m1}+(2+4)\Omega\times I_{m2}=5\text{V}\\ -3\Omega I_{m1}+(3+5)\Omega\times I_{m3}=-5\text{V}\end{cases}$$

联立解得　$I_{m1}=2.326\text{A}$ ，$I_{m2}=1.61\text{A}$ ，$I_{m3}=1.71\text{A}$ 。

利用回路电流求得支路电流 $I=I_{m1}-I_{m2}=0.717\text{A}$

2.14 用回路电流法求图示电路的电流 I。

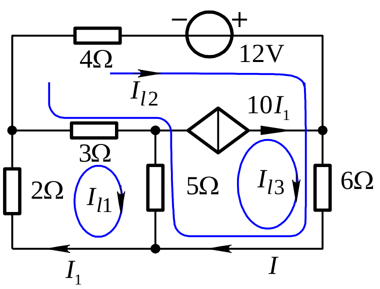


图2. 14

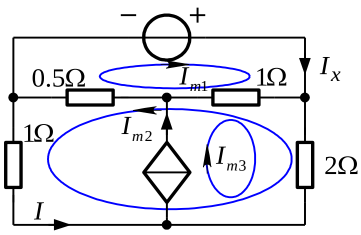
解：选如图所示独立回路，其中受控电流源只包含在$l3$回路中，其回路电流$I_{l1}=10I_1$，并且可以不用列写该回路的KVL方程。回路电流方程如下：

$$\begin{cases}(2+3+5)\Omega\times I_{l1}-(3+5)\Omega\times I_{l2}-5\Omega\times I_{l3}=0\\-(3+5)\Omega\times I_{l1}+(3+4+6+5)\Omega\times I_{l2}+(5+6)\Omega\times I_{l3}=12\text{V}\\I_{l3}=10I_{l1}\end{cases}$$

联立解得　$I_{l1}=1\text{A}$，$I_{l2}=-5\text{A}$，$I_{l3}=10\text{A}$

所求支路电流　$I=I_{l2}+I_{l3}=5\text{A}$

2.15 用回路电流法求图示电路的电流I_x。



图题2. 15

解：适当选取独立回路使受控电流源只流过一个回路电流，如图所示。对图示三个回路所列的 KVL 方程分别为

$$\begin{cases}(0.5+1)\Omega\times I_{m1}+(0.5+1)\Omega\times I_{m2}-1\Omega\times I_{m3}=5\text{V}\\(1+0.5)\Omega\times I_{m1}+(0.5\Omega+1\Omega+2\Omega+1\Omega)\times I_{m2}-3\Omega\times I_{m3}=0\\I_{m3}=2I\end{cases}$$

由图可见，控制量和待求电流支路所在回路均只有一个回路电流经过，即$I_{m2}=I$，$I_{m1}=I_x$。这样上式可整理成

$$\begin{cases}(0.5\Omega+1\Omega)\times I_x+(0.5\Omega+1\Omega)\times I-1\Omega\times 2I=5\text{V}\\(1\Omega+0.5\Omega)\times I_x+(0.5\Omega+1\Omega+2\Omega+1\Omega)\times I-3\Omega\times 2I=0\end{cases}$$

解得　$I_x=5\text{A}$

2.16 图示电路，列出回路电流方程，求 μ 为何值时电路无解。

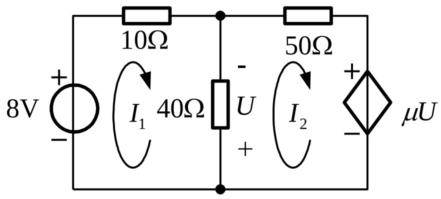


图　题2. 16

解：选图示回路列回路电流方程：

$$\begin{cases} (10+40)\Omega\times I_1-40\Omega\times I_2=8\text{V} \\ -40\Omega\times \text{I}_1+(40+50)\Omega\times I_2=-\mu\times 40\Omega\times(I_2-I_1) \end{cases}$$

整理得：

$$\begin{cases} 50\Omega\times I_1-40\Omega\times I_2=8\text{V} \\ -4(1+\mu)\Omega\times I_1+(9+4\mu)\Omega\times I_2=0 \end{cases}$$

当上述方程系数矩阵行列式为零时，方程无解，

令 $\begin{vmatrix} 50 & -40 \\ -4(1+\mu) & (9+4\mu) \end{vmatrix}=0$　得：　$\mu=-7.25$

注释：含受控源的线性电路可能存在无解情况

2.17 图示电路，分别按图(a)、(b)规定的回路列出回路电流方程。

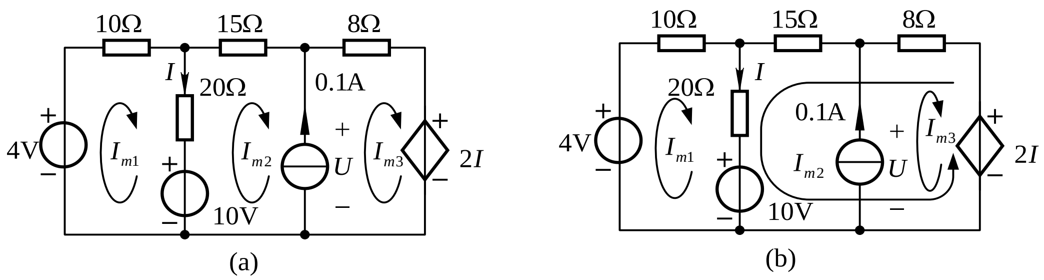


图　题 2.17

解：图(a)、(b)为同一电路模型，选取了不同的回路列回路电流方程。

(a) 在图(a)中以网孔作为独立回路。电流源的两端电压 U 是未知的，应将其直接列入回路电流方程：

$$\begin{cases} (10+20)\Omega\times I_{m1}-20\Omega\times I_{m2}=4\text{V}-10\text{V} \\ -20\Omega\times I_{m1}+(20+15)\Omega\times I_{m2}+U=10\text{V} \\ 8\Omega\times I_{m3}+2\Omega\times I-U=0 \end{cases} \qquad (1)$$

补充方程 $-I_{m2}+I_{m3}=0.1\text{A}$　(2)

将控制量用回路电流来表示：　$I=I_{m1}-I_{m2}$　(3)

将(1)、(2)式代入(3)式，整理得：

$$\begin{cases} 30\Omega\times I_{m1}-20\Omega\times I_{m2}=-6\text{V} \\ -20\Omega\times I_{m1}+35\Omega\times I_{m2}+U=10\text{V} \\ 2\Omega\times I_{m1}-2\Omega\times I_{m2}+8\Omega\times I_{m3}-U=0 \\ -I_{m2}+I_{m3}=0.1\text{A} \end{cases}$$

(b) 适当选取独立回路使电流源只流过一个回路电流，如图(b)所示。这样该回路电流I_{m3}便等于电流源0.1A。因此减少一个待求的回路电流。对图(b)所示三个回路所列的 KVL 方程分别为

$$\begin{cases} (10+20)\Omega\times I_{m1}+20\Omega\times I_{m2}=4\text{V}-10\text{V} & (1) \\ 20\Omega\times I_{m1}+(8+15+20)\Omega\times I_{m2}-8\Omega\times I_{m3}-2\Omega\times I=-10\text{V} & (2) \end{cases}$$

消去控制量: $$I=I_{m1}+I_{m2} \qquad (3)$$

补充方程: $$I_{m3}=0.1\text{A} \qquad (4)$$

将式(3)、(4)式代入(1)、(2)式整理得

$$\begin{cases} 30\Omega\times I_{m1}+20\Omega\times I_{m2}=-6\text{V} \\ 18\Omega\times I_{m1}+41\Omega\times I_{m2}=-9.2\text{V} \end{cases}$$

2.18 图示电路中当以④为参考点时，各节点电压为 U_{n1}=7V，U_{n2}=5V，U_{n3}=4V，U_{n4}=0。求以①为参考点时的各节点电压。

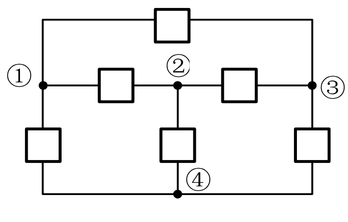


图 题 2.18

解：以节点①为参考点的各节点电压相对以节点④为参考点的节点电压降低了$\Delta U=U_{n1}-U_{n4}=7\text{V}$。则

$$\begin{aligned} U'_{n1}&=0 \\ U'_{n2}&=U_{n2}-\Delta U=5\text{V}-7\text{V}=-2\text{V} \\ U'_{n3}&=U_{n3}-\Delta U=4\text{V}-7\text{V}=-3\text{V} \\ U_{n4}&=U_{n4}-\Delta U=0-7\text{V}=-7\text{V} \end{aligned}$$

注释：当参考点改变时，各节点电压均改变同一量值。

2.19 图示直流电路中，已知节点②的电压为$U_{\text{n2}}=15\text{V}$，求图中电压源U_{S}的量

值。

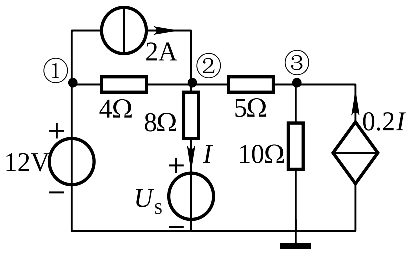


图 题 2.19

提示：当电路中含有理想电压源时，若其负极性端与参考节点相连，则其正极性端所接节点的电位就是该电压源的源电压，可以不必列写该节点的节点电压方程。本例是节点电压法的反问题。首先还须列写节点电压方程，然后根据给定的节点电压求出电压源电压。

解：节点①的电位为12V，对节点②、③列写节点电压方程如下：

$$-\frac{12}{4}+(\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{5})U_{n2}-\frac{1}{5}U_{n3}=2+\frac{U_S}{8}$$

$$-\frac{1}{5}\times U_{n2}+(\frac{1}{5}+\frac{1}{10})U_{n3}=0.2\times\frac{U_{n2}-U_S}{8}$$

将$U_{n2}=15V$代入上式，整理得

$$\begin{cases}8.625-0.2U_{n3}=5+0.125U_S\\-3+0.3U_{n3}=0.375-0.025U_S\end{cases}$$

解得：

$$U_S=\frac{165}{13}=12.69V$$

2.20 用节点电压法求图示电路 5A 电流源发出的功率。

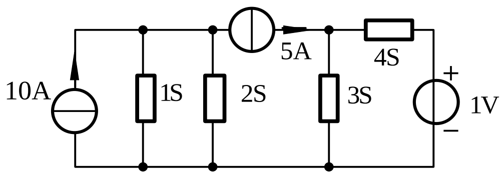


图 题 2.20

解：取节点③为参考节点，对节点①和②列节点电压方程。

$$\begin{cases}(1+2)S\times U_{n1}=(10-5)A\\(3+4)S\times U_{n2}=(5+4)\ A\end{cases}$$

解得：

$$U_{n1}=5/3V,U_{n2}=9/7V$$

$$U=-U_{n1}+U_{n2}=0.38\,V$$

$$P = U \times 5 = 1.9\text{W}$$

2.21 图示电路，用节点电压法求 1A 电流源发出的功率。

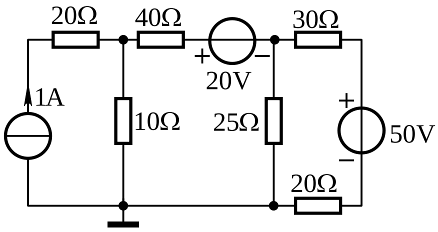


图 题 2.21

解：1A 电流源与 20Ω电阻相串联的支路对外作用相当于 1A 电流源的作用。对节点①、②列出节点电压方程如下：

节点①：$(\frac{1}{10\Omega}+\frac{1}{40\Omega})U_{n1}-\frac{1}{40\Omega}U_{n2}=1\text{A}+\frac{20\text{V}}{40\Omega}$

节点②：$-\frac{1}{40\Omega}U_{n1}+(\frac{1}{40\Omega}+\frac{1}{25\Omega}+\frac{1}{50\Omega})U_{n2}=-\frac{20\text{V}}{40\Omega}+\frac{50\text{V}}{50\Omega}$

解得　$U_{n1}=14\text{V}$，$U_{n2}=10\text{V}$

电流源电压　$U=20\Omega\times 1\text{A}+U_{n1}=34\text{V}$

电流源发出功率 $P=U\times 1\text{A}=34\text{W}$

2.22 图示直流电路，求图中各个节点电压。

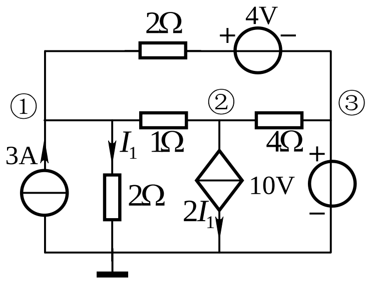


图 题 2.22

节点①：$(\frac{1}{2\Omega}+\frac{1}{2\Omega}+\frac{1}{1\Omega})U_{n1}-\frac{1}{1\Omega}U_{n2}-\frac{1}{2\Omega}U_{n3}=\frac{4\text{V}}{2\Omega}-3\text{A}$

节点②：$-\frac{1}{1\Omega}U_{n1}+(\frac{1}{4\Omega}+\frac{1}{1\Omega})U_{n2}-\frac{1}{4\Omega}U_{n3}=-2I_1$

节点③：$U_{n3}=10\text{V}$

解得：　$U_{n1}=6\text{V},U_{n2}=2\text{V},U_{n3}=10\text{V}$

2.23 图示线性直流电路，试用回路法或节点法求两个独立电源各自发出的功率。

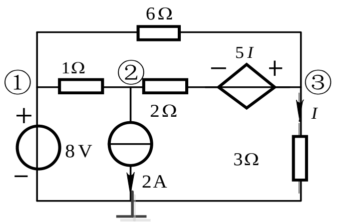


图 题 2.23

节点①：$U_{n1}=8\text{V}$

节点②：$-\dfrac{1}{1\Omega}U_{n1}+(\dfrac{1}{1\Omega}+\dfrac{1}{2\Omega})U_{n2}-\dfrac{1}{2\Omega}U_{n3}=-2\text{A}-\dfrac{5I}{2\Omega}$

节点③：$-\dfrac{1}{6\Omega}U_{n1}-\dfrac{1}{2\Omega}U_{n2}+(\dfrac{1}{6\Omega}+\dfrac{1}{2\Omega}+\dfrac{1}{3\Omega})U_{n3}=-2\text{A}+\dfrac{5I}{2\Omega}$

$I=\dfrac{U_{n3}}{3\Omega}$

解得：$U_{n1}=8\text{V},U_{n2}=\dfrac{4}{3}\text{V},U_{n3}=12\text{V}\Rightarrow p_{i_s}=-8/3\text{W},p_{U_s}=48\text{W}$

2.24 用改进节点电压法求图示电路的电流 I。

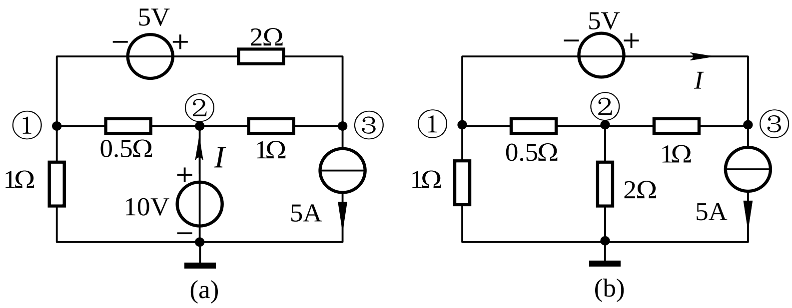


图 题 2.24

解：(a) 对图(a)电路，选①、②、③节点电压及电流 I 为待求量列 KCL 方程。

$$\text{节点①：}(\frac{1}{1\Omega}+\frac{1}{2\Omega}+\frac{1}{0.5\Omega})U_{n1}-\frac{1}{0.5\Omega}U_{n2}-\frac{1}{2\Omega}U_{n3}=-\frac{5\text{V}}{2\Omega}$$

$$\text{节点②：}-\frac{1}{0.5\Omega}U_{n1}+(\frac{1}{0.5\Omega}+\frac{1}{1\Omega})U_{n2}-\frac{1}{1\Omega}U_{n3}=I$$

$$\text{节点③：}-\frac{1}{2\Omega}U_{n1}-\frac{1}{1\Omega}U_{n2}+(\frac{1}{2\Omega}+\frac{1}{1\Omega})U_{n3}=\frac{5\text{V}}{2\Omega}-5\text{A}$$

根据电压源特性列补充方程$U_{n2}=10\text{V}$

解得 $I=11\text{A}$

(b) 对图(b)电路，选①、②、③节点电压及电流 I 为待求量列 KCL 方程。

$$节点①:(\frac{1}{1\Omega}+\frac{1}{0.5\Omega})\times U_{n1}-\frac{1}{0.5\Omega}\times U_{n2}=-I$$

$$节点②:-\frac{1}{0.5\Omega}\times U_{n1}+(\frac{1}{0.5\Omega}+\frac{1}{2\Omega}+\frac{1}{1\Omega})\times U_{n2}-\frac{1}{1\Omega}\times U_{n3}=0$$

$$节点③:-\frac{1}{1\Omega}\times U_{n2}+\frac{1}{1\Omega}\times U_{n3}=I-5\text{A}$$

根据电压源特性列补充方程　$U_{n3}-U_{n1}=5\text{V}$

解得　$I=8\text{A}$

2.25 用节点电压法求电流 I_1。

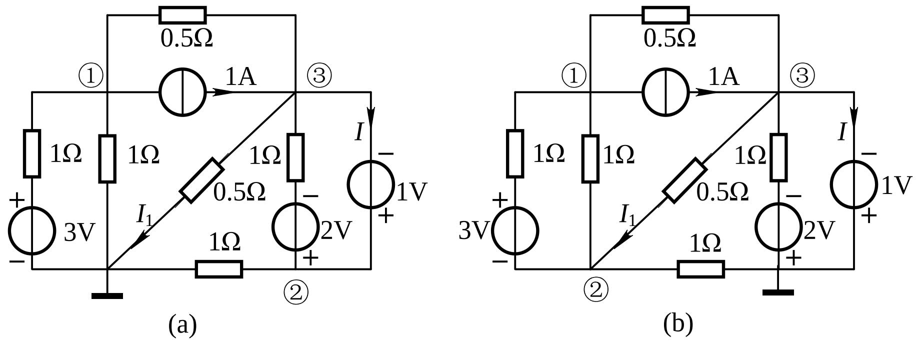


图 2.25

提示：图中存在一个仅含电压源的支路，即纯电压源支路。此类电路随着参考节点选取的不同，节点方程数目也不同。例如，图 3.7（a）所选参考节点方式，纯电压源支路电阻为零，不能用节点电压来表示支路电流。因此需将未知电流 I 设为变量列入 KCL 方程中。图 3.7（b）选择电压源的一端为参考点，则另一端的节点电压便是已知量，问题可以得到简化。

解：对图（a）电路，节点方程为

$$(\frac{1}{1}+\frac{1}{1}+\frac{1}{0.5})U_{\text{n1}}-\frac{1}{0.5}U_{\text{n3}}=\frac{3\text{V}}{1\Omega}-1\text{A}$$

$$(\frac{1}{1}+\frac{1}{1})U_{\text{n2}}-\frac{1}{1}U_{\text{n3}}=\frac{2\text{V}}{1\Omega}+I$$

$$-\frac{1}{0.5}U_{\text{n1}}-\frac{1}{1}U_{\text{n2}}+(\frac{1}{1}+\frac{1}{0.5}+\frac{1}{0.5})U_{\text{n3}}=1\text{A}-\frac{2\text{V}}{1\Omega}-I$$

补充：　$U_{\text{n2}}-U_{\text{n3}}=1\text{V}$

解得：　$U_{\text{n1}}=0.625\text{V},U_{\text{n2}}=1.25\text{V},U_{\text{n3}}=0.25\text{V},I_1=\dfrac{U_{\text{n2}}}{0.5}=0.5\text{A}$

对图(b)电路，节点③的电压 $U_{\text{n3}}=-1\text{V}$ 为已知，则不必对节点③列写方程，只对节点①②列写方程即可。此时的节点电压方程为：

$$\begin{cases}(\frac{1}{1}+\frac{1}{1}+\frac{1}{0.5})U_{n1}-(\frac{1}{1}+\frac{1}{1})U_{n2}-\frac{1}{0.5}(-1)=\frac{3V}{1\Omega}-1A \\ -(\frac{1}{1}+\frac{1}{1})U_{n1}+(\frac{1}{1}+\frac{1}{1}+\frac{1}{1}+\frac{1}{0.5})U_{n2}-\frac{1}{0.5}(-1)=-\frac{3V}{1\Omega}\end{cases}$$

解得:　$U_{n1}=-0.625V, U_{n2}=-1.25V, U_{n3}=-1V, I_1=\frac{U_{n3}-U_{n2}}{0.5}0.5A$

2.26 用任意方法求图示电路的电流 I_1 和 I_2。

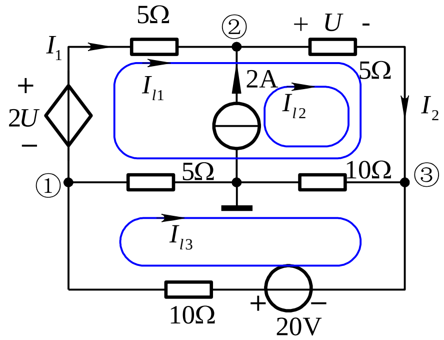


图　题2. 26

解：解法一：用节点电压法

$$节点①:(\frac{1}{5\Omega}+\frac{1}{5\Omega}+\frac{1}{10\Omega})U_{n1}-\frac{1}{5\Omega}U_{n2}-\frac{1}{10\Omega}U_{n3}=-\frac{2U}{5\Omega}+\frac{20V}{10\Omega} \quad (1)$$

$$节点②:-\frac{1}{5\Omega}U_{n1}+(\frac{1}{5\Omega}+\frac{1}{5\Omega})U_{n2}-\frac{1}{5\Omega}U_{n3}=\frac{2U}{5\Omega}+2A \quad (2)$$

$$节点③:-\frac{1}{10\Omega}U_{n1}-\frac{1}{5\Omega}U_{n2}+(\frac{1}{10\Omega}+\frac{1}{10\Omega}+\frac{1}{5\Omega})U_{n3}=-\frac{20V}{10\Omega} \quad (3)$$

用节点电压表示控制量电压　$U_{n2}-U_{n3}=U$　(4)

解得　$U_{n1}=\frac{10}{3}V, U_{n2}=35V, U_{n3}=\frac{40}{3}V$

$$I_2=\frac{U_{n2}-U_{n3}}{5\Omega}=\frac{13}{3}A,\ I_1=I_2-2A=\frac{7}{3}A,$$

解法二：用回路电流法，取回路如图所示。

回路$l1$:　$(5+5+10+5)\Omega I_{l1}+(5+10)\Omega I_{l2}-(5+10)\Omega I_{l3}=2U$　(1)

回路$l2$:　$I_{l2}=2A$　(2)

回路$l3$:　$-(5+10)\Omega I_{l1}-10\Omega I_{l2}+(5+10+10)\Omega I_{l3}=20V$　(3)

用回路电流表示控制量$U=(I_{l1}+I_{l2})\times 5\Omega$　(4)

将(4)式代入(1)式，解得 $I_{l1}=\frac{7}{3}A$，　$I_{l3}=3A$

$I_1=I_{l1}=\frac{7}{3}A$,　$I_2=I_{l1}+I_{l2}=\frac{13}{3}A$

2.27 求图示电路的输出电压U_o。

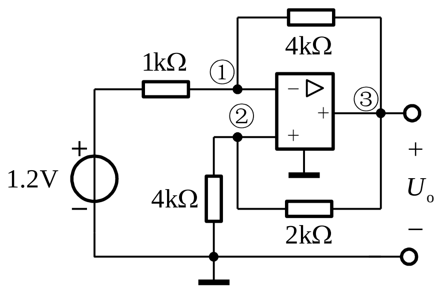


图 题2.27

解：列节点电压方程：

$$(\frac{1}{1\text{k}\Omega}+\frac{1}{4\text{k}\Omega})U_{n1}-\frac{1}{4\text{k}\Omega}U_{n3}=\frac{1.2\text{V}}{1\text{k}\Omega}$$

$$(\frac{1}{4\text{k}\Omega}+\frac{1}{2\text{k}\Omega})U_{n2}-\frac{1}{2\text{k}\Omega}U_{n3}=0$$

由运算放大器的端口特性，得$U_{n1}=U_{n2}$

解得 $$U_{n1}=\frac{48}{35}\text{V}=1.371\text{V},U_{n3}=\frac{72}{35}\text{V}=2.057\text{V}$$

注释：对含运算放大器的电路宜采用节点电压法。

2.28 求图示电路运算放大器的输出电流I_o。

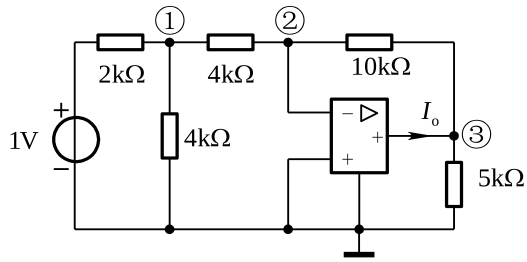


图 题2.28

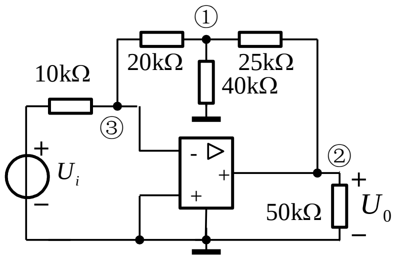
解：列节点电压方程：

$$\begin{cases}(\frac{1}{2\text{k}\Omega}+\frac{1}{4\text{k}\Omega}+\frac{1}{4\text{k}\Omega})U_{n1}-\frac{1}{4\text{k}\Omega}U_{n2}=\frac{1\text{V}}{2\text{k}\Omega}\\-\frac{1}{4\text{k}\Omega}U_{n1}+(\frac{1}{4\text{k}\Omega}+\frac{1}{10\text{k}\Omega})U_{n2}-\frac{1}{10\text{k}\Omega}U_{n3}=0\\-\frac{1}{10\text{k}\Omega}U_{n2}+(\frac{1}{10\text{k}\Omega}+\frac{1}{5\text{k}\Omega})U_{n3}=I_o\end{cases}$$

由运算放大器端口特性得， $U_{n2}=0$

解得:　　　　　　　　　　$I_o = -0.375\text{A}$

2.29　用节点分析法求图示电路的电压增益U_o/U_i。



图题 2.29

解：设运放输出端电流为I_o。如图所示，列节点电压方程：

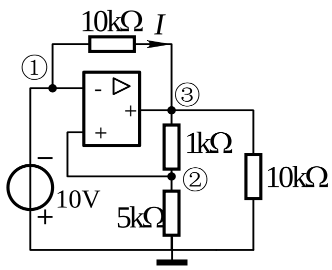
$$\begin{cases}(\dfrac{1}{20\text{k}\Omega}+\dfrac{1}{40\text{k}\Omega}+\dfrac{1}{25\text{k}\Omega})U_{n1}-\dfrac{1}{25\text{k}\Omega}U_{n2}-\dfrac{1}{20\text{k}\Omega}U_{n3}=0 \\ -\dfrac{1}{20\text{k}\Omega}U_{n1}+(\dfrac{1}{10\text{k}\Omega}+\dfrac{1}{20\text{k}\Omega})U_{n3}=\dfrac{U_i}{10\text{k}\Omega}\end{cases}$$

由运算放大器端口特性得　　　$U_{n3}=0$

解得　　　$U_o = U_{n2} = -5.75U_i$，即$U_o/U_i = -5.75$

注释：若不求运算放大器的输出端电流，可以不用对输出端列写 KCL 方程，仍可求得其它节点电压。

2.30　求图示电路中的电流 I。



图题 2.30

提示：对于含有理想运算放大器的电路，一般来讲都可从其理想特性虚短、虚断入手观察可得到哪些条件。

解：根据已知条件，节点①的节点电压

$$U_{n1} = -10\text{V}$$

根据理想运算放大器的虚短特性有

$$U_{n2}=U_{n1}=-10\text{V},$$

所以$5\text{k}\Omega$电阻上的电流为

$$U_{n2}/5\text{k}\Omega=-0.002\text{A}$$

再根据运算放大器虚断的性质，$1\text{k}\Omega$ 电阻上的电流与$5\text{k}\Omega$电阻上的电流相等为-0.002A，据此可以求出

$$U_{n3}=6\text{k}\Omega\times(-0.002\text{A})=-12\text{V}$$

所以电流
$$I=\frac{U_{n1}-U_{n3}}{10\text{k}\Omega}=\frac{-10\text{V}+12\text{V}}{10\text{k}\Omega}=0.2\text{mA}$$

2.31 求图示电路的输入电阻 R_{ab}。

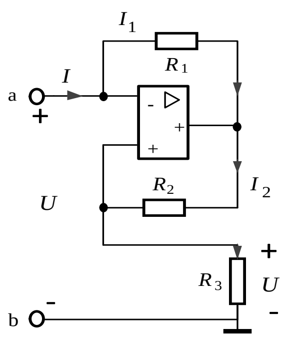


图 题 2.31

$$I=I_1$$
$$R_1I_1+R_2I_2=0$$
$$\frac{U}{I_2}=R_3$$
$$R_{ab}=\frac{U}{I}=-R_1R_3/R_2$$

第 3 章 电路定理

3.1 如图所示电路，已知$U_{ab}=0$，求电阻 R 的值。

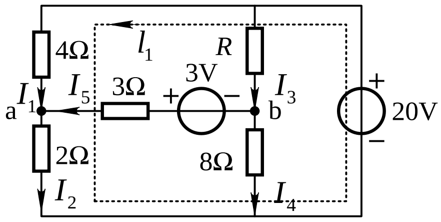


图 3-1

解：由题，$U_{ab}=0$，故 $I_5=\dfrac{3\text{V}}{3\Omega}=1\text{A}$，电流比为$\dfrac{I_2}{I_4}=\dfrac{8}{2}=4$，$\dfrac{I_1}{I_3}=\dfrac{R}{4}$

对回路 l_1 列 KVL 方程可得　$20\text{V}=4\Omega I_1+2\Omega(I_1+I_5)$　解得：$I_1=3\text{A}$

所以 $I_2=I_1+I_5=3+1=4\text{A}$，$I_4=I_2/4=1\text{A}$，$I_3=I_5+I_4=1+1=2\text{A}$

$R=4\times I_1/I_3=6\Omega$

3.2 用叠加定理求图示电路的电流 I 及1Ω电阻消耗的功率。

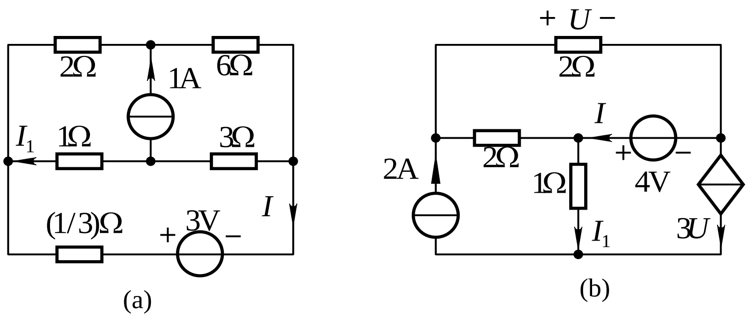


图　3-2

解：　(a)　本题考虑到电桥平衡，再利用叠加定理，计算非常简单。

(1)　3V 电压源单独作用，如图(a-1)、(a-2)所示。由图(a-2)可得

$$I'=\frac{3\text{V}}{\dfrac{1}{3}\Omega+\dfrac{4\times8}{4+8}\Omega}=1\text{A}$$

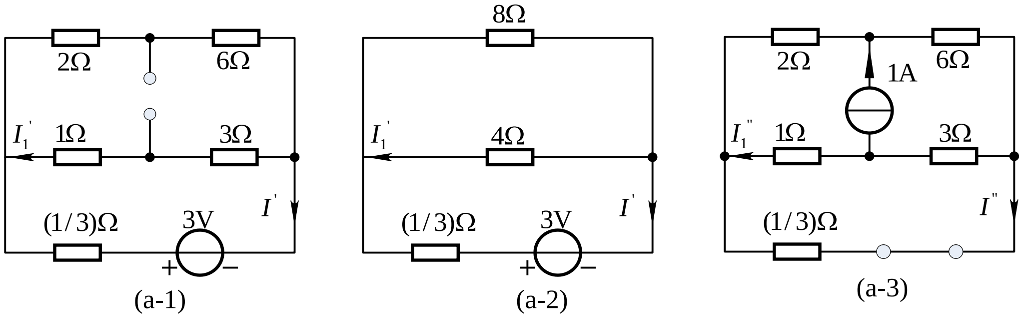
由分流公式得：　$I_1'=-I'\times\dfrac{8\Omega}{4\Omega+8\Omega}=-\dfrac{2}{3}\text{A}$

(2)　1A 电流源单独作用，如图(a-3)所示。

考虑到电桥平衡，$I''=0$，$I_1''=-\dfrac{3}{1+3}\times(1\text{A})=-\dfrac{3}{4}\text{A}$

（3）叠加：$I = I' + I'' = 1\text{A}$，$I_1 = I_1' + I_1'' = -17/12\text{A}$

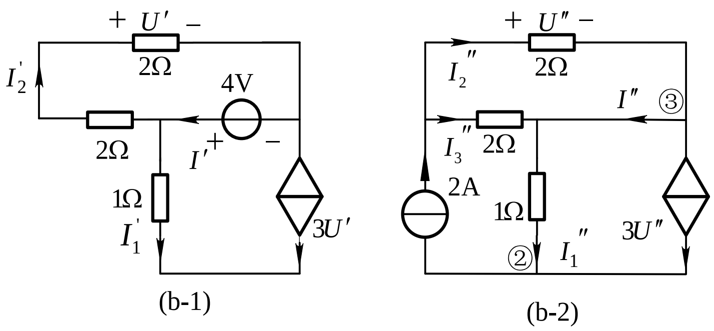
$$P_{1\Omega} = 1 \times I_1^{\ 2} = 2.007\text{W}$$



（b）（1）4V 电压源单独作用，如图(b-1)所示。

$$U' = \frac{2\Omega}{2\Omega + 2\Omega} \times 4\text{V} = 2\text{V}，\quad I_1' = -3U' = -6\text{A}，\quad I' = I_1' + I_2' = -5\text{A}$$

（2）2A 电流源单独作用，如图(b-2)所示。



$$U'' = \frac{2\Omega \times 2\Omega}{2\Omega + 2\Omega} \times 2\text{A} = 2\text{V}，\quad I_2'' = U_2''/2 = 1\text{A}$$

对节点②列 KCL 方程得 $I_1'' = 2 - 3U'' = -4\text{A}$

对节点③列 KCL 方程得 $I'' = I_2'' - 3U'' = -5\text{A}$

（3）　叠加　　$I_1 = I_1^{'} + I_1^{''} = -6\text{A} - 4\text{A} = -10\text{A}$

$$I = I^{'} + I^{''} = -5\text{A} - 5\text{A} = -10\text{A}$$

$$P_{1\Omega} = I_1^{\ 2} \times 1\Omega = 100\text{W}$$

注释：不能用各独立源单独作用时电阻消耗的功率之和来计算电阻在电路中消耗的功率。

3.3 图示电路中，已知 $R_1 = 1\Omega$，$R_2 = 4\Omega$，$R_3 = R_4 = 2\Omega$，$R_5 = 5\Omega$，$I_S = 0.5\text{A}$，$U_S = 5\text{V}$。欲使 U_S 中的电流为零，求 R_X 的值。

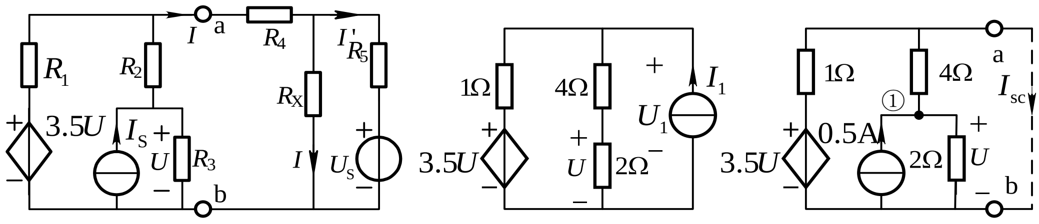


图 3.3　　　　(a)　　　　(b)

解：求 ab 端左侧的等效电路。去掉电流源，外加电流源 I_1，如图(a)所示。

$$U=\frac{2}{2+4}U_1=\frac{1}{3}U_1$$

列写节点方程：　$(\frac{1}{1}+\frac{1}{2+4})U_1=I_1+\frac{3.5U}{1}=I_1+3.5\times\frac{1}{3}U_1$

得：$(\frac{7}{6}-\frac{7}{6})U_1=I_1$　，所以等效电阻 $R_i=U_1/I_1\to\infty$

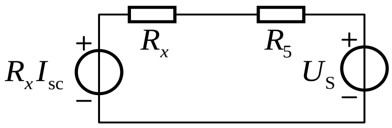
由于等效电阻为无穷大，即不存在戴维宁电路。将 ab 端短接，如图(b)所示。

在图(b)中，对节点 1 列写节点方程有

$$(\frac{1}{2}+\frac{1}{4})U=0.5\quad，解得U=2/3\text{V}$$

所以短路电流为 $I_{sc}=\frac{U}{4}+\frac{3.5U}{1}=\frac{1}{4}\times\frac{2}{3}+3.5\times\frac{2}{3}=2.5\text{A}$

ab 端左侧的等效电路为一个理想电流源支路，再将 ab 端右侧的电路进行等效，等效电路如图(c)所示。



图(c)

当 U_S 中电流为零时有，$R_xI_{sc}=U_S$，即 $R_x=2\Omega$

注：本题如果先求 ab 端左侧的开路电压，则无解，即不存在戴维宁电路。

3.4 图示电路，试用叠加定理求电压 U 和电流 I。

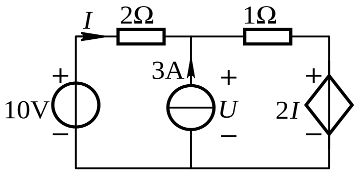


图 题3-4

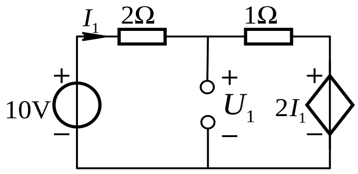


图 题3-4-1

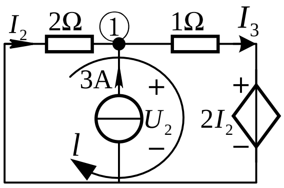


图 题3-4-2

解：当仅有 10V 电压源作用时，等效电路图 3-4-1 所示。

此时对于串联回路列 KVL 方程有 $10-2I_1-I_1-2I_1=0$

故此时电流 $I_1=2\mathrm{A}$，电压 $U_1=10-2I_1=6\mathrm{V}$

当电流源单独作用时，等效电路图 3-4-2 所示。

对节点①列 KCL 方程可知 $I_3=I_2+3$　　(1)

对回路 l 列 KVL 方程　$2I_2+I_3+2I_2=0$　(2)

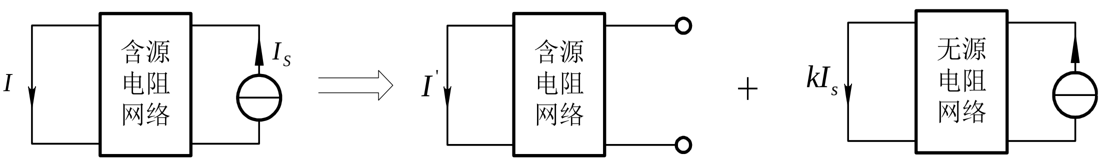
方程（1）和（2）联立可得 $I_2=-0.6\mathrm{A}$

故 $U_2=-2I_2=1.2\mathrm{V}$

由叠加定理可知 $U=U_1+U_2=7.2\mathrm{V}$

所求电流为 $I=I_1+I_2=(2-0.6)\mathrm{A}=1.4\mathrm{A}$

3.5　图示电路，当 $I_S=2\mathrm{A}$ 时，$I=-1$A；当 $I_S=4\mathrm{A}$ 时，$I=0$。若要使 $I=1$A，I_S 应为多少？



(a)　　(b)　　(c)

图 3-5

解：利用叠加定理，含源电阻网络中的电源分为一组，其作用为 I'，如图(b)所示。I_S 为一组，其单独作用的结果 I''，与 I_S 成比例，即：$I''=kI_S$，如图(c)所示。

$$I=I'+I''=I'+kI_S \quad (1)$$

将已知条件代入(1)式得

$$\begin{cases} 0 = I^{'} + k \times 4\text{A} \\ -1\text{A} = I^{'} + k \times 2\text{A} \end{cases}$$

联立解得:　　　$I' = -2\text{A}$ ，　$k = 0.5$

即:　　　$I = -2\text{A} + 0.5 * I_S$

将 $I = 1\text{A}$ 代入　解得 $I_S = 6\text{A}$

3.6 图示电路中，N 为无独立源二端口网络。(1)当 $I_{S1} = 2\text{A}$，$I_{S2} = 0$ 时，I_{S1} 输出功率为 28W，且 $U_2 = 8\text{V}$；(2)当 $I_{S1} = 0$，$I_{S2} = 3\text{A}$ 时，I_{S2} 的输出功率为 54W，且 $U_1 = 12\text{V}$。求当 $I_{S1} = 2\text{A}$，$I_{S2} = 3\text{A}$ 共同作用时每个电流源的输出功率。

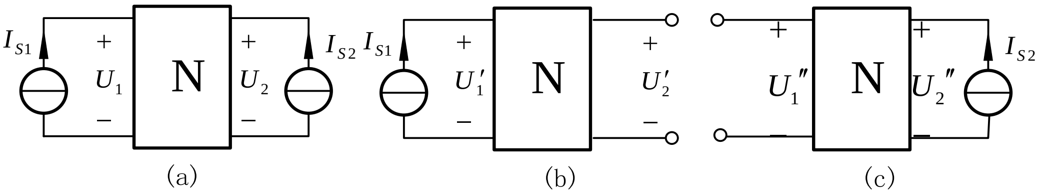


图 3-6

解：根据叠加定理，将图(a)等效成图 (b)与图 (c)的叠加。由已知条件得

$$U_1' = \frac{P_{I_{S1}}}{I_{S1}} = \frac{28\text{W}}{2\text{A}} = 14\text{V} \qquad U_2' = 8\text{V}$$

$$U_1'' = 12\text{V} \qquad U_2'' = \frac{P_{I_{S2}}}{I_{S2}} = \frac{54\text{W}}{3\text{A}} = 18\text{V}$$

所以 I_{S1}、I_{S2} 共同作用时

$$U_1 = U_1' + U_1'' = 26\text{V} \qquad U_2 = U_2' + U_2'' = 26\text{V}$$

每个电源的输出功率分别为

$$P_{I_{S1}} = I_{S1} U_1 = 52\text{W} \qquad P_{I_{S2}} = I_{S2} U_2 = 78\text{W}$$

3.7 求图示各电路的戴维南等效电路或诺顿等效电路。通过这些实例，研究哪些电路既存在戴维南等效电路，又存在诺顿等效电路，哪些电路只能具有一种等效电路。试总结其规律。

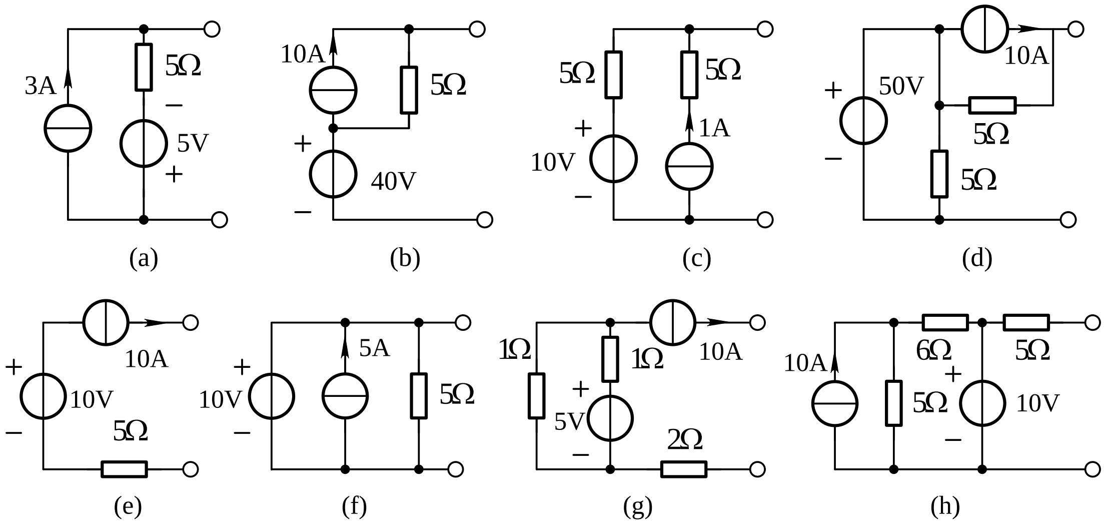


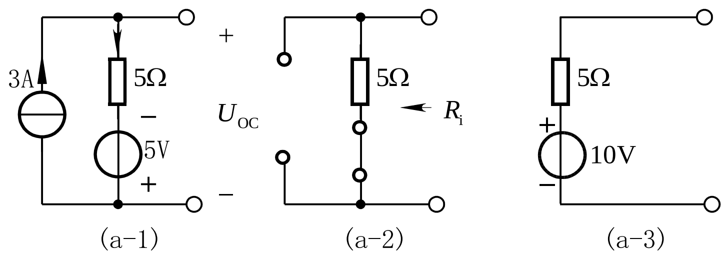
图　3-7

解：应用戴维南定理或诺顿定理

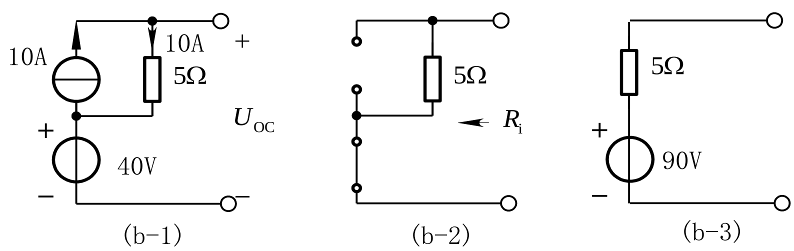
（1）　图(a)电路求开路电压和等效电阻，分别如图(a-1)和图(a-2)所示。

$$U_{OC}=3A\times5\Omega+(-5V)=10V$$

$$R_i=5\Omega$$



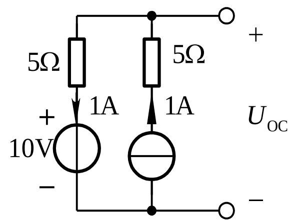
图（b）电路等效过程如下：



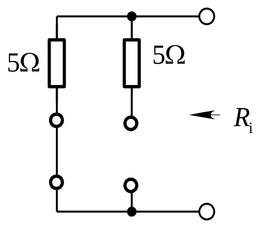
$$U_{OC}=10A\times5\Omega+40V=90V$$

$$R_i=5\Omega$$

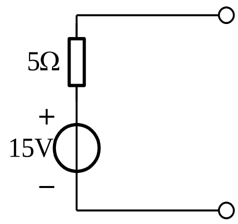
图（c）电路等效过程如下：



(c-1)



(c-2)

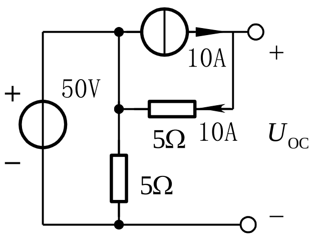


(c-3)

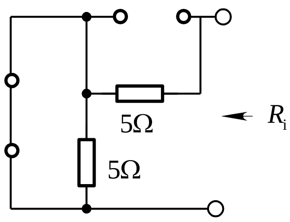
$$U_{OC} = 1A \times 5\Omega + 10V = 15V$$

$$R_i = 5\Omega$$

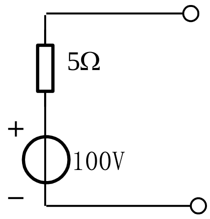
图（d）电路等效过程如下：



(d-1)



(d-2)

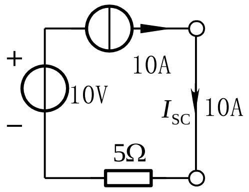


(d-3)

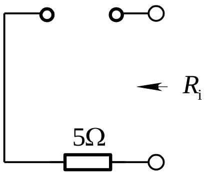
$$U_{OC} = 10A \times 5\Omega + 50V = 100V$$

$$R_i = 5\Omega$$

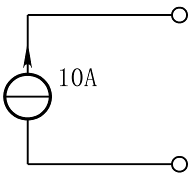
图（e）电路等效过程如下：



(e-1)

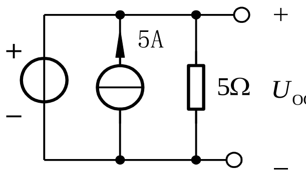


(e-2)

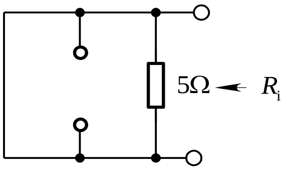


(e-3)

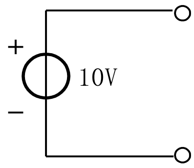
图（f）电路等效过程如下：



(f-1)

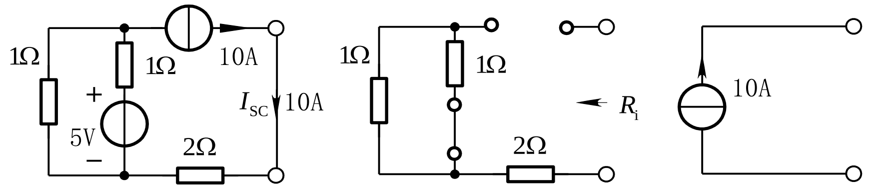


(f-2)



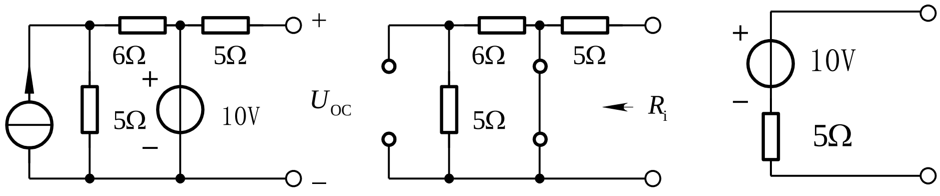
(f-3)

图（g）电路等效过程如下：



(g−1)　　　　(g−2)　　　　(g−3)

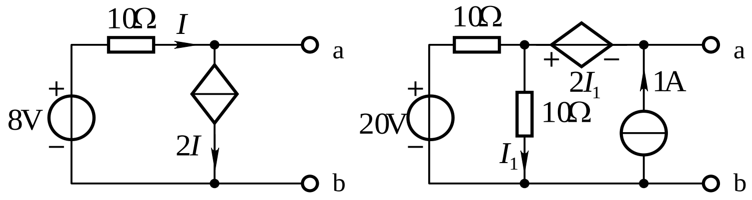
图（h）电路等效过程如下：



(h−1)　　　　(h−2)　　　　(h−3)

如果电路的等效内阻为非零的确定值，则电路既存在戴维南等效电路，又存在诺顿等效电路；如果电路的等效内阻为零，则只能等效成戴维南电路；如果电路的等效内阻为无穷大，则只能等效成诺顿电路。

3.8 求图示含受控源电路的戴维南与诺顿等效电路。



(a)　　　　(b)

图　题 3.8

解：(a) (1) 求开路电压 U_{OC}

当 ab 端开路时，对节点 a，由 KCL，　$-I+2I=0$，$I=0$

所以开路电压 $U_{OC}=8\text{V}-10\Omega I=8\text{V}$

(2) 求等效电阻

当 ab 端短路时，$8\text{V}-10\Omega\times I=0$，解得 $I=0.8\text{A}$　。

短路电流 $I_{ab}=I-2I=-0.8\text{A}$

$$\text{等效电阻}\quad R_i=\frac{U_{oc}}{I_{ab}}=\frac{8}{-0.8}=-10\Omega$$

(b) (1)求开路电压，当 ab 端开路时，在图(c)中

$$I_2 = I_1 - 1$$

对回路l_1列 KVL 方程得　$10(I_1 - 1) + 10I_1 = 20$　解得$I_1 = 1.5\text{A}$

开路电压　$U_{\text{oc}} = -2I_1 + 10I_1 = 8I_1 = 12\text{V}$

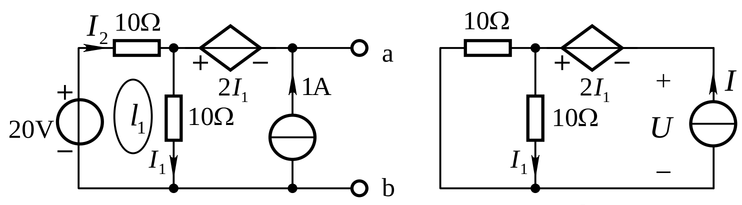
(2)求等效电阻

求R_{i}时将独立源置零，外加激励电流 I 求 ab 端口响应电压U，如图(d)所示。

由图(d)可知，　$I_1 = 0.5I$

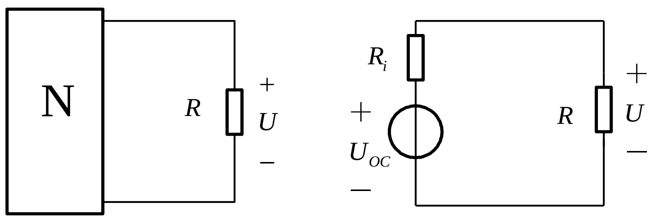
对回路l列 KVL 方程　$U = -2I_1 + 10I_1 = 8I_1 = 4I$

等效电阻　$R_i = \dfrac{U}{I} = 4\Omega$



(c)　　(d)

3.9 图示电路中 N 为线性含源电阻网络，已知当 $R = 10\Omega$ 时，$U = 15\text{V}$；当 $R = 20\Omega$ 时，$U = 20\text{V}$。求 $R = 30\Omega$时，U的值。



(a)　　(b)

图 3-9

解：将含源电阻网络化为戴维南等效电路，如图 (b)所示。由此图求得：

$$U = (\frac{U_{\text{OC}}}{R_{\text{i}} + R}) \times R$$

(1)

将$R = 10\Omega$时，$U = 15\text{V}$；$R = 20\Omega$，$U = 20\text{V}$代入式 (1)，得

$$\begin{cases} 15\text{V} = (\dfrac{U_{\text{OC}}}{R_{\text{i}} + 10\Omega}) \times 10\Omega \\ 20\text{V} = (\dfrac{U_{\text{OC}}}{R_{\text{i}} + 20\Omega}) \times 20\Omega \end{cases}$$

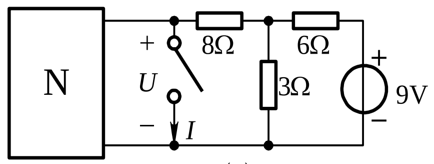
联立解得: $R_i = 10\Omega$ $U_{oc} = 30\text{V}$

(1) 式可表示为 $U = (\dfrac{30\text{V}}{10\Omega + R}) \times R$

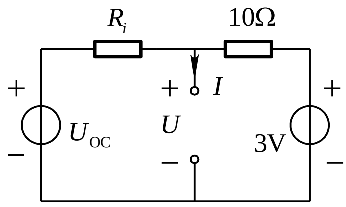
当 $R = 30\Omega$ 时 $U = \dfrac{30\text{V}}{(10+30)\Omega} \times 30\Omega = 22.5\text{V}$

注释: 一端口外接电路发生变化时, 宜采用戴维南或诺顿定理进行分析。

3.10 图中 N 为含独立源电阻网络, 开关断开时量得电压 $U = 13\text{V}$, 接通时量得电流 $I = 3.9\text{A}$。求网络 N 的最简等效电路。



(a)



(b)

图 3-10

解: 首先将开关右侧电路化简为戴维南等效电路, 如图(b)所示, 其开路电压为 3V, 等效电阻为 10Ω

开关断开时 U=13V 得: $\dfrac{U_{OC} - 13\text{V}}{R_i} = \dfrac{13\text{V} - 3\text{V}}{10\Omega} = 1\text{A}$

开关短接时 I=3.9A 得: $I = \dfrac{U_{OC}}{R_i} + \dfrac{3\text{V}}{10\Omega} = 3.9\text{A}$

联立求解得: $U_{OC} = 18\text{V}$, $R_i = 5\Omega$

3.11 已知图示电路中 $R = 10\Omega$ 时, 其消耗的功率为 22.5W; R=20Ω 时, 其消耗的功率为 20W。求 $R = 30\Omega$ 时它所消耗的功率。

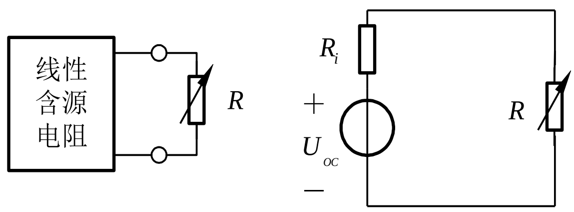


图 3-11

解：将含源电阻网络等效为戴维南电路。如图（b）所示。负载电阻 R 消耗的功率可表示为

$$P_R = (\frac{U_{\mathrm{OC}}}{R_{\mathrm{i}} + R})^2 \times R \qquad (1)$$

将已知条件分别代入（1）式，得

$$\begin{cases} (\dfrac{U_{\mathrm{OC}}}{R_{\mathrm{i}} + 10\Omega})^2 \times 10\Omega = 22.5\mathrm{W} \\ (\dfrac{U_{\mathrm{OC}}}{R_{\mathrm{i}} + 20\Omega})^2 \times 20\Omega = 20\mathrm{W} \end{cases}$$

联立解得　$R_{\mathrm{i}} = 10\Omega \quad U_{\mathrm{OC}} = 30\mathrm{V}$

当 $R = 30\Omega$ 时

$$P_R = (\frac{U_{\mathrm{OC}}}{R_{\mathrm{i}} + 30\Omega})^2 \times 30\Omega = \left(\frac{30\mathrm{V}}{(10+30)\Omega}\right)^2 \times 30\Omega \approx 16.9\mathrm{W}$$

3.12 图示电路 N 为线性含源电阻网络，已知当 I_S=0 时，U=−2V；I_S=2A 时，U=0。求网络 N 的戴维南等效电路。

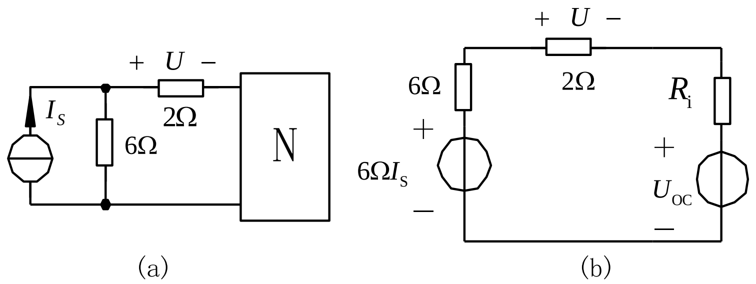


图 3-12

解：将图（a）电路化简如图（b）所示。

$$U=\frac{6\Omega I_S-U_{OC}}{(6+2)\Omega+R_i}\times 2\Omega$$

代入两个已知条件:

$I_s=2\text{A}$ 时，$U=0$：　　$U_{OC}=6\Omega\times 2\text{A}=12\text{V}$

$I_S=0$ 时，$U=-2\text{V}$：　$U_{OC}=-(8\Omega+R_i)\times\dfrac{-2\text{V}}{2\Omega}=8\text{V}+R_i\times 1\text{A}$

解得:　　　　　$U_{OC}=12\text{V}$　　$R_i=4\Omega$

3.13 图示直流电路中，负载 R_L 为多大它可以获得最大功率？最大功率为多少？

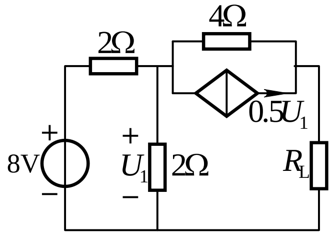
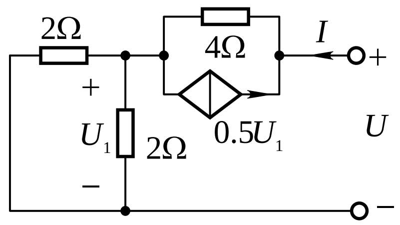


图 题 3.13



(a)

解：当负载 R_L 开路时 $U_1=\dfrac{2}{2+2}\times 8=4\text{V}$，开路电压 $U_{OC}=4\times 0.5U_1+U_1=12\text{V}$

求等效电阻的电路如图(a)所示　$U_1=2\times 0.5I=I$

$U=4\times(I+0.5U_1)+U_1=7I$　　$R_i=U/I=7\Omega$

所以当负载 R_L 等于 7Ω 时，它可以获得最大功率。

最大功率为 $P_{max}=\dfrac{U_{OC}^2}{4R_i}=\dfrac{12\times 12}{4\times 7}=5.14\text{W}$

3.14 图示电路中，当电流源 I_{S1} 和电压源 U_{S1} 反向时（U_{S2} 不变），电压 U_{ab} 是原来的 0.5 倍；当 I_{S1} 和 U_{S2} 反向时（U_{S1} 不变），电压 U_{ab} 是原来的 0.3 倍。问：仅 I_{S1} 反向时（U_{S1}，U_{S2} 均不变），电压 U_{ab} 应为原来的几倍？

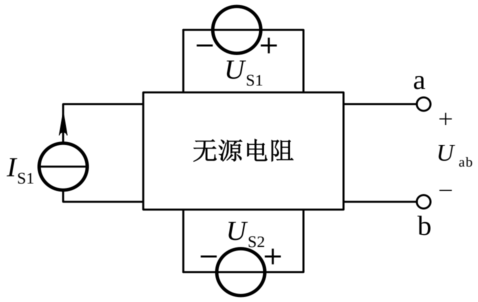


图 3-14

解：由叠加定理与齐性定理，可设$U_{ab}=kU_{s1}+gU_{s2}+dI_{s1}$

其中k为当U_{s1}为单位电压源单独作用时 ab 端口的电压，g为当U_{s2}为单位电压源单独作用时的 ab 端口电压，d为当I_{s1}为单位电流源单独作用时的 ab 端口电压。设当U_{s1}、U_{s2}与I_{s1}均为正向时 ab 端口电压$U_{ab}=U$。

由题，可列出如下方程组$\begin{cases} U=kU_{s1}+gU_{s2}+dI_{s1} & (1) \\ 0.5U=-kU_{s1}+gU_{s2}-dI_{s1} & (2) \\ 0.3U=kU_{s1}-gU_{s2}-dI_{s1} & (3) \end{cases}$

（1）、（2）、（3）式相加可得$1.8U=kU_{s1}+gU_{s2}-dI_{s1}$

故当仅有I_{s1}反向时电压U_{ab}为原电压的 1.8 倍

3.15 图示电路，已知当 R=2Ω 时，I_1=5A，I_2=4A。求当 R=4Ω 时 I_1和 I_2的值。

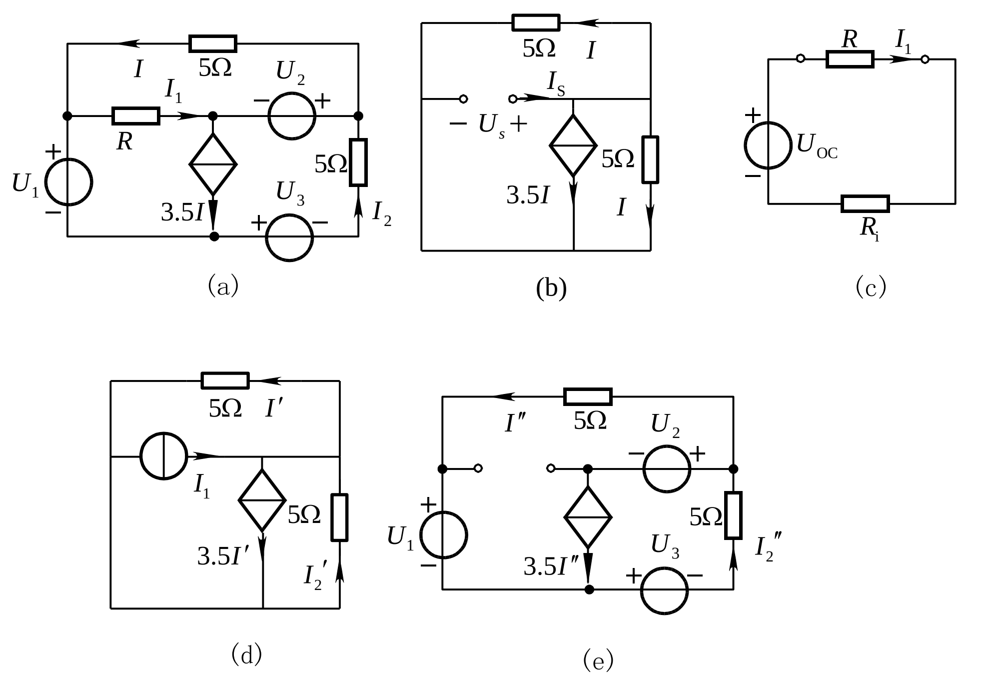


图 3-15

解：　方法一：　应用戴维南定理求I_1。由图（b）有

$$U_S=5\Omega I$$

$$I_S=I+I+3.5I=5.5I$$

等效电阻　$R_i=\dfrac{U_S}{I_S}=\dfrac{10}{11}\Omega$

又由已知条件得　$U_{OC}=(R_i+2\Omega)\times I_1=\dfrac{160}{11}\text{V}$

简化后的电路如图(c)所示。

所以当 $R=4\Omega$ 时　$I_1=\dfrac{U_{\mathrm{OC}}}{R+R_{\mathrm{i}}}=\dfrac{(160/11)\mathrm{V}}{(4+10/11)\Omega}=\dfrac{80}{27}\mathrm{A}\approx 2.963\mathrm{A}$

将 I_1 用电流源来置换，用叠加定理分析置换后的电路，即将 I_2 分解成

$$I_2=I_2'+I_2''。$$

其中 I_2' 为电流源 I_1 单独作用时的解答，如图(d)所示；I_2'' 是其余电源共同作用时的解答，如图(e)所示。由图（d）可得：

KVL:　$5\Omega I_2'+5\Omega I^{'}=0$

KCL:　$-I_1+3.5I^{'}-I_2^{'}+I^{'}=0$

联立解得　$I_2'=-\dfrac{2}{11}I_1$

因此，电流 I_2 可以写成：$I_2=I_2'+I_2''=-\dfrac{2}{11}I_1+I_2''$

由已知条件得　$4\mathrm{A}=-\dfrac{2}{11}\times 5\mathrm{A}+I_2''$　　$I_2''=\dfrac{54}{11}\mathrm{A}$

所以，当 $R=4\Omega$ 时，　$I_2=-\dfrac{2}{11}\times\dfrac{80}{27}\mathrm{A}+\dfrac{54}{11}\mathrm{A}\approx 4.37\mathrm{A}$

方法二：对图题 3.14（a）回路列写 KVL 方程：

回路 $l1$：　$5I+RI_1=U_2$　(1)

回路 $l2$：　$RI_1-5I_2=U_1+U_2+U_3=U'_1$　(2)

再对闭合面列写 KCL 方程：

$$I-I_1+3.5I-I_2=0 \quad (3)$$

由式(3)解得：　$I=\dfrac{2}{9}(I_1+I_2)$　(4)

将式(4)代入(1)，再与式(2)联立得方程组：

$$\begin{cases}(10+9R)I_1+10I_2=U'_2\\ RI_1-5I_2=U'_1\end{cases} \quad (5)$$

将 $R=2\Omega$ 时的已知电流代入上式求得电压：$U'_1=-10, U'_2=180\mathrm{V}$，由此将方程

(5)写成：

$$\begin{cases}(10+9R)I_1+10I_2=180\\ RI_1-5I_2=-10\end{cases} \quad (6)$$

当 $R=4\Omega$ 时，由方程(6)解得：$I_1=80/27\approx 2.963$A，$I_2=118/27\approx 4.37$A。

3.16　图示电路，已知 U=8V，　R=12Ω　。求电流　I 和　I_1 的值。

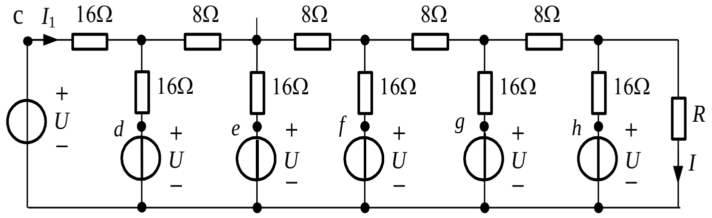
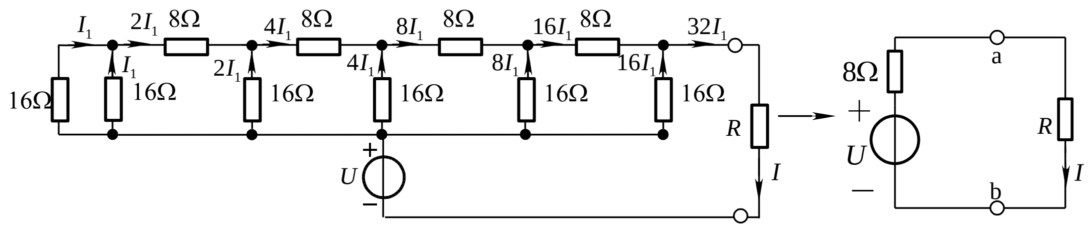


图　3-16

解：由图可以看出，$c \sim h$ 点均为等电位点，可将其联为一点，得简化电路如图

（b）所示。



(b)　　　(c)

图（b）可知 ab 端左侧最简等效电路为

$$U_{\mathrm{OC}} = U = 8\mathrm{V}\,,\quad R_{\mathrm{i}} = 8\Omega$$

如图（ c)所示。由图(c)得，$I = \dfrac{U}{8\Omega + R}$

已知当 $R = 12\Omega$，$U = 8\mathrm{V}$ 时，$I = \dfrac{8\mathrm{V}}{8\Omega + 12\Omega} = 0.4\mathrm{A}$

当设图（a）电路最左侧 16Ω 支路流过电流为 I_1，如图（b）递推所示，流过 R 的电流为 $32I_1$，即 $I = 32I_1$

$$I_1 = \frac{I}{32} = \frac{0.4\mathrm{A}}{32} = 0.0125\mathrm{A}$$

3.17　图示电路中，N 为线性含源电阻网络。已知 $R = 0$ 时，$I_2 = 6\mathrm{A}$；$R \to \infty$ 时，I_2=9A 。ab 端戴维南等效电阻为 $R_{\mathrm{i}} = 9\Omega$。求电流 I_2 与电阻 R 的一般关系。

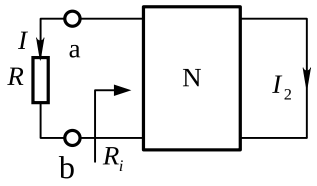


图 题 3.17

解：设 ab 端戴维南等效电路开路电压为 U_{OC}。则电阻 R 流过的电流为

$$I=\frac{U_{OC}}{R+R_i} \qquad (1)$$

将电阻 R 用 $I_S=I$ 的电流源置换，由齐性定理得

$$I_2=I_2''+kI \qquad (2)$$

其中 I_2'' 为 N 内等效电源单独作用产生的分量。

将 $R=0$ 时，$I_2=6\text{A}$； $R\to\infty$ 时，$I_2=9\text{A}$ 代入式（1），

得 $$I_2''=9\text{A},\quad k=\frac{-27}{U_{OC}} \qquad (3)$$

将式(1)、(3) 代入式(2)，得

$$I_2=9-\frac{27}{U_{OC}}\times\frac{U_{OC}}{9+R}=\frac{9(6+R)}{9+R}$$

3.18　图示电路中 N 为纯电阻网络，利用特勒根定理求出电流 I 。

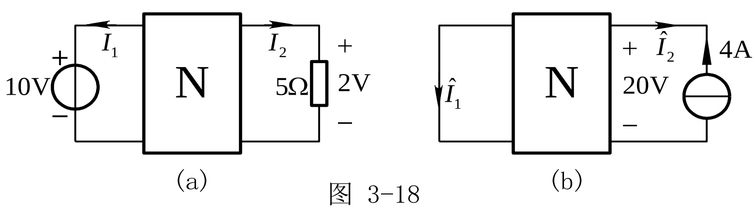


图 3-18

解：设网络共有 b 条支路，各支路电压电流取关联参考方向，由特勒根定理得

$$U_1\hat{I}_1+U_2\hat{I}_2+\sum_{k=3}^{b}U_k\hat{I}_k=0 \qquad (1)$$

$$\hat{U}_1I_1+\hat{U}_2I_2+\sum_{k=3}^{b}\hat{U}_kI_k=0 \qquad (2)$$

因为 N 为纯电阻网络，故

$$\sum_{k=3}^{b}U_k\hat{I}_k=\sum_{k=3}^{b}R_kI_k\hat{I}_k=\sum_{k=3}^{b}R_k\hat{I}_kI_k=\sum_{k=3}^{b}\hat{U}_kI_k \tag{3}$$

将式(3)代入式(1)、(2)得

$$U_1\hat{I}_1+U_2\hat{I}_2=\hat{U}_1I_1+\hat{U}_2I_2 \tag{4}$$

对（a）图：　$U_1=10\text{V}$，$U_2=2\text{V}$，$I_2=2\text{V}/5\Omega=0.4\text{A}$

对（b）图：$\hat{U}_1=0$，$\hat{U}_2=20\text{V}$，$\hat{I}_2=-4\text{A}$

代入式(4)得　$10\text{V}\times\hat{I}_1+2\text{V}\times(-4\text{A})=0\times I_1+20\text{V}\times0.4\text{A}\quad\Rightarrow\quad\hat{I}_1=1.6\text{A}$

注释：对仅由二端电阻组成的二端口网络，不论端口外接情况如何，方程(4)都是成立的，因此可作为公式使用。

3.19　图中 N 为互易性(满足互易定理)网络。试根据图中已知条件计算电阻 R。

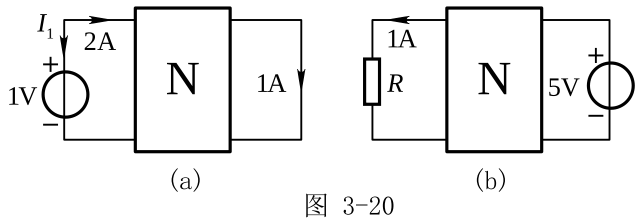


图 3-20

解：当 N 为互易性网络时，图(a)、(b)的端口电压、电流满足

$$U_1\hat{I}_1+U_2\hat{I}_2=\hat{U}_1I_1+\hat{U}_2I_2 \tag{1}$$

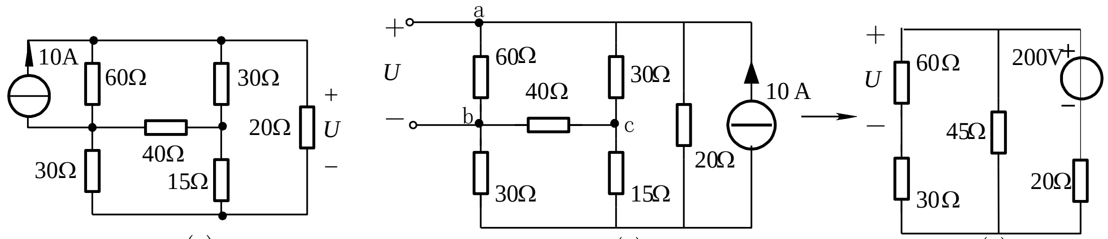
已知$U_1=1\text{V}$，$U_2=0$，$I_1=-2\text{A}$，$I_2=1\text{A}$，$\hat{U}_1=1\text{A}\times R$，$\hat{U}_2=5\text{V}$

代入（1）式，得

$$1\text{V}\times 1\text{A}+0\times 1\text{A}=1\text{A}\times R\times(-2)\text{A}+5\times 1\text{A}$$

解得　　　　　　　　　$R=2\Omega$

3.20 用互易定理求图示电路电压 U 。



(a)　　　　　　　(b)　　　　　　　(c)

图 3-20

解: 根据互易定理第二种形式，将10A电流源移到右端与20Ω电阻并联，则ab端60Ω电阻上电压即为所求电压U，如图（b）所示。该电路电桥平衡，bc间电流为零。电路可进一步简化成图（c）。

$$U=\frac{200\text{V}}{\left(20+\dfrac{90\times 45}{90+45}\right)\Omega}\times\frac{45\Omega}{(90+45)\Omega}\times 60\Omega=80\text{V}$$

第四章 正弦交流电路习题解答

4.1 已知图示电路中 $u=100\cos(\omega t+10°)\text{V}$，$i_1=2\cos(\omega t+100°)\text{A}$，$i_2=-4\cos(\omega t+190°)\text{A}$，$i_3=5\sin(\omega t+10°)\text{A}$。试写出电压和各电流的有效值、初相位，并求电压越前于电流的相位差。

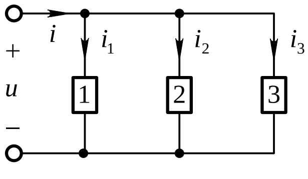


图 题 4.1

解：将 i_2 和 i_3 改写为余弦函数的标准形式，即

$i_2 = -4\cos(\omega t + 190°)\text{A} = 4\cos(\omega t + 190° - 180°)\text{A} = 4\cos(\omega t + 10°)\text{A}$
$i_3 = 5\sin(\omega t + 10°)\text{A} = 5\cos(\omega t + 10° - 90°)\text{A} = 5\cos(\omega t - 80°)\text{A}$

电压、电流的有效值为

$$U = \frac{100}{\sqrt{2}} = 70.7\text{V},\ I_1 = \frac{2}{\sqrt{2}} = 1.414\text{A}$$
$$I_2 = \frac{4}{\sqrt{2}} = 2.828\text{A},\ I_3 = \frac{5}{\sqrt{2}} = 3.54\text{A}$$

初相位　$\psi_u = 10^\circ,\ \psi_{i_1} = 100^\circ, \psi_{i_2} = 10^\circ, \psi_{i_3} = -80^\circ$

相位差　$\varphi_1 = \psi_u - \psi_{i_1} = 10^\circ - 100^\circ = -90^\circ$　　u与i_1正交，u滞后于i_1；

$\varphi_2 = \psi_u - \psi_{i_2} = 10° - 10° = 0°$　　u 与 i_2 同相;

$\varphi_3 = \psi_u - \psi_{i_3} = 10° - (-80°) = 90°$　　u 与 i_3 正交，u 超前于 i_3

4.2 写出下列电压、电流相量所代表的正弦电压和电流(设角频率为ω):

(a)$\dot{U}_\text{m} = 10\angle -10^\circ\text{V}$　　(b)$\dot{U} = (-6 - \text{j}8)\text{V}$

(c) $\dot{I}_\text{m} = (0.2 - \text{j}20.8)\text{V}$　　(d) $\dot{I} = -30\text{A}$

解:

(a) $u = 10\cos(\omega t - 10°)\text{V}$

(b) $\dot{U} = \sqrt{6^2 + 10^2}\angle\text{arctg}\dfrac{-8}{-6} = 10\angle 233.1°\text{V}, u = 10\sqrt{2}\cos(\omega t + 233.1°)\text{V}$

(c) $\dot{I}_m = \sqrt{0.2^2 + 20.8^2}\angle\text{arctg}\dfrac{-20.8}{0.2} = 20.8\angle -89.4°\text{A}, i = 20.8\cos(\omega t - 89.4°)\text{A}$

(d) $\dot{I} = 30\angle 180°\ \text{A}, i = 30\sqrt{2}\cos(\omega t + 180°)\text{A}$

4.3 图示电路中正弦电流的频率为 50Hz 时，电压表和电流表的读数分别为 100V 和 15A；当频率为 100Hz 时，读数为 100V 和 10A。试求电阻 R 和电感 L。

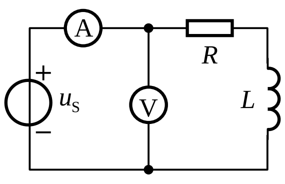


图 题 4.3

解：电压表和电流表读数为有效值，其比值为阻抗模，即

$$\sqrt{R^2 + (\omega L)^2} = U / I$$

将已知条件代入，得

$$\begin{cases}\sqrt{R^2+(2\pi\times 50\times L)^2}=\dfrac{100\text{V}}{15\text{A}}\\ \sqrt{R^2+(2\pi\times 100\times L)^2}=\dfrac{100\text{V}}{10\Omega}\end{cases}$$

联立方程，解得 $L=13.7\text{mH},\ R=5.08\Omega$

4.4 图示各电路中已标明电压表和电流表的读数，试求电压 u 和电流 i 的有效值。

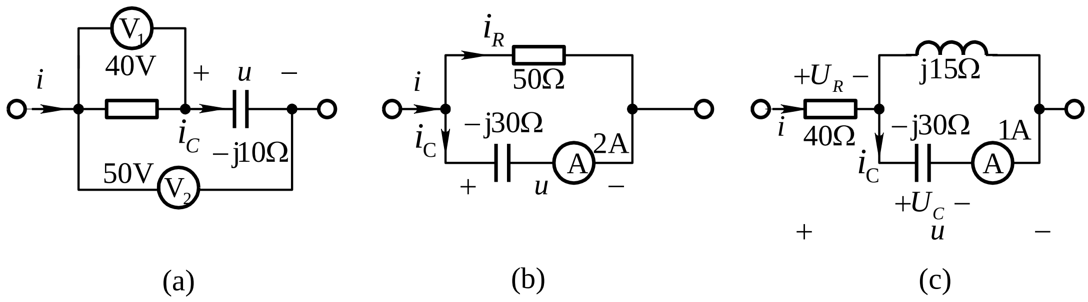


图 题 4.4

解：(a) *RC* 串联电路中电阻电压与电容电压相位正交，各电压有效值关系为

$$U=\sqrt{U_2{}^2-U_1{}^2}=\sqrt{50^2-40^2}\text{V}=30\text{V}$$

电流 i 的有效值为 $I=I_C=\dfrac{U}{|X_C|}=\dfrac{30\text{V}}{10\Omega}=3\text{A}$

(b) $U=|X_C|I_C=30\Omega\times 2\text{A}=60\text{V}$

$$I_R=\frac{U}{R}=\frac{60\text{V}}{50\Omega}=1.2\text{A}$$

RC 并联电路中电阻电流与电容电流相位正交，总电流有效值为

$$I=\sqrt{I_C{}^2+I_R{}^2}=\sqrt{2^2+1.2^2}\text{A}=2.33\text{A}$$

(c) $U_C=|X_C|I_C=30\Omega\times 1\text{A}=30\text{V}$

由 $U_L=U_C=X_LI\Rightarrow I_L=\dfrac{U_C}{X_L}=\dfrac{30\text{V}}{15\Omega}=2\text{A}$

并联电容、电感上电流相位相反，总电流为 $I=|I_L-I_C|=1\text{A}$

电阻电压与电容电压相位正交，总电压为：

$$U=\sqrt{U_C{}^2+U_R{}^2}=\sqrt{30^2+40^2}\,\mathrm{V}=50\mathrm{V}$$

4.5 在图示电路中已知 $i_R=\sqrt{2}\cos\omega t\ \mathrm{A}$，$\omega=2\times10^3$ rad/s。求各元件的电压、电流及电源电压 u，并作各电压、电流的相量图。

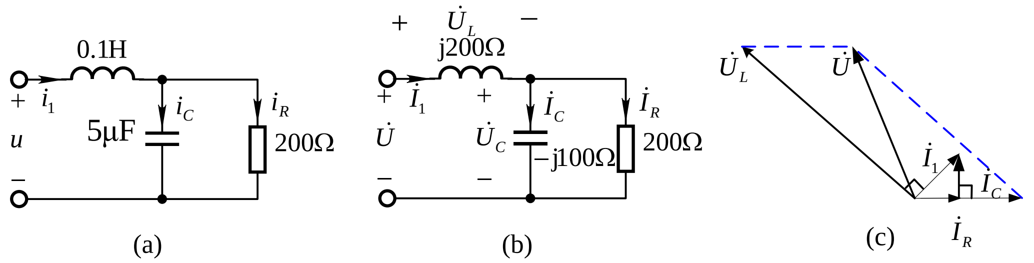


图 题 4.5

解：感抗 $X_L=\omega L=\left(2\times10^3\right)\mathrm{rad/s}\times0.1\mathrm{H}=200\Omega$

容抗 $X_C=-\dfrac{1}{\omega C}=\dfrac{-1}{\left(2\times10^3\right)\mathrm{rad/s}\times\left(5\times10^{-6}\right)\mathrm{F}}=-100\Omega$

图(a)电路的相量模型如图(b)所示。

由已知得 $\dot{I}_R=1\angle0°\mathrm{A}$，按从右至左递推的方法求得各元件电压、电流相量如下：

$$\dot{U}_C=\dot{I}_R R=200\angle0^\circ\mathrm{V}$$

$$\dot{I}_C=\frac{\dot{U}_C}{\mathrm{j}X_C}=\frac{200\angle0°\mathrm{V}}{-\mathrm{j}100\Omega}=2\angle90^\circ\mathrm{A}$$

$$\dot{I}_1=\dot{I}_C+\dot{I}_R=(1\angle0°+2\angle90°)\mathrm{A}=(1+2\mathrm{j})\mathrm{A}=\sqrt{5}\angle63.43^\circ\mathrm{A}$$

$$\dot{U}=\dot{U}_L+\dot{U}_C=(200\sqrt{5}\angle153.43°+200\angle0°)\mathrm{V}=200\sqrt{2}\angle135^\circ\mathrm{V}$$

$$\dot{U}_L=\mathrm{j}X_L\dot{I}_1=\mathrm{j}200\times\sqrt{5}\angle63.43°\mathrm{V}=200\sqrt{5}\angle153.43^\circ\mathrm{V}$$

由以上各式画出电压、电流相量图如图(c)所示。由各相量值求得各元件电压、电流瞬时值分别为

$$i_C=2\sqrt{2}\cos(\omega t+90°)\mathrm{A},\ i_1=\sqrt{10}\cos(\omega t+63.43°)\mathrm{A}$$
$$u_R=u_C=200\sqrt{2}\cos(\omega t)\mathrm{V},\ u_L=200\sqrt{10}\cos(\omega t+153.43°)\mathrm{V}$$
$$u=400\cos(\omega t+135°)\mathrm{V}$$

~~4.6~~ 已知图示电路中$U_R=U_L=10$V，$R=10\Omega$，$X_C=10\Omega$，求I_S。

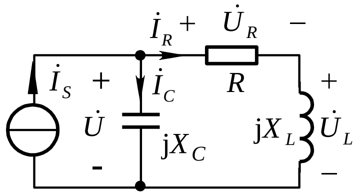


图 题 4.6

解：设$\dot U_R=10\angle 0^\circ$V，则

$$\dot I_R=\frac{\dot U_R}{R}=1\angle 0^\circ\,\mathrm{A}\,,\dot U_L=jX_L\dot I_R=10\angle 90^\circ\,\mathrm{V}$$

$$\dot U=\dot U_R+\dot U_L=(10\angle 0^\circ+10\angle 90^\circ)\mathrm{V}=10\sqrt{2}\angle 45^\circ\mathrm{V}$$

$$\dot I_C=\frac{\dot U}{\mathrm{j}X_C}=\frac{10\sqrt{2}\angle 45^\circ\mathrm{V}}{-\mathrm{j}10\Omega}=\sqrt{2}\angle 135^\circ\mathrm{A}$$

$$\dot I_S=\dot I_R+\dot I_C=(1\angle 0^\circ+\sqrt{2}\angle 135^\circ)\mathrm{A}=\mathrm{jA}=1\angle 90^\circ\,\mathrm{A}$$

所求电流有效值为$I_S=1\mathrm{A}$。

4.7 已知图示电路中$g=1$S，$u_S=10\sqrt{2}\cos\omega t$V，$i_S=10\sqrt{2}\cos\omega t$A，$\omega=1$ rad/s。求受控电流源的电压u_{12}。

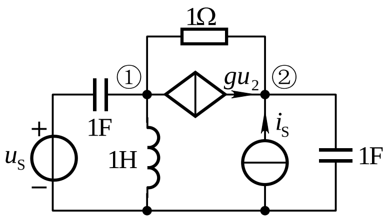


图 题 4.7

解：电压源和电流源的相量分别为　$\dot U_S=10\angle 0^\circ$ V，$\dot I_S=10\angle 0^\circ$ A

对节点①和②列相量形式节点电压方程

$$\begin{cases}(\mathrm{j}\omega C_1+\dfrac{1}{\mathrm{j}\omega L}+1\mathrm{S})\dot U_{\mathrm{n1}}-1\mathrm{S}\times\dot U_{\mathrm{n2}}=\mathrm{j}\omega C_1\dot U_{\mathrm{S}}-g\dot U_2\\ -1\mathrm{S}\times\dot U_{\mathrm{n1}}+\left(\mathrm{j}\omega C_2+1\mathrm{S}\right)\dot U_{\mathrm{n2}}=\dot I_{\mathrm{S}}+g\dot U_2\end{cases}$$ 由图可知受控源控制量

$\dot U_2=\dot U_{n1}$

解得　$\dot U_{\mathrm{n1}}=\mathrm{j}10\mathrm{V}$　$\dot U_{\mathrm{n2}}=10-\mathrm{j}10\mathrm{V}$

$$\dot U_{12}=\dot U_{\mathrm{n_1}}-\dot U_{\mathrm{n_2}}=(-10+\mathrm{j}20)\mathrm{V}=22.36\angle 116.57^\circ\,\mathrm{V}$$

受控电流源的电压为　$u_{12}=22.36\sqrt{2}\cos\left(\omega t+116.57^{0}\right)\text{V}$

4.8 在图示 RC 移相电路中设 $R=1/(\omega C)$，试求输出电压 u_o 和输入电压 u_i 的相位差。

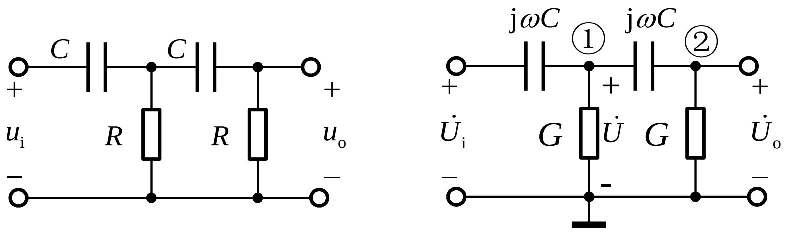


图 题 4.8

解：相量模型如图(b)所示。对节点①、②列节点电压方程：

$$(\mathrm{j}\omega C+\mathrm{j}\omega C+G)\dot{U}_{n1}-\mathrm{j}\omega C\dot{U}_{n2}=\mathrm{j}\omega C\dot{U}_{i} \qquad (1)$$

$$-\mathrm{j}\omega C\dot{U}_{n1}+(\mathrm{j}\omega C+G)\dot{U}_{n2}=0 \qquad (2)$$

联立解得 $\dfrac{\dot{U}_{n2}}{\dot{U}_{i}}=\dfrac{1}{3}\angle 90^{0}$

又因为 $\dot{U}_{n2}=\dot{U}_{o}$，所以 $\dfrac{\dot{U}_{o}}{\dot{U}_{i}}=\dfrac{1}{3}\angle 90^{0}$，即 u_o 越前于 u_i 的相位差为 90^{0}。

~~4.9~~ 图示电路中 $u_S=\cos\omega t$ V，$\omega=10^3$ rad/s，试求输出电压 u_o。

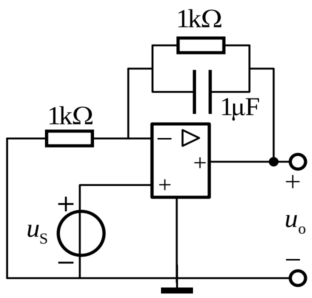


图 题 4.9

解：对含运算放大器的电路宜列写节点电压方程：

$$\left(\frac{1}{1\text{k}\Omega}+\frac{1}{1\text{k}\Omega}+\text{j}10^{3}\times 1\mu\text{F}\right)\dot{U}_{n1}-\left(\frac{1}{1\text{k}\Omega}+\text{j}10^{3}\times 1\text{uF}\right)\dot{U}_{n2}=0 \qquad (1)$$

$$\dot{U}_{n2}=\dot{U}_{o} \qquad (2)$$

由端口特性得 $\dot{U}_{n1}=\dot{U}_{\mathrm{S}}=\dfrac{1}{\sqrt{2}}\angle 0^{\circ}\ \mathrm{V}$　　(3)

将式(2)(3)代入(1)得:

$$\dot{U}_{\mathrm{o}}=\frac{1.5-\mathrm{j}0.5}{\sqrt{2}}\mathrm{V}=\frac{1.58}{\sqrt{2}}\angle -18.43^{\circ}\ \mathrm{V}$$

输出电压瞬时值为 $u_{\mathrm{o}}=1.58\cos\left(\omega t-18.43^{\circ}\right)\mathrm{V}$

~~4.10~~ 已知图示电路中 $u_{\mathrm{S1}}=u_{\mathrm{S2}}=4\cos\omega t\,\mathrm{V}$，$\omega=100\,\mathrm{rad/s}$。试求电流 i 。

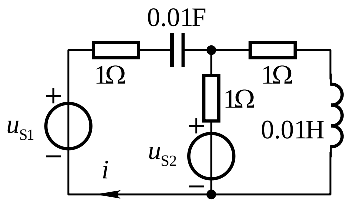


图 题 4.10

解：图示电路容抗 $X_C=-\dfrac{1}{\omega C}=-\dfrac{1}{100\times 0.01}\Omega=-1\Omega$，

感抗 $X_L=\omega L=(100\times 0.01)\Omega=1\Omega$

列节点电压方程

$$[\frac{1}{1\Omega+\mathrm{j}(-1\Omega)}+\frac{1}{1\Omega}+\frac{1}{1\Omega+\mathrm{j}\Omega}]\dot{U}_{n1}=\frac{\dot{U}_{\mathrm{S1}}}{1\Omega+\mathrm{j}(-1\Omega)}+\frac{\dot{U}_{\mathrm{S2}}}{1\Omega}\qquad(1)$$

将 $\dot{U}_{\mathrm{S1}}=\dot{U}_{\mathrm{S2}}=2\sqrt{2}\angle 0^{\circ}\mathrm{V}$ 代入(1)式

解得　　$\dot{U}_{n1}=\sqrt{5}\angle 18.43^{\circ}\mathrm{V}$

$$\dot{I}=-\frac{-\dot{U}_{n1}+\dot{U}_{\mathrm{S1}}}{1\Omega+\mathrm{j}(-1\Omega)}=\frac{\sqrt{2}}{2}\mathrm{A}$$

电流　　$i=\cos(100t)\mathrm{A}$

4.11 求图示一端口网络的输入阻抗 Z，并证明当 $R=\sqrt{L/C}$ 时，Z 与频率无关且等于 R 。

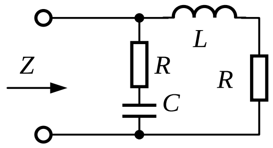


图 题4.11

解：由阻抗的串、并联等效化简规则得

$$Z=(R+\mathrm{j}\omega L)//(R+\frac{1}{\mathrm{j}\omega C})=\frac{R^2+\dfrac{L}{C}+\mathrm{j}R(\omega L-\dfrac{1}{\omega C})}{2R+\mathrm{j}(\omega L-\dfrac{1}{\omega C})}$$

当 $R=\sqrt{L/C}$ 时，由上式得 $Z=R$，且与频率无关。

4.12 求图示电路的戴维南等效电路。

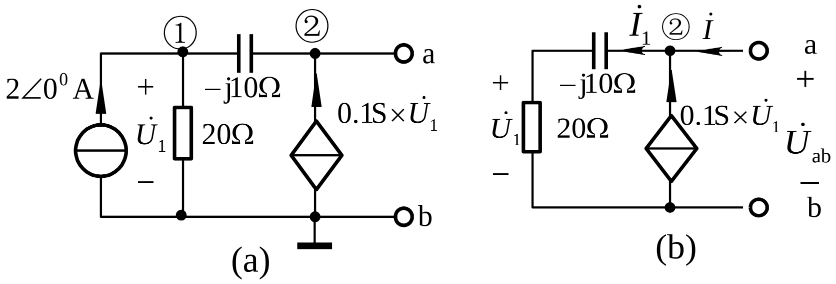


图 题4.12

解：(1)求开路电压 $\dot{U}_{\mathrm{OC}}$

对图(a)电路列节点电压方程

$$\begin{cases}(\dfrac{1}{20}+\dfrac{1}{-\mathrm{j}10})\mathrm{S}\times\dot{U}_{\mathrm{n1}}-\dfrac{1}{-\mathrm{j}10}\times\dot{U}_{\mathrm{n2}}=2\angle 0°\mathrm{A} & (1)\\ -\dfrac{1}{-\mathrm{j}10}\mathrm{S}\times\dot{U}_{\mathrm{n1}}+\dfrac{1}{-\mathrm{j}10}\mathrm{S}\times\dot{U}_{\mathrm{n2}}=0.1\mathrm{S}\times\dot{U}_1 & (2)\end{cases}$$

受控源控制量 $\dot{U}_1$ 即为节点电压 $\dot{U}_{\mathrm{n1}}$，即 $\dot{U}_1=\dot{U}_{\mathrm{n1}}$　　(3)

将式(3)代入式(2)再与式(1)联立解得

$$\dot{U}_{\mathrm{n1}}=-40\mathrm{V},\quad \dot{U}_{\mathrm{n2}}=\dot{U}_{\mathrm{OC}}=40\sqrt{2}\angle 135°\mathrm{V}$$

(2)求等效阻抗 Z_{i}

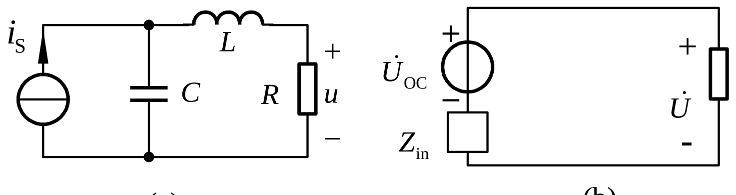
在 ab 端外施电压源 $\dot{U}_{\mathrm{ab}}$，求输入电流 $\dot{I}$，$\dot{U}_{\mathrm{ab}}$ 与 $\dot{I}$ 的比值即为等效阻抗 Z_{i}。

由节点②得 $\dot{I}=\dot{I}_1-0.1\text{S}\times\dot{U}_1=\dfrac{\dot{U}_1}{20\Omega}-\dfrac{\dot{U}_1}{10\Omega}$

又 $\dot{U}_{\text{ab}}=(20-\text{j}10)\Omega\dot{I}_1=(20-\text{j}10)\times\dfrac{\dot{U}_1}{20}$

得 $Z_{\text{i}}=\dfrac{\dot{U}_{\text{ab}}}{\dot{I}}=\dfrac{(20-\text{j}10)\times\dfrac{\dot{U}_1}{20}}{(\dfrac{1}{20}-\dfrac{1}{10})\dot{U}_1}=22.36\angle153.43°\Omega$

~~4.13~~ 图示电路中 $L=0.01$H， $C=0.01$F， $i_{\text{S}}=10\sqrt{2}\cos\omega t$ A。求 ω 为何值时电压 u 与电阻 $R(R\neq0)$ 无关？求出电压 u 。



(a)　　(b)

解：对图(a)电路做戴维南等效，如图(b)所示。

$$Z_{\text{i}}=\text{j}\omega L+1/(\text{j}\omega C) \quad (1)$$

$$\dot{U}_{\text{OC}}=\frac{\dot{I}_{\text{S}}}{\text{j}\omega C} \quad (2)$$

由图(b)可知，当 $Z_{\text{i}}=0$ 时，电阻两端电压 $\dot{U}$ 与电阻 R 无关，始终等于 $\dot{U}_{\text{OC}}(R\neq0)$ 。

由式(1)解得　$\omega=1/\sqrt{LC}=100\,\text{rad/s}$

将式(3)代入式(2)得　$\dot{U}=\dot{U}_{\text{OC}}=10\angle0°\text{A}\times\dfrac{1}{\text{j}100\text{rad/s}\times0.01\text{F}}=10\angle-90°\text{V}$

$u=10\sqrt{2}\cos(\omega t-90°)\text{V}$

~~4.14~~ 图中 u_{S} 为正弦电压源， $\omega=2000$ rad/s。问电容 C 等于多少才能使电流 i 的有效值达到最大？

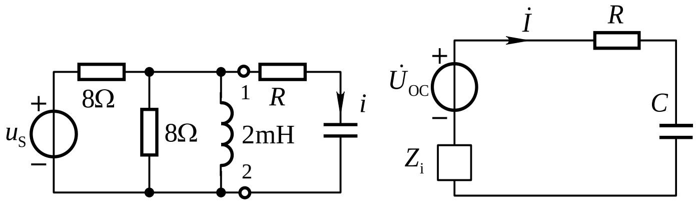


图 题 4.14

解：先对左图电路 12 端左侧电路作戴维南等效，如右图所示，令

$$X_L = \omega L = 2000\,\text{rad/s} \times 2\times10^{-3}\,\text{H} = 4\Omega$$

得等效阻抗 $$Z_i = 8\Omega // 8\Omega // \text{j}4\Omega = \frac{4\Omega\times \text{j}4\Omega}{4\Omega + \text{j}4\Omega} = 2(1+\text{j})\Omega$$

由 $\dot{I} = \dfrac{\dot{U}_{OC}}{Z_i + R + \dfrac{1}{\text{j}\omega C}}$ 知，欲使电流 i 有效值为最大，电容的量值须使回路阻抗虚部为零，即：$\text{Im}[Z_i + R + \dfrac{1}{\text{j}\omega C}] = 2 - \dfrac{1}{\omega C} = 0$

等效后电路如右图所示。解得 $C = \dfrac{1}{2\omega} = 250\mu\text{F}$

4.15 图示阻容移相器电路，设输入电压 $\dot{U}_i$ 及 R_1、C 已知，求输出电压 U_o，并讨论当 R 由零变到无穷时输出电压 $\dot{U}_o$ 与输入电压 $\dot{U}_i$ 的相位差变化范围。

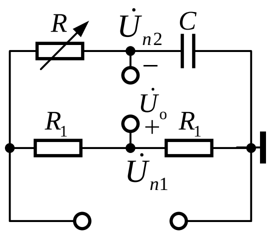


图 题 4.15

解：$$\dot{U}_o = \dot{U}_{n1} - \dot{U}_{n2} = \frac{\dot{U}_i}{2} - \frac{\dfrac{1}{\text{j}\omega C}}{R + \dfrac{1}{\text{j}\omega C}} \times \dot{U}_i = \frac{\dot{U}_i}{2} - \frac{\dot{U}_i}{1 + \text{j}\omega CR} = \frac{\text{j}\omega CR - 1}{2(\text{j}\omega CR + 1)}\dot{U}_i$$

当 $R=0$，　$\dot{U}_{\mathrm{o}}$ 超前于 $\dot{U}_{\mathrm{i}}$ 180°；

当 $R=\dfrac{1}{\omega C}$，$\dot{U}_{\mathrm{o}}$ 超前于 $\dot{U}_{\mathrm{i}}$ 90°；

即当 R 由零变到无穷时，$\dot{U}_{\mathrm{o}}$ 超前于 $\dot{U}_{\mathrm{i}}$ 相位差从 180° 到 0° 变化。

~~4.16~~ 图所示电路，已知 $R_1=X_1=X_2=n\Omega$（n 已知），试求 R_2 为何值时，$\dot{I}_1$ 与 $\dot{U}$ 相位差为 90°。

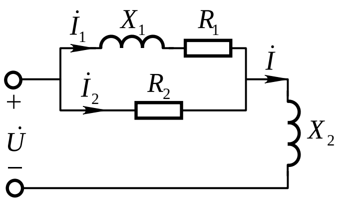


图 题 4.16

解：先列写 $\dot{I}_1$ 与 $\dot{U}$ 的等量关系，列 KVL

$$\dot{U}=(R_1+\mathrm{j}X_1)\times\dot{I}_1+\mathrm{j}X_2\times\dot{I} \tag{1}$$

用 $\dot{I}_1$ 表示 $\dot{I}$

$$\dot{I}=\dot{I}_1+\dot{I}_2 \tag{2}$$

$$\dot{I}_2=\frac{(R_1+\mathrm{j}X_1)\times\dot{I}_1}{R_2} \tag{3}$$

将式(2)(3)带入(1)中整理得

$$\dot{U}=(R_1+\mathrm{j}X_1)\times\dot{I}_1+\mathrm{j}X_2\times\frac{R_1+\mathrm{j}X_1}{R_2}\times\dot{I}_1=[(R_1+\frac{-X_1X_2}{R_2})+\mathrm{j}(X_1+\frac{R_1X_2}{R_2})]\times\dot{I}_1$$

可见要使 $\dot{I}_1$ 与 $\dot{U}$ 相位差为 90° 则，上式中 $\dot{I}_1$ 前面系数对应阻抗的实部应为零，即

$$R_1+\frac{-X_1X_2}{R_2}=0$$

得
$$R_2=\frac{X_1X_2}{R_1}=n\Omega=R_1$$

4.17 图示电路，$\dot{U}_S = 10\text{V}$，角频率$\omega = 10^3$ rad/s。要求无论R怎样改变，电流有效值I始终不变，求C的值，并分析电流$\dot{I}$的相位变化情况。

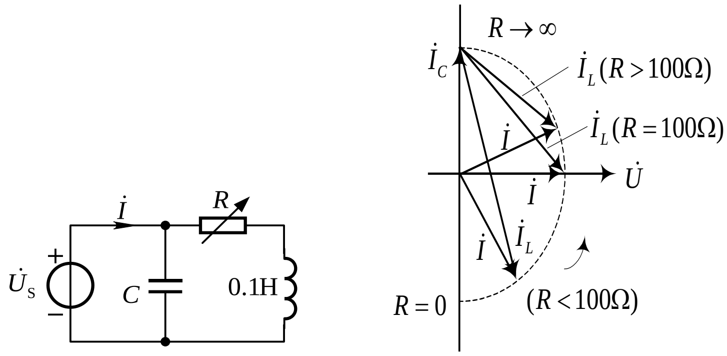


图 题 4.17

解：图示电路负载等效导纳为

$$Y = \text{j}\omega C + \frac{1}{R + \text{j}\omega L} = \frac{R}{R^2 + (\omega L)^2} + \text{j}(\omega C - \frac{\omega L}{R^2 + (\omega L)^2}) \quad (1)$$

$$|Y|^2 = \left[\frac{R}{R^2 + (\omega L)^2}\right]^2 + \left[\omega C - \frac{\omega L}{R^2 + (\omega L)^2}\right]^2 = \frac{1 - 2\omega^2 LC}{R^2 + (\omega L)^2} + (\omega C)^2 \quad (2)$$

由式(2)可见：当$\omega^2 = 1/(2LC)$时，$|Y| = \omega C$与R无关，电流有效值$I = |Y|U = \omega CU$不随R改变。

解得 $$C = \frac{1}{2\omega^2 L} = 5\text{uF}$$

将ω、L、C值代入(1)式，得

$$Y = \frac{R + \text{j}5 \times 10^{-3}(R^2 - 10^4)}{R^2 + 10^4}$$

当$R = 0$，$\dot{I}$滞后$\dot{U}_S$为$-90°$；

当$0 < R < 100\Omega$，$\dot{I}$滞后$\dot{U}_S$为从$-90°$向0变化；

当$R = 100\Omega$，$\dot{I}$与$\dot{U}_S$同相位；

当$R > 100\Omega$，$\dot{I}$越前$\dot{U}_S$为从0向$90°$变化；

当$R \to \infty$，$\dot{I}$越前$\dot{U}_S$为$90°$。

右图为电流相量图。

$\dot{I}$的终点轨迹为半圆，当R从0变到∞时，$\dot{I}$的辐角从$-90°$变到$90°$。

~~4.18~~ 图示 RC 分压电路，求频率为何值时$\dot{U}_2$与$\dot{U}_1$同相？

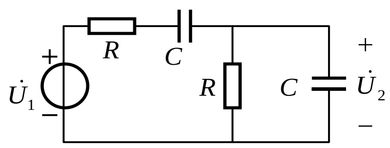


图 题 4.18

解：$$\frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1}=\frac{\dfrac{R\times(1/\mathrm{j}\omega C)}{R+1/\mathrm{j}\omega C}}{R+1/\mathrm{j}\omega C+\dfrac{R\times(1/\mathrm{j}\omega C)}{R+1/\mathrm{j}\omega C}}=\frac{R}{3R+\mathrm{j}\left(\omega R^2C-1/\omega C\right)}$$

令 $\omega R^2C-1/\omega C=0$，得 $\omega=1/RC$，$f=1/2\pi RC$ 时

则 $\dfrac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1}=\dfrac{1}{3}$，$\dot{U}_1$ 与 $\dot{U}_2$ 同相位。

~~4.19~~ 图示电路，设 $\dot{U}=100\angle 0^\circ$ V，求网络 N 的平均功率、无功功率、功率因数和视在功率。

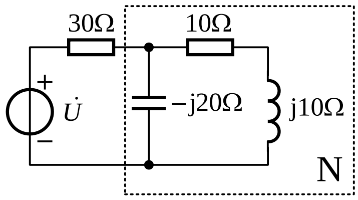


图 题 4.19

解：网络 N 的等效阻抗

$$Z'=(10+\mathrm{j}10)\Omega//(-\mathrm{j}20)\Omega$$
$$=\frac{(10+\mathrm{j}10)\times(-\mathrm{j}20)}{10+\mathrm{j}10-\mathrm{j}20}\Omega=\frac{(10+\mathrm{j}10)\times(-\mathrm{j}20)}{10-\mathrm{j}10}\Omega=20\angle 0^\circ\Omega$$

输入电流 $$\dot{I}=\frac{\dot{U}}{30+Z'}=2\mathrm{A}$$

网络 N 的平均功率为 $P=I^2\times\mathrm{Re}[Z']=(2\mathrm{A})^2\times 20\Omega=80\mathrm{W}$

无功功率 $Q=I^2\times\mathrm{Im}[Z']=(2\mathrm{A})^2\times 0=0$

功率因数 $\lambda=\cos\varphi=\cos 0^\circ=1$

视在功率 $S=P/\cos\varphi=80\mathrm{VA}$

~~4.20~~ 图为三表法测量负载等效阻抗的电路。现已知电压表、电流表、功率表

读数分别为 36V、10A 和 288W，各表均为理想仪表，求感性负载等效阻抗 Z。再设电路角频率为 $\omega = 314$ rad/s，求负载的等效电阻和等效电感。

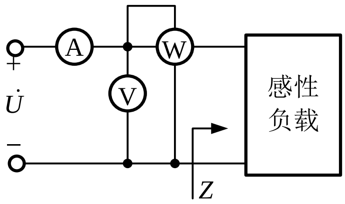


图 题 4.20

解：等效阻抗

$$|Z| = \frac{U}{I} = \sqrt{R^2 + X_L{}^2} = \frac{36\text{V}}{10\text{A}} = 3.6\Omega \qquad (1)$$

由平均功率 $P = I^2 R$ 得 $R = \dfrac{P}{I^2} = \dfrac{288\text{W}}{(10\text{A})^2} = 2.88\Omega$

将式(2)代入式((1)解得　$X_L = \sqrt{|Z|^2 - R^2} = \sqrt{3.6^2 - 2.88^2}\Omega = 2.16\Omega$

所以等效阻抗为

$$Z = R + \text{j}X_L = (2.88 + \text{j}2.16)\Omega$$

当 $\omega = 314\text{rad/s}$ 时，负载的等效电阻和等效电感分别为

$$R = 2.88\Omega, \quad L = \frac{X_L}{\omega} = \frac{2.16\Omega}{314\text{rad/s}} = 6.88\text{mH}$$

注释：功率表的读数等于电压线圈电压有效值、电流线圈电流有效值及电压与电流相位差夹角余弦三者之积。

~~4.21~~ 图示电路，已知电压 $U_1 = 100\text{V}$，电流 $I_1 = 10\text{A}$，电源输出功率 $P = 500\text{W}$。求负载阻抗及端电压 U_2。

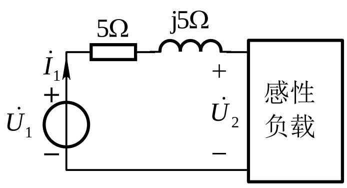


图 题 4.21

解：方法一：

平均功率 $P=U_1I_1\cos\varphi$，可推出电压与电流的相位差 φ

$$\varphi=\arccos\frac{P}{U_1I_1}=\arccos\frac{500\,\mathrm{W}}{100\mathrm{V}\times 10\,\mathrm{A}}=60^\circ$$

设 $\dot{I}_1=10\angle 0^\circ\ \mathrm{A}$，则 $\dot{U}_1=100\angle 60^\circ\ \mathrm{V}$

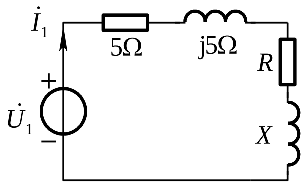
负载端电压相量 $\dot{U}_2=\dot{U}_1-(5\Omega+\mathrm{j}5\Omega)\dot{I}_1=36.6\angle 90^\circ\ \mathrm{V}$

有效值为 $U_2=36.6\mathrm{V}$

负载阻抗 $Z_\mathrm{L}=\dot{U}_2/\dot{I}_1=\mathrm{j}3.66\Omega$

方法二:

感性负载等效后电路可表示成图(b)形式。



(b)

电源输出的平均功率等于所有电阻吸收的平均功率，由此得

$$P=I^2(5\Omega+R)=10^2(5\Omega+R)=500\mathrm{W}$$

解得 $$R=0$$

又因 $$|Z|=\frac{U_1}{I_1}=\sqrt{(5+R)^2+(5+X)^2}=\frac{100}{10}$$

解得 $$X=3.66\Omega$$

所以负载阻抗 $$Z=R+\mathrm{j}X=\mathrm{j}3.66\Omega$$

负载端电压 $$U_2=I_1|Z|=36.6\mathrm{V}$$

~~4.22~~ 若已知 $U_1=100\sqrt{2}\mathrm{V}$，$I_2=20\mathrm{A}$，$I_3=30\mathrm{A}$，电路消耗的总功率 P=1000W，求 R 及 X_1。

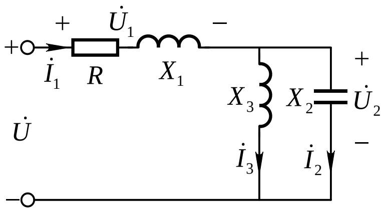


图 题 4.22

解：由题并联电容、电感上电流相位相反，流过电阻电流为

$$I_1 = |I_2 - I_3| = 10\text{A}$$

电路消耗的总功率等于电阻消耗功率，可得

$$R = \frac{P}{I_1^2} = 10\Omega$$

电阻电压与电感电压相位正交，总电压为：

$$U_1 = \sqrt{U_L^{\ 2} + U_R^{\ 2}}$$

可得　$U_L = \sqrt{U_1^{\ 2} - U_R^{\ 2}} = \sqrt{U_1^{\ 2} - (RI_1)^2} = 100\text{V}$

则　$X_1 = \dfrac{U_L}{I_1} = 10\Omega$

4.23 已知图示电路中$U = 100$V，设功率表不消耗功率，问它的读数应为多少?

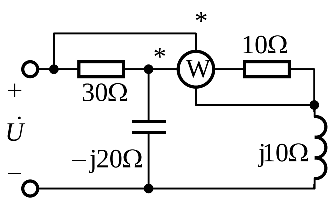


图 题 4.23

解：功率表的读数等于电压线圈电压有效值、电流线圈电流有效值以及上述电压、电流相位差夹角余弦三者之积。对图示电路，功率表读数表达式为

$$P_{\text{W}} = U_{\text{ab}} I_2 \cos\varphi = \text{Re}[\dot{U}_{\text{AB}} \overset{*}{I}_2] \qquad (1)$$

下面分别计算 $\dot{I}_2$ 和 $\dot{U}_{ab}$。设 $\dot{U}=100\angle 0^\circ\ \mathrm{V}$，端口等效阻抗

$$Z_i = 30\Omega + (-\mathrm{j}20\Omega)//(10+\mathrm{j}10)\Omega$$
$$= 30\Omega + \frac{-\mathrm{j}20\Omega\times(10+\mathrm{j}10)\Omega}{-\mathrm{j}20\Omega+(10+\mathrm{j}10)\Omega} = 50\Omega$$

$$\dot{I}_1 = \dot{U}/Z_i = 2\angle 0^\circ\ \mathrm{A}$$

由分流公式得
$$\dot{I}_2 = \frac{-\mathrm{j}20\Omega\dot{I}_1}{-\mathrm{j}20\Omega+(10+\mathrm{j}10)\Omega} = (2-\mathrm{j}2)\mathrm{A} \qquad (2)$$

则
$$\dot{U}_{ab} = 30\Omega\times\dot{I}_1 + 10\Omega\times\dot{I}_2 = (80-\mathrm{j}20)\mathrm{V} \qquad (3)$$

将式(2)、(3)代入式(1)得功率表的读数为

$$P_W = \mathrm{Re}[\dot{U}_{AB}\overset{*}{I}_2] = \mathrm{Re}[(80-\mathrm{j}20)(2+\mathrm{j}2)] = 200\,\mathrm{W}$$

说明：本题功率表的读数也等于两个电阻吸收的平均功率之和，但这是由于题中已知条件导致的一种巧合。

4.24 图示工频正弦交流电路中，$U=100\mathrm{V}$，感性负载 Z_1 的电流 I_1 为 $10\mathrm{A}$，功率因数 $\lambda_1=0.5$，$R=20\Omega$。

（1）求电源发出的有功功率，电流 I，和总功率因数 λ。

(2) 当电流 I 限制为 $11\mathrm{A}$ 时，应并联最小多大电容 C？并求此时总功率因数 λ。

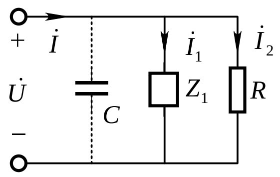


图　题 4.24

解：（1）由 $\lambda_1=0.5$ 得，$\phi_1=\arccos\lambda_1=60^\circ$

感性负载 Z_1 的吸收有功功率 $P_1=UI_1\lambda_1=100\times10\times0.5=500\mathrm{W}$

无功功率 $Q_1=UI_1\sin\phi_1=100\times10\sin60^\circ=500\sqrt{3}=866.0\,\mathrm{var}$

电阻 R 吸收的有功功率 $P_2=\dfrac{U^2}{R}=\dfrac{100^2}{20}=500\mathrm{W}$

电源发出的有功功率等于整个负载吸收的有功功率为：

$P=P_1+P_2=1000\mathrm{W}$

电源发出的无功功率 $Q=Q_1=866.0\,\mathrm{var}$

视在功率 $S=\sqrt{P^2+Q^2}=\sqrt{1000^2+866^2}=1322.86\text{VA}$

电源的电流 $I=\dfrac{S}{U}=\dfrac{1322.86}{100}=13.23\text{A}$

总功率因数 $\lambda=\dfrac{P}{S}=\dfrac{1000}{1322.86}=0.756$

（2）当电流 I 限制为 11A 时，总功率因数 $\lambda=\dfrac{P}{UI}=\dfrac{1000}{100\times 11}=0.909$

当电路仍为感性时，并联的电容为最小，此时电压超前电流的相位差为：

$$\phi=\arccos\lambda=24.62°$$

电源发出的无功功率为 $Q=P\tan\phi=1000\times\tan 24.62°=458.26\,\text{var}$

由无功功率守恒得：$Q=Q_1+(-\omega CU^2)$

$$C=\frac{Q_1-Q}{\omega U^2}=\frac{866-458.26}{314\times 100^2}=1.299\times 10^{-4}\text{F}$$

~~4.25~~ 图所示为某负载的等效电路模型，已知 $R_1=X_1=8\Omega$， $R_2=X_2=3\Omega$，$R_\text{m}=X_\text{m}=6\Omega$，外加正弦电压有效值 $U=220\text{V}$， 频率 $f=50\text{Hz}$。（1）求负载的平均功率和功率因数；（2）若并上电容，将功率因数提高到 0.9，求 $C=?$。

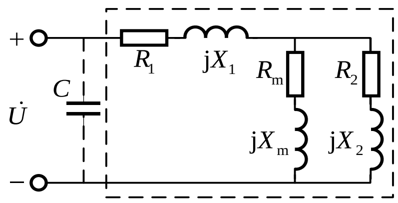


图 题 4.25

解：(1)负载即虚线部分等效阻抗为

$$Z=R_1+\text{j}X_1+(R_\text{m}+\text{j}X_\text{m})\square(R_2+\text{j}X_2)=(10+\text{j}10)\Omega$$

阻抗角为

$$\varphi_Z=\arctan\frac{10}{10}=45°$$

则功率因数为

$$\lambda=\cos\varphi_Z=\cos 45°\approx 0.707$$

负载消耗的平均功率为

$$P=\frac{U^2}{|Z|}\times\lambda\approx 2420\text{W}$$

(2)并联电容前负载的无功

$$Q = P\tan\varphi_Z = 2420\text{var}$$

并上电容后

$$\lambda' = 0.9$$

则功率因素角为

$$\varphi' = \arccos 0.9 \approx 25.84°$$

并联电容后总的无功

$$Q' = P\tan\varphi' \approx 1172.06\text{var}$$

则电容引进的无功应为

$$Q_C = Q' - Q = -\omega CU^2 = -1247.94\text{var}$$

则所需电容值为

$$C = -\frac{Q_C}{\omega U^2} \approx 82.1\mu\text{F}$$

~~4.26~~ 功率为 40W 的白炽灯和日光灯各 100 只并联在电压 220V 的工频交流电源上，设日光灯的功率因数为 0.5(感性)，求总电流以及总功率因数。如通过并联电容把功率因数提高到 0.9，问电容应为多少？求这时的总电流。

解：电路总平均功率为

$$P = P_{白炽灯} + P_{日光灯} = 40\,\text{W}\times 100 + 40\,\text{W}\times 100 = 8000\,\text{W}$$

日光灯的功率因数角 $\varphi = \arccos(0.5) = 60°$

白炽灯的功率因数为 1，不存在无功功率，因此两种灯的总无功功率为：

$$Q = P_{日光灯}\times \text{tg}\varphi = 6928.2\,\text{var}$$

视在功率　$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = 10583\,\text{VA}$

总电流　$I = S/U = 48.1\text{A}$

总功率因数　$\lambda = P/S = 0.756$

并联电容后，电路的功率因数角为 $\varphi' = \arccos 0.9 = 25.84°$

电容的并联接入不改变平均功率，而无功功率变为

$$Q' = P\text{tg}\varphi' = 3874.58\,\text{var}$$

并联电容后总功率的变化量等于电容上的无功功率，即

$$Q_C = Q' - Q = -3053.6\,\text{var}$$

因为 $Q_C = -\omega C U^2$，所以

$$C = \frac{-Q_C}{\omega U^2} = \frac{3053.6\,\text{var}}{(2\pi \times 50)\,\text{rad/s} \times (220\,\text{V})^2} = 201\mu\text{F}$$

并联电容后的总电流为：

$$I' = \frac{P}{U\lambda'} = \frac{8000\,\text{W}}{220\,\text{V} \times 0.9} = 40.40\,\text{A}$$

~~4.27~~ 图示电路，$U_1 = 200\text{V}$，Z_1 吸收的平均功率 $P_1 = 800\text{W}$，功率因数 $\lambda = 0.8$(感性)。求电压有效值 U 和电流有效值 I。

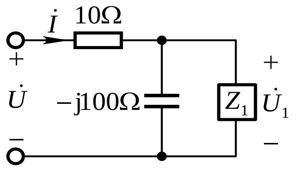


图 题 4.27

解：设 $\dot{U}_1 = 200\angle 0°\,\text{V}$，$\varphi_1 = \arccos 0.8 = 36.86°$

$$I_1 = \frac{P_1}{U_1\lambda} = 5\,\text{A},\quad \dot{I}_1 = I_1\angle -\varphi_1 = 5\angle -36.86°\,\text{A}$$

$$\dot{I}_C = \dot{U}_1/(-\text{j}100\Omega) = \text{j}2\,\text{A},\quad \dot{I} = \dot{I}_C + \dot{I}_1 = (4-\text{j})\,\text{A} = 4.12\angle -14.04°$$

$$\dot{U} = 10\dot{I} + \dot{U}_1 = (240 - \text{j}10)\,\text{V} = 240.2\angle -2.39°$$

$$I = 4.12\,\text{A},\quad U = 240.2\,\text{V}$$

4.28 图示电路中 $u_S = 2\cos\omega t\,\text{V}$，$\omega = 10^6\,\text{rad/s}$，$r = 1\Omega$。问负载阻抗 Z 为多少可获得最大功率？求出此最大功率。

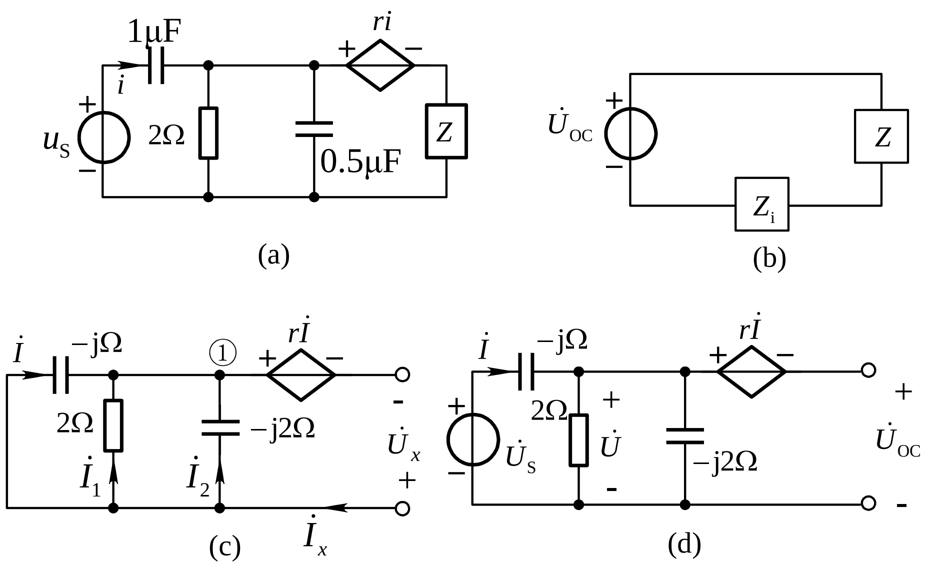


图 题 4.28

解：对原电路做戴维南等效，如图（b）所示。

（1）求输入阻抗，由图（c）得：

$$\dot{U}_x = -\mathrm{j}\Omega \times \dot{I} + r\dot{I} = (1-\mathrm{j})\Omega \times \dot{I}$$

$$\dot{I}_x = \dot{I} + \dot{I}_1 + \dot{I}_2 = \dot{I} + (-j\Omega \times \dot{I}) \times (\frac{1}{2\Omega} + \frac{1}{-\mathrm{j}2\Omega}) = (\frac{3}{2} - \frac{\mathrm{j}}{2})\dot{I}$$

$$Z_i = R_\mathrm{i} + \mathrm{j}X_\mathrm{i} = \frac{\dot{U}_x}{\dot{I}_x} = \frac{(1-\mathrm{j})\Omega\dot{I}}{\frac{1}{2}(3-\mathrm{j})\dot{I}} = (0.8 - \mathrm{j}0.4)\Omega$$

（2）求开路电压，如图（d）所示：

$$\dot{U}_\mathrm{OC} = \dot{U} - r\dot{I}$$

$$= \frac{2\Omega//(-\mathrm{j}2\Omega)}{2\Omega//(-\mathrm{j}2\Omega) + (-\mathrm{j}\Omega)}\dot{U}_\mathrm{S} - r\frac{\dot{U}_\mathrm{S}}{2\Omega//(-\mathrm{j}2\Omega) + (-\mathrm{j}\Omega)}$$

$$= \frac{1+\mathrm{j}}{1+\mathrm{j}3}\dot{U}_\mathrm{S} = (0.4 - \mathrm{j}0.2)\sqrt{2}\mathrm{V} = 0.2\sqrt{10}\angle -26.57^\circ \mathrm{V}$$

（3）求最大功率：

根据最大功率传输定理，当 $Z_L = \overset{*}{Z}_\mathrm{i} = (0.8 + \mathrm{j}0.4)\Omega$ 时，Z_L 可获得最大功率：

$$P_{\max} = \frac{U^2{}_\mathrm{OC}}{4R_\mathrm{i}} = \frac{(0.2\sqrt{10})^2}{4 \times 0.8}\mathrm{W} = 0.125\mathrm{W}$$

4.29 图示电路中电源频率 $f = 31.8$ kHz，$U_\mathrm{S} = 1$V，内阻 $R_\mathrm{S} = 125\Omega$，负载电阻 $R_2 = 200\Omega$。为使 R_2 获得最大功率，L 和 C 应为多少？求出此最大功率。

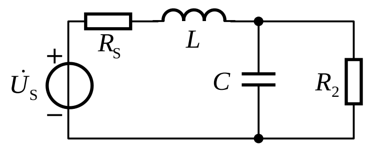


图 题 4.29

解：L 、C 及 R_2 的等效阻抗 $Z_L = j\omega L + \dfrac{R_2/(j\omega C)}{R_2 + 1/(j\omega C)}$

当 L 、C 改变时，Z_L 的实部及虚部均发生变化，根据最大功率传输定理知，当 $\overset{*}{Z}_L = R_S$，R_2 可获得最大功率，

即
$$\begin{cases} \dfrac{R_2}{1+(\omega R_2 C)^2} = R_S \\ \omega L - \dfrac{\omega R_2{}^2 C}{1+(\omega R_2 C)^2} = 0 \end{cases}$$

联立解得
$$\begin{cases} C = \dfrac{\sqrt{R_2/R_S - 1}}{\omega R_2} = 0.0194\mu\text{F} \\ L = R_2 R_S C = 0.485\text{mH} \end{cases}$$

此时
$$P_{\max} = \frac{U_S{}^2}{4R_S} = \frac{1\text{V}}{4\times125\Omega} = 2\text{mW}$$

4.30 图示电路已知 $i_S = 0.6e^{-10t}\text{A}$，$u_S = 10te^{-20t}\text{V}$ 。求电压 u_1 的变化规律。

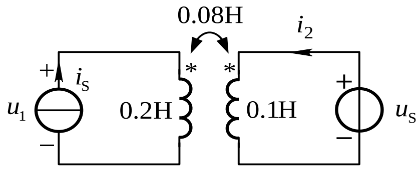


图 题 4.30

解：由互感元件的端口特性方程，得

$$0.2\times\frac{di_S}{dt} + 0.08\times\frac{di_2}{dt} = u_1 \tag{1}$$

$$0.1\times\frac{di_2}{dt} + 0.08\times\frac{di_S}{dt} = u_S \tag{2}$$

将式(2)乘以 0.8，再与式(1)相减，从而消去 $\dfrac{di_2}{dt}$ 得

$$u_1 = 0.8\times u_S + (0.2 - 0.064)\frac{di_S}{dt} \tag{3}$$

将 u_S 及 i_S 代入式(3)得　$u_1 = (8te^{-20t} - 0.816e^{-10t})V$

4.31 求图示电路的等效电感。

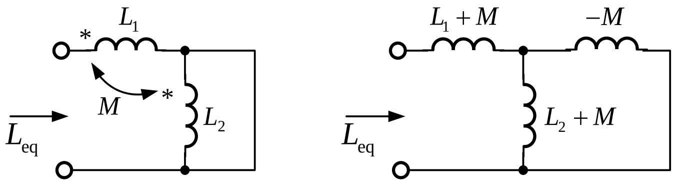


图 题 4.31

解： 由消去互感法可将图(a)电路等效成图(b)。由电感的串、并联等效得:

$$L_{eq} = (L_1 + M) + (L_2 + M) // (-M)$$

$$= (L_1 + M) + \frac{(L_2 + M)\times(-M)}{L_2 + M - M}$$

$$= L_1 + M + \frac{-L_2 M - M^2}{L_2} = L_1 - \frac{M^2}{L_2}$$

4.32 图示电路中，要求 $u_2 = u_1$，变比 n 应为多少?

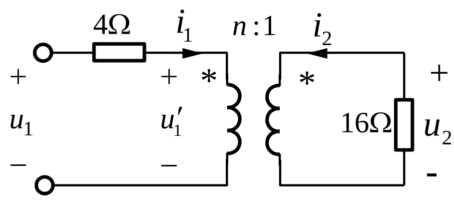


图 题 4.32

解： 由变压器特性方程可知

$$\begin{cases} u_1' = nu_2 \\ i_1 = -\frac{1}{n}i_2 = -\frac{1}{n}\times(-\frac{u_2}{16}) \end{cases} \tag{1}$$

对左回路应用 KVL 方程

$$u_1 = 4i_1 + u_1' = 4i_1 + nu_2 \tag{2}$$

将式(1)代入式(2)，考虑到 $u_2 = u_1$，可得

$$u_1 = (\frac{1}{4n} + n)u_2 = (\frac{1}{4n} + n)u_1$$

$$\frac{1}{4n} + n = 1$$

解得 $$n = 0.5$$

4.33 设图示一端口网络中 $u_S = 200\sqrt{2}\cos\omega t\,\text{V}$，$\omega = 10^3\,\text{rad/s}$。求其戴维南等效电路。

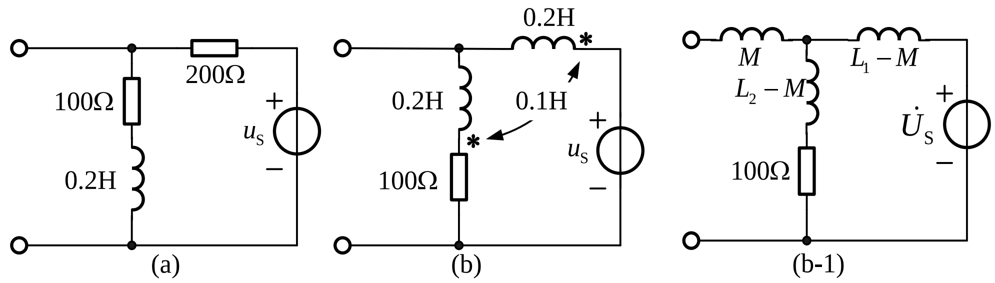


图 题 4.33

解：(a) 对图(a)电路，感抗 $X_L = \omega L = 10^3\,\text{rad/s} \times 0.2\text{H} = 200\Omega$，由分压公式得端口开路电压

$$\dot{U}_{oc} = \frac{(100+\text{j}200)\Omega}{(100+\text{j}200+200)\Omega} \times 200\angle 0^\circ\ \text{V} = 124\angle 29.7^\circ\ \text{V}$$

求等效阻抗，将电压源作用置零，

$$Z_i = (100+\text{j}200)\Omega // 200\Omega = \frac{200\Omega \times (100+\text{j}200)\Omega}{(200+100+\text{j}200)\Omega} = 124\angle 29.7^\circ\Omega$$

(b) 对图(b)电路，应用互感消去法，将电路等效成图(b-1)。图中 $M = 0.1\text{H},\ L - M = 0.1\text{H}$。

由分压公式得

$$\dot{U}_{OC} = \frac{R+\text{j}\omega(L_2-M)}{R+\text{j}\omega(L_2-M)+\text{j}\omega(L_1-M)}\dot{U}_S = (120-\text{j}40)\text{V} = 126.49\angle -17.55^\circ\ \text{V}$$

等效阻抗

$$\begin{aligned} Z_i &= \text{j}\omega M + [R+\text{j}\omega(L_2-M)] // \text{j}\omega(L_1-M) \\ &= \text{j}\omega M + \frac{[R+\text{j}\omega(L_2-M)]\times \text{j}\omega(L_1-M)}{R+\text{j}\omega(L_2-M)+\text{j}\omega(L_1-M)} = (20+\text{j}160)\Omega = 161.25\angle 82.87^\circ\Omega \end{aligned}$$

4.34 设图示电路中 $R_1 = 12\Omega$，$X_1 = 12\Omega$，$X_2 = 10\Omega$，$X_M = 6\Omega$，$R_3 = 8\Omega$，

$X_3=6\Omega$， $U=120\text{V}$。求电压U_{AB}。

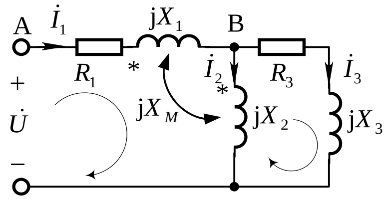


图 题 4.34

解：方法一：

设$\dot{U}=120\angle0^{\circ}\text{ V}$，各支路电流如图所示，列支路电流方程如下：

$$\begin{cases}\dot{I}_1=\dot{I}_2+\dot{I}_3\\ \dot{U}=R_1\dot{I}_1+\mathrm{j}X_1\dot{I}_1+\mathrm{j}X_M\dot{I}_2+\mathrm{j}X_M\dot{I}_1+\mathrm{j}X_2\dot{I}_2\\ \mathrm{j}X_M\dot{I}_1+\mathrm{j}X_2\dot{I}_2=(R_3+\mathrm{j}X_3)\dot{I}_3\end{cases}$$

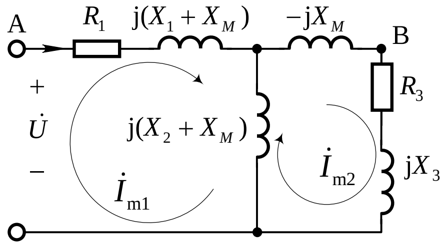
解得 $\dot{I}_1=4.27\angle-49.04^{\circ}\text{ A}$， $\dot{I}_2=1.9117\angle-122.475^{\circ}\text{ A}$ 。

$$\begin{aligned}\dot{U}_{\text{AB}}&=R_1\dot{I}_1+\mathrm{j}\,X_1\dot{I}_1+\mathrm{j}\,X_{\text{M}}\dot{I}_2\\&=83.63\angle-6.58^{\circ}\text{ V}\end{aligned}$$

所以电压有效值为 $U_{\text{AB}}=83.63\text{V}$

方法二：

应用互感消去法，原电路可等效成为。



列网孔电流方法

$$\begin{cases}[R_1+\mathrm{j}(X_1+X_M)+\mathrm{j}(X_2+X_M)]\dot{I}_{\text{m1}}-\mathrm{j}(X_2+X_M)\dot{I}_{\text{m2}}=\dot{U} & (1)\\ -\mathrm{j}(X_2+X_M)\dot{I}_{\text{m1}}+[-\mathrm{j}X_M+R_3+\mathrm{j}X_3+\mathrm{j}(X_2+X_M)]=0 & (2)\end{cases}$$

将已知条件代入，得

$$\begin{cases}(12+\mathrm{j}34)\Omega\dot{I}_1-j16\Omega\dot{I}_2=120\angle 0^\circ\,\mathrm{V}\\ \text{-j}16\Omega\dot{I}_1+(8+\mathrm{j}16)\dot{I}_2=0\end{cases}$$

解得

$$\dot{I}_{\mathrm{m1}}=4.27\angle-49.04^\circ\,\mathrm{A}$$
$$\dot{I}_{\mathrm{m2}}=3.82\angle-22.47^\circ\,\mathrm{A}$$
$$\dot{U}_{\mathrm{AB}}=[R_1+\mathrm{j}(X_1+X_M)]\dot{I}_{\mathrm{m1}}+(-\mathrm{j}X_M)\dot{I}_{\mathrm{m2}}$$
$$=83.63\angle-6.58^\circ\,\mathrm{V}$$

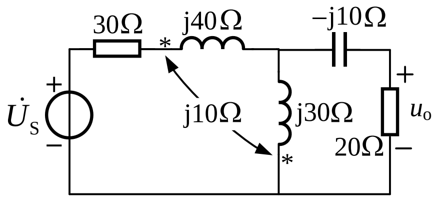
所以有效值$U_{\mathrm{AB}}=83.63\mathrm{V}$。

注释：对含互感的电路宜用支路电流法或回路电流法列写方程。

4.35 电路如图所示，$\dot{U}_{\mathrm{S}}=360\angle 0°\mathrm{V}$。求：

(1)输出电压 u_o的有效值；

(2)理想电压源发出的平均功率的百分之多少传递到20Ω的电阻上。



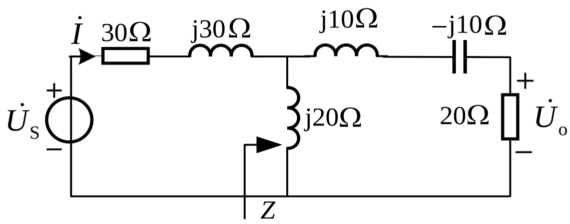


图 题 4.35

解：(1) 消互感后得等效电路如右图所示，可得右边等效的互感和电容抵消，

则并联部分等效阻抗为

$$Z=\frac{\mathrm{j}20\times 20}{\mathrm{j}20+20}=(10+\mathrm{j}10)\Omega$$

则

$$\dot{U}_{\mathrm{o}}=\frac{Z}{(\mathrm{j}30+30)+Z}\times\dot{U}_{\mathrm{S}}=90\angle 0°\mathrm{V}$$

即$U_{\mathrm{o}}=90\mathrm{V}$

（2）理想电源发出的平均功率为

$$P=\left|\frac{\dot{U}_{\rm S}}{({\rm j}30+30)+Z}\right|^2\times(30+10)=1620{\rm W}$$

20Ω 的电阻吸收功率为

$$P_{20\Omega}=\frac{U_{\rm o}^2}{20}=405{\rm W}$$

传递到 20Ω 电阻上的百分比为

$$\frac{P_{20\Omega}}{P}\times100\%=25\%$$

4.36 图示电路，要求在任意频率下，电流 i 与输入电压 $u_{\rm S}$ 始终同相，求各参数应满足的关系及电流 i 的有效值。

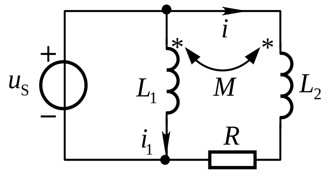


图 题 4.36

解：应用支路电流法，列 KVL 方程。

$$\begin{cases}{\rm j}\omega M\dot{I}_1+{\rm j}\omega L_2\dot{I}+R\dot{I}=\dot{U}_{\rm S} & (1)\\ {\rm j}\omega M\dot{I}+{\rm j}\omega L_1\dot{I}_1=\dot{U}_{\rm S} & (2)\end{cases}$$

方程(1)乘 L_1，方程(2)乘 M，二者相减消去 $\dot{I}_1$ 得电流 $\dot{I}$ 与输入电压 $\dot{U}_{\rm S}$ 的关系表达式

$$\dot{I}=\frac{(L_1-M)\dot{U}_{\rm S}}{RL_1+{\rm j}\omega(L_1L_2-M^2)}$$

由上式可见：当 $M=\sqrt{L_1L_2}$ 即互感为全耦合时，$\dot{I}=\dfrac{L_1-M}{RL_1}\dot{U}_{\rm S}$，$\dot{I}$ 与 $\dot{U}_S$ 同相且与频率无关。i 的有效值为　$I=U_{\rm S}(L_1-M)/(RL_1)$

4.37 图示电路中电源电压 $U_{\rm S}=100$ V，内阻 $R_{\rm S}=5\Omega$，负载阻抗 $Z_{\rm L}=(16+{\rm j}12)\Omega$，问理想变压器的变比 n 为多少时，$Z_{\rm L}$ 可获得最大功率？试求此最大功率。

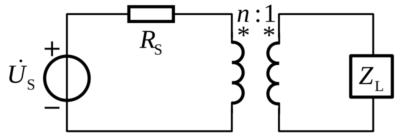


图 题 4.37

解：由理想变压器的阻抗变换关系得 $Z_L' = n^2 Z_L$

当变比 n 改变时的 Z_L' 模改变而阻抗角不变，

此时获得最大功率条件是模匹配，

即 $R_S = |Z_L'| = |n^2 Z_L|$

由此求得：$n^2 = \dfrac{R_S}{|Z_L|} = \dfrac{5\Omega}{\sqrt{16^2+12^2}\Omega} = \dfrac{1}{4}$

$$n = 0.5$$

设 $\dot{U}_S = 100\angle 0°\text{V}$，则理想变压器原端电流：

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}_S}{R_S + Z_L'} = \frac{100\angle 0°}{5+4+\text{j}3} = \frac{10}{3}\sqrt{10}\angle -18.4°\text{A}$$

副端电流为 $\dot{I}_2 = -n\dot{I}_1 = -\dfrac{5}{3}\sqrt{10}\angle -18.4°\text{A}$

负载吸收的最大平均功率为 $P_{\max} = I_2^2 \times 16\Omega = (\dfrac{5\sqrt{10}}{3})^2 \times 16 = 444.44\text{W}$

4.38 图示电路，已知 $R_1 = 10\Omega$，$L_1 = 1\text{H}$，$L_2 = 1\text{H}$，耦合系数 $K = 0.2$，$\dot{U}_S = 20\text{V}$，角频率 $\omega = 10$ rad/s。求负载阻抗 Z_L 为何值时它消耗的功率为最大？并求此最大功率。

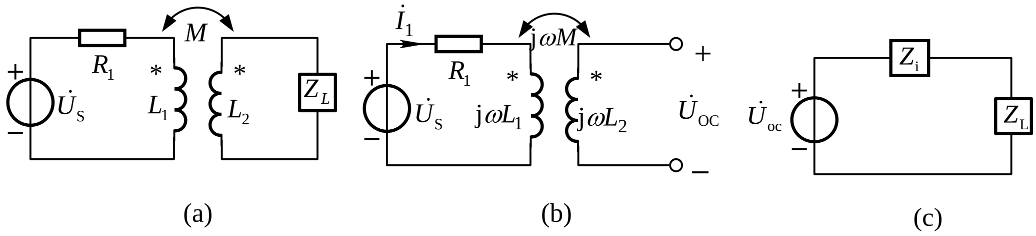


图 题 4.38

解：由 $k=\dfrac{M}{\sqrt{L_1L_2}}$ 得　　$M=k\sqrt{L_1L_2}=0.2\sqrt{1\times1}\mathrm{H}=0.2\mathrm{H}$

（1）求开路电压，电路如图(b)所示。

$$\dot{U}_{\mathrm{S}}=R_1\dot{I}_1+\mathrm{j}\omega L_1\dot{I}_1=(R_1+\mathrm{j}\omega L_1)\dot{I}_1$$

可得 $\dot{I}_1=\dfrac{\dot{U}_{\mathrm{S}}}{R_1+\mathrm{j}\omega L_1}=\dfrac{20\mathrm{V}}{(10+\mathrm{j}10)\Omega}=\dfrac{20\mathrm{V}}{10\sqrt{2}\angle45^{\circ}\mathrm{A}}=\sqrt{2}\angle-45^{\circ}\mathrm{A}$　　(1)

$\dot{U}_{\mathrm{OC}}=\mathrm{j}\omega M\dot{I}_1$，将(1)式代入，得

$$\dot{U}_{\mathrm{OC}}=\mathrm{j}\times10\times0.2\times\sqrt{2}\angle-45^{\circ}\mathrm{V}=2\sqrt{2}\angle45^{\circ}\mathrm{V}$$

$$Z_{\mathrm{i}}=\frac{(\omega M)^2}{R_1+\mathrm{j}\omega L_1}+\mathrm{j}\omega L_2=(0.2+\mathrm{j}9.8)\Omega$$

由最大功率传输定理得 $Z_{\mathrm{L}}=(0.2-\mathrm{j}9.8)\Omega$ 时，负载消耗功率最大，最大功率为

$$P_{\max}=\frac{{U_{\mathrm{S}}}^2}{4R_1}=\frac{(20\mathrm{V})^2}{4\times10\Omega}=10\mathrm{W}$$

第 5 章 三相电路习题解答

~~5.1~~ 今测得三角形联接负载的三个线电流均为 10A，能否说线电流和相电流都是对称的？若已知负载对称，试求相电流。

解：设负载线电流分别为 i_A、i_B、i_C，由 KCL 可得 $\dot{I}_A+\dot{I}_B+\dot{I}_C=0$。又 $I_A=I_B=I_C=10A$，则 i_A、i_B、i_C 的相位彼此相差 120°，符合电流对称条件，即线电流是对称的。

但相电流不一定对称。例如，若在三角形负载回路内存在环流 $\dot{I}_0$（例如，按三角形联接的三相变压器），则负载相电流不再对称，因为

$$\dot{I}'_{AB}=\dot{I}_{AB}+\dot{I}_0,\quad \dot{I}'_{BC}=\dot{I}_{BC}+\dot{I}_0,\quad \dot{I}'_{CA}=\dot{I}_{CA}+\dot{I}_0$$

不满足对称条件。而该环流对线电流却无影响，因为每个线电流都是两个相电流之差（如图题 5.1），即

$$\dot{I}_A=\dot{I}'_{AB}-\dot{I}'_{CA}=\dot{I}_{AB}-\dot{I}_{CA},\quad \dot{I}_B=\dot{I}'_{BC}-\dot{I}'_{AB}=\dot{I}_{BC}-\dot{I}_{AB},\quad \dot{I}_C=\dot{I}'_{CA}-\dot{I}'_{BC}=\dot{I}_{CA}-\dot{I}_{BC}$$

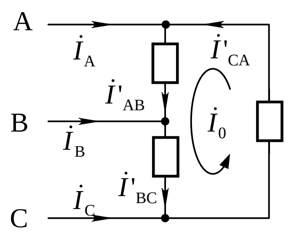
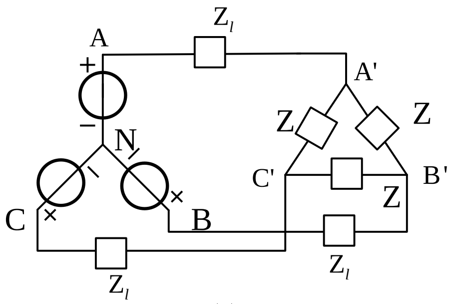


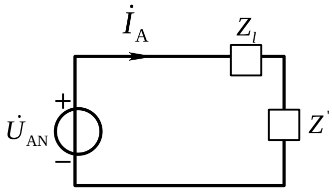
图 题 5.1

如已知负载对称，则相电流也是对称的，每相电流为 $10/\sqrt{3}\approx5.77$ A。

~~5.2~~ 对称三角形联接的负载与对称星形联接的电源相接。已知负载各相阻抗为$(8-\mathrm{j}6)\Omega$，线路阻抗为$\mathrm{j}2\Omega$，电源相电压为220V，试求电源和负载的相电流。



(a)



(b)

解：负载化为星形联接法，得各相阻抗

$$Z'=\frac{Z}{3}=\frac{(8-\mathrm{j}6)}{3}\Omega$$

设A相电源相电压为$220\angle 0^{\circ}$，A相负载线电流与电源相电流相等

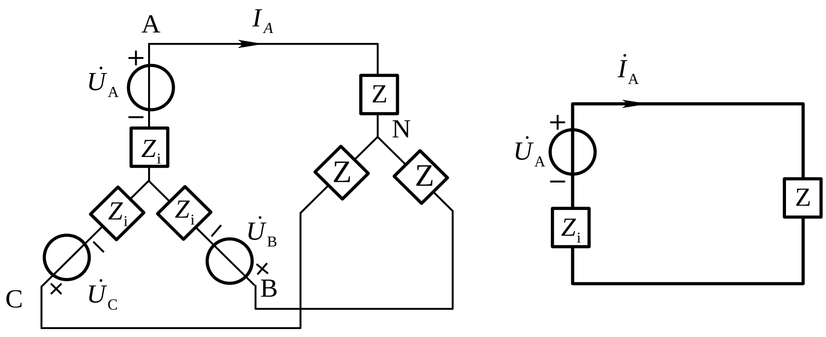
$$\dot{I}_{\mathrm{A}}=\frac{\dot{U}_{\mathrm{AN}}}{Z_l+Z'}=\frac{220\angle 0^{\circ}}{\mathrm{j}2\Omega+\dfrac{(8-\mathrm{j}6)\Omega}{3}}=82.5\angle 0^{\circ}\,\mathrm{A}$$

由三角形联接得相电流与线电流关系得

$$I_{\mathrm{A'B'}}=\frac{I_{\mathrm{A}}}{\sqrt{3}}=\frac{82.5\mathrm{A}}{\sqrt{3}}=47.6\mathrm{A}$$

即负载相电流为$47.6\mathrm{A}$。

~~5.3~~ 作星形联接的三相电源，其每相内阻抗为$Z_0=(2+\mathrm{j}4)\Omega$，供给一个功率因数为0.8的感性对称三相负载，用电压表和电流表分别测得三相电源输出电压和电流各为380V和2A。若把此负载断开，电源输出电压应为多少？



(a)　　　　(b)

解：电路联接关系如图(a)所示。负载断开时电源的输出线电压等于图中相电压的$\sqrt{3}$倍。下面计算相电压U_A。

设负载 A 相电压为$\dot U_{AN}=220\angle 0°\text{V}$，对于感性负载，由$\cos\varphi=0.8$，得$\varphi=-36.87°$，则$\dot I_A=2\angle-36.87°\text{A}$

采用单相分析法，如图(b)所示。

电源相电压为

$$\dot U_A=\dot U_{AN}+\dot I_A Z_i=[220\angle 0°+2\angle-36.87°\times(2+\text{j}4)]\text{V}$$
$$=228\angle 1°\text{V}$$

当负载断开时，电源输出电压为　$U_l=\sqrt{3}U_A=395\text{V}$

5.4 如图所示正弦交流电路，AC 之间加以正弦电压$\dot U_S$，角频率为ω。现欲使$\dot U_{AO}=U\angle 0°\text{V}$，$\dot U_{BO}=U\angle-120°\text{V}$，$\dot U_{CO}=U\angle 120°\text{V}$，试求参数$R$与$L$的关系以及$R$与$C$的关系。

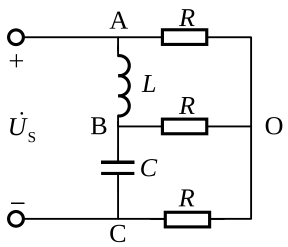


图　题 5.4

解：电感和电容上的电压分别为

$$\dot U_{AB}=\dot U_{AO}-\dot U_{BO}=U\angle 0°-U\angle-120°=\sqrt{3}U\angle 30°\text{V}$$
$$\dot U_{BC}=\dot U_{BO}-\dot U_{CO}=U\angle-120°-U\angle 120°=\sqrt{3}U\angle-90°\text{V}$$

电感和电容上的电流分别为

$$\dot I_{AB}=\frac{\dot U_{AB}}{\text{j}\omega L}=\frac{\sqrt{3}U\angle-60°}{\omega L}\text{A},\quad \dot I_{BC}=\text{j}\omega C\dot U_{BC}=\omega C\sqrt{3}U\angle 0°\text{A}$$

支路BO上的电流为

$$\dot I_{\mathrm{BO}}=\frac{\dot U_{\mathrm{BO}}}{R}=\frac{U}{R}\angle-120^\circ$$

对节点 B 列写 KCL 方程得

$$\frac{\sqrt{3}U\angle-60^\circ}{\omega L}=\omega C\sqrt{3}U\angle 0^\circ+\frac{U}{R}\angle-120^\circ$$

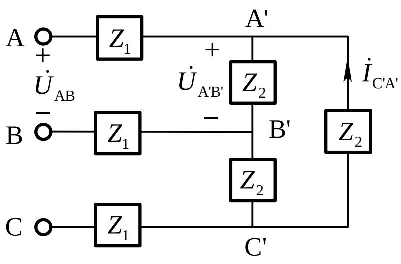
化简得

$$\frac{\sqrt{3}}{\omega L}\left(\frac{1}{2}-\mathrm{j}\frac{\sqrt{3}}{2}\right)=\omega C\sqrt{3}+\frac{1}{R}\left(-\frac{1}{2}-\mathrm{j}\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

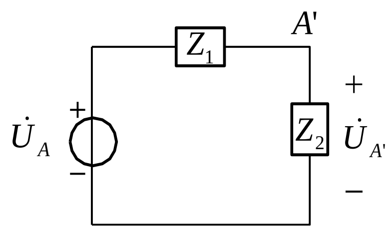
由实部和虚部分别相等得

$$R=\frac{\omega L}{\sqrt{3}}=\frac{1}{\sqrt{3}\omega C}$$

~~5.5~~　如图所示对称三相电路，已知 $\dot U_{\mathrm{AB}}=380\angle 0^\circ\ \mathrm{V}$，$Z_1=\mathrm{j}50\Omega$，$Z_2=150\Omega$，求电压 $\dot U_{\mathrm{A'B'}}$、电流 $\dot I_{\mathrm{C'A'}}$。



(a)



(b)

图　题 5.5

解：　画出单相等效电路如图（b）所示。由图(b)得：

$$\dot U_{\mathrm{A'}}=\frac{50}{50+\mathrm{j}50}\dot U_{\mathrm{A}}\approx 155.56\angle-75^\circ\ \mathrm{V}$$

$$\dot U_{\mathrm{A'B'}}=\sqrt{3}\dot U_{\mathrm{A'}}\angle 30^\circ\approx 269.44\angle-45^\circ\ \mathrm{V}$$

$$\dot I_{\mathrm{A'B'}}=\frac{\dot U_{\mathrm{A'B'}}}{Z_2}\approx 1.796\angle-45^\circ\ \mathrm{A}$$

$$\dot I_{\mathrm{C'A'}}=\dot I_{\mathrm{A'B'}}\angle 120^\circ\approx 1.796\angle 75^\circ\ \mathrm{A}$$

~~5.6~~ 图示电路电流表的读数均为 2A，求电流 $\dot I_{\mathrm{A}},\dot I_{\mathrm{B}}$ 和 $\dot I_{\mathrm{C}}$。

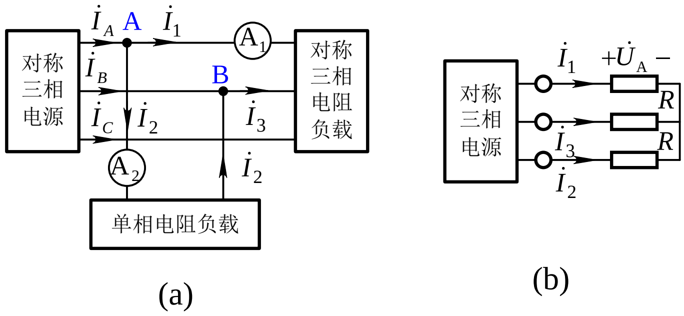


图　题 5.6

解：设线电流 $\dot{I}_1 = 2\angle 0°\text{A}$，由于负载对称，故其它线电流为：

$$\dot{I}_{\text{C}} = 2\angle 120°\text{A}$$
$$\dot{I}_3 = 2\angle -120°\text{A}$$

设对称三相电阻负载的星形等效电路如图(b)所示。对电阻负载，$\dot{I}_1$ 与 $\dot{U}_{\text{A}}$ 同相。由于线电压 $\dot{U}_{\text{AB}}$ 超前相电压 $\dot{U}_{\text{A}}$ 为 30°，故 $\dot{I}_{\text{AB}}$ 超前 $\dot{I}_1$ 的角度也为 30°。图(a)中 $\dot{I}_2$ 是流过电阻负载的电流，它与 $\dot{U}_{\text{AB}}$ 同相，即 $\dot{I}_2$ 超前 $\dot{I}_1$ 30°：

$$\dot{I}_2 = 2\angle 30^{\circ}\text{A}$$

$$\dot{I}_{\text{A}} = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 = 2\angle 0° + 2\angle 30° = 3.864\angle 15°\text{A}$$

$$\dot{I}_{\text{B}} = \dot{I}_3 - \dot{I}_2 = 2\angle -120° - 2\angle 30° = 3.864\angle 45°\text{A}$$

~~5.7~~ 一个联接成星形的对称负载接在线电压为 380V 的对称三相电源上(无中线)，负载每相阻抗 $Z = (8 + \text{j}6)\Omega$。(1)求负载相电压和相电流，作电压、电流相量图；(2)设 C 相断线，重求各相电压和相电流；(3)设 C 相负载短路，再求各相电压和相电流。

解：设电源为星形联接，电源 A 相电压相量为 $\dot{U}_{\text{AN}} = \dfrac{380\text{V}}{\sqrt{3}} = 220\angle 0°\text{V}$，则电源线电压分别为 $\dot{U}_{\text{AB}} = 380\angle 30°\text{V}$，$\dot{U}_{\text{BC}} = 380\angle -90°\text{V}$，$\dot{U}_{\text{CA}} = 380\angle 150°\text{V}$。

（1）　设电路联接如图(a)所示，化为单相计算，如图(b)所示。

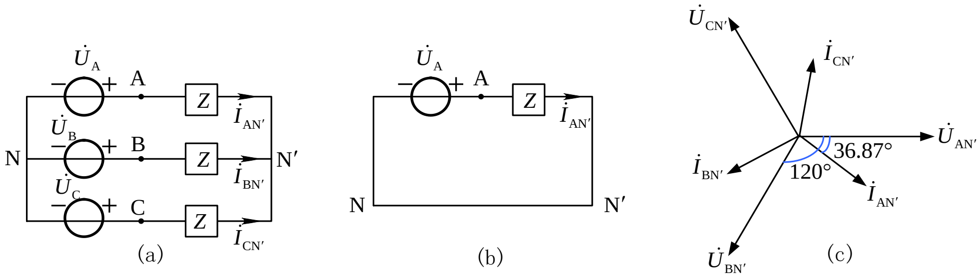


图　题 5.7

因为负载为星形联接，所以负载相电压

$$\dot U_{AN'} = 220\angle 0°\text{V}，\ \dot U_{BN'} = 220\angle -120°\text{V}，\ \dot U_{CN'} = 220\angle -240°\text{V}$$

又因为 $Z=(8+\text{j}6)\Omega = 10\angle 36.87°\Omega$，

相电流

$$\dot I_{AN'} = \frac{\dot U_{AN'}}{Z} = 22\angle -36.87°\text{A}，\ \dot I_{BN'} = \frac{\dot U_{BN'}}{Z} = 22\angle -156.87°\text{A}$$

$$\dot I_{CN'} = \frac{\dot U_{CN'}}{Z} = 22\angle -276.87°\text{A}$$

电压、电流相量图如图(c)所示。

（2）　C 相断线时，$I_{CN'}=0$，电源线电压降落在 AB 相上。如图(d)所示。

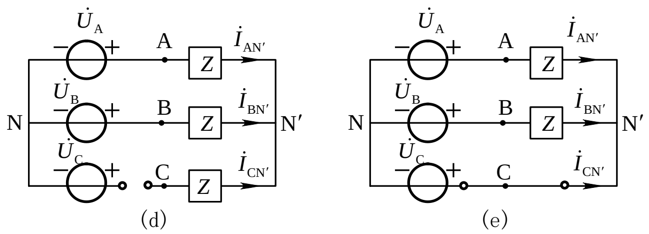


图　题 5.7

$$\dot I_{AN'} = -\dot I_{BN'} = \frac{\dot U_{AB}}{2Z} = \frac{380\angle 30°\text{V}}{2\times 10\angle 36.87°\Omega} = 19\angle -6.87°\text{A}$$

$$U'_{AN'} = -\dot U_{BN'} = 190\angle 30°\text{V}$$

$$\dot U_{CN'} = \dot U_{CA} + \dot U_{AN'} = 380\angle 150°\text{V} + 190\angle 30°\text{V} = 329\angle 120°\text{V}$$

（3）　C 相负载短路时，如图(e)所示。

$U_{AN'}=U_{BN'}=U_{AC}=380\text{V}$，$U_{CN'}=0$

$$\dot I_{AN'}=\frac{\dot U_{AN'}}{Z}=\frac{\dot U_{AC}}{Z}=38\angle-66.87°\text{A}$$

$$\dot I_{BN'}=\frac{\dot U_{BC}}{Z}=38\angle-126.97°\text{A}$$

$$\dot I_{CN'}=-\dot I_{AN'}-\dot I_{BN'}=65.82\angle 83.13°\text{A}$$

5.8 一个联接成三角形的负载，其各相阻抗 $Z=(16+\text{j}24)\Omega$，接在线电压为380V 的对称三相电源上。(1)求线电流和负载相电流；(2)设负载中一相断路，重求相电流和线电流；(3)设一条端线断路，再求相电流和线电流。

解：(1)电路模型如图(a)所示。

负载相电流 $$I_{AB}=\frac{U_{AB}}{|Z|}=\frac{380\text{V}}{\sqrt{16^2+24^2}\Omega}\approx 13.17\text{A}$$

负载线电流 $$I_A=\sqrt{3}I_{AB}\approx 22.81\text{A}$$

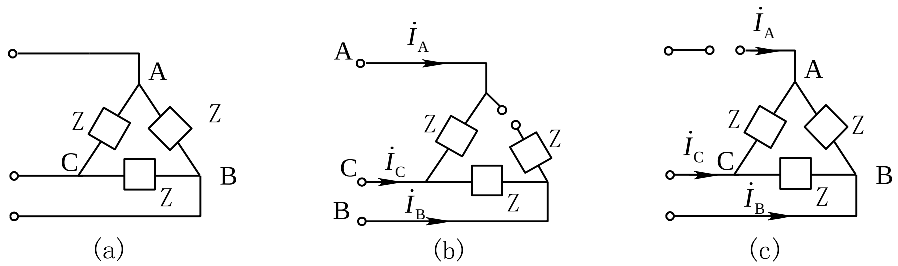


图　题 5.8

(2)设 A 相负载断路，如图(b)所示。

由图(b)可见，$I_{AB}=0$，B、C 相负载因相电压不变，均为电源线电压，故相电流

$$I_{BC}=I_{CA}=13.17\text{A}$$
$$I_C=\sqrt{3}I_{BC}=22.81\text{A}$$
$$I_A=I_B=I_{BC}=13.17\text{A}$$

(3)设端线 A 断路，如图(c)所示。

由图(c)可见，$I_A=0$，

$$I_B = I_C = \frac{U_{BC}}{|Z/\!/2Z|} \approx 19.76\text{A}$$

$$I_{AB} = I_{CA} = \frac{U_{BC}}{|2Z|} \approx 6.587\text{A}$$

$$I_{BC} = \frac{U_{BC}}{|Z|} \approx 1317\text{A}$$

~~5.9~~ 某对称负载的功率因数为 $\lambda = 0.866$(感性)，当接于线电压为 380V 的对称三相电源时，其平均功率为 30kW。试计算负载为星形接法时的每相等效阻抗。

解：因为三相负载平均功率等于每相负载平均功率的 3 倍，所以

$$P = 3\times\frac{U_p^2}{|Z|}\times\lambda = 3\times\frac{(\frac{U_l}{\sqrt{3}})^2}{|Z|}\times\lambda$$

$$|Z| = \frac{U_l^2}{P}\times\lambda \approx 4.18\Omega$$

$$Z = |Z|\cos\varphi + |Z|\sin\varphi = (3.62 + \text{j}2.09)\Omega$$

~~5.10~~ 某负载各相阻抗 Z=(6+j8)Ω，所加对称线电压是 380V，分别计算负载接成星形和三角形时所吸收的平均功率。

解：　星形接法时 $U_l = 380\text{V}$ ，　$I_l = I_p = \frac{U_p}{|Z|} = \frac{U_l}{\sqrt{3}|Z|} = \frac{380\text{V}}{\sqrt{3}|Z|} = 22\text{A}$

$$P = 3I_l^2\times 6 = \sqrt{3}\times 380\text{V}\times 22\text{A}\times 0.6 = 8687.97\text{W}$$

三角形接法时负载每相承受电压为 380V，是星形接法时的 $\sqrt{3}$ 倍。根据功率与电压的平方成正比关系可知，三角形联接时负载的平均功率是星形联接的 3 倍。即

$$P = 3\times 8687.97 = 26063.91\text{W}$$

5.11 两组对称负载并联如图所示。其中一组接成三角形，负载功率为 10kW，功率因数为 0.8(感性)，另一组接成星形，负载功率也是 10kW，功率因数为 0.855(感性)。端线阻抗 $Z_L = (0.1 + \text{j}0.2)\Omega$ 。要求负载端线电压有效值保持 380V，

问电源线电压应为多少?

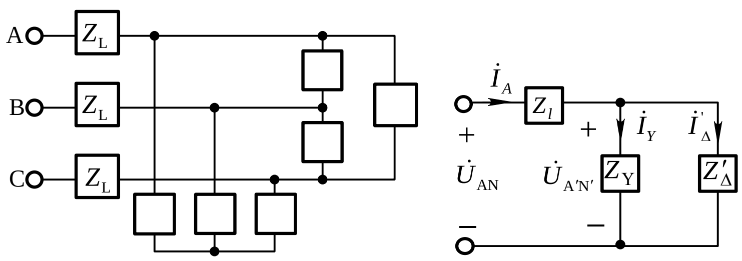


图 题 5.11

解：由已知功率因数 $\cos\varphi_{\mathrm{Y}}=0.85$， $\cos\varphi_{\Delta}=0.8$

可求得星形和三角形负载的阻抗角分别为： $\varphi_{\mathrm{Y}}=31.24°$， $\varphi_{\Delta}=36.87°$

方法一：

因为负载端线电压　　$U_l=380\mathrm{V}$

所以星形负载相电流为

$$I_{\mathrm{Y}}=\frac{P_Y}{\sqrt{3}U_l\cos\varphi_{\mathrm{Y}}}=\frac{10k\mathrm{W}}{\sqrt{3}\times380\times0.855}=17.77\mathrm{A}$$

三角形负载线电流为

$$I_{\Delta}=\frac{P_{\Delta}}{\sqrt{3}U_l\cos\varphi_{\Delta}}=\frac{10k\mathrm{W}}{\sqrt{3}\times380\mathrm{V}\times0.8}=18.99\mathrm{A}$$

将三角形联接等效成星形联接，设负载阻抗为 $Z'_{\Delta}, Z'_{\Delta}=\frac{Z_{\Delta}}{3}$

化为单相分析法，则电路如右图所示。

设 $\dot{U}_{\mathrm{A'N'}}=220\angle0°\,\mathrm{V}, \dot{I}_{\mathrm{Y}}=17.77\angle-31.24°$， $\dot{I}_{\Delta}=18.99\angle-36.87°$

$$\dot{I}_{\mathrm{A}}=\dot{I}_{\mathrm{Y}}+\dot{I}_{\Delta}=17.77\angle-31.24°+18.99\angle-36.87°=36.76\angle-34.14°\,\mathrm{A}$$

由KVL方程得，电源相电压为

$$\dot{U}_{\mathrm{AN}}=\dot{I}_{\mathrm{A}}\times I_l+\dot{U}_{\mathrm{A'N'}}=227.1\angle1°\mathrm{V}$$

则电源线电压为

$$U_{\mathrm{AB}}=\sqrt{3}U_{\mathrm{AN}}=393.3\,\mathrm{V}$$

方法二:

负载总平均功率　$P = P_Y + P_\Delta = 2\times 10\text{kW=20kW}$

负载总无功功率　$Q = P_Y \times \text{tg}\varphi_Y + P_\Delta \times \text{tg}\varphi_\Delta = (6.066+7.5)\text{kW=13.566kvar}$

负载总功率因数　$\lambda = \dfrac{P}{\sqrt{P^2+Q^2}} = 0.8276$

因为　$P = \sqrt{3}U_l I_l \lambda$

负载线电流　$I_l = \dfrac{P}{\sqrt{3}U_l\lambda} = 36.72\text{A}$

电源发出平均功率为

$$\begin{aligned} P_S &= P + 3I_l^{\,2}\times \text{Re}[Z_l] \\ &= 20\times 10^3\,\text{W+3}\times(36.72\text{A})^2\times 0.1\Omega \\ &= 20404.43\text{W} \end{aligned}$$

无功功率为

$$\begin{aligned} Q_S &= Q + 3I_l^2\times \text{Re}[Z_l] \\ &= 13.566\times 10^3\,\text{W+3}\times(36.72\text{A})^2\times 0.2\Omega \\ &= 14374.88\,\text{var} \end{aligned}$$

电源视在功率为

$$S_S = \sqrt{P_S^{\,2}+Q_S^2} = \sqrt{3}U_{AB}I_l$$
$$U_{AB} = 393.3\text{V}$$

~~5.12~~图示三相电路，对称三相电源供电，已知$\dot{U}_A = 220\angle 0^\circ\,\text{V}$，$R = 9\Omega$，$X = 4\Omega$，$Z_1 = (8+\text{j}6)\Omega$。求三角型负载的平均功率与单相负载上的电流$\dot{I}_1$。

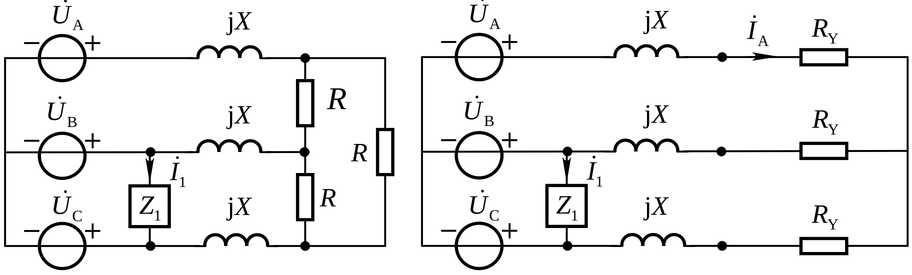


图　题 5.12

解：经过星—三角等效变换的电路如右图所示，其中

$$R_Y = \frac{1}{3}R = 3\Omega$$

对于对称部分取A相进行计算，有

$$\dot{I}_A = \frac{\dot{U}_A}{R_Y + jX} = \frac{220\angle 0°}{3+j4} = 44\angle -53.1° A$$

则三角型负载吸收的平均功率为

$$P = 3I_A^2 R_Y = 17.424 kW$$

已知$\dot{U}_A = 220\angle 0^\circ V$

则$\dot{U}_{AB} = 380\angle 30^\circ V$，$\dot{U}_{BC} = 380\angle -90^\circ V$

并联的单相负载的电流为

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}_{BC}}{Z_1} = \frac{380\angle -90°}{8+j6} = 38\angle -126.9° A$$

5.13 图示电路中，A、B和C为对称三相电源的三根端线，设$\dot{U}_{AB} = 380\angle 0^\circ V$，$R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = X_C = 10\Omega$，试求两个功率表$W_1$和$W_2$的读数。

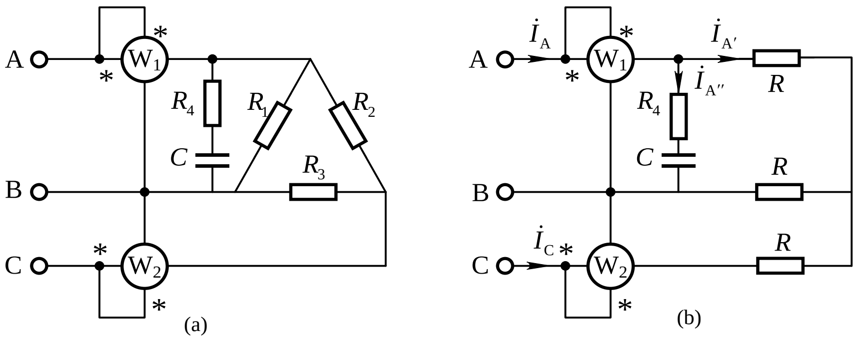


图 题5.13

解：经过星—三角等效变换的电路如图(b)所示，其中

$$R = R_1 = R_2 = R_3 = 10/3\Omega$$

对于对称部分取A相进行计算，有

$$\dot{I}_{A'} = \frac{\dot{U}_A}{R} = \frac{380/\sqrt{3}\angle -30°}{10/3} = 38\sqrt{3}\angle -30° A$$

则C相线电流为

$$\dot{I}_{\mathrm{C}}=\dot{I}_{\mathrm{A}'}\angle-30°+120°=38\sqrt{3}\angle 90°\mathrm{A}$$

并联的单相负载的电流为

$$\dot{I}_{\mathrm{A}''}=\frac{\dot{U}_{\mathrm{AB}}}{R_4-\mathrm{j}X_C}=\frac{380\angle 0°}{10-\mathrm{j}10}=19\sqrt{2}\angle 15°\mathrm{A}$$

则A 相总电流为

$$\dot{I}_{\mathrm{A}}=\dot{I}_{\mathrm{A}'}+\dot{I}_{\mathrm{A}''}=38\sqrt{3}\angle-30°+19\sqrt{2}\angle 45°=77.26\angle-10.37°\mathrm{A}$$

功率表 W1 测量的是A 、B 两相间的线电压和A 相的线电流，则 W1 的读数为

$$P_1=U_{\mathrm{AB}}I_{\mathrm{A}}\cos(\varphi_{u_{\mathrm{AB}}}-\varphi_{i_{\mathrm{A}}})=380\times 77.26\times\cos(10.37°)=28.88\mathrm{kW}$$

功率表 W2 测量的是C 、B 两相间的线电压和C 相的线电流，C 、B 相的电压为

$$\dot{U}_{\mathrm{CB}}=-\dot{U}_{\mathrm{BC}}=-380\angle-120°=380\angle 60°\mathrm{V}$$

则 W2 的读数为

$$P_2=U_{\mathrm{CB}}I_{\mathrm{C}}\cos(\varphi_{u_{\mathrm{CB}}}-\varphi_{i_{\mathrm{C}}})=380\times 38\sqrt{3}\times\cos(60°-90°)=21.66\mathrm{kW}$$

5.14 图示为用功率表测量对称三相电路无功功率的一种方法，已知功率表的读数为 4000W，求三相负载的无功功率。

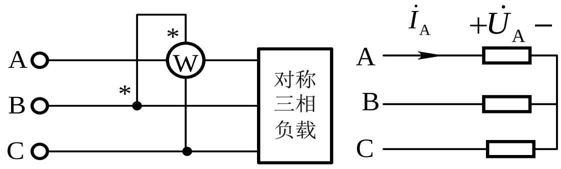


图　题5.14

解：设电源电压 $\dot{U}_{\mathrm{AB}}=U_l\angle 0^{\circ}$，则$\dot{U}_{\mathrm{BC}}=\dot{U}_{\mathrm{AB}}\angle-120°=U_l\angle-120°$

设负载为星形联接，如右图所示。阻抗角为φ，则 A 相负载电流$\dot{I}_{\mathrm{A}}$滞后电压

$\dot{U}_{\rm A}$ 的角度为 φ，滞后 $\dot{U}_{\rm AB}$ 的角度为 $30^\circ+\varphi$，即

$$\dot{I}_{\rm A}=I_l\angle(-\varphi-30^\circ)$$

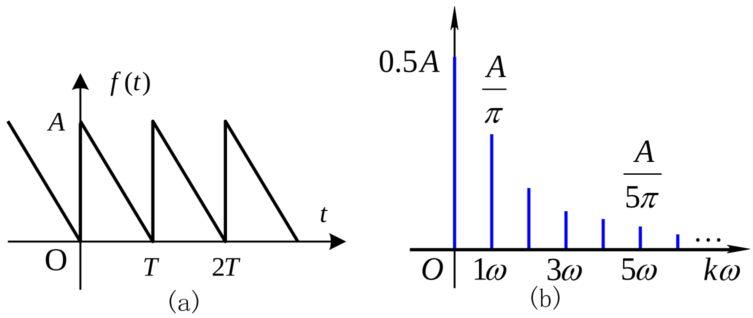
功率表的读数= $P=U_{\rm BC}I_{\rm A}\cos(-120^\circ-(-\varphi-30^\circ))=U_lI_l\cos(\varphi-90^\circ)=U_lI_l\sin\varphi$

由对称三相负载无功功率的计算公式得

$$Q=\sqrt{3}U_lI_l\sin\varphi=\sqrt{3}P=4000\sqrt{3}\ \ \text{var}$$

第 6 章 非正弦周期电流电路习题解答

6.1 求图示倒锯齿波的傅里叶级数展开式，并画出频谱图。



图题 6.1

解：$f(t)=A(1-t/T)\qquad 0<t<T$

$$A_0=\frac{1}{T}\int_0^T f(t)\mathrm{d}t=\frac{1}{T}\int_0^T A(1-t/T)\mathrm{d}t=\frac{A}{T}[t-\frac{t^2}{2T}]\Big|_0^T=0.5A$$

$$a_k=\frac{2}{T}\int_0^T A(1-t/T)\cos(k\omega t)\mathrm{d}t$$

$$=[\frac{2A(1-t/T)}{Tk\omega}\times\sin(k\omega t)]\Big|_0^T+\frac{2A}{k\omega T^2}\int_0^T\sin(k\omega t)\mathrm{d}t=0$$

$$b_k = \frac{2}{T}\int_0^T A(1-t/T)\sin(k\omega t)\mathrm{d}t$$

$$= [\frac{-2A(1-t/T)}{Tk\omega}\times\cos(k\omega t)]\Big|_0^T - \frac{2A}{k\omega T^2}\int_0^T \cos(k\omega t)\mathrm{d}t = \frac{2A}{kT\omega} = \frac{A}{k\pi}$$

所以　$f(t) = 0.5A + \sum_{k=1}^{\infty}\frac{A}{k\pi}\sin k\omega t$　频谱图如图(b)所示。

6.2 图示电路中，电流 $i = 2\sqrt{2}\cos(500t + 60^\circ)$ A，$C_1 = 10^{-4}$ F，电压源 $u_S = 5 + 20\sqrt{2}\cos(500t + 60^\circ) + 8\cos(1000t + 75^\circ)$ V。试求 R, L, C_2。

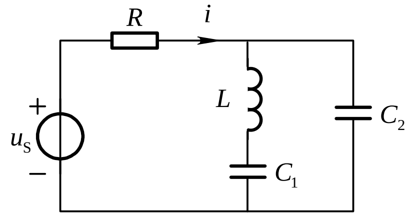


图 题 6.2

解：由于电流中只含基波分量且与电源基波分量具有相同的初相位，则可知右侧部分对基波分量相当于短路，对二次谐波分量相当于开路。

基波作用时电路中相当于只有电阻作用，可得

$$R = \frac{U_{(1)}}{I} = 10\Omega$$

LC 部分的总阻抗为　$$Z = \frac{(\mathrm{j}\omega L + \frac{1}{\mathrm{j}\omega C_1})(\frac{1}{\mathrm{j}\omega C_2})}{\mathrm{j}\omega L + \frac{1}{\mathrm{j}\omega C_1} + \frac{1}{\mathrm{j}\omega C_2}}$$

由右侧部分对基波分量相当于短路可得

此时等效阻抗的分子为零或分母无穷大，由阻抗表达式可知阻抗分子为零可行，可得

$$\mathrm{j}\omega L + \frac{1}{\mathrm{j}\omega C_1} = 0$$

带入已知条件得　$L = \frac{1}{\omega^2 C_1} = 0.04\mathrm{H}$

由右侧部分对二次谐波分量相当于开路可得

此时等效阻抗的分母为零或分子无穷大，由阻抗表达式可知阻抗分母为零可行，可得

$$\mathrm{j}2\omega L+\frac{1}{\mathrm{j}2\omega C_1}+\frac{1}{\mathrm{j}2\omega C_2}=0$$

带入已知条件得　$C_2=\dfrac{1}{30000}\mathrm{F}\approx 33\mu\mathrm{F}$

6.3 图示电路 N 为无独立源网络，

$u=[100\cos(t-45^\circ)+50\cos 2t+25\cos(3t+45^\circ)]\mathrm{V}$，

$i=(80\cos t+20\cos 2t+10\cos 3t)\mathrm{mA}$。(1) 求电压 u 和电流 i 的有效值；(2) 求网络 N 吸收的平均功率；(3)求三种频率下网络 N 的等效阻抗。

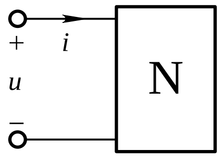


图 题6.3

解: (1)　电压有效值：$U=\sqrt{(\frac{100}{\sqrt{2}})^2+(\frac{50}{\sqrt{2}})^2+(\frac{25}{\sqrt{2}})^2}=81.01\mathrm{V}$

电流有效值 $I=\sqrt{(\frac{80}{\sqrt{2}})^2+(\frac{20}{\sqrt{2}})^2+(\frac{10}{\sqrt{2}})^2}=58.74\mathrm{mA}$

(2)　平均功率 $P=\dfrac{100\times 80}{2}\cos(-45^\circ)+\dfrac{50\times 20}{2}\cos 0^\circ+\dfrac{25\times 10}{2}\cos 45^\circ=3.42\mathrm{kW}$

(3)　$Z_{(1)}=\dfrac{100\angle-45^\circ\mathrm{V}}{80\angle 0^\circ\mathrm{mA}}=1.25\angle-45^\circ\mathrm{k\Omega}$　　$Z_{(2)}=\dfrac{50\angle 0^\circ\mathrm{V}}{20\angle 0^\circ\mathrm{mA}}=2.5\mathrm{k\Omega}$

$Z_{(3)}=\dfrac{25\angle 45^\circ\mathrm{V}}{10\angle 0^\circ\mathrm{mA}}=2.5\angle 45^\circ\mathrm{k\Omega}$

注释：非正弦周期量分解成傅里叶级数后，某端口的平均功率等于直流分量和不同频率交流分量单独作用产生的平均功率之和。

6.4 线圈接在非正弦周期电源上，其源电压为

$u=[10\sqrt{2}\cos\omega_1 t+2\sqrt{2}\cos(3\omega_1 t+30^\circ)]\mathrm{V}$。设 $\omega_1 L=1\Omega$，求线圈电流的瞬时表达式及其有效值，并比较电压和电流所含三次谐波百分数。

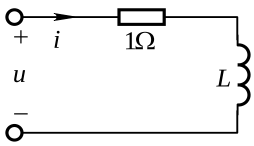


图 题 6.4

解: 基波电压单独作用时 $\dot{U}_{(1)}=10\angle 0°\text{V}$，

阻抗 $Z_{(1)}=1\Omega+\text{j}\omega L=(1+\text{j})\Omega$

基波电流相量为: $\dot{I}_{(1)}=\dfrac{\dot{U}_{(1)}}{Z_{(1)}}=\dfrac{10\text{V}}{(1+\text{j})\Omega}=5\sqrt{2}\angle -45°\text{A}$

瞬时值为: $i_{(1)}(t)=10\cos(\omega t-45°)\text{A}$

三次谐波单独作用时，$\dot{U}_{(3)}=2\angle 30°\text{V}$，$Z_{(3)}=1\Omega+\text{j}3\omega L=(1+\text{j}3)\Omega$

$$\dot{I}_{(3)}=\frac{\dot{U}_{(3)}}{Z_{(3)}}=\frac{2\angle 30°\text{V}}{(1+\text{j}3)\Omega}=0.632\angle -41.6°\text{A}$$

瞬时值为: $i_{(3)}(t)=0.632\sqrt{2}\cos(3\omega t-41.6°)\text{A}$

由叠加定理得电流瞬时值:

$i=i_{(1)}+i_{(3)}=[10\cos(\omega t-45°)+0.632\sqrt{2}\cos(3\omega t-41.6°)]\text{A}$

电流有效值 $I=\sqrt{I_{(1)}^2+I_{(3)}^3}=\sqrt{(5\sqrt{2})^2+0.632^2}=7.1\text{A}$

电压有效值 $U=\sqrt{U_{(1)}^2+U_{(3)}^2}=\sqrt{10^2+2^2}=10.2\text{V}$

电压 u 中所含三次谐波百分数为 $\dfrac{U_{(3)}}{U}\times 100\%=\dfrac{2}{10.2}\times 100\%=19.61\%$

电流 i 中所含三次谐波百分数为 $\dfrac{I_{(3)}}{I}\times 100\%=\dfrac{0.632}{7.1}\times 100\%=8.9\%$

6.5 图示电路中，已知 $u_S=(1+\sqrt{2}\cos\omega_1 t+0.2\sqrt{2}\cos 2\omega_1 t)\text{V}$，$\omega_1 L=1/(\omega_1 C)=1\Omega$，$R=1\Omega$。求电压 u 及其电源提供的平均功率。

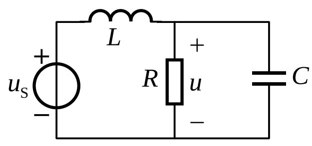


图 题 6.5

解：直流$U_{S(0)}=1\text{V}$单独作用时，电感短路，电容开路，故电压u的直流分量为：

$U_{(0)}=1\text{V}$

基波$\dot{U}_{S(1)}=1\angle 0°\text{V}$单独作用时，由分压公式得：

$$\dot{U}_{(1)}=\frac{R/(1+\mathrm{j}\omega CR)}{\mathrm{j}\omega L+R/(1+\mathrm{j}\omega CR)}\times\dot{U}_{S(1)}=-\mathrm{j}\text{V}$$

瞬时值　$u_{(1)}=\sqrt{2}\cos(\omega t-90°)\text{V}$

二次谐波$\dot{U}_{S(2)}=\frac{1}{5}\angle 0°\text{V}$单独作用时，由分压公式得：

$$\dot{U}_{(2)}=\frac{R/(1+\mathrm{j}2\omega CR)}{\mathrm{j}2\omega L+R/(1+\mathrm{j}2\omega CR)}\times\dot{U}_{S(2)}=0.055\angle 146.3°\text{V}$$

瞬时值　$u_{(2)}=0.055\sqrt{2}\cos(\omega t-146.3°)\text{V}$

由叠加定理得：$u=U_{(0)}+u_{(1)}+u_{(2)}=1+\sqrt{2}\cos(\omega t-90°)+0.055\sqrt{2}\cos(2\omega t-146.3°)$ V

电源提供的平均功率等于电阻R吸收的平均功率，故

$$P=\frac{U^2}{R}=\frac{U_{(0)}^2+U_{(1)}^2+U_{(2)}^2}{R}=2.003\text{W}$$

6.6 已知图中$u_S=4\cos\omega_1 t$ V，$i_S=4\cos 2\omega_1 t$ A，$\omega_1=100\text{rad/s}$。求电流i和电压源发出的功率。

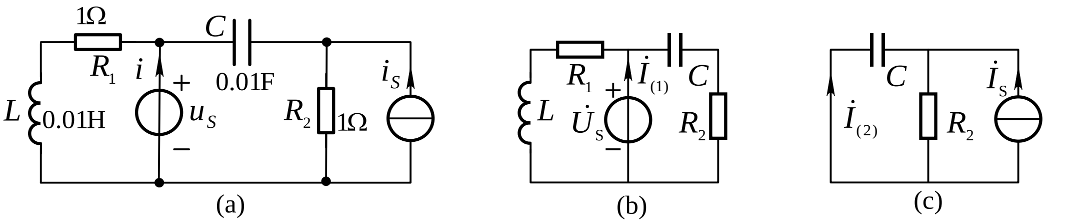


图 题 6.6

解：这是两个不同频率的电源同时作用的情况，须用叠加定理计算。

当电压源 u_S=4cos(ω t) V 单独作用时，电路如图(b)所示。$\dot{U}_S=\frac{4}{\sqrt{2}}\angle 0°\text{V}$

$$\dot{I}_{(1)}=\frac{\dot{U}_S}{(R_1+\mathrm{j}\omega L)//[R_2+1/(\mathrm{j}\omega C)]}=\frac{4/\sqrt{2}}{\dfrac{(1+\mathrm{j})(1-\mathrm{j})}{(1+\mathrm{j})+(1-\mathrm{j})}}=\frac{4}{\sqrt{2}}\angle 0°\text{A}$$

瞬时值　　$i_{(1)}(t)=4\cos(\omega t)\ \mathrm{A}$

当电流源 i_{S}=4cos(2ω t) A 单独作用时，电路如图(c)所示。$\dot{I}_{\mathrm{S}}=\dfrac{4}{\sqrt{2}}\angle 0°\mathrm{A}$

$$\dot{I}_{(2)}=-\frac{R_2}{R_2+1/(\mathrm{j}2\omega C)}\times\dot{I}_{\mathrm{S}}=-\frac{1}{1-0.5\mathrm{j}}\times\frac{4}{\sqrt{2}}\mathrm{A}=\frac{3.57}{\sqrt{2}}\angle 206.56°\ \mathrm{A}$$

瞬时值$i_{(2)}(t)=3.57\cos(2\omega t+206.56°)\mathrm{A}$

故　$i=i_{(1)}+i_{(2)}=[4\cos(\omega t)+3.57\cos(2\omega t+206.56°)]\ \mathrm{A}$

电流源所产生的电流和电压源的电压不能形成平均功率，故电压源发出功率为：

$$P_{\mathrm{u}}=U_{\mathrm{S}}I_{(1)}\cos 0°=\frac{4}{\sqrt{2}}\times\frac{4}{\sqrt{2}}=8\ \mathrm{W}$$

6.7 已知图示电路中 $R_1=1\Omega$，$R_2=3\Omega$，$L=2\mathrm{H}$，$I_{\mathrm{S}}=4\mathrm{A}$，$u_{\mathrm{S}}=4\sqrt{2}\cos 2t\ \mathrm{V}$ 求电流 i 的有效值。

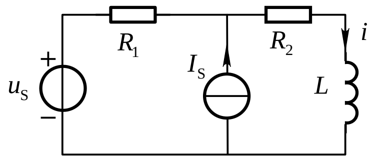


图　题6.7

解：直流电流源单独作用时，电感处于短路。由分流公式得电流 i 的直流分量为：

$$I_{(0)}=\frac{R_1}{R_1+R_2}\times I_{\mathrm{S}}=\frac{1}{1+3}\times 4\mathrm{A}=1\mathrm{A}$$

正弦电压源$\dot{U}_{\mathrm{S}}=4\angle 0°\mathrm{V}$ 单独作用时，由欧姆定律得：

$$\dot{I}_{(1)}=\frac{\dot{U}_{\mathrm{S}}}{R_1+R_2+\mathrm{j}\omega L}=\frac{4}{1+3+\mathrm{j}4}=0.5\sqrt{2}\angle -45°\mathrm{A}$$

电流i的有效值 $I=\sqrt{I_{(0)}^2+I_{(1)}^2}=\sqrt{1+(0.5\sqrt{2})^2}=1.225\mathrm{A}$

6.8 图示电路，直流电压源$U_{\mathrm{S}}=160\mathrm{V}$，非正弦周期电流源波形如图(b)所示。求$30\Omega$电阻消耗的平均功率。

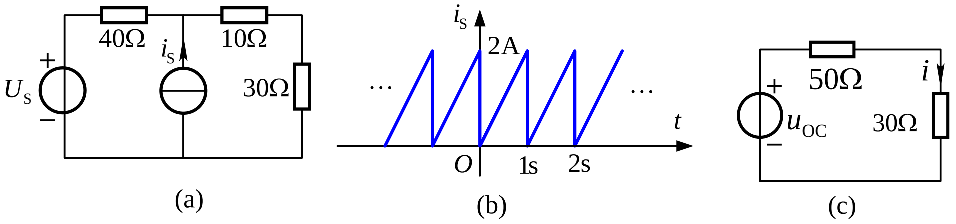


图 题6.8

解: 图(a)电路中不含电感和电容，不存在与频率有关的阻抗，因此，不必将非正弦周期电流展开为傅立叶级数形式。在第一个周期内，电流源可表示为

$i_S = 2t \quad (0 < t < 1s)$

将图(a)电路化为戴维南等效电路，如图(c)所示。图中

$$u_{OC} = 40\Omega i_S + U_S\ ,\qquad i = \frac{u_{OC}}{50+30} = t+2 \qquad (0<t<1s)$$

30Ω电阻消耗的平均功率为 $P = \frac{1}{T} = \int_0^T i^2(t)R\mathrm{d}t = \int_0^1 30\times(2+t)^2\mathrm{d}t = 190\mathrm{W}$

6.9　图示电路，电压 $u_S(t) = 3 + 5\sqrt{2}\cos t + 5\sqrt{2}\cos 2t(\mathrm{V})$，求电阻消耗的功率 P。

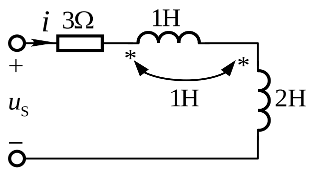


图 题 6.9

解: 直流 $U_{S(0)} = 3\mathrm{V}$ 单独作用时，耦合电感短路，故电流 i 的直流分量为：$I_{(0)} = 1\mathrm{A}$

另外，耦合电感顺接时等效电感为

$$L_{eq} = L_1 + L_2 + 2M = 5\mathrm{H}$$

基波 $\dot{U}_{S(1)} = 5\angle 0°\mathrm{V}$ 单独作用时，得

$$Z_{(1)} = R + \mathrm{j}\omega L_{eq} = (3+\mathrm{j}5) = \sqrt{34}\angle 59°\Omega$$

所以　$I_{(1)}=\dfrac{U_{(1)}}{\left|Z_{(1)}\right|}=\dfrac{5}{\sqrt{34}}\text{A}$

二次谐波 $\dot{U}_{S(2)}=5\angle0°\text{V}$ 单独作用时，得

$$Z_{(2)}=R+\text{j}2\omega L_{eq}=(3+\text{j}10)=\sqrt{109}\angle73.3°\Omega$$

所以　$I_{(2)}=\dfrac{U_{(2)}}{\left|Z_{(2)}\right|}=\dfrac{5}{\sqrt{109}}\text{A}$

电阻吸收的平均功率为 $P=RI_{(0)}^2+RI_{(1)}^2+RI_{(2)}^2=5.894\text{W}$

6.10 已知图示电路中输入电压 $u_1=(20\cos\omega_1 t+10\cos3\omega_1 t)\text{V}$，当负载为下列两种情况时分别计算输出电压 u_2：(1)负载为电阻 $R=10\Omega$；(2)负载为电感，且 $\omega_1 L=2\Omega$。

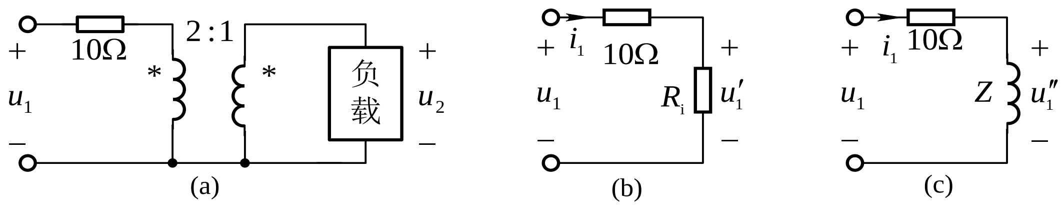


图　题6.10

解：(1) 等效电路见图 (b)，其中 $R_i=n^2R=40\Omega$，整个电路为电阻性电路。

$$u_2=\frac{1}{n}\times u_1'=\frac{1}{2}\times\frac{40}{10+40}\times u_1=[8\cos(\omega t)+4\cos(3\omega t)]\text{V}$$

(2) 等效电路见图 (c)，

其中对基波 $Z_{(1)}=n^2\times\text{j}\omega L=\text{j}8\Omega$，对三次谐波 $Z_{(3)}=n^2\times\text{j}3\omega L=\text{j}24\Omega$

当基波单独作用时，由理想变压器特性方程和分压公式得：

$$\dot{U}_{2(1)}=\frac{1}{n}\times\dot{U}_{1(1)}''=\frac{1}{n}\times\frac{Z_{(1)}}{10+Z_{(1)}}\times\frac{20}{\sqrt{2}}\text{V}=\frac{6.247}{\sqrt{2}}\angle51.34°\text{V}$$

$$u_{2(1)}(t)=6.247\cos(\omega t+51.34°)\text{V}$$

三次谐波单独作用时，由理想变压器特性方程和分压公式得：

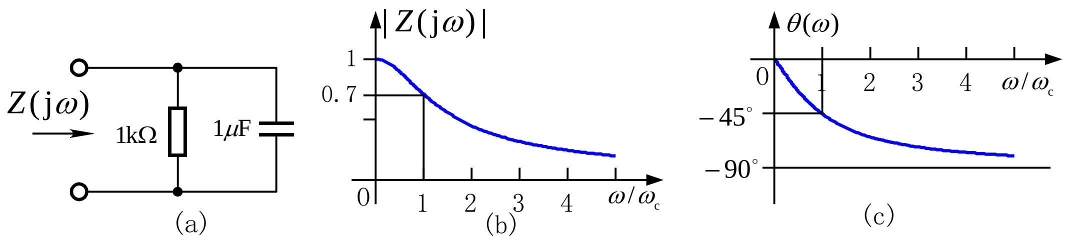
$$\dot{U}_{2(3)}=\frac{1}{n}\times\dot{U}''_{1(3)}=\frac{1}{n}\times\frac{Z_{(3)}}{10+Z_{(3)}}\times\frac{10}{\sqrt{2}}\,\mathrm{V}=\frac{4.615}{\sqrt{2}}\angle 22.6^\circ\mathrm{V}$$

$$u_{2(3)}(t)=4.615\cos(3\omega t+22.6^\circ)\mathrm{V}$$

由叠加定理得 $u_2=u_{2(1)}+u_{2(3)}=[6.247\cos(\omega t+51.34^\circ)+4.615\cos(3\omega t+22.6^\circ)\,]\mathrm{V}$

第 7 章　频率特性和谐振现象习题解答

7.1　求图(a)所示 RC 并联电路的输入阻抗 $Z(\mathrm{j}\omega)$，大致画出其幅频特性和相频特性，确定通带、阻带和截止频率。



图题 7.1

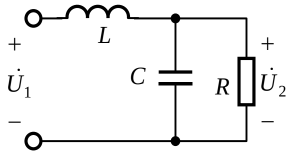
解：由阻抗并联等效公式得：$Z(\mathrm{j}\omega)=\dfrac{10^3/(\mathrm{j}\omega 10^{-6})}{10^3+1/(\mathrm{j}\omega 10^{-6})}=\dfrac{10^3}{1+\mathrm{j}\omega 10^{-3}}\Omega$

阻抗模及幅角分别为：$|Z(\mathrm{j}\omega)|=\dfrac{10^3}{\sqrt{1+(10^{-3}\omega)^2}}$　，　$\theta(\omega)=-\arctan(10^{-3}\omega)$

令$|Z(\mathrm{j}\omega_{\mathrm{c}})|=1/\sqrt{2}$，求得截止角频率$\omega_{\mathrm{c}}=10^3\,\mathrm{rad/s}$，故通带及阻带分别为：

通带$\omega=0\sim10^3\,\mathrm{rad/s}$，阻带$\omega=10^3\,\mathrm{rad/s}\sim\infty$。幅频特性和相频特性如图(b)和(c)所示。

7.2 求图示电路的网络函数，它具有高通特性还是低通特性？



图题 7.2

解：　RC并联的等效阻抗$Z_{RC}=\dfrac{R/\mathrm{j}\omega C}{R+1/\mathrm{j}\omega C}=\dfrac{R}{1+\mathrm{j}\omega RC}$

$$H(\mathrm{j}\omega)=\dot{U}_2/\dot{U}_1=\frac{Z_{RC}}{\mathrm{j}\omega L+Z_{RC}}$$

$$=\frac{R}{R+\mathrm{j}\omega L(1+\mathrm{j}\omega RC)}=\frac{1}{1-\omega^2LC+\mathrm{j}\omega L/R}$$

幅频特性$|H(\mathrm{j}\omega)|=\dfrac{1}{\sqrt{(1-\omega^2LC)^2+(\omega L/R)^2}}$

当$\omega\to0$时，　$|H(\mathrm{j}\omega)|=1$；当$\omega\to\infty$时，　$|H(\mathrm{j}\omega)|=0$

所以它具有低通特性。

7.3 求图示电路的转移电压比$H(\mathrm{j}\omega)=\dot{U}_2/\dot{U}_1$，当$R_1C_1=R_2C_2$时，此网络函数有何特性？

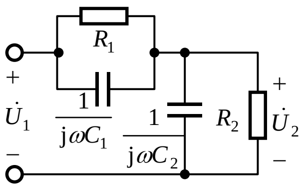


图　题 7.3

解：设$Z_1=R_1//\dfrac{1}{\mathrm{j}\omega C_1}=\dfrac{R_1}{R_1+\mathrm{j}\omega R_1C_1}$，　$Z_2=R_2//\dfrac{1}{\mathrm{j}\omega C_2}=\dfrac{R_2}{R_2+\mathrm{j}\omega R_2C_2}$

由分压公式得：$\dot{U}_2=\dfrac{Z_2}{Z_1+Z_2}\dot{U}_1$

$$H(\mathrm{j}\omega)=\frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1}=\frac{R_2(1+\mathrm{j}\omega R_1C_1)}{R_1(1+\mathrm{j}\omega R_2C_2)+R_2(1+\mathrm{j}\omega R_1C_1)}$$

当 $R_1C_1=R_2C_2$ 时，得 $H(\mathrm{j}\omega)=\dfrac{R_2}{R_1+R_2}$，此网络函数模及辐角均不与频率无关。

7.4 设图示电路处于谐振状态，其中 $I_S=1\mathrm{A}$，$U_1=50\mathrm{V}$，$R_1=|X_C|=100\Omega$。求电压 U_L 和电阻 R_2。

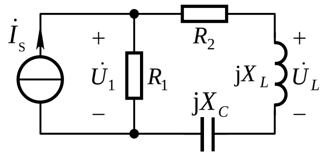


图 题 7.4

解：因为电路处于谐振状态，故电感与电容串联电路相当于短路，因此有

$$\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}=\frac{U_1}{I_S}=50\ \Omega$$

代以 $R_1=100\Omega$，解得 $R_2=100\Omega$

又因为电路处于谐振状态 ， 所以 $X_L=|X_C|=100\Omega$

故有 $U_L=I_2X_L=\dfrac{R_1I_S}{R_1+R_2}\times X_L=50\mathrm{V}$

7.5 图示电路中，已知 $u=0.1\sqrt{2}\cos\omega t\mathrm{V}$，$\omega=10^4$ rad/s 时电流 i 的有效值为最大，量值是 1A，此时 $U_L=10\mathrm{V}$。

(1) 求 R、L、C 及品质因数 Q;

(2) 求电压 u_C。

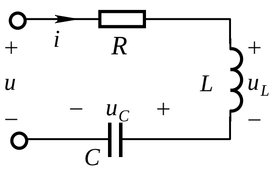


图 题 7.5

解：(1) 根据题意，电路发生谐振时，存在下列关系：

$$\begin{cases}\omega=1/\sqrt{LC}=10^4\mathrm{rad/s}\\ I=U/R=1\mathrm{A}\\ U_L=\omega LI=10\mathrm{V}\end{cases}\quad \text{解得}\quad \begin{cases}R=0.1\Omega\\ L=1\mathrm{mH}\\ C=10\mu\mathrm{F}\end{cases}$$

品质因数 $Q=\dfrac{U_L}{U}=\dfrac{10}{0.1}=100$

（2） $\dot{U}_C=\dot{I}/(\mathrm{j}\omega C)=1\angle0^\circ\times10\angle-90^\circ\mathrm{V}=10\angle-90^\circ\mathrm{V}$

即有 $u_C=10\sqrt{2}\cos(\omega t-90^\circ)\mathrm{V}$

7.6　*RLC* 串联电路的谐振频率为 875Hz，通频带宽度为 250Hz，已知 $L=0.32\text{H}$ 。

(1) 求 *R*、*C* 及品质因数 *Q*;

(2) 设输入电压有效值为 23.2V， 求在上述三个频率时电路的平均功率;

(3) 求谐振时电感电压和电容电压。

解：(1) $C=\dfrac{1}{\omega_0^2 L}=\dfrac{1}{(2\pi\times875)^2\times0.32}=1.034\times10^{-7}\,\text{F}$

$$\Delta\omega=\frac{\omega_0}{Q}\quad,\qquad Q=\omega_0/\Delta\omega=875/250=3.5$$

$$Q=\omega_0 L/R\,,\qquad R=\omega_0 L/Q=2\pi\times875\times0.32/3.5=502.65\Omega$$

谐振频率为 $f_{c1}=(-\dfrac{1}{2Q}+\sqrt{\dfrac{1}{4Q^2}+1})\times f_0\approx759\text{Hz}$

$$f_{c2}=(\frac{1}{2Q}+\sqrt{\frac{1}{4Q^2}+1})\times f_0\approx1009\text{Hz}$$

(2) 谐振时电路的平均功率为： $P_0=I_0^2R=(23.2/502.65)^2\times502.65=1.071\text{W}$

在截止频率处，电流下降至谐振电流 I_0 的 $1/\sqrt{2}$，故功率减小到 P_0 的一半，所以当 $f=759\text{Hz}$ 和 $f=1009\text{Hz}$ 时，电路平均功率均为 $P=P_0/2=0.535\text{W}$

(3)　　$U_L=U_C=QU=3.5\times23.2=81.2\text{V}$

7.7　*RLC* 并联电路中，已知谐振角频率 $\omega_0=10^3$ rad/s，谐振时阻抗为 $10^3\Omega$，频带宽度为 $\Delta\omega=100$ rad/s。求 *R*、*L*、*C*。

解：由串联谐振规律得：

$$\begin{cases}R=1000\Omega\\ \omega_0=1/\sqrt{LC}=10^3\text{rad/s}\\ \Delta\omega=\omega_0/Q=100\text{rad/s}\\ Q=R/\omega_0 L\end{cases}\qquad\text{解得}\qquad\begin{cases}R=1000\Omega\\ L=0.1\text{H}\\ \text{C}=10\mu\text{F}\end{cases}$$

注： *RLC* 并联电路的品质因数为电感电流与总电流之比，即

$$Q=\frac{I_L}{I}=\frac{U/\omega_0 L}{U/R}=\frac{R}{\omega_0 L}$$

7.8 图示正弦稳态电路，$u_S(t)=8\sqrt{2}\cos(\omega t)\,\text{V}$，$R_1=1\Omega$，$R_2=3\Omega$，$L_1=1\text{H}$，$C_1=1\mu\text{F}$，$C_2=250\mu\text{F}$。且已知电流 i_1 为零，电压 u_S 和 i 同相，试求电感 L_2 的数值

和电流i_{C1}。

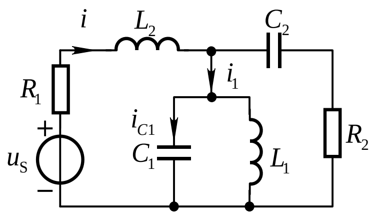


图 题 7.8

解：电流$\boldsymbol{i}_1$为零则L_1C_1并联部分发生并联谐振

电压u_S和i同相则串联部分发生串联谐振

由并联谐振条件得：$\omega=\dfrac{1}{\sqrt{L_1C_1}}=10^3\mathrm{rad}/s$

由串联谐振条件得：$L_2=\dfrac{1}{\omega^2C_2}=4\mathrm{mH}$

$$i=\frac{u_S(t)}{R_1+R_2}=2\sqrt{2}\cos(\omega t)\ \mathrm{A}$$

$$\dot{I}_{C1}=\dot{I}(R_2+\frac{1}{\mathrm{j}\omega C_2})\times\mathrm{j}\omega C_1=0.01\angle36.9°\mathrm{A}$$

$$\Rightarrow i_{C1}=0.01\sqrt{2}\cos(1000t+36.9°)\ \mathrm{A}$$

7.9 已知图示电路中$L_1=0.01\mathrm{H}$，$L_2=0.02\mathrm{H}$，$M=0.01\mathrm{H}$，$R_1=5\Omega$，$R_2=10\Omega$和$C=20\mu\mathrm{F}$。试求当两线圈顺接和反接时的谐振角频率。若在这两种情况下外加电压均为6V，试求两线圈上的电压U_1和U_2。

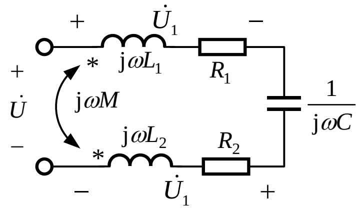


图 题 7.9

解：当两线圈顺接时，等效电感$L=L_1+L_2+2M=0.05\mathrm{H}$

谐振角频率$\omega_1=\dfrac{1}{\sqrt{LC}}=\dfrac{1}{\sqrt{0.05\times20\times10^{-6}}}=10^3\ \mathrm{rad/s}$

取$\dot{U}=6\angle0°\mathrm{V}$，则谐振时的电流

$\dot{I}=\dfrac{\dot{U}}{R_1+R_2}=\dfrac{6\angle0°}{5+10}\mathrm{A}=0.4\angle0°\mathrm{A}$ ，由互感的元件方程得：

$$\dot{U}_1=(R_1+\mathrm{j}\omega_1 L_1)\dot{I}+\mathrm{j}\omega_1 M\dot{I}=[(5+\mathrm{j}10)\times 0.4+\mathrm{j}10\times 0.4]\mathrm{V}=(2+\mathrm{j}8)\mathrm{V}$$
$$\dot{U}_2=(R_2+\mathrm{j}\omega_1 L_2)\dot{I}+\mathrm{j}\omega_1 M\dot{I}=[(10+\mathrm{j}20)\times 0.4+\mathrm{j}10\times 0.4]\mathrm{V}=(4+\mathrm{j}12)\mathrm{V}$$

两线圈电压的有效值分别为

$$U_1=\sqrt{2^2+8^2}=8.24\mathrm{V}，\ U_2=\sqrt{4^2+12^2}=12.65\mathrm{V}$$

当两线圈反接时，等效电感　$L^{'}=L_1+L_2-2M=0.01\mathrm{H}$

谐振角频率　$\omega_2=\dfrac{1}{\sqrt{0.01\times 20\times 10^{-6}}}=2.236\times 10^3\,\mathrm{rad/s}$

$$\dot{U}_1=(R_1+\mathrm{j}\omega_2 L_1)\dot{I}-\mathrm{j}\omega_2 M\dot{I}=5\Omega\times 0.4\mathrm{A}=2\mathrm{V}$$
$$\dot{U}_2=(R_2+\mathrm{j}\omega_2 L_2)\dot{I}-\mathrm{j}\omega_2 M\dot{I}=(10+\mathrm{j}22.36)\Omega\times 0.4\mathrm{A}=(4+\mathrm{j}8.95)\mathrm{V}$$

此时两线圈电压的有效值分别为　$U_1=2\mathrm{V}$，$U_2=\sqrt{4^2+8.95^2}=9.8\mathrm{V}$

7.10 图示电路,已知 $L_1=3\mathrm{H}$，$L_2=1\mathrm{H}$ 和 $\omega=100$ rad/s。求电容 C 为何值时电路发生谐振。

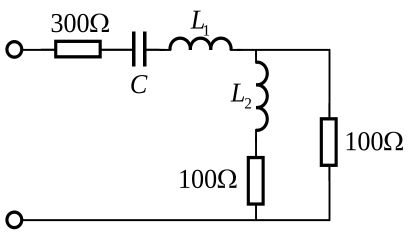


图 题 7.10

解：设端口总阻抗为 Z_{eq}，根据谐振定义当 Z_{eq} 虚部为零时发生谐振

$$Z_{\mathrm{eq}}=300\Omega+\frac{1}{\mathrm{j}\omega C}+\mathrm{j}\omega L_1+100\Omega\,||\,(100\Omega+\mathrm{j}\omega L_2)$$
$$=360\Omega+\frac{1}{\mathrm{j}\omega C}+\mathrm{j}320\Omega$$

由 $\dfrac{1}{\mathrm{j}\omega C}+\mathrm{j}320\Omega=0$ 得 $\omega=3.125\times 10^{-4}\mathrm{F}$

7.11 图示电路，已知 $u_{\mathrm{S}}=2\sqrt{2}\cos(\omega t)\mathrm{V}$，角频率 $\omega=100\mathrm{rad/s}$，$R=1\Omega$，$C_1=10^{-2}\mathrm{F}$ 和 $C_2=0.5\times 10^{-2}\mathrm{F}$。

求：（1） L 为何值时电流 I 为最大？ $I_{\max}=$？ 并求此时电压 u_1。

（2） L 为何值时电流 I 为最小？ $I_{\min}=$？ 并求此时电压 u_1。

解：（1）当 L 和 C_1 发生串联谐振时相当于短路，此时整个电路的阻抗为最小，电流 I 为最大。$I_{\max}=\dfrac{U_{\mathrm{S}}}{R}=\dfrac{2}{1}=2\mathrm{A}$

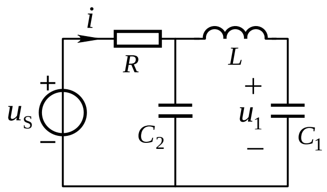


图 题 7.11

由串联谐振条件得 $\omega L=\dfrac{1}{\omega C_1}\Rightarrow L=\dfrac{1}{\omega^2 C_1}=0.01\mathrm{H}$

$$\dot{U}_1=\dot{I}\times(\frac{1}{\mathrm{j}\omega C_1})=2\times(-\mathrm{j}1)=-\mathrm{j}2\mathrm{V}$$

$$\Rightarrow u_1=2\sqrt{2}\cos(100t-90°)\mathrm{V}$$

（2） 当电路发生并联谐振时相当于断路，此时电流 I 为最小。$I_{\min}=0$

此时并联部分导纳 $Y=\mathrm{j}\omega C_2+\dfrac{1}{\mathrm{j}\omega L-\mathrm{j}/\omega C_1}=0$

解得 $L=3\times10^{-2}\mathrm{H}$

$$\dot{U}_1=\dot{U}_S\times\frac{-\mathrm{j}/\omega C_1}{\mathrm{j}\omega L-\mathrm{j}/\omega C_1}=-1\mathrm{V}\quad\Rightarrow u_1=\sqrt{2}\cos(100t+180°)\mathrm{V}$$

7.12 如图所示的电路发生谐振，求谐振角频率 ω。

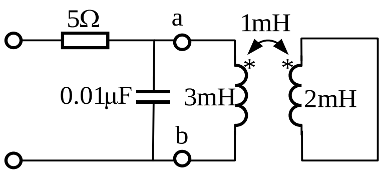
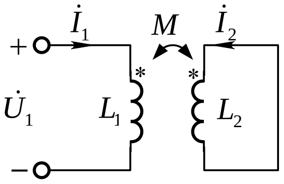


图 题 7.12



(a)

解：先求 ab 端右侧的等效电路，在图（a）中

$$\dot{U}_1=\mathrm{j}\omega L_1\dot{I}_1+\mathrm{j}\omega M\dot{I}_2 \qquad (1)$$

$$0=\mathrm{j}\omega L_2\dot{I}_2+\mathrm{j}\omega M\dot{I}_1 \qquad (2)$$

由式（1）和（2）解得：

$$\dot{U}_1=\mathrm{j}\omega L_1\dot{I}_1-\mathrm{j}\omega(M^2/L_2)\dot{I}_1=\mathrm{j}\omega(L_1-M^2/L_2)\dot{I}_1$$

即等效电感 $L=L_1-M^2/L_2=2.5\mathrm{mH}$

谐振角频率 $\omega_0=\dfrac{1}{\sqrt{LC}}=2\times10^5\mathrm{rad/s}$

7.13 图示电路中，正弦电流源有效值 $I_S=10\mathrm{mA}$，角频率 $\omega=10^3$ rad/s，$L_1=L_2=3\mathrm{H}$，$M=1\mathrm{H}$，$R=2\mathrm{k\Omega}$。(1)问可变电容 C 为何值时电流 I 最小？ (2)可变电容 C 又为何值时电流 I 为最大？并求出 I 的最小值和最大值。

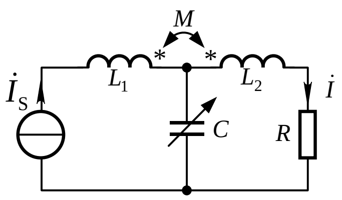
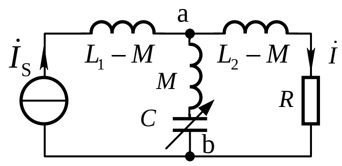


图　题 7.13



图（b）

解：(1)消去互感后，得图（b）所示等效电路。当等效电感M 和电容C发生串联谐振时，即$C=1/\omega^2 M=1/10^6\times 1=1\mu\text{F}$， ab 端相当于短路，端电压为零，则电流 I也为零。所以电流 I的最小值为$I_{\min}=0$

(2)先分析 ab 端的等效导纳，由图(b)得

$$Y_{ab}=\frac{1}{R+\mathrm{j}\omega(L_2-M)}+\frac{1}{\mathrm{j}\omega M-\mathrm{j}/\omega C}$$

$$=\frac{R}{R^2+\omega^2(L_2-M)^2}+\mathrm{j}[\frac{1}{1/\omega C-\omega M}-\frac{\omega(L_2-M)}{R^2+\omega^2(L_2-M)^2}]$$

由于电容 C变化时，Y_{ab}的实部不变，所以，当并联部分发生谐振时，$|Y_{ab}|$最小，电压$U_{ab}=I_S/|Y_{ab}|$为最大，因此电流 I也为最大。令

$$\frac{1}{1/\omega C-\omega M}-\frac{\omega(L_2-M)}{R^2+\omega^2(L_2-M)^2}=0$$

得　$$C=\frac{L_2-M}{R^2+\omega^2 L_2(L_2-M)}=\frac{2}{4+3\times 2}\times 10^{-6}\text{F}=0.2\mu\text{F}$$

由分流公式求得：

$$\dot{I}=\frac{\mathrm{j}(\omega M-1/\omega C)}{\mathrm{j}(\omega M-1/\omega C)+R+\mathrm{j}\omega(L_2-M)}\dot{I}_S=\frac{-\mathrm{j}4}{2-\mathrm{j}2}\dot{I}_S=\sqrt{2}\dot{I}_S\angle-45°$$

故当$C=0.2\mu\text{F}$时，$I_{\max}=\sqrt{2}I_S=14.14\text{mA}$

7.14 图示电路，$u=10\sqrt{2}\cos(\omega t)\text{V}$，角频率 $\omega=100\text{rad/s}$，$R=10\Omega$，$L_1=0.3\text{H}$，$L_2=0.2\text{H}$ 和 $M=0.1\text{H}$。求：

(1)当开关断开时，C 为何值时电压$\dot{U}$与电流$\dot{I}$同相位？并求此时电压u_1。

(2)当开关短接时，C 为何值时电压$\dot{U}$与电流$\dot{I}$同相位？

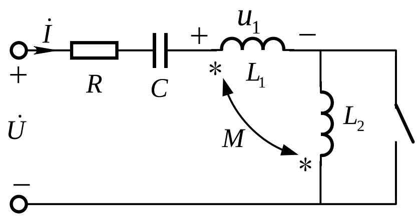


图　题 7.14

解：（1）开关断开时，两线圈为串联反接，等效电感为 $L = L_1 + L_2 - 2M = 0.3\text{H}$

电压 $\dot U$ 与电流 $\dot I$ 同相位时发生串联谐振

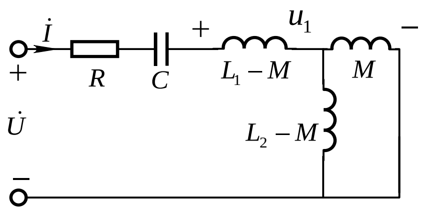
由串联谐振条件得 $\omega L = \dfrac{1}{\omega C} \Rightarrow C = \dfrac{1}{\omega^2 L} = C = \dfrac{1}{3}\times 10^{-3}\text{F}$

$$\dot I = \frac{\dot U_\text{S}}{R} = 1\text{A}$$

$$\dot U_1 = \text{j}\omega L_1 \dot I - \text{j}\omega M \dot I = \text{j}20\text{V}$$

$$u_1 = 20\sqrt{2}\cos(100t + 90°)\text{V}$$

（2）开关短接时电路图可以等效为



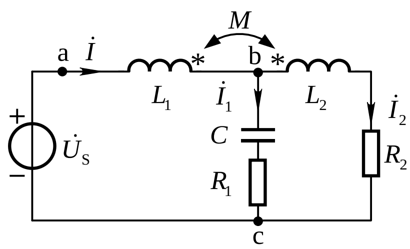
$$Z = R + \frac{1}{\text{j}\omega C} + \text{j}\omega(L_1 - M) + \frac{\text{j}\omega M \times \text{j}\omega(L_2 - M)}{\text{j}\omega(L_2 - M) + \text{j}\omega M} = R + \frac{1}{\text{j}\omega C} + \text{j}\omega(L_1 - M^2/L_2)$$

当 Z 的虚部为零时，电压 $\dot U$ 与电流 $\dot I$ 同相位，发生谐振，此时求得 $C = 4\times 10^{-4}\text{F}$

7.15 如图所示正弦电路中，已知 $I_1 = I_2 = I = 5\text{A}$，$R_1 = 10\Omega$，$\omega M = 10\Omega$，bc 右侧并联电路达到谐振，ac 右侧总体电路亦达到谐振。求 ωL_1，ωL_2，R_2，U_bc 和 U_S。

解：此题借助相量图求解，由已知条件，三个电流有效值相等，及 $\dot I = \dot I_1 + \dot I_2$，可以判断这三个电流相量之和可以用等边三角形描述，设参考相量

$$\dot U_\text{bc} = U_\text{bc}\angle 0°$$



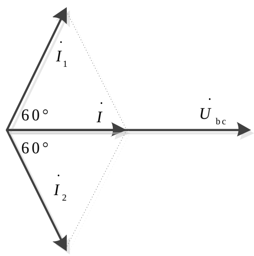


图　题 7.15

则　$\dot{I}_1 = 5\angle 60°\text{A}$,　$\dot{I}_2 = 5\angle -60°\text{A}$,　$\dot{I} = 5\angle 0°\text{A}$

对 R_1C 串联支路

$$\dot{U}_{bc} = (R_1 - \text{j}\frac{1}{\omega C})5\angle 60° = 5[0.5R_1 + 0.866\frac{1}{\omega C} + \text{j}(0.866R_1 - 0.5\frac{1}{\omega C})] = U_{bc}\angle 0°$$

所以求得 $1/(\omega C) = \sqrt{3}R_1 = 17.32\Omega$，$U_{bc} = 100\text{V}$

对右侧串联支路，由 KVL，并考虑互感电压，则

$$\dot{U}_{bc} = (R_2 + \text{j}\omega L_2)\dot{I}_2 - \text{j}\omega M\dot{I}$$
$$100\angle 0° = (R_2 + \text{j}\omega L_2)5\angle -60° - \text{j}10\times 5\angle 0°$$
$$100 + \text{j}50 = 2.5R_2 + 4.33\omega L_2 + \text{j}2.5\omega L_2 - \text{j}4.33R_2$$

由实部、虚部分别对应相等，求得

$$R_2 = 1.34\Omega,\quad \omega L_2 = 22.32\Omega$$

对于 ac 右侧整个电路，由 KVL 方程有

$$\dot{U}_S = \text{j}\omega L_1\dot{I} - \text{j}\omega M\dot{I}_2 + \dot{U}_{bc}$$
$$= \text{j}\omega L_1\times 5 - \text{j}25 - 43.3 + 100$$

ac 右侧电路达谐振，所以上式的虚部应该为零，所以

$$\text{j}\omega L_1\times 5 - \text{j}25 = 0 \Rightarrow \omega L_1 = 5\Omega$$

此时　　$\dot{U}_S = -43.3 + 100 = 56.7\text{V}$

7.16 求图示一端口网络的谐振角频率和谐振时等效阻抗与 R、L、C 的关系。

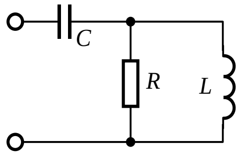


图　题 7.16

解：端口等效阻抗

$$Z(\text{j}\omega) = \frac{1}{\text{j}\omega C} + \frac{\text{j}\omega L\times R}{R + \text{j}\omega L} = \frac{(\omega L)^2 R}{R^2 + (\omega L)^2} + \text{j}[\frac{\omega L R^2}{R^2 + (\omega L)^2} - \frac{1}{\omega C}] \qquad (1)$$

令 $\mathrm{Im}[Z]=0$；解得谐振角频率 $\omega_0=\dfrac{R}{\sqrt{R^2LC-L^2}}$

将ω_0代回式（1），得$Z(\mathrm{j}\omega_0)=L/RC$

7.17 图所示电路中，$R=50\Omega$，$L_1=5\mathrm{mH}$，$L_2=20\mathrm{mH}$，$C_2=1\mu\mathrm{F}$。当外加电源频率$f=10^4/(2\pi)\,\mathrm{Hz}$时，$R$、$L_1$、$C_1$发生并联谐振，此时测得$C_1$两端的电压$U_{C1}=10\mathrm{V}$。试求$C_1$和$U$。

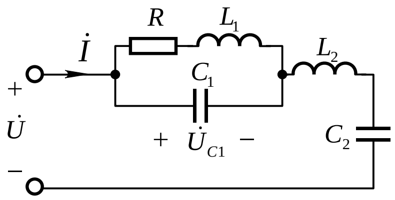


图　题 7.17

解：设R、L_1、C_1并联部分的导纳为 Y，则

$$Y=\mathrm{j}\omega C_1+\frac{1}{R+\mathrm{j}\omega L_1}=\frac{R}{R^2+(\omega L_1)^2}+\mathrm{j}[\omega C_1-\frac{\omega L_1}{R^2+(\omega L_1)^2}]$$

依据已知R、L_1、C_1发生并联谐振，有阻抗导纳 Y 的虚部为零

$$C_1=\frac{L_1}{R^2+\omega^2L_1^2}=1\mu\mathrm{F}$$

$\omega L_1=50\Omega$，$\omega L_2=200\Omega$，$1/(\omega C_1)=1/(\omega C_2)=100\Omega$，$Y=\dfrac{R}{R^2+(\omega L_1)^2}=0.01$

设$\dot{U}_{c1}=10\angle 0°\mathrm{V}$，则$\dot{I}=Y\dot{U}_{c1}=0.1\angle 0°\mathrm{A}$

$$\dot{U}=\dot{U}_{C1}+\dot{I}\times(\mathrm{j}\omega L_2+\frac{1}{\mathrm{j}\omega C_2})$$

$$=10\angle 0°\mathrm{V}+0.1\angle 0°\mathrm{A}\times \mathrm{j}100\Omega=10\sqrt{2}\angle 45°\mathrm{V}$$

$$U=14.14\mathrm{V}$$

7.18 设图示滤波电路的输入电压u_i中除直流分量外尚有$\omega=10^4\mathrm{rad/s}$的正弦分量。若要求输出电压$u_\mathrm{o}$中正弦分量占滤波前的 5%，问电容$C$应为多少?

图　题 7.18

解：

$$H(\mathrm{j}\omega)=\frac{\dot{U}_\mathrm{O}}{\dot{U}_\mathrm{i}}=\frac{\dfrac{R/\mathrm{j}\omega C}{R+1/\mathrm{j}\omega C}}{(\mathrm{j}\omega L+\dfrac{R/\mathrm{j}\omega C}{R+1/\mathrm{j}\omega C})}=\frac{\dfrac{R}{1+\mathrm{j}\omega CR}}{(\mathrm{j}\omega L+\dfrac{R}{1+\mathrm{j}\omega CR})}=\frac{R}{R-\omega^2 LCR+\mathrm{j}\omega L}$$

若输出电压 u_o 中正弦分量占滤波前的 5%，则相当于

$$|H(\mathrm{j}\omega)|=\frac{R}{\sqrt{(R-\omega^2 LCR)^2+(\omega L)^2}}=5\%$$

代入数值解得　$C\approx 0.183\mu\mathrm{F}$

7.19 图示滤波器能够阻止电流的基波通至负载，同时能使九次谐波顺利地通至负载。设 $C=0.04\mu\mathrm{F}$，基波频率 $f=50\mathrm{kHz}$，求电感 L_1 和 L_2。

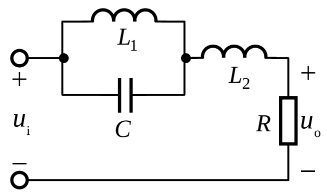


图　题 7.19

解：当 L_1、C 对基波发生并联谐振时，滤波器能够阻止电流的基波通至负载，由

此得：　$\omega L_1=\dfrac{1}{\omega C}$　(1)

解得　$L_1=\dfrac{1}{\omega^2 C}=\dfrac{1}{(2\pi f)^2 C}\approx 0.254\ \mathrm{mH}$

当 L_1、C 与 L_2 组成的电路对九次谐波发生串联谐振时，九次谐波可以顺利

地通至负载，由此得到：　$\dfrac{1}{\mathrm{j}9\omega C+1/(\mathrm{j}9\omega L_1)}+\mathrm{j}9\omega L_2=0$　(2)

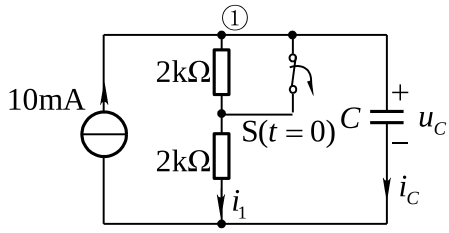
将式（1）代入式（2）解得　$L_2=\dfrac{L_1}{81\omega CL_1-1}\approx 3.17\mu\mathrm{H}$

第 8 章　线性动态电路暂态过程的时域分析

8.1 图示电路 $t<0$ 时处于稳态，$t=0$ 时开关断开。求初始值 $u_C(0_+)$、$i_1(0_+)$ 和 $i_C(0_+)$。

解：$t<0$ 时，电容处于开路，故

$u_C(0_-)=10\text{mA}\times 2\text{k}\Omega=20\text{V}$



题图8.1

由换路定律得：$u_C(0_+)=u_C(0_-)=20\text{V}$

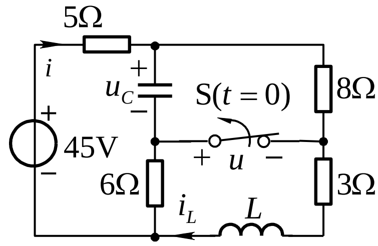
换路后一瞬间，两电阻为串联，总电压为$u_C(0_+)$。

所以 $i_1(0_+)=\dfrac{u_C(0_+)}{(2+2)\text{k}\Omega}=5\text{mA}$

再由节点①的 KCL 方程得：$i_C(0_+)=10\text{mA}-i_1(0_+)=(10-5)\text{mA}=5\text{mA}$

8.2 图示电路$t<0$时处于稳态，$t=0$时开关断开。求初始值$u_C(0_+)$、$i_L(0_+)$及开关两端电压$u(0_+)$。

解：$t<0$时电容处于开路，电感处于短路，3Ω电阻与6Ω电阻相并联，所以



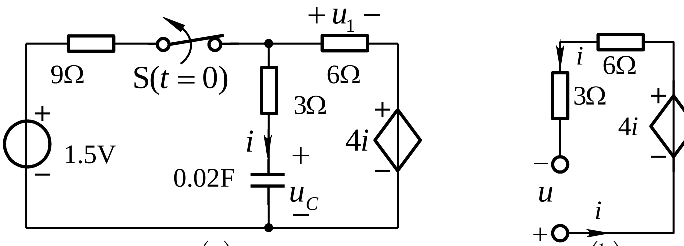
$$i(0_-)=\frac{45\text{V}}{(5+8+\dfrac{6\times 3}{6+3})\Omega}=3\text{A}\quad,\quad i_L(0_-)=\frac{6}{6+3}\times i(0_-)=2\text{A}$$

$u_C(0_-)=8\times i(0_-)=24\text{V}$

由换路定律得：$u_C(0_+)=u_C(0_-)=24\text{V}$，$i_L(0_+)=i_L(0_-)=2\text{A}$　　　图题 8.2

由 KVL 得开关电压：$u(0_+)=-u_C(0_+)+8\times i_L(0_+)=(-24+8\times 2)\text{V}=-8\text{V}$

8.3 图(a)所示电路，开关原是接通的，并且处于稳态，$t=0$时开关断开。求$t>0$时u_1的变化规律。



(a)　(b)

图题 8.3

解：$t<0$时电容处于开路，$i=0$，受控源源电压$4i=0$，所以

$$u_C(0_+)=u_C(0_-)=u_1(0_-)=\frac{6\Omega}{(9+6)\Omega}\times 1.5\text{V}=0.6\text{V}$$

$t>0$时，求等效电阻的电路如图(b)所示。

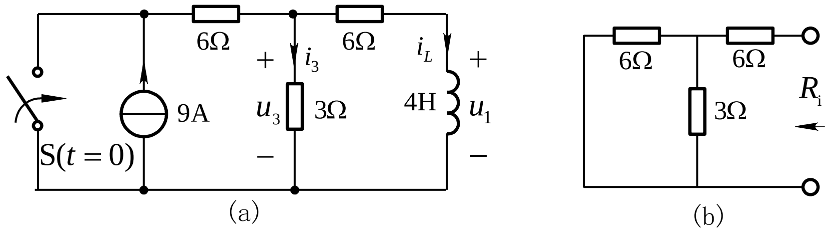
等效电阻　$R_i = \dfrac{u}{i} = \dfrac{-4i + (6+3)i}{i} = 5\Omega$

时间常数　$\tau = R_i C = 0.1\text{s}$

$t>0$后电路为零输入响应，故电容电压为：$u_C(t) = u_C(0_+)\text{e}^{-t/\tau} = 0.6\text{e}^{-10t}\text{V}$

6Ω电阻电压为：$u_1(t) = -6\Omega \times i = -6\Omega \times (-C\dfrac{\text{d}u_C}{\text{d}t}) = 0.72\text{e}^{-10t}\text{V}\ (t>0)$

8.4　图(a)所示电路，开关接通前处于稳态，$t=0$时开关接通。求$t>0$时的电压u_1及3Ω电阻消耗的能量。



图题 8.4

解：$t<0$时电感处于短路，故$i_L(0_-) = \dfrac{3}{6+3} \times 9\text{A} = 3\text{A}$，由换路定律得：

$$i_L(0_+) = i_L(0_-) = 3\text{A}$$

求等效电阻的电路如图(b)所示。

等效电阻$R_i = 6 + \dfrac{6\times 3}{6+3} = 8\Omega$，时间常数$\tau = L/R_i = 0.5\text{s}$

$t>0$后电路为零输入响应，故电感电流为

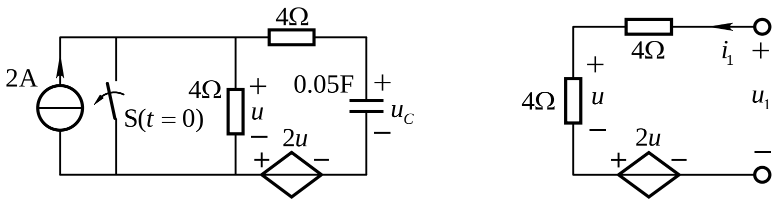
$$i_L(t) = i_L(0_+)\text{e}^{-t/\tau} = 3\text{e}^{-2t}\text{A}\ (t \ge 0)$$

电感电压　$u_1(t) = L\dfrac{\text{d}i_L}{\text{d}t} = -24\text{e}^{-2t}\text{V}\ (t>0)$

3Ω电阻电流为　$i_3 = \dfrac{u_3}{3\Omega} = \dfrac{6\Omega \times i_L + u_1}{3\Omega} = -2\text{e}^{-2t}\text{A}$

3Ω电阻消耗的能量为：　$W_{3\Omega} = \int_0^\infty 3\Omega i_3^2 \text{d}t = \int_0^\infty 12\text{e}^{-4t}\text{d}t = 12[-0.25\text{e}^{-4t}]_0^\infty = 3\text{J}$

8.5 图示电路，开关原是接通的，$t=0$时断开。求$t>0$时的电压u_C。



图题 8.5　　　　　　　　　　图(a)

解：$t<0$时，电流源处于短路，电容为零状态。

$$故u_C(0_+)=u_C(0_-)=0$$

达到稳态时，电容相当于开路，$u(\infty)=4\Omega\times 2\text{A}=8\text{V}$

$$u_C(\infty)=u(\infty)+2u(\infty)=24\text{V}$$

求等效电阻的电路如图(a)所示，在图(a)中

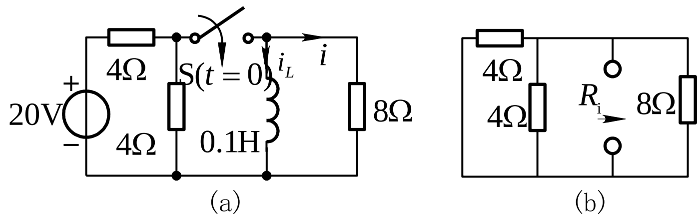
$$u=4\Omega\times i_1$$

$$u_1=4\Omega\times i_1+u+2u=16\Omega\times i_1$$

等效电阻$R_{\text{i}}=u_1/i_1=16\Omega$，时间常数$\tau=R_{\text{i}}C=16\times 0.05=0.8\text{s}$

所以 $u_C(t)=u_C(\infty)(1-\text{e}^{-t/\tau})=24(1-\text{e}^{-1.25t})\text{V}, t\ge 0$

8.6 图(a)所示电路，开关原是断开的，$t=0$时接通。求$t>0$时的电流i。



图题 8.6

解：由换路定律得$i_L(0_+)=i_L(0_-)=0$，达到稳态时电感处于短路，故

$$i_L(\infty)=20/4=5\text{A}$$

求等效电阻的电路如图(b)所示。

等效电阻　$R_{\text{i}}=(4//4)//8=1.6\Omega$

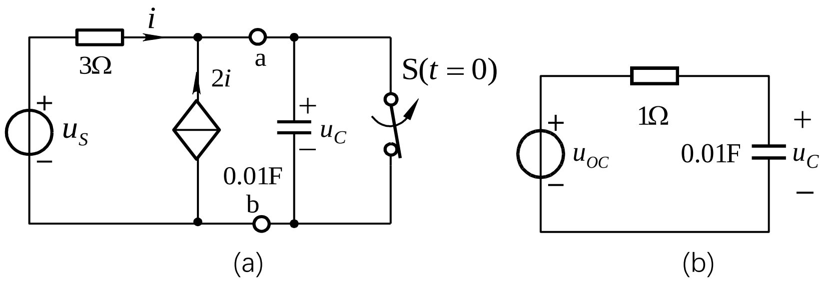
时间常数　$\tau=L/R_{\text{i}}=(1/16)\text{s}$

$t>0$后电路为零状态响应，故电感电流为：

$$i_L(t)=i_L(\infty)(1-\text{e}^{-t/\tau})=5(1-\text{e}^{-16t})\text{A}\ (t\ge 0)$$

$$i(t)=\frac{u_L}{8\Omega}=(L\frac{\text{d}i_L}{\text{d}t})/8\Omega=\frac{0.1\times 5\times 16\times \text{e}^{-16t}}{8}=\text{e}^{-16t}\text{A}\ (t>0)$$

8.7 图(a)所示电路，开关原是接通的，$t=0$时断开，已知$u_{\text{S}}=10\sqrt{2}\cos(100t)\text{V}$。求电压$u_C$。



图题 8.7

解：$t<0$时电路为零状态，由换路定律得：$u_C(0_+)=u_C(0_-)=0$

$t>0$时为简化计算，先将 ab 左边电路化为戴维南电路形式。

当 ab 端开路时，由$i+2i=0$，得$i=0$　所以开路电压$u_{\mathrm{OC}}=u_{\mathrm{S}}=10\sqrt{2}\cos(100t)\mathrm{V}$

当 ab 端短路时，$i_{\mathrm{SC}}=i+2i=3i=3\times\dfrac{u_{\mathrm{S}}}{3\Omega}$，故等效电阻$R_{\mathrm{i}}=\dfrac{u_{\mathrm{OC}}}{i_{\mathrm{SC}}}=1\Omega$，

$t>0$时等效电路如图(b)所示。电路时间常数为$\tau=R_{\mathrm{i}}C=0.01s$。

用相量法计算强制分量$u_{C\mathrm{p}}$：

$$\dot{U}_{C\mathrm{p}}=\frac{1/(\mathrm{j}\omega C)}{1+1/(\mathrm{j}\omega C)}\times\dot{U}_{OC}=\frac{-\mathrm{j}}{1-\mathrm{j}}\times10\angle0^\circ=5\sqrt{2}\angle-45^\circ\mathrm{V}$$

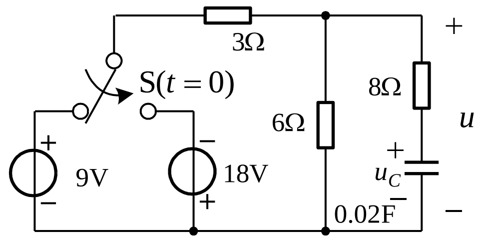
$$u_{C\mathrm{p}}(t)=10\cos(100t-45^\circ)\mathrm{V}$$

$$u_{C\mathrm{p}}(0_+)=10\cos(-45^\circ)=5\sqrt{2}\mathrm{V}$$

由三要素公式得：

$$u_C(t)=u_{C\mathrm{p}}(t)+[u_C(0_+)-u_{C\mathrm{p}}(0_+)]\mathrm{e}^{-t/\tau}=[10\cos(100t-45^\circ)-5\sqrt{2}\mathrm{e}^{-100t}]\mathrm{V}$$

8.8 图示电路$t<0$时处于稳态，$t=0$时换路。求$t>0$时的电压u。



图题 8.8

解：$t<0$时电容处于开路，由换路定律得：

$$u_C(0_+)=u_C(0_-)=\frac{6}{6+3}\times9\mathrm{V}=6\mathrm{V},$$

$t\to\infty$电容又处于开路，

$$u_C(\infty)=\frac{6}{6+3}\times(-18\mathrm{V})=-12\mathrm{V}$$

等效电阻　$R_{\mathrm{i}} = (8 + \frac{6 \times 3}{6+3})\Omega = 10\Omega$

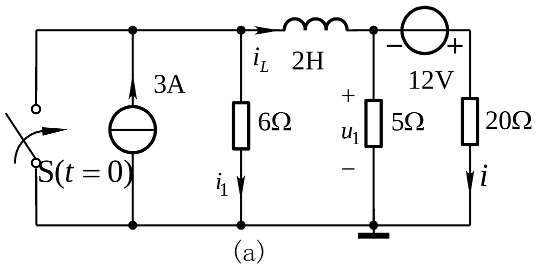
时间常数　$\tau = R_{\mathrm{i}} C = 0.2\mathrm{s}$

由三要素公式得：$u_C(t) = u_C(\infty) + [u_C(0_+) - u_C(\infty)]\mathrm{e}^{-t/\tau} = (-12 + 18\mathrm{e}^{-5t})\mathrm{V}$ $(t \ge 0)$

$$u(t) = 8\Omega \times C\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} + u_C = 0.16 \times (-90\mathrm{e}^{-5t}) + (-12 + 18\mathrm{e}^{-5t})$$

所以　$u(t) = [-12 + 3.6\mathrm{e}^{-5t}]$ V $(t > 0)$

8.9 图(a)示电路$t<0$时处于稳态，$t=0$时换路。求$t>0$时的电流i。



图题 8.9

解：当$t<0$时，列写节点方程求原始值

$$(\frac{1}{6} + \frac{1}{5} + \frac{1}{20})u_1(0_-) = 3 - \frac{12}{20}, \quad 解得 \quad u_1(0_-) = 5.76\mathrm{V}$$

由换路定律得

$$i_L(0_+) = i_L(0_-) = 3\mathrm{A} - i_1(0_-) = 3\mathrm{A} - \frac{u_1(0_-)}{6\Omega} = (3 - 5.76/6)\mathrm{A} = 2.04\mathrm{A}$$

换路后的电路如图(b)所示。列写节点方程得：

$$(\frac{1}{5} + \frac{1}{20})u_1(0_+) = i_L(0_+) - \frac{12}{20}$$

解得　$u_1(0_+) = 5.76\mathrm{V}$，$i(0_+) = \frac{12\mathrm{V} + u_1(0_+)}{20\Omega} = 0.888\mathrm{A}$

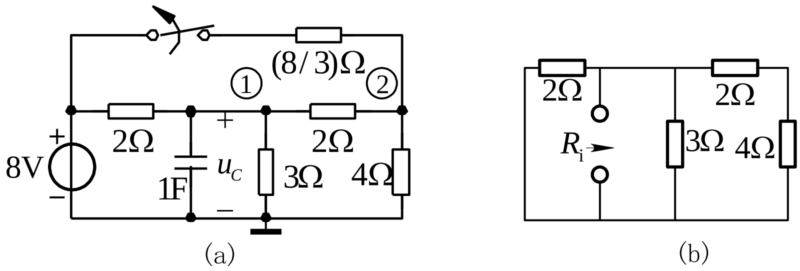
稳态时，电感处于短路，所以　$i(\infty) = \frac{12\mathrm{V}}{20\Omega} = 0.6\mathrm{A}$

等效电阻　$R_{\mathrm{i}} = \frac{5 \times 20}{5 + 20} = 4\Omega$

时间常数　$\tau = L / R_{\mathrm{i}} = 0.5\mathrm{s}$

由三要素公式得：　$i(t) = i(\infty) + [i(0_+) - i(\infty)]\mathrm{e}^{-t/\tau} = (0.6 + 0.288\mathrm{e}^{-2t})$ A

8.10 图(a)所示电路$t<0$时处于稳态，$t=0$时开关断开。求$t>0$时的电压u_C。



图题 8.10

解：当$t<0$时，电容处于开路，列写节点电压方程求原始值

$$\begin{cases}(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{3})u_{n1}(0_-)-\frac{1}{2}u_{n2}(0_-)-\frac{1}{2}\times 8=0\\ -\frac{1}{2}u_{n1}(0_-)+(\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{3}{8})u_{n2}(0_-)-\frac{3}{8}\times 8=0\end{cases}$$

解得$u_{n1}(0_-)=4.8\text{V}$，由换路定律得：$u_C(0_+)=u_C(0_-)=u_{n1}(0_-)=4.8\text{V}$

$t\to\infty$电容又处于开路，再列写节点电压方程如下：

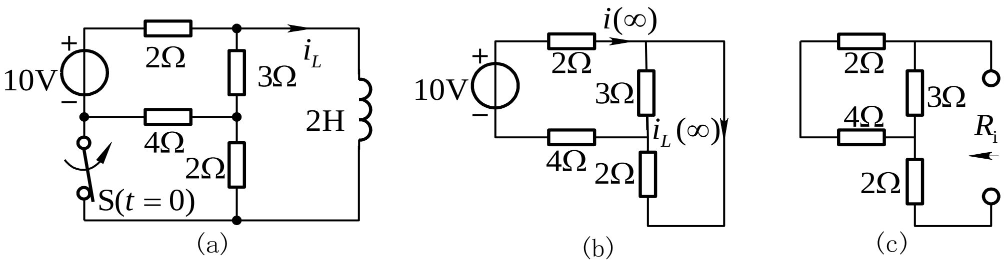
$$\begin{cases}(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{3})u_{n1}(\infty)-\frac{1}{2}\times u_{n2}(\infty)-\frac{1}{2}\times 8=0\\ -\frac{1}{2}\times u_{n1}(\infty)+(\frac{1}{2}+\frac{1}{4})u_{n2}(\infty)=0\end{cases}$$

解得：　$u_C(\infty)=u_{n1}(\infty)=4\text{V}$

求等效电阻的电路如图(b)所示。$R_{\text{i}}=2//[3//(2+4)]=1\Omega$，时间常数$\tau=R_{\text{i}}C=1\text{s}$

由三要素公式得：$u_C(t)=u_C(\infty)+[u_C(0_+)-u_C(\infty)]\text{e}^{-t/\tau}=(4+0.8\text{e}^{-t})$ V

8.11 图(a)所示电路$t<0$时处于稳态，$t=0$时开关断开。求$t>0$时的电感电流i_L。



图题 8.11

解：由换路定律得：$i_L(0_+)=i_L(0_-)=\dfrac{10\text{V}}{2\Omega}=5\text{A}$

求稳态值的电路如图(b)所示。

$$i_L(\infty)=\frac{3}{3+2}\times i(\infty)=\frac{3}{3+2}\times\frac{10\text{V}}{(2+4+3//2)\Omega}=\frac{5}{6}\text{A}$$

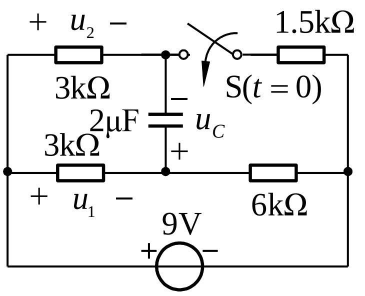
求等效电阻的电路如图(c)所示。

等效电阻　　$R_\text{i}=[2+\dfrac{3(2+4)}{3+2+4}]\Omega=4\Omega$

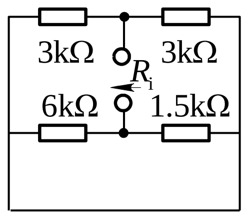
时间常数　　$\tau=L/R_\text{i}=2/4=0.5\text{s}$

由三要素公式得：　$i_L(t)=i_L(\infty)+[i_L(0_+)-i_L(\infty)]\text{e}^{-t/\tau}=\dfrac{5}{6}(1+5\text{e}^{-2t})\text{A}$

8.12 图(a) 所示电路原处于稳态，$t=0$时开关接通。求t为何值时$u_C=0$。



(a)



(b)

图题 8.12

解：当$t<0$时，电容处于开路，由换路定律得：

$$u_C(0_+)=u_C(0_-)=-u_1(0_-)=-\frac{3}{3+6}\times 9\text{V}=-3\text{V}$$

$t\to\infty$ 电容又处于开路，$u_C(\infty)=u_2(\infty)-u_1(\infty)=\dfrac{3}{3+1.5}\times 9\text{V}-\dfrac{3}{3+6}\times 9\text{V}=3\text{V}$

求等效电阻的电路如图(b)所示。

等效电阻　　$R_\text{i}=(\dfrac{6\times 3}{6+3}+\dfrac{3\times 1.5}{3+1.5})\text{k}\Omega=3\text{k}\Omega$

时间常数　　$\tau=3\times 10^3\Omega\times 2\times 10^{-6}\text{F}=6\times 10^{-3}\text{s}$

由三要素公式得$u_C(t)=u_C(\infty)+[u_C(0_+)-u_C(\infty)]\text{e}^{-t/\tau}=(3-6\text{e}^{-\frac{10^3}{6}t})\text{V}$　　　(1)

设$t=t_1$时，$u_C=0$。由式(1)得：$3-6\text{e}^{-\frac{10^3}{6}t_1}=0$，　解得：　$t_1=6\times 10^{-3}\ln 2=4.16\times 10^{-3}\text{s}$

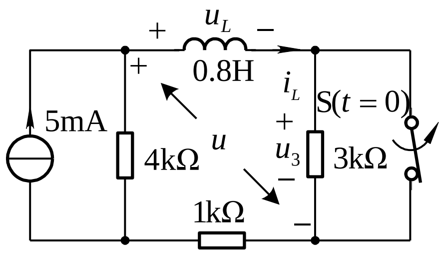
8.13 图示电路原处于稳态，$t=0$时开关断开。求$t>0$时的电压u。

解：初始值 $i_L(0_+)=i_L(0_-)=\dfrac{4}{4+1}\times 5\text{mA}=4\text{mA}$

稳态值 $i_L(\infty)=\dfrac{4}{4+4}\times 5=2.5\text{mA}$

等效电阻 $R_\text{i}=4+1+3=8\text{k}\Omega$

时间常数 $\tau=\dfrac{L}{R_\text{i}}=\dfrac{0.8}{8\times 10^3}=10^{-4}\text{s}$

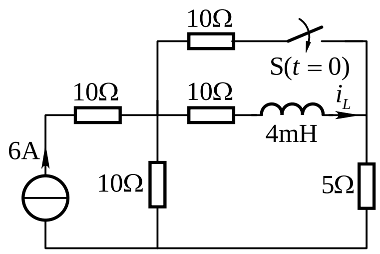


图题 8.13

由三要素公式得：$i_L(t)=[2.5+1.5e^{-10^4t}]\text{mA}\quad(t\geq 0)$

由 KVL 得：$u(t)=u_L+u_3=L\dfrac{\text{d}i_L}{\text{d}t}+3\text{k}\Omega\times i_L(t)=7.5(1-\text{e}^{-10^4t})\text{V}\ (t>0)$

8.14 图示电路原处于稳态，$t=0$ 时开关接通，求 $t\geq 0$ 时的 i_L。



图题 8.14

解：初始值 $i_L(0_+)=i_L(0_-)=\dfrac{10}{10+10+5}\times 6\text{A}=2.4\text{A}$

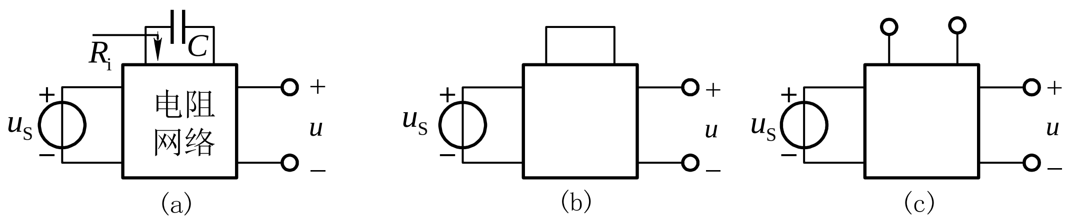
稳态值 $i_L(\infty)=(\dfrac{10}{10+10\|10+5}\times 6)\times\dfrac{10}{10+10}=1.5\text{A}$

等效电阻 $R_\text{i}=10+\dfrac{(10+5)\times 10}{10+5+10}=16\Omega$

时间常数 $\tau=\dfrac{L}{R_\text{i}}=\dfrac{4\times 10^{-3}}{16}=2.5\times 10^{-4}\text{s}$

由三要素公式得：$i_L(t)=[1.5+0.9\text{e}^{-4\times 10^3t}]\text{A}\quad(t\geq 0)$

8.15 图(a)所示电路，u_S 为阶跃电压。已知当 $C=0.01\text{F}$ 时，零状态响应 $u=(10-5\text{e}^{-2t})\varepsilon(t)\text{V}$。现把 C 换成 5H 电感，其它参数不变，再求零状态响应 u。



图题 8.15

解：由题接电容时的零状态响应，可得$t=0_+$和$t\to\infty$时的计算电路，分别如图(b)和(c)所示。由于电感对直流稳态相当于短路，零状态电感在换路瞬间相当于开路，故接电感在$t=0_+$和$t\to\infty$时的计算电路分别与接电容时$t\to\infty$和$t=0_+$时的情况相同。所以接 L 时，初始值$u(0_+)=10\text{V}$，　稳态值$u(\infty)=5\text{V}$。

由接电容时的响应得时间常数，$\tau_C=0.5=R_iC$，所以 $R_i=\dfrac{\tau_C}{C}=50\Omega$

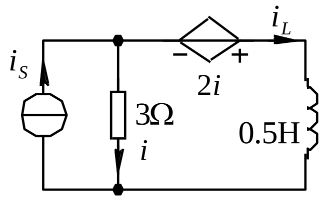
接电感后，R_i不变，故时间常数$\tau_L=\dfrac{L}{R_i}=0.1\text{s}$

将上述初始值、稳态值和时间常数代入三要素公式得

$$u(t)=[5+5\text{e}^{-10t}]\varepsilon(t)\text{V}$$

8.16 图示电路，设$i_L(0_-)=3\text{A},i_S=5\text{e}^{-10t}\text{A}(t\geq 0)$。求$t>0$时 i 的变化规律，指出其中的强制分量与自由分量。

解：由于i_S为指数函数，故须列写关于i的微分方程来计算i的强制分量。



图题 8.15

由换路定律得：$i_L(0_+)=i_L(0_-)=3\text{A}$

$$i(0_+)=i_S(0_+)-i_L(0_+)=5-3=2\text{A} \quad (1)$$

根据 KVL　$L\dfrac{\text{d}i_L}{\text{d}t}-3i-2i=0$

将$i_L=i_S-i$代入上式化简得　$L\dfrac{\text{d}i}{\text{d}t}+5i=L\dfrac{\text{d}i_S}{\text{d}t}=-25\text{e}^{-10t}$

$$\frac{\text{d}i}{\text{d}t}+10i=-50\text{e}^{-10t} \quad (2)$$

由式(1)中得时间常数$\tau=1/10=0.1\text{s}$等于电流源衰减系数的倒数，故设强制分量为

$i_p(t)=A_1t\text{e}^{-10t}$，代入式(2)解得$A_1=-50$。

设齐次分量为$i_h(t)=A_2\text{e}^{-10t}$，则电流$i$的完全解答为：

$$i(t)=i_p(t)+i_h(t)=-50t\text{e}^{-10t}+A_2\text{e}^{-10t} \quad (3)$$

由初始条件确定待求系数A_2。由式(3)及式(1)得$i(0_+)=A_2=2$，即$A_2=2$。

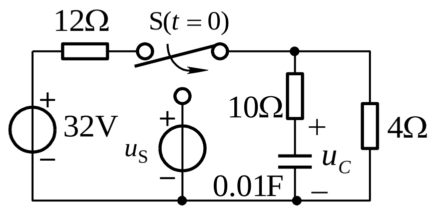
因此，$i(t)=[2\text{e}^{-10t}-50t\text{e}^{-10t}]$ A，强制分量为$-50t\text{e}^{-10t}$，自由分量为2e^{-10t}。

8.17　图示电路，设 $u_S = 10t$　V　$(t \ge 0)$，$t < 0$ 时处于稳态。求 $t > 0$ 时 u_C 的变化规律，指出其中的强制分量与自由分量。

解：由于 u_S 是多项式形式，故须列写关于 u_C 的微分方程来计算 u_C 的强制分量。

换路前，电容处于开路，12Ω 和 4Ω 电阻串联。由换路定律和分压公式得：

$$u_C(0_+) = u_C(0_-) = \frac{4}{12+4} \times 32\text{V} = 8\text{V} \qquad (1)$$



图题 8.17

换路后，根据 KVL 得：$10 \times C\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} + u_C = u_S$

$$\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} + 10u_C = 100t \qquad (2)$$

强制分量与激励源有相同的函数形式，故

设强制分量为：$u_{Cp}(t) = A_1 t + A_2$　代入式(2)得

$$A_1 + 10A_1 t + 10A_2 = 100t$$

比较系数得　$A_1 = 10$，$A_2 = -1$

设齐次方程的解为：$u_{Ch}(t) = A_3 \mathrm{e}^{-10t}$，则电压 u_C 的完全解答为：

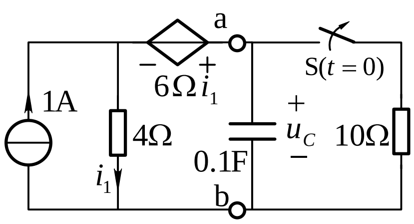
$$u_C(t) = u_{Cp}(t) + u_{Ch}(t) = (10t - 1) + A_3 \mathrm{e}^{-10t} \qquad (3)$$

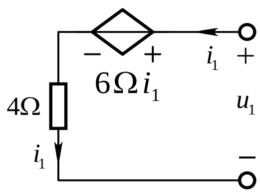
由初始条件确定待求系数 A_3。由式(3)及(1)得

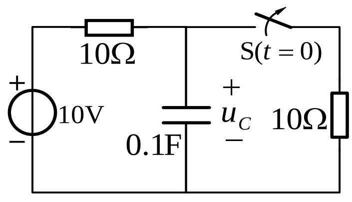
$$u_C(t)|_{t=0_+} = A_3 - 1 = 8\text{V}, \quad 即 \quad A_3 = 9\text{V}$$

所以，$u_C(t) = 10t - 1 + 9\mathrm{e}^{-10t}$　V，强制分量为 $10t - 1$，自由分量为 $9\mathrm{e}^{-10t}$。

8.18　图示电路 $t < 0$ 时处于稳态，$t = 0$ 时开关突然断开。求 $t > 0$ 时的电压 u_C。







图题 8.18　　图(a)　　图(b)

解：首先求 ab 端左侧的戴维南等效电路。当 ab 端开路时：

$$i_1 = 1\text{A}$$

$$\text{ab 端的开路电压} U_{OC} = 6\Omega i_1 + 4\Omega\times i_1 = 10\text{V}$$

求等效电阻的电路如图(a)所示，在图(a)中

$$u_1 = 6\Omega i_1 + 4\Omega\times i_1 = 10\Omega\times i_1$$

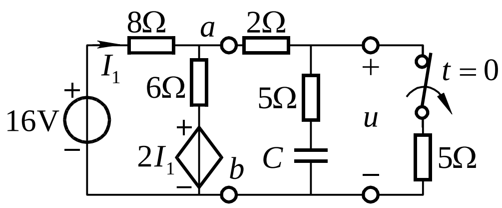
ab 端左侧的等效电阻 $R_i = u_1 / i_1 = 10\Omega$。等效后的电路如图(b)所示。

当 $t<0$ 时，电路处于稳态，电容开路。$u_C(0_+) = u_C(0_-) = \dfrac{10}{10+10}\times 10 = 5\text{V}$

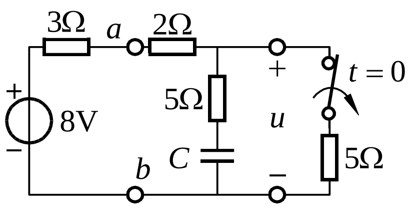
$u_C(\infty) = 10\text{V}$，时间常数 $\tau = R_iC = 10\times 0.1 = 1\text{s}$

由三要素公式得：$u_C(t) = [10 - 5\text{e}^{-t}]\text{V}\ (t>0)$

8.19 图示电路 $t<0$ 时处于稳态，$C = 0.01\text{F}$，$t=0$ 时开关断开，求 $t>0$ 时的电压 u。



图题 8.19



图(a)

解：首先求 ab 端左侧的戴维南等效电路。当 ab 端开路时：

$$8I_1 + 6I_1 + 2I_1 = 16\text{，解得 } I_1 = 1\text{A}$$

$$ab\text{ 端的开路电压 } U_{OC} = 6I_1 + 2I_1 = 8\text{V}$$

$$\text{当 } ab \text{ 端短路时，} I_1 = \frac{16}{8} = 2\text{A}$$

$$ab\text{ 端短路电流 } I_{SC} = I_1 + \frac{2I_1}{6} = 2 + \frac{2\times 2}{6} = \frac{8}{3}\text{A}$$

ab 端左侧的等效电阻 $R_i = \dfrac{U_{OC}}{I_{SC}} = \dfrac{8}{8/3} = 3\Omega$。等效后的电路如图(a)所示。在图(a)中

当 $t<0$ 时，电路处于稳态，电容开路。$u_C(0_-) = \dfrac{5}{2+3+5}\times 8 = 4\text{V}$

$u_C(0_+) = u_C(0_-) = 4\text{V}$，$u(0_+) = u_C(0_+) + \dfrac{8 - u_C(0_+)}{3+2+5}\times 5 = 6\text{V}$

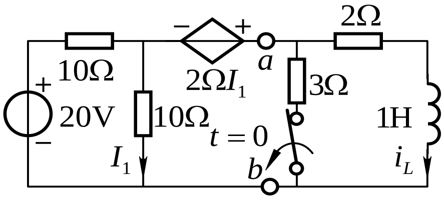
$u(\infty) = U_{OC} = 8\text{V}$，时间常数 $\tau = RC = 10\times 0.01 = 0.1\text{s}$

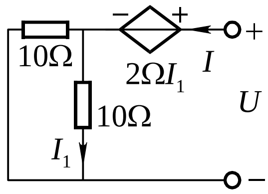
由三要素公式得：$u(t) = [8 - 2\text{e}^{-10t}]\text{V}\ (t>0)$

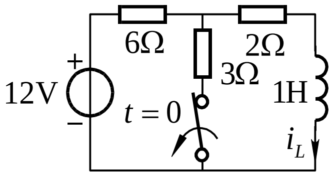
另外，也可以先求 $u_C(t)$：$u_C(\infty) = U_{OC} = 8\text{V}$，$u_C(t) = [8 - 4\text{e}^{-10t}]\text{V}$，

$$u(t)=5\times C\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}+u_C(t)=[8-2\mathrm{e}^{-10t}]\mathrm{V}\ (t>0)$$

8.20 图示电路$t<0$时处于稳态，$t=0$时开关断开，求$t>0$时的电流i_L。







图题 8.20　　　　图(a)　　　　图(b)

解：先求 ab 端左侧的戴维南等效电路。当 ab 端开路时

$$I_1=\frac{20}{10+10}=1\mathrm{A},\quad U_{\mathrm{oc}}=2I_1+10I_1=12\mathrm{V}$$

求等效电阻的电路如图图(a)所示

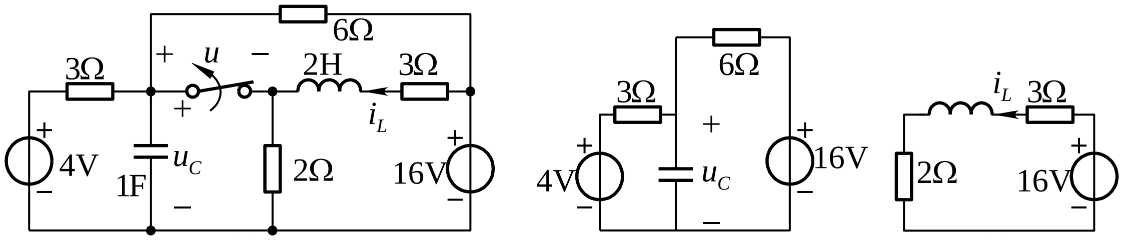
$U=2I_1+10I_1=12I_1=12\times0.5I=6I$，$R_i=U/I=6\Omega$ 等效电路如图(b)所示。图(b)中

$$i_L(0_+)=i_L(0_-)=\frac{12}{6+\dfrac{2\times3}{2+3}}\times\frac{3}{2+3}=1\mathrm{A},\quad i_L(\infty)=\frac{12}{6+2}=1.5\mathrm{A}$$

$$R=2+6=8\Omega,\quad \tau=L/R=1/8\mathrm{s}$$

由三要素法得：$i_L(t)=[1.5-0.5\mathrm{e}^{-8t}]\mathrm{A}\quad t\ge0$

8.21 图(a)所示电路，$t<0$时处于稳态，$t=0$时开关断开。求$t>0$时的电压u。



(a)　　　　(b)　　　　(c)

图题 8.21

解：当$t<0$时，电容开路，电感短路，列写节点电压方程如下

$$(\frac{1}{3}+\frac{1}{2}+\frac{1}{6}+\frac{1}{3})u_C(0_-)-\frac{4}{3}-(\frac{1}{3}+\frac{1}{6})\times 16=0$$

解得　$u_C(0_-)=7\text{V}$

由换路定律得：　$u_C(0_+)=u_C(0_-)=7\text{V}$，$i_L(0_+)=i_L(0_-)=3\text{A}$

换路后构成两个一阶电路，如图 (b) 和(c)所示。

在图(b) 电路中，稳态时电容开路，所以 $u_C(\infty)=\dfrac{16-4}{3+6}\times 3+4=8\text{V}$

等效电阻　$R_\text{i}=\dfrac{3\times 6}{3+6}=2\Omega$

时间常数　$\tau_C=2\times 1=2\text{s}$

由三要素公式得　$u_C(t)=(8-\text{e}^{-0.5t})\text{V}$

在图(c)电路中，稳态时电感短路，所以

$$i_L(\infty)=\frac{16}{2+3}=3.2\text{A}$$

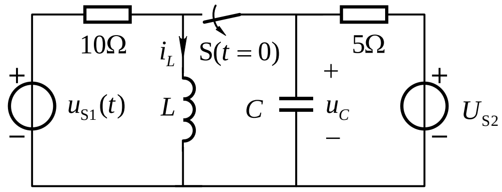
时间常数　$\tau_L=\dfrac{2}{2+3}=0.4\text{s}$，

由三要素公式得：　$i_L(t)=(3.2-0.2\text{e}^{-2.5t})\text{A}$

开关电压　$u(t)=u_C-2\Omega\times i_L=(1.6-\text{e}^{-0.5t}+0.4\text{e}^{-2.5t})\text{V}\ (t>0)$

8.22 图所示电路原处于稳态，$u_{\text{S1}}=30\sqrt{2}\cos(100t+45°)\text{V}$，$U_{\text{S2}}=20\text{V}$，$C=10^{-3}\text{F}$，

$L=0.1\text{H}$。$t=0$时开关由闭合突然断开，用三要素法求$t>0$时的电压$u_C(t)$和电流$i_L(t)$。



图题 8.22

解：　$t<0$时，当直流U_{S2}单独作用时，电感相当于短路，电容相当于开路。

$$I_{L(0)}=\frac{U_{\text{S2}}}{R_2}=\frac{20}{5}=4\text{A},\ U_{C(0)}=0$$

当交流u_{S1}单独作用时，$\omega L=1/\omega C=10\Omega$，$L$和$C$发生并联谐振，相当于开路

$$\dot{U}_{C(1)}=\frac{R_2}{R_1+R_2}\dot{U}_{\mathrm{S1}}=\frac{5}{10+5}\times 30\angle 45°=10\angle 45°\mathrm{V}$$

$$\dot{I}_{L(1)}=\frac{\dot{U}_{C(1)}}{\mathrm{j}\omega L}=\frac{10\angle 45°}{\mathrm{j}10}=1\angle -45°\mathrm{A}$$

所以$t<0$时， $u_C(t)=10\sqrt{2}\cos(100t+45°)\mathrm{V}$，$i_L(t)=4+\sqrt{2}\cos(100t-45°)\mathrm{A}$

换路后，变为两个一阶电路，电感电流和电容电压不能跃变，即

$u_C(0_+)=u_C(0_-)=10\sqrt{2}\cos 45°=10\mathrm{V}$，$i_L(0_+)=i_L(0_-)=4+\sqrt{2}\cos(-45°)=5\mathrm{A}$

当换路后电路达到稳态时

$$u_C(\infty)=U_{\mathrm{S2}}=20\mathrm{V}$$

$$\dot{I}_L=\frac{\dot{U}_{\mathrm{S1}}}{R_1+\mathrm{j}\omega L}=\frac{30\angle 45°}{10+\mathrm{j}10}=1.5\sqrt{2}\angle 0°\mathrm{A}$$

特解$i_{LP}(t)=3\cos 100t\mathrm{A}$，特解初值$i_{LP}(0_+)=3\mathrm{A}$

时间常数 $\tau_L=L/R_1=0.01\mathrm{s}$，$\tau_C=R_2C=0.005\mathrm{s}$

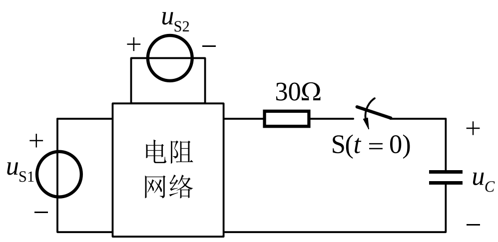
由三要素公式可得

$$u_C(t)=20-10\mathrm{e}^{-200t}\ \mathrm{V},\quad t\ge 0,\quad i_L(t)=3\cos 100t+2\mathrm{e}^{-100t}\ \mathrm{A},\quad t\ge 0$$

8.23 图示电路，在$t<0$时处于稳态。当$u_{\mathrm{S1}}=U_{\mathrm{S1}}$， $u_{\mathrm{S2}}=U_{\mathrm{S2}}\mathrm{e}^{-2t}\ (t>0)$时$u_C$的全响应为$u_C(t)=(2+3\mathrm{e}^{-2t}+5\mathrm{e}^{-t})\mathrm{V}\ (t>0)$， 试求$t>0$时

(1) u_C的零输入响应分量u'_C；

(2) 两独立源分别单独作用时的零状态响应u''_C和u'''_C。



图题 8.23

解： （1）由题给u_C的表达式可得

$$u_C(0_+)=2+3+5=10\mathrm{V}$$

将u_C写成$u_C=u_{cp1}+u_{cp2}+u_{ch}=2+3\mathrm{e}^{-2t}+5\mathrm{e}^{-t}$， 其中

$u_{cp1}=2$是$u_{\mathrm{S1}}=U_{\mathrm{S1}}$产生的强制分量， $u_{cp2}=3\mathrm{e}^{-2t}$是$u_{\mathrm{S2}}=U_{\mathrm{S2}}\mathrm{e}^{-2t}$产生的强制分

量，

$u_{ch}=5\mathrm{e}^{-t}$ 为自由分量，所以时间常数为 $\tau=1\mathrm{s}$

u_C 的零输入响应分量为

$$u_C'=u_C(0_+)\mathrm{e}^{-t/\tau}=10\mathrm{e}^{-t}\mathrm{V}\qquad t>0$$

（2）根据以上求得的 $u_{cp1}=2$ 和 $u_{cp2}=3\mathrm{e}^{-2t}$，便可以求出两独立源分别单独作用时的零状态响应

$$u_C''=u_{cp1}+[0-u_{cp1}(0_+)]\mathrm{e}^{-t/\tau}=2(1-\mathrm{e}^{-t})\mathrm{V}\qquad t>0$$

$$u_C'''=u_{cp2}+[0-u_{cp2}(0_+)]\mathrm{e}^{-t/\tau}=(3\mathrm{e}^{-2t}-3\mathrm{e}^{-t})\mathrm{V}\qquad t>0$$

8.24 图示电路，$t<0$ 时处于稳态，$t=0$ 时开关断开。求 $t>0$ 时的电压 u。

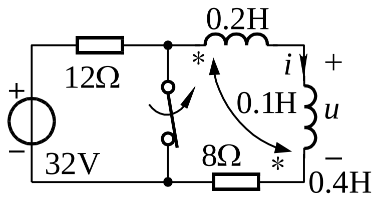
解：初始值：$i(0_+)=i(0_-)=0$，稳态值 $i(\infty)=\dfrac{32}{12+8}=1.6\,\mathrm{A}$

串联等效电感 $L=L_1+L_2-2M=0.2+0.4-2\times0.1=0.4\mathrm{H}$

等效电阻 $R=12+8=20\,\Omega$，时间常数 $\tau=\dfrac{L}{R}=\dfrac{0.4}{20}=\dfrac{1}{50}\mathrm{s}$

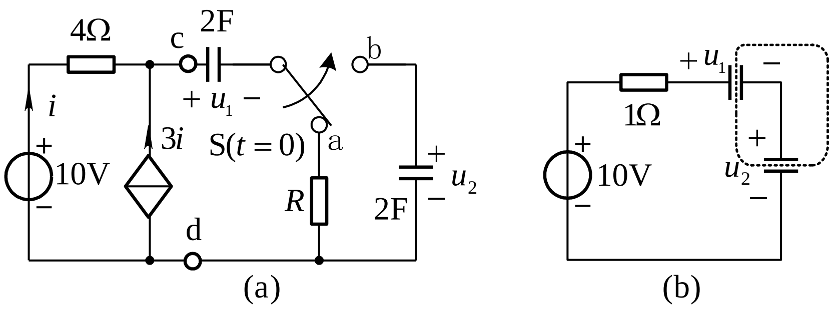
由三要素公式得：$i(t)=1.6(1-\mathrm{e}^{-50t})\,\mathrm{A}\qquad t\ge0$

$$u(t)=(L_2-M)\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}=0.3\times1.6\times50\mathrm{e}^{-50t}=24\mathrm{e}^{-50t}\ \mathrm{V}\quad(t>0)$$



图题 8.24

8.25 图(a)所示电路原处于稳态，已知 $u_2(0_-)=2\mathrm{V}, t=0$ 时开关由 a 倒向 b。求 $t>0$ 时的电压 u_2。



图题 8.25

解：先求 cd 端左侧的戴维南等效电路。当 cd 端开路时，

$$i+3i=0,\Rightarrow\ i=0\qquad U_{\mathrm{OC}}=10\,\mathrm{V}$$

当 cd 端短路时，$I_{\mathrm{SC}}=i+3i=4\times\dfrac{10}{4}=10\,\mathrm{A}$，等效电阻 $R_{\mathrm{i}}=\dfrac{U_{\mathrm{OC}}}{I_{\mathrm{SC}}}=1\Omega$

换路后的等效电路如图(b)所示。

两电容串联，等效电容$C=\dfrac{C_1\times C_2}{C_1+C_2}=1\text{F}$，时间常数$\tau=R_1C=1\text{s}$

由换路定律得：$u_1(0_+)=u_1(0_-)=U_{\text{OC}}=10\,\text{V}$ ， $u_2(0_+)=u_2(0_-)=2\,\text{V}$

由于两电容均有初值，稳态时，电容电压不是按与电容成反比分配电压，需按基尔霍夫电压定律及闭合面内电荷守恒求电容电压。由图(b)得：

$$\begin{cases}u_1(\infty)=u_2(\infty)=10\,\text{V}\\-2u_1(\infty)+2u_2(\infty)=-2u_1(0_+)+2u_2(0_-)=-16\text{V}\end{cases}$$

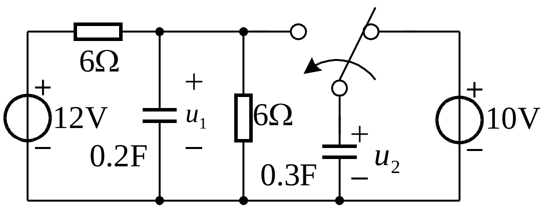
解得：　　$u_1(\infty)=9\text{V}$，$u_2(\infty)=1\text{V}$

由三要素公式得　　$u_2(t)=(1+\text{e}^{-t})\,\text{V}\ \ (t\ge 0)$

8.26 图示电路原处于稳态，$t=0$时换路，求$t>0$时的电压u_2。

解：　$u_1(0_-)=6\text{V}$，$u_2(0_-)=10\text{V}$

t=0 时开关接通，两电压原始值不等的电容相并联，电容电压将发生跃变。利用两正极板电荷之和在开关动作前后瞬间相等来计算$u_2(0_+)$：



图题 8.26

$$\begin{cases}0.2u_1(0_+)+0.3u_2(0_+)=0.2u_1(0_-)+0.3u_2(0_-)\\u_1(0_+)=u_2(0_+)\end{cases}$$

解得　　$u_1(0_+)=u_2(0_+)=8.4\text{V}$

稳态值　　$u_2(\infty)=\dfrac{6}{6+6}\times 12\text{V}=6\text{V}$

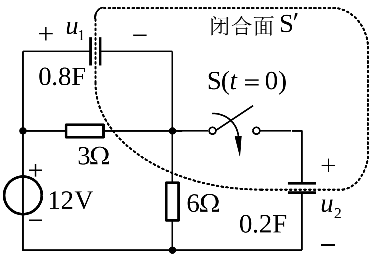
时间常数　$\tau=RC=(6/2)\times(0.2+0.3)=1.5\text{s}$

由三要素公式得：$u_2(t)=u_2(\infty)+[u_2(0_+)-u_2(\infty)]\text{e}^{-t/\tau}=(6+2.4\text{e}^{-t/1.5})\,\text{V}\quad(t>0)$

8.27 图示电路$t<0$时处于稳态，并且$u_2(0_-)=0$。$t=0$时开关接通。求$t>0$时的电压u_1和u_2。

解：$u_1(0_-)=\dfrac{3}{3+6}\times 12=4\text{V}$　开关接通后，根据基尔霍夫电压定律，两电容电压相加等于电源电压 12V，电容电压发生跃变。根据闭合面 S′ 内电荷在开关动作前后瞬间相等来求初始值：

$$\begin{cases}-0.8u_1(0_+)+0.2u_2(0_+)=-0.8u_1(0_-)\\u_1(0_+)+u_2(0_+)=12\text{V}\end{cases}$$



图题8.27

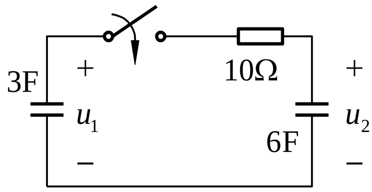
解得：$u_1(0_+)=5.6\text{V}$，$u_2(0_+)=6.4\text{V}$

稳态时　$u_1(0_-)=\dfrac{3}{3+6}\times 12\text{V}=4\text{V}$，$u_2(\infty)=12-4=8\text{V}$

时间常数　$\tau=RC=\dfrac{3\times 6}{3+6}\times(0.8+0.2)=2\text{s}$

由三要素公式得　$u_1(t)=4+1.6\text{e}^{-0.5t}$ V，　$u_2(t)=8-1.6\text{e}^{-0.5t}$ V

8.28 图示电路 $t=0$ 时开关接通，设 $u_1(0_-)=20\text{V}$，$u_2(0_-)=0$。求 $t>0$ 时电压 u_1 和 u_2 的变化规律。



图题 8.28

解：$t>0$ 时，电容 C_1 通过电阻给电容 C_2 充电，$t\to\infty$ 时充电结束，$u_1=u_2$。

由换路定律得：$u_1(0_+)=u_1(0_-)=20\text{V}$，$u_2(0_+)=u_2(0_-)=0$

由电荷守恒及基尔霍夫电压定律得：

$$\begin{cases}C_1u_1(\infty)+C_2u_2(\infty)=C_1u_1(0_-)+C_2u_2(0_-)=3\times 20\\u_1(\infty)=u_2(\infty)\end{cases}$$

解得：　$u_1(\infty)=u_2(\infty)=\dfrac{20}{3}\text{V}$

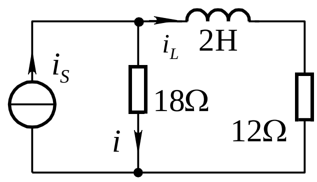
等效电容　$C=\dfrac{C_1C_2}{C_1+C_2}=2\text{F}$

时间常数　$\tau=RC=20\text{s}$

由三要素公式得

$$u_1(t)=\frac{20}{3}+\frac{40}{3}\text{e}^{-t/20}\text{V},\qquad u_2(t)=\frac{20}{3}(1-\text{e}^{-t/20})\text{V}$$

8.29 图示电路，已知$i_S=30\varepsilon(t)\mathrm{mA}$，求电流$i$。



图题 8.29

解：由换路定律得：　$i_L(0_+)=i_L(0_-)=0$

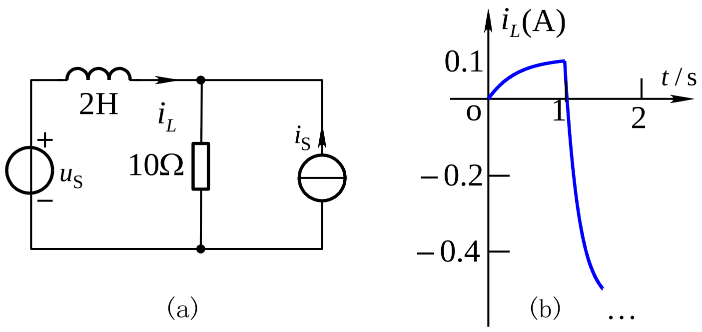
初始值：　$i(0_+)=i_S(0_+)-i_L(0_+)=30\mathrm{mA}$

稳态值：　$i(\infty)=\dfrac{12}{12+18}\times 30=12\mathrm{mA}$

时间常数：$\tau=\dfrac{2}{18+12}=\dfrac{1}{15}\mathrm{s}$

由三要素公式得　$i(t)=i(\infty)+[i(0_+)-i(\infty)]\mathrm{e}^{-t/\tau}=[12+18\mathrm{e}^{-15t}]\mathrm{mA}$

8.30 图(a)所示电路，设$u_S=\varepsilon(t)\mathrm{V}$　$i_S=\varepsilon(t-1)\mathrm{A}$。求电流$i_L$，并画出波形图。



图题 8.30

解：时间常数　$\tau=\dfrac{L}{R}=\dfrac{2}{10}=0.2\mathrm{s}$

当u_S单独作用时，稳态值$i_L'(\infty)=\dfrac{1\mathrm{V}}{10\Omega}=0.1\mathrm{A}$，电路为零状态响应，故

$$i_L'(t)=0.1(1-\mathrm{e}^{-5t})\varepsilon(t)\mathrm{A}$$

当i_S单独作用时，稳态值$i_L''(\infty)=-i_S=-1\mathrm{A}$，故

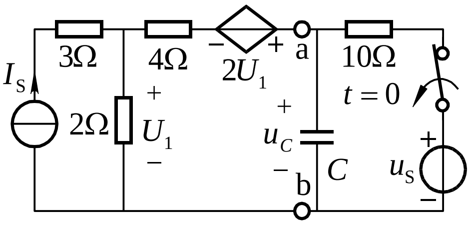
$$i_L''(t)=-(1-\mathrm{e}^{-5(t-1)})\varepsilon(t-1)\mathrm{A}$$

由叠加定理得：

$$i_L(t)=i_L'(t)+i_L''(t)=[0.1(1-\mathrm{e}^{-5t})\varepsilon(t)-(1-\mathrm{e}^{-5(t-1)})\varepsilon(t-1)]\mathrm{A}$$

波形图如图(b)所示。

8.31 图示电路原处于稳态，$I_S=1\mathrm{A}$，$u_S=20\cos(10t)\mathrm{V}$，$C=0.02\mathrm{F}$。$t=0$时开由闭合突然断开，用三要素法求$t>0$时的电压$u_C(t)$。



图题 8.31

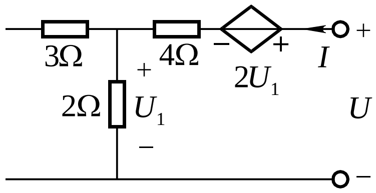
解：先求 ab 端左侧的戴维南等效电路。当 ab 端开路时，

$U_1 = 2\Omega \times I_S = 2\text{V}$，开路电压 $U_{OC} = 2U_1 + U_1 = 6\text{V}$

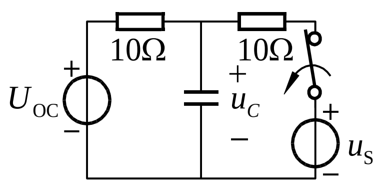
求等效电阻的电路如图（a）所示。

$$U_1 = 2\Omega \times I\text{，}U = 2U_1 + 4\Omega I + U_1 = 10\Omega I$$

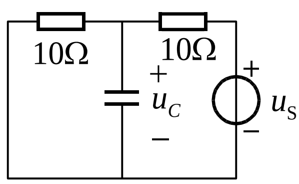
所以，等效电阻 $R_i = \dfrac{U}{I} = 10\Omega$。所示电路的等效电路如图(b)所示。



图(a)



图(b)



图(c)

当 $t<0$，直流单独作用时，$U_{C(0)} = \dfrac{10}{10+10} \times U_{OC} = 3\text{V}$

当 $t<0$，交流 $u_S = 20\cos(10t)\text{V}$ 单独作用时，等效电路如图（c）所示。列写节点方程

$$(\frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \text{j}0.2)\dot{U}_{C(1)} = \frac{\dot{U}_S}{10} = \frac{10\sqrt{2}\angle 0^\circ}{10}$$

解得 $\dot{U}_{C(1)} = 5\angle -45^\circ\text{V}$

所以在 $t<0$ 电容电压的瞬时值表达式为 $u_C = [3 + 5\sqrt{2}\cos(10t - 45^\circ)]\text{V}$

$$u_C(0_-) = 3 + 5\sqrt{2}\cos(-45^\circ) = 8\text{V}$$

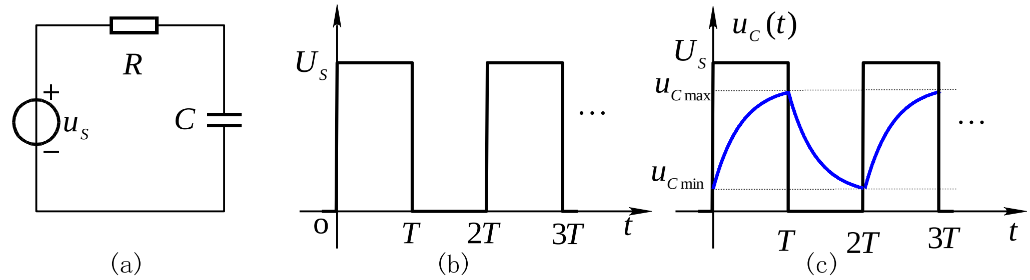
当 $t \to \infty$ 时，稳态值 $u_C(\infty) = U_{OC} = 6\text{V}$

时间常数 $\tau = R_i C = 10 \times 0.02 = 0.2\text{s}$

由三要素公式得：$u_C(t) = [6 + 2e^{-5t}]\text{V} \quad t \geq 0$

8.32 电路及输入电压波形如图(a)和(b)所示。求证在稳态时电容电压的最大和最小值分别为

$$u_{C\max}=\frac{U_S}{1+\mathrm{e}^{-T/\tau}}，\quad u_{C\min}=\frac{U_S\mathrm{e}^{-T/\tau}}{1+\mathrm{e}^{-T/\tau}}\qquad 其中\ \tau=RC\ 。$$



图题 8.32

解: 达到稳定后开始计时，在 $0\le t\le T$ 内，电容从最小值 $u_{C\min}$ 开始充电，在 $t=T$ 时刻达到最大值。初始值 $u_C(0_+)=u_{C\min}$，特解 $u_{Cp}(t)=U_S$，$u_{Cp}(0_+)=U_S$，时间常数 $\tau=RC$ 。

由三要素公式得:

$$u_C(t)=U_S+(u_{C\min}-U_S)\mathrm{e}^{-t/\tau}\qquad 0\le t\le T \qquad (1)$$

在 $T\le t\le 2T$ 内，电容由最大值 $u_{C\max}$ 开始放电，在 $t=2T$ 时达到最小值。波形如图(c)所示。此时间电路为零输入响应，电容电压为:

$$u_C(t)=u_{C\max}\mathrm{e}^{-(t-T)/\tau}\qquad T\le t\le 2T \qquad (2)$$

由式(1)得:

$$u_C(T)=U_S+(u_{C\min}-U_S)\mathrm{e}^{-T/\tau}=u_{C\max} \qquad (3)$$

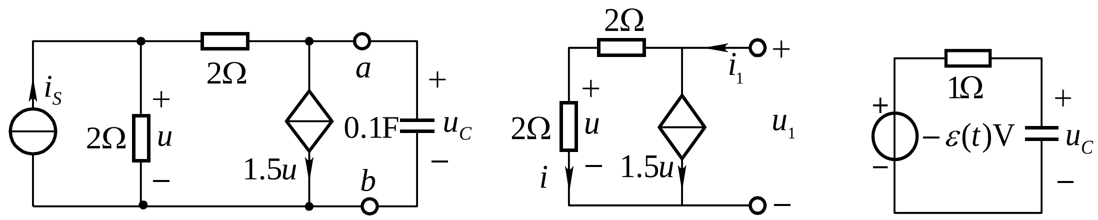
由式(2)得:

$$u_C(2T)=u_{C\max}\mathrm{e}^{-T/\tau}=u_{C\min} \qquad (4)$$

通过联立求解式(3)和(4)便可证得

$$u_{C\max}=\frac{U_S}{1+\mathrm{e}^{-T/\tau}}，\quad u_{C\min}=\frac{U_S\mathrm{e}^{-T/\tau}}{1+\mathrm{e}^{-T/\tau}}$$

8.33 电路如图(a)所示。(1)求 u_C 的单位阶跃特性。(2)求 u_C 的单位冲激特性。



(a)　(b)　(c)

图题 8.33

解：(1)当 $i_S=\varepsilon(t)\mathrm{A}$ 时，先求 ab 两端的戴维南等效电路。ab 端开路时，根据图(a)电路，由 KCL 得：

$$\frac{u}{2}+1.5u=i_S=\varepsilon(t)\quad\Rightarrow\quad u=0.5\varepsilon(t)\mathrm{V}$$

开路电压

$$u_{OC}=u-2\times1.5u=-2\times u=-1\varepsilon(t)\mathrm{V}$$

求等效电阻的电路如图 10.29(b)所示。

$$u_1=(2+2)i=(2+2)\times\frac{u}{2}=2u$$

$$i_1=i+1.5u=\frac{1}{2}u+1.5u=2u$$

等效电阻

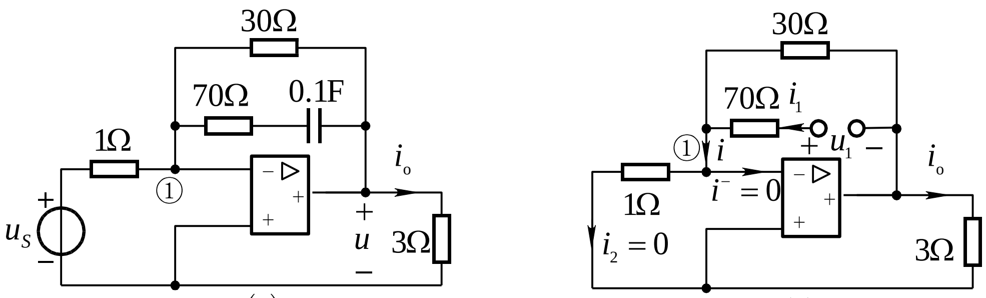
$$R_\mathrm{i}=\frac{u_1}{i_1}=1\Omega$$

戴维南等效电路如图 (c)所示。时间常数 $\tau=R_iC=0.1\mathrm{s}$ 。

根据三要素公式得 u_C 的单位阶跃特性为： $s(t)=-1(1-\mathrm{e}^{-10t})\varepsilon(t)\ \Omega$

(2)单位冲激特性为： $h(t)=\dfrac{\mathrm{d}s(t)}{\mathrm{d}t}=-10\mathrm{e}^{-10t}\varepsilon(t)\ \Omega/\mathrm{s}$

8.34 图(a)所示含运算放大器电路， $u_S=\varepsilon(t)$ V，求阶跃响应 i_o 。



(a)　(b)

图题 8.34

解：当$t=0_+$时，电容电压为零，相当于短路。对节点①列写 KCL 方程得：

$$\frac{u(0_+)}{30}+\frac{u(0_+)}{70}+\frac{1}{1}=0\text{，解得：}u(0_+)=-21\text{V}$$

因此
$$i_o(0_+)=\frac{u(0_+)}{3}=-7\text{A}$$

当$t\to\infty$时，电容开路。再对节点①列写 KCL 方程得：

$$\frac{u(\infty)}{30}+\frac{1}{1}=0\text{，}\qquad\text{解得}\quad u(\infty)=-30\text{V}$$

稳态值
$$i_o(\infty)=\frac{u(\infty)}{3}=-10\text{A}$$

求等效电阻的电路如图 (b)所示。去掉独立源后，由理想运放的特性得：

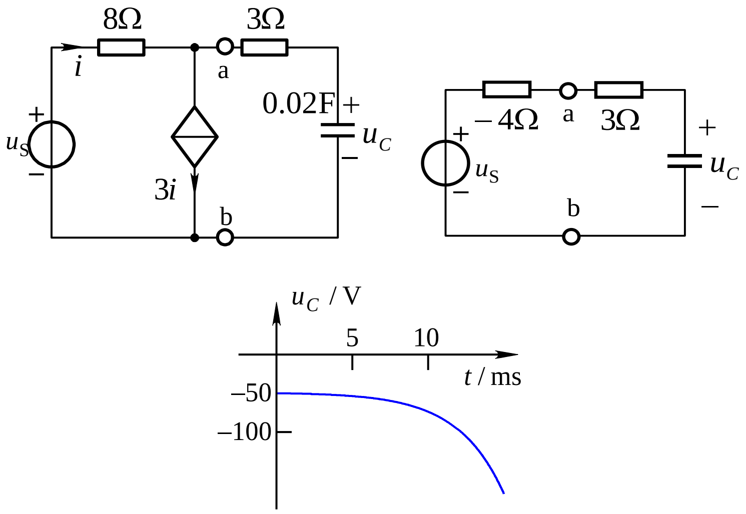
$$u_{n1}=0\text{，}\ i_2=u_{n1}/1\Omega=0\text{，}\ i=i_2+i^-=0$$

等效电阻
$$R=(30+70)\Omega=100\,\Omega$$

时间常数
$$\tau=RC=10\,\text{s}$$

由三要素公式得：
$$i_o(t)=i_o(\infty)+[i_o(0_+)-i_o(\infty)]\text{e}^{-t/t}=(-10+3\text{e}^{-0.1t})\varepsilon(t)\,\text{A}$$

8.35 图示电路，已知$u_S=1\text{Wb}\times\delta(t)$，求冲激响应$u_C$，并画出其波形。



(a)　(b)　(c)

图题 8.35

解：电压源为单位冲激函数，不能直接求其响应，而应先求单位阶跃响应，再对其求导得到单位冲激响应。为此先求 ab 端左侧的戴维南等效电路。当 ab 端开路时，

$$i = 3i \quad \Rightarrow \quad i = 0 \quad，开路电压 \quad u_{\mathrm{OC}} = u_{\mathrm{S}}$$

当 ab 端短路时，短路电流 $i_{\mathrm{SC}} = i - 3i = -2i = -2\times\dfrac{u_{\mathrm{S}}}{8\Omega}$

等效电阻　　$R_{\mathrm{i}} = \dfrac{u_{\mathrm{OC}}}{i_{\mathrm{SC}}} = -4\,\Omega$

图(a)的等效电路如图(b)所示。时间常数

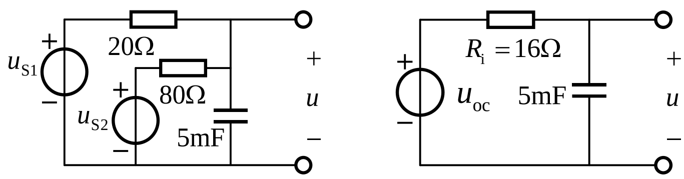
$$\tau = (3-4)\times 0.02 = -0.02\,\mathrm{s}$$

由三要素公式得 u_C 的单位阶跃特性为：　$s(t) = (1-\mathrm{e}^{50t})\varepsilon(t)$

u_C 的单位冲激响应为：$u_C(t) = 1\mathrm{Wb}\times h(t) = \dfrac{\mathrm{d}s(t)}{\mathrm{d}t} = -50\mathrm{e}^{50t}\varepsilon(t)\,\mathrm{V}$

其波形如图 (c) 所示。

8.36 图示电路，已知 $u_{\mathrm{S1}} = 10\mathrm{e}^{-5t}\,\varepsilon(t)\mathrm{V}$， $u_{\mathrm{S2}} = 5(1-\mathrm{e}^{-5t})\,\varepsilon(t)\mathrm{V}$ 。试用卷积积分计算 $t>0$ 时输出电压 u 的变化规律。



图题 8.36　　　　　　　　　(a)

解：先求端口的戴维宁等效电路，如图(a)所示。其中

$$R_{\mathrm{i}} = \frac{20\times 80}{20+80} = 16\Omega$$

$$u_{\mathrm{oc}} = \frac{80}{20+80}\times u_{\mathrm{S1}} + \frac{20}{20+80}\times u_{\mathrm{S2}} = (1+7\mathrm{e}^{-5t})\mathrm{V} \qquad (1)$$

设图(a)中 u_{oc} 为单位冲激函数，求得单位冲激特性为：

$$h(t) = \frac{1}{R_{\mathrm{i}}C}\mathrm{e}^{-t/R_{\mathrm{i}}C} = 12.5\mathrm{e}^{-12.5t}$$

当激励为表达式（1）时，由卷积积分公式得所求电压为

$$u(t) = \int_0^t u_{\mathrm{oc}}(\tau)h(t-\tau)\mathrm{d}\tau = \int_0^t (1+7\mathrm{e}^{-5\tau})\times 12.5\mathrm{e}^{-12.5(t-\tau)}\mathrm{d}\tau = (1+11.667\mathrm{e}^{-5t} - 12.667\mathrm{e}^{-12.5t})\mathrm{V}$$

8.37 图示电路，$t=0$ 时开关突然接通。

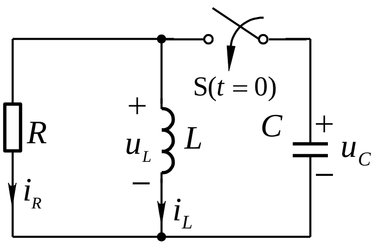
(1)求电路为振荡、非振荡暂态过程时电阻 R 应满足的条件。

(2)设 $R = 5\Omega, L = 0.1\mathrm{H}, C = 0.001\mathrm{F}, i_L(0_-) = 0, u_C(0_-) = 20\mathrm{V}$ 。求零输入响应 i_L 。

解：(1) $t>0$ 时，由 KCL 得 $i_R + i_L + i_C = 0$ 　　(1)

将 $i_R=\dfrac{u_C}{R}$，$i_C=C\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}$，$u_C=u_L=L\dfrac{\mathrm{d}i_L}{\mathrm{d}t}$ 代入式(1)并整理成关于 i_L 的二阶微分方程：

$$\frac{\mathrm{d}^2 i_L}{\mathrm{d}t^2}+\frac{1}{RC}\frac{\mathrm{d}i_L}{\mathrm{d}t}+\frac{1}{LC}i_L=0 \qquad (2)$$



图题8.37

该文分方程的特征方程为：$p^2+\dfrac{1}{RC}p+\dfrac{1}{LC}=0$

判别式 $\Delta=(\dfrac{1}{RC})^2-\dfrac{4}{LC}$

当 $\Delta>0$ 即 $R<\dfrac{1}{2}\sqrt{\dfrac{L}{C}}$ 时为非振荡，　当 $\Delta<0$ 即 $R>\dfrac{1}{2}\sqrt{\dfrac{L}{C}}$ 时振荡。

(2)将给定 R、L、C 数值代入微分方程(2)得

$$\frac{\mathrm{d}^2 i_L}{\mathrm{d}t^2}+200\frac{\mathrm{d}i_L}{\mathrm{d}t}+10^4\times i_L=0$$

由换路定律得 $i_L(0_+)=i_L(0_-)=0$，$L\dfrac{\mathrm{d}i_L}{\mathrm{d}t}|_{t=0_+}=u_L(0_+)=u_C(0_+)=u_C(0_-)=20\mathrm{V}$，即

$$\frac{di_L}{dt}|_{t=0_+}=200$$

特征方程的判别式　$\Delta=200^2-4\times10000=0$

特征根 $p_{1,2}=\dfrac{-200}{2}=-100$，　存在二重根，

令齐次方程通解为 $i_L(t)=(A_1+A_2t)\mathrm{e}^{-100t}$　(3)

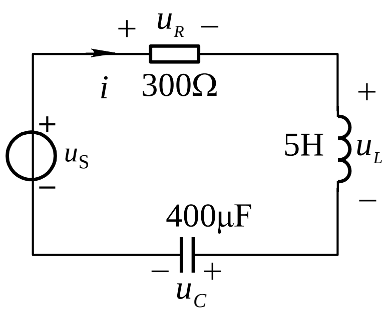
根据初始条件，在式(3)中令 $t=0_+$ 得：$i(0_+)=A_1=0$

$$\left.\frac{\mathrm{d}i_L(t)}{\mathrm{d}t}\right|_{t=0_+}=\mathrm{e}^{-100t}[A_2-100A_1-100A_2t]_{t=0_+}=200\,,\qquad 解得\ A_2=200\ 。$$

所以　$i_L(t)=200t\mathrm{e}^{-100t}\mathrm{A}$ 。

8.38 求图示电路 u_C 的单位阶跃特性 $s(t)$ 及单位冲激特性 $h(t)$ 。

解：根据 KVL 有　$u_R + u_L + u_C = u_S$　　(1)



图题8.38

将 $u_R = Ri$，$u_L = L\dfrac{di}{dt}$，$i = C\dfrac{du_C}{dt}$ 代入式(1)并整理成关于 u_C 的二阶微分方程：

$$LC\frac{d^2u_C}{dt^2} + RC\frac{du_C}{dt} + u_C = u_S \qquad (2)$$

将 R、L、C 数值代入式(2)得

$$0.002\frac{d^2u_C}{dt^2} + 0.12\frac{du_C}{dt} + u_C = u_S \qquad (3)$$

初始条件为　$u_C(0_+) = u_C(0_-) = 0$，$\dfrac{du_C}{dt}\Big|_{t=0_+} = \dfrac{1}{C}i(0_+) = 0$　　(4)

式(3)的特征方程为 $0.002p^2 + 0.12p + 1 = 0$　解得 $p_1 = -10$，　$p_2 = -50$

特征方程存在两个不相等的实根，当激励源为阶跃电压时，响应 u_C 的一般形式为：

$$u_C = A_3 + A_1 e^{-10t} + A_2 e^{-50t}$$

稳态时 $u_C = u_S = 1$(对单位阶跃电压源)　即 $A_3 = 1$。

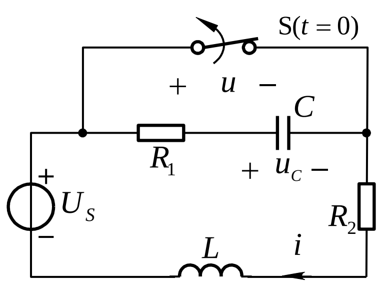
由初始条件(3)得 $\begin{cases} u_C(0_+) = A_1 + A_2 + 1 = 0 \\ \dfrac{du_C}{dt}\Big|_{t=0_+} = -10A_1 - 50A_2 = 0 \end{cases}$

解得　$A_1 = -1.25$　$A_2 = 0.25$

所以单位阶跃特性　$s(t) = \dfrac{u_C(t)}{1\text{V}} = (1 - 1.25e^{-10t} + 0.25e^{-50t})\varepsilon(t)$

单位冲激特性　$h(t) = \dfrac{ds(t)}{dt} = (12.5e^{-10t} - 12.5e^{-50t})\varepsilon(t)/\text{s}$

8.39 图示电路原处于稳态，$t = 0$ 时开关打开。要求在 $t > 0$ 时满足 $u = U_S$，求电路参数应满足的关系。



解：　$i(0_+) = i(0_-) = \dfrac{U_S}{R_2}$，　$u_C(0_+) = u_C(0_-) = 0$

根据 KVL，列写方程如下：

$$R_1C\frac{du_C}{dt} + u_C = u = U_S \qquad (1)$$

$$L\frac{di}{dt} + R_2 i = U_S - u = 0 \qquad (2)$$

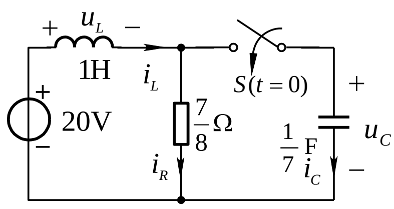
由式(1)解得$u_C(t)=U_S(1-e^{-t/R_1C})$　(3)　　图题 8.39

$$i=C\frac{du_C}{dt}=\frac{U_S}{R_1}e^{-t/R_1C}\quad(4)$$

由式(2)又解得　$i(t)=\frac{U_S}{R_2}e^{-\frac{R_2}{L}t}$　(5)

由式(4)和式(5)相等解得　$R_1=R_2=\sqrt{\frac{L}{C}}$

8.40 图示电路原处于稳态，$u_C(0_-)=10V$，$t=0$时开关接通。求$t>0$时的全响应u_C。



图题8.40

解：　由 KVL 得：$u_L+u_C=L\frac{di_L}{dt}+u_C=20V$　(1)

由 KCL 得：$-i_L+i_R+i_C=-i_L+\frac{8}{7}u_C+\frac{1}{7}\frac{du_C}{dt}=0$　(2)

方程(2)对t求导，再将方程(1)代入，经整理得：

$$\frac{d^2u_C}{dt^2}+8\frac{du_C}{dt}+7u_C=140\qquad(3)$$

因为 $i_L(0_+)=i_L(0_-)=\frac{20V}{7/8\Omega}=\frac{160}{7}A$

所以u_C及其导数的初始条件为

$$\begin{cases}u_C(0_+)=u_C(0_-)=10V\\ \left.\frac{du_C}{dt}\right|_{t=0_+}=\frac{1}{C}[i_L(0_+)-\frac{u_C(0_+)}{7/8}]=80\end{cases}\qquad(4)$$

微分方程(3)的特征方程为：$p^2+8p+7=0$　，解得$p_1=-1$，$p_2=-7$

稳态时，$u_C(\infty)=20V$，所以特解　$u_{Ch}(t)=20$

设其完全解答为：$u_C(t)=20+A_1e^{-t}+A_2e^{-7t}$　(5)

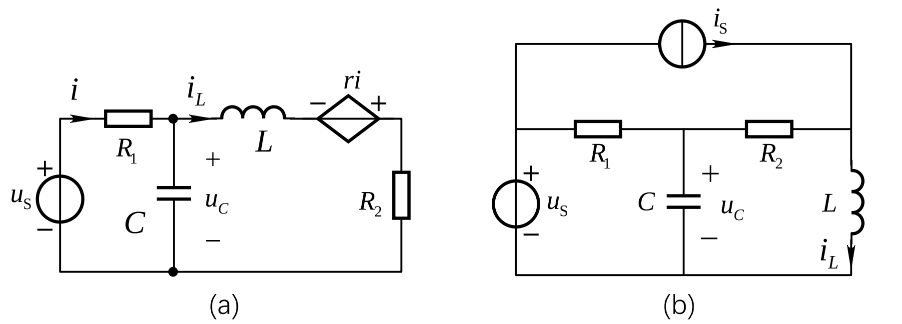
由初始条件(4)得

$$\begin{cases}u_C(0_+)=A_1+A_2+20=10\\ \frac{du_C}{dt}|_{t=0+}=-A_1-7A_2=80\end{cases}$$

解得　$A_1=1.67$，$A_2=-11.67$

所以将A_1、A_2代入(5)得：　$u_C(t)=[20+1.67e^{-t}-11.67e^{-7t}]V$

8.41 列出图示电路的标准形式状态方程。



图题 8.41

解：(a) $\dot{u}_C = (i - i_L)/C = (\dfrac{u_S - u_C}{R_1} - i_L)/C = -\dfrac{1}{R_1 C} u_C - \dfrac{1}{C} i_L + \dfrac{1}{R_1 C} u_S$

$$\dot{i}_L = \frac{1}{L}(u_C + ri - R_2 i_L) = \frac{1}{L}(u_C - R_2 i_L + r\frac{u_S - u_C}{R_1}) = \frac{1}{L}(1 - \frac{r}{R_1})u_C - \frac{R_2}{L} i_L + \frac{r}{R_1 L} u_S$$

所以 $\begin{bmatrix} \dot{u}_C \\ \dot{i}_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\dfrac{1}{R_1 C} & -\dfrac{1}{C} \\ \dfrac{1}{L}(1 - \dfrac{r}{R_1}) & -\dfrac{R_2}{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_C \\ i_L \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dfrac{1}{R_1 C} \\ \dfrac{r}{R_1 L} \end{bmatrix} [u_S]$

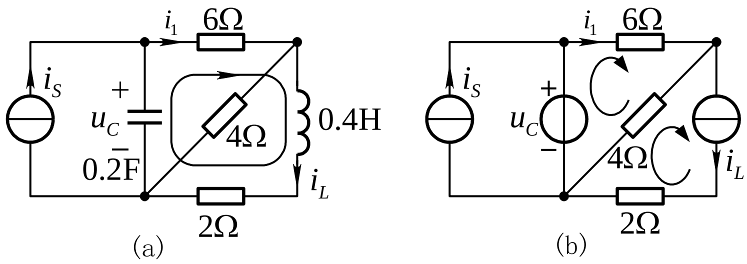
(b) 对含电容的节点①列 KCL 方程：

$$C\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} = \frac{u_S - u_C}{R_1} - (i_L - i_S)$$

对含电感的回路 l 列 KVL 方程：$L\dfrac{\mathrm{d}i_L}{\mathrm{d}t} = u_C - R_2(i_L - i_S)$

整理得 $\begin{bmatrix} \dot{u}_C \\ \dot{i}_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\dfrac{1}{R_1 C} & -\dfrac{1}{C} \\ \dfrac{1}{L} & -\dfrac{R_2}{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_C \\ i_L \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dfrac{1}{R_1 C} & \dfrac{1}{C} \\ 0 & \dfrac{R_2}{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_S \\ i_S \end{bmatrix}$

8.42 图(a)所示电路 $i_S = \varepsilon(t)\mathrm{A}$。
(1)列出电路的状态方程。(2)由状态方程求 i_L 所满足的微分方程。



图题 8.42

解：(1)对节点①列 KCL 方程：　$0.2\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} = i_S - i_1$　　(1)

对回路l列 KVL 方程：$0.4\dfrac{\mathrm{d}i_L}{\mathrm{d}t}=u_C-6i_1-2i_L$　(2)

为消去非状态变量i_1，将u_C及i_L分别用电压源和电流源置换，如图(b)所示。列回路电流方程得：

$$(6+4)i_1-4i_L=u_C,\ \text{解得：}\ i_1=0.1u_C+0.4i_L \quad (3)$$

将式(3)代入式(1)和(2)化简得电路的状态方程：

$$\begin{cases}\dot{u}_C=-0.5u_C-2i_L+5\varepsilon(t) & (4)\\ \dot{i}_L=u_C-11i_L & (5)\end{cases}$$

(2) 对状态方程(5)两端同时求导得：$\dfrac{\mathrm{d}^2 i_L}{\mathrm{d}t^2}=\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}-11\dfrac{\mathrm{d}i_L}{\mathrm{d}t}$　(6)

式(4)、(5)联立解得：$\dot{u}_C=-0.5(\dot{i}_L+11i_L)-2i_L+5\varepsilon(t)$　(7)，代入式(6)化简得i_L所满足的微分方程：

$$\frac{\mathrm{d}^2 i_L}{\mathrm{d}t^2}+11.5\frac{\mathrm{d}i_L}{\mathrm{d}t}+7.5i_L=5\varepsilon(t)$$

由式(5)有：$\left.\dfrac{\mathrm{d}i_L}{\mathrm{d}t}\right|_{t=0_+}=u_C(0_+)-11i_L(0_+)=0$

所以初始条件为：$i_L(0_+)=i_L(0_-)=0$，$\left.\dfrac{\mathrm{d}i_L}{\mathrm{d}t}\right|_{t=0_+}=0$

第 9 章 线性动态电路暂态过程的复频域分析

9.1 根据定义求 $f(t)=t\varepsilon(t)$ 和 $f(t)=t\mathrm{e}^{-\alpha t}\varepsilon(t)$ 的象函数。

解：(1) $F(s)=\int_{0_-}^{\infty}t\varepsilon(t)\mathrm{e}^{-st}\mathrm{d}t=-\frac{t}{s}\mathrm{e}^{-st}\Big|_{0_-}^{\infty}+\frac{1}{s}\int_{0_-}^{\infty}\mathrm{e}^{-st}\mathrm{d}t=-\frac{1}{s^2}\mathrm{e}^{-st}\Big|_{0_-}^{\infty}=\frac{1}{s^2}$

(2)
$$\begin{aligned}F(s)&=\int_{0_-}^{\infty}t\mathrm{e}^{-\alpha t}\varepsilon(t)\mathrm{e}^{-st}\mathrm{d}t=-\frac{t}{s+\alpha}\mathrm{e}^{-st}\Big|_{0_-}^{\infty}+\frac{1}{s+\alpha}\int_{0_-}^{\infty}\mathrm{e}^{-(s+\alpha)t}\mathrm{d}t\\&=-\frac{1}{(s+\alpha)^2}\mathrm{e}^{-(s+\alpha)t}\Big|_{0_-}^{\infty}=\frac{1}{(s+\alpha)^2}\end{aligned}$$

9.2 求下列函数的原函数。

(a) $F(s)=\frac{2s+1}{s^2+5s+6}$，　(b) $F(s)=\frac{s^3+5s^2+9s+7}{(s+1)(s+2)}$，　(c) $F(s)=\frac{3}{s^2+2s+6}$。

解：(a) $$F(s)=\frac{2s+1}{s^2+5s+6}=\frac{A_1}{s+2}+\frac{A_2}{s+3}$$

$$A_1=\frac{2s+1}{s+3}\Big|_{s=-2}=-3\,,\qquad A_1=\frac{2s+1}{s+3}\Big|_{s=-2}=-3$$

所以 $$f(t)=\mathbf{L}^{-1}\{\frac{-3}{s+2}+\frac{5}{s+3}\}=-3\mathrm{e}^{-2t}+5\mathrm{e}^{-3t}$$

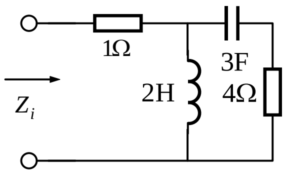
(b) $$F(s)=\frac{s^3+5s^2+9s+7}{(s+1)(s+2)}=s+2+\frac{s+3}{(s+1)(s+2)}=s+2+\frac{A_1}{s+1}+\frac{A_2}{s+2}$$

$$A_1 = \frac{s+3}{s+2}\Big|_{s=-1} = 2 \qquad A_1 = \frac{s+3}{s+1}\Big|_{s=-2} = -1$$

所以　$f(t) = L^{-1}\{s+2+\dfrac{2}{s+1}+\dfrac{-1}{s+2}\} = \delta'(t)+2\delta(t)+2\mathrm{e}^{-t}-\mathrm{e}^{-2t}$

(c)　$F(s) = \dfrac{3}{s^2+2s+6} = \dfrac{(3/\sqrt{5})\times\sqrt{5}}{(s+1)^2+(\sqrt{5})^2}$，　查表得 $f(t) = \dfrac{3}{\sqrt{5}}\mathrm{e}^{-t}\sin(\sqrt{5}t)$

9.3 求图示电路的等效运算阻抗。

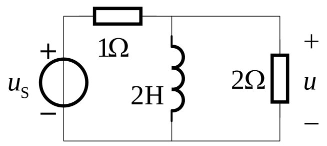


图题 9.3

解：由运算电路(略)求得端口等效运算阻抗为：

$$Z_{\mathrm{i}}(s) = 1+\frac{2s[4+1/(3s)]}{2s+4+1/(3s)} = 1+\frac{24s^2+2s}{6s^2+12s+1}, \quad Z_i(s) = \frac{30s^2+14s+1}{6s^2+12s+1}$$

9.4 图示电路，已知$u_{\mathrm{S}} = \mathrm{e}^{-2t}\varepsilon(t)$V，求零状态响应$u$。



图题 9.4

解：　$U_{\mathrm{S}}(s) = \boldsymbol{L}[\mathrm{e}^{-2t}\varepsilon(t)] = \dfrac{1}{s+2}$

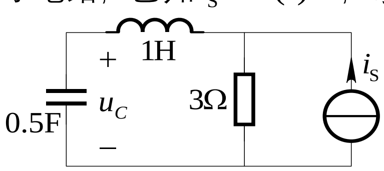
由运算电路 (略)并利用分压公式求得电容电压象函数为：

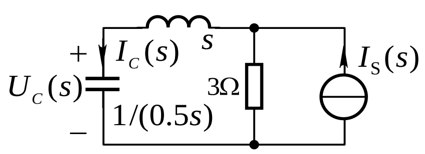
$$U(s) = \frac{\dfrac{2\times 2s}{2+2s}}{1+\dfrac{2\times 2s}{2+2s}}\times U_S(s) = \frac{(2/3)s}{(s+1/3)(s+2)} = \frac{A_1}{s+1/3}+\frac{A_2}{s+2}$$

式中　$A_1 = \dfrac{(2/3)s}{s+2}\Big|_{s=-1/3} = -\dfrac{2}{15}\mathrm{Vs}$，　$A_2 = \dfrac{(2/3)s}{s+1/3}\Big|_{s=-2} = 0.8\mathrm{Vs}$

所以　$u(t) = [0.8\mathrm{e}^{-2t}-(2/15)\mathrm{e}^{-t/3}]$V

9.5 图示电路，已知$i_{\mathrm{S}} = \varepsilon(t)\mathrm{A}$，求零状态响应$u_C$。





(b)

图题 9.5

解：电容和电感的初始储能均为零，$I_S(s)=1/s$，画出运算电路如图 (b) 所示。

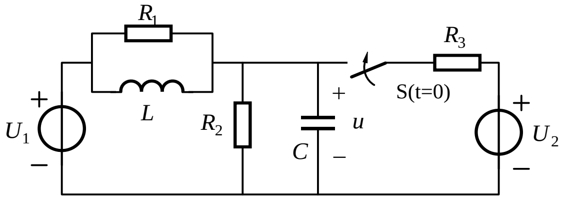
由分流公式求得 $$I_C(s)=\frac{3}{s+3+1/(0.5s)}\times I_S(s)=\frac{3}{s^2+3s+2}$$

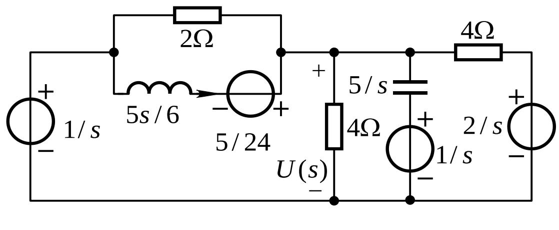
电容电压象函数为：$$U_C(s)=I_C(s)\times\frac{1}{0.5s}=\frac{6}{s(s+1)(s+2)}=\frac{A_1}{s}+\frac{A_2}{s+1}+\frac{A_3}{s+2}$$

式中 $A_1=\frac{6}{(s+1)(s+2)}|_{s=0}=3\text{Vs}$，$A_2=\frac{6}{s(s+2)}|_{s=-1}=-6\text{Vs}$，$A_3=\frac{6}{s(s+1)}|_{s=-2}=3\text{Vs}$

所以 $u_C(t)=\boldsymbol{L}^{-1}\{U_C(s)\}=(3-6\mathrm{e}^{-t}+3\mathrm{e}^{-2t})\varepsilon(t)$ V

9.6 图示电路，开关接通前处于稳态。已知$U_1=1\text{V},U_2=2\text{V},R_1=2\Omega,$ $R_2=R_3=4\Omega$，$L=(5/6)\text{H}$，$C=0.2\text{F}$。求开关接通后电容电压 u。





(a)　　　　　　　　　　　　　　(b)

图题 9.6

解：由图(a)得：$u(0_-)=U_1=1\text{V}$，$i_L(0_-)=U_1/R_2=0.25\text{A}$。运算电路如图 9.6(b) 所示，列写节点电压方程如下：

$$(\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+0.2s+\frac{1}{5s/6})U(s)-(\frac{1}{2}+\frac{1}{5s/6})\times\frac{1}{s}=\frac{2/s}{4}+\frac{1/s}{5/s}+\frac{5/24}{5s/6}$$

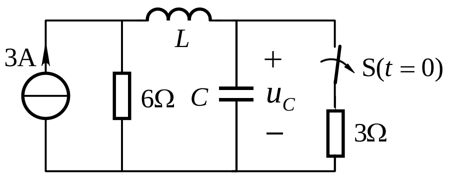
解得：$$U(s)=\frac{s^2+6.25s+6}{s(s^2+5s+6)}=\frac{A_1}{s}+\frac{A_2}{s+2}+\frac{A_3}{s+3}$$

各待定系数为 $A_1=\frac{s^2+6.25s+6}{(s+2)(s+3)}|_{s=0}=1\text{Vs}$，$A_2=\frac{s^2+6.25s+6}{s(s+3)}|_{s=-2}=1.25\text{Vs}$

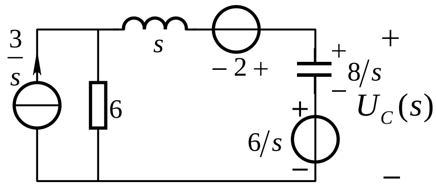
$$A_3=\frac{s^2+6.25s+6}{s(s+2)}\Big|_{s=-3}=-1.25\text{Vs}$$

所以　　$u(t)=\boldsymbol{L}^{-1}\{U(s)\}=(1+1.25\mathrm{e}^{-2t}-1.25\mathrm{e}^{-3t})\text{ V}$

9.7 图示电路原处于直流稳态，$t=0$ 时开关由闭合突然断开。$L=1\text{H}$，$C=(1/8)\text{F}$，试用拉普拉斯变换方法求 $t>0$ 时的电压 u_C。



(a)



(b)

图题 9.7

解：　稳态时 $i_L(0_-)=2\text{A}$；　　　　$u_C(0_-)=6\text{V}$

运算电路如图 9.7(b)所示，由叠加定理，电流源作用时

$$u_C'(s)=\frac{6}{s}+\frac{3}{s}\times\frac{6}{6+s+\frac{8}{s}}\times\frac{8}{s};$$

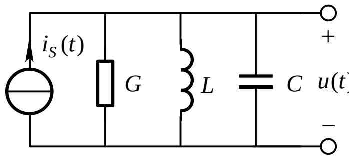
电压源作用时

$$u_C''(s)=\frac{2-\frac{6}{s}}{6+s+\frac{8}{s}}\times\frac{8}{s};$$

$$\therefore\ u_C(s)=u_C'(s)+u_C''(s)=\frac{6s^2+52s+144}{s(s+2)(s+4)}=\frac{18}{s}-\frac{16}{s+2}+\frac{4}{s+4}$$

$$\therefore\ u_C(t)=18-16\mathrm{e}^{-2t}+4\mathrm{e}^{-4t}\quad(t\ge 0)$$

9.8 图示电路在零状态下，外加电流源 $i_S(t)=\mathrm{e}^{-3t}\varepsilon(t)\text{A}$，已知 $G=2\text{S}$，$L=1\text{H}$，$C=1\text{F}$。试求电压 $u(t)$。



图题 9.8

解：由运算电路(略)求得并联电路运算导纳

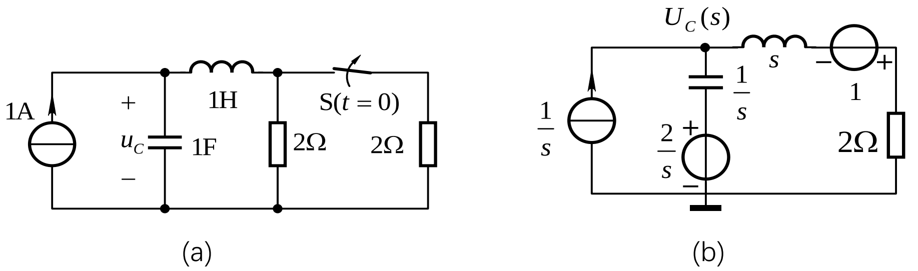
$$Y(s)=G+\frac{1}{sL}+sC=2+\frac{1}{s}+s=\frac{s^2+2s+1}{s}$$

电流源象函数 $I_S(s)=\mathbf{L}\{\mathrm{e}^{-3t}\varepsilon(t)\}=\dfrac{1}{s+3}$

电压象函数 $U(s)=\dfrac{I_S(s)}{Y(s)}=\dfrac{s}{(s^2+2s+1)(s+3)}=\dfrac{-0.5\text{Vs}}{(s+1)^2}+\dfrac{0.75\text{Vs}}{s+1}+\dfrac{-0.75\text{Vs}}{s+3}$

反变换得　$u=\mathbf{L}^{-1}\{U(s)\}=[-0.5t\mathrm{e}^{-t}+0.75(\mathrm{e}^{-t}-\mathrm{e}^{-3t})]\varepsilon(t)\text{V}$

9.9 图示电路原处于直流稳态，$t=0$时开关由闭合突然断开。求$t>0$时的电压u_C。



图题 9.9

解：$u_C(0_-)=1\text{V}$，$i_L(0_-)=1\text{A}$

画出运算电路如图(b)所示，列写节点方程

$$(\frac{1}{s+2}+s)U_C(s)=\frac{1}{s}+\frac{1}{s}\times s-\frac{1}{s+2}$$

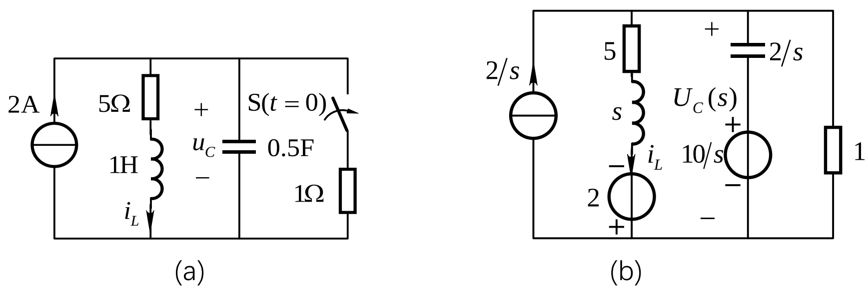
$$U_C(s)=\frac{s^2+2s+2}{s(s^2+2s+1)}=\frac{A_1}{s}+\frac{A_2}{s+1}+\frac{A_3}{(s+1)^2}$$

其中 $A_1=\frac{s^2+2s+2}{s^2+2s+1}|_{s=0}=2$，$A_2=\frac{d}{ds}(\frac{s^2+2s+2}{s})|_{s=-1}=-1$，

$$A_3=\frac{s^2+2s+2}{s}|_{s=-1}=-1$$

所以 $u_C(t)=[2-(1+t)\mathrm{e}^{-t}]\text{V}\quad t>0$

9.10 图示电路原处于直流稳态，$t=0$时开关由断开突然闭合。求$t>0$时的电压$u_C(t)$。



图题 9.10

解：$u_C(0_-)=10\text{V},i_L(0_-)=2\text{A}$

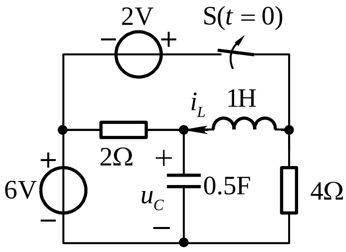
画出运算电路如图(b)所示，列写节点方程

$$(\frac{1}{s+5}+\frac{s}{2}+1)U_C(s)=\frac{2}{s}-\frac{2}{s+5}+5$$

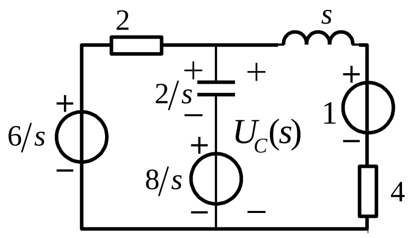
$$U_C(s)=\frac{\frac{2}{s}-\frac{2}{s+5}+5}{\frac{1}{s+5}+\frac{s}{2}+1}=\frac{10s^2+50s+20}{s^3+7s^2+12s}=\frac{\frac{5}{3}}{s}+\frac{\frac{40}{3}}{s+3}+\frac{-5}{s+4}$$

$$\therefore u_C(t)=\left(\frac{5}{3}+\frac{40}{3}\mathrm{e}^{-3t}-5\mathrm{e}^{-4t}\right)\mathrm{V}\qquad(t\geq 0)$$

9.11 图示电路原处于直流稳态，$t=0$时开关由闭合突然断开。求$t>0$时的电压u_C。



(a)



(b)

图题 9.11

解：　稳态时 $i_L(0_-)=1\mathrm{A}$；　　　$u_C(0_-)=8\mathrm{V}$

运算电路如图 9.11(b)所示，列节点电压方程

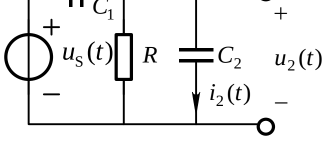
$$(\frac{1}{2}+\frac{s}{2}+\frac{1}{s+4})\cdot U_{\mathrm{n1}}(s)=\frac{3}{s}+4+\frac{1}{s+4}$$

$$U_{\mathrm{n1}}(s)=2\times\frac{4s^2+20s+12}{s(s+2)(s+3)}=\frac{8s^2+40s+24}{s(s+2)(s+3)}=\frac{4}{s}+\frac{12}{s+2}-\frac{8}{s+3}$$

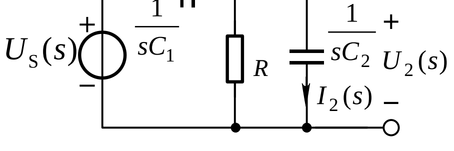
即$U_C(s)=U_{\mathrm{n1}}(s)$

$$\therefore\ u_C(t)=4+12\mathrm{e}^{-2t}-8\mathrm{e}^{-3t}\quad(t\geq 0)$$

9.12 图示电路中外加阶跃电压$u_\mathrm{S}(t)=9\varepsilon(t)\mathrm{V}$，已知$C_1=C_2=0.3\mathrm{F}$，$R=10\Omega$。求零状态响应电压$u_2(t)$及电流$i_2(t)$。



(a)



(b)

图题 9.12

解：运算电路如图(b)所示，图中$U_S(s)=\dfrac{9}{s}$。由节点电压法得

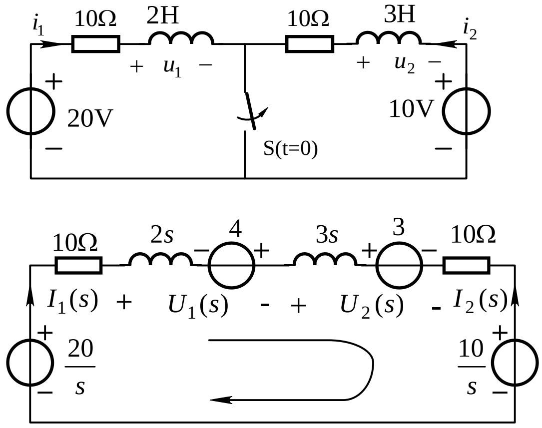
$$(\frac{1}{R}+sC_1+sC_2)U_2(s)=sC_1U_S(s) \qquad \text{解得}\ U_2(s)=\frac{4.5}{s+1/6}$$

$$I_2(s)=sC_2U_2(s)=\frac{1.35s}{s+1/6}=1.35-\frac{0.225}{s+1/6}$$

反变换得　$u_2(t)=\mathbf{L}^{-1}\{U_2(s)\}=4.5\mathrm{e}^{-t/6}\,\varepsilon(t)\mathrm{V}$

$$i_2(t)=\mathbf{L}^{-1}\{I_2(s)\}=[1.35\,\delta(t)-0.225\mathrm{e}^{-t/6}\,\varepsilon(t)]\mathrm{A}$$

9.13 图示电路开关断开前处于稳态。求开关断开后电路中i_1、u_1及u_2的变化规律。



(a)　　　　　　　　(b)

图题 9.13

解：$t<0$时电路处于直流稳态，由图(a)求得：$i_1(0_-)=\dfrac{20\mathrm{V}}{10\Omega}=2\mathrm{A}$，$i_2(0_-)=\dfrac{10\mathrm{V}}{10\Omega}=1\mathrm{A}$

t>0 时的运算电路如图(b)所示。对回路列 KVL 方程得

$$(10+2s+3s+10)I_1(s)=\frac{20}{s}+4-3-\frac{10}{s}$$

解得
$$I_1(s)=\frac{2+0.2s}{s(s+4)}=\frac{0.5}{s}-\frac{0.3}{s+4}$$

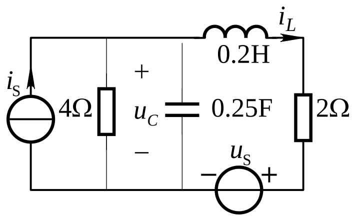
所以　$U_1(s)=2sI_1(s)-4=-3.6+\dfrac{2.4}{s+4}$，　$U_2(s)=3sI_1(s)+3=3.6+\dfrac{3.6}{s+4}$

反变换得　$i_1(t)=\mathbf{L}^{-1}\{I_1(s)\}=(0.5-0.3\mathrm{e}^{-4t})\mathrm{A}$　　(t>0)

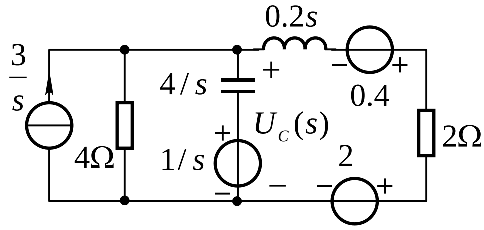
$$u_1(t)=\mathbf{L}^{-1}\{U_1(s)\}=-3.6\ \mathrm{Wb}\times\delta(t)+2.4\mathrm{e}^{-4t}\varepsilon(t)\mathrm{V}$$

$$u_2(t)=\mathbf{L}^{-1}\{U_2(s)\}=3.6\mathrm{Wb}\times\delta(t)+3.6\mathrm{e}^{-4t}\,\varepsilon(t)\mathrm{V}$$

9.14 图示电路，$i_S=3\varepsilon(t)$A，$u_S=2\mathrm{Wb}\times\delta(t)$，$u_C(0_-)=1$V，$i_L(0_-)=2$A。求$u_C$的变化规律。



(a)



(b)

图题 9.14

解：画出运算电路如图(b)所示，列写节点电压方程如下：

$$(0.25s+0.25+\frac{1}{2+0.2s})U_C(s)=\frac{3}{s}+\frac{1}{s}\times 0.25s+\frac{2-0.4}{2+0.2s}$$

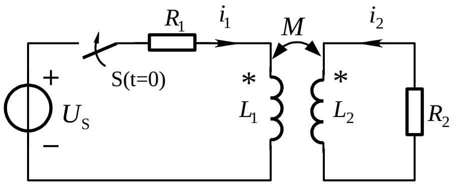
解得：
$$U_C(s)=\frac{s^2+54s+120}{s(s+5)(s+6)}=\frac{A_1}{s}+\frac{A_2}{s+5}+\frac{A_3}{s+6}$$

式中 $A_1=\frac{s^2+54s+120}{(s+5)(s+6)}|_{s=0}=4\text{Vs}$ ， $A_2=\frac{s^2+54s+120}{s(s+6)}|_{s=-5}=25\text{Vs}$,

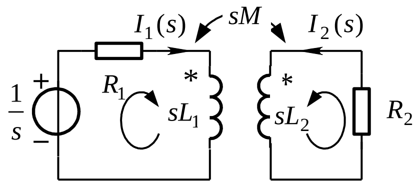
$$A_3=\frac{s^2+54s+120}{s(s+5)}|_{s=-6}=-28\text{Vs}$$

反变换得 $u_C(t)=[4+25\mathrm{e}^{-5t}-28\mathrm{e}^{-6t}]\text{V} \quad t>0$

9.15 图示电路开关接通前处于稳态，已知 $R_1=R_2=1\Omega, L_1=L_2=0.1\text{H}, M=0.05\text{H}$，$U_S=1\text{V}$。求开关接通后的响应 i_1 和 i_2。



(a)



(b)

图题 9.15

解：运算电路如图(b)所示。对两个网孔列回路电流方程,回路电流分别是

$I_1(s)$、$I_2(s)$：

$$\begin{cases}(R_1+sL_1)I_1(s)+sMI_2(s)=1/s\\ sMI_1(s)+(R_2+sL_2)I_2(s)=0\end{cases}$$

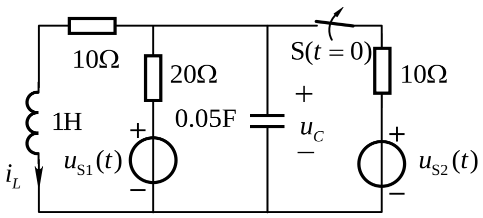
解得
$$I_1(s)=\frac{10(s+10)}{s(0.75s^2+20s+100)}=\frac{1}{s}+\frac{-0.5}{s+20/3}+\frac{-0.5}{s+20}$$

$$I_2(s)=\frac{-5}{0.75s^2+20s+100}=-\frac{0.5}{s+20/3}+\frac{0.5}{s+20}$$

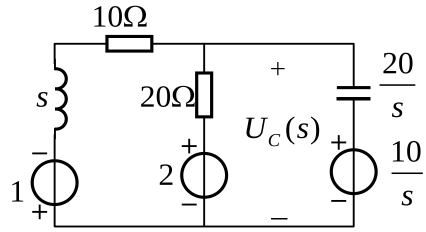
反变换得　　$i_1(t)=(1-0.5\mathrm{e}^{-6.67t}-0.5\mathrm{e}^{-20t})\mathrm{A}$

$$i_2(t)=(-0.5\mathrm{e}^{-6.67t}+0.5\mathrm{e}^{-20t})\mathrm{A}$$

9.16 图示电路原处于稳态，$u_{\mathrm{S1}}=2\delta(t)\mathrm{V}$，$u_{\mathrm{S2}}=25\mathrm{V}$。$t=0$时开关 S 由闭合突然断开，试用拉普拉斯变换方法求$t>0$时的电压$u_C(t)$。



(a)



(b)

图题 9.16

解：当$t<0$时，电感短路，电容开路，列写节点电压方程如下：

$$u_{C(0_-)}(\frac{1}{10}+\frac{1}{20}+\frac{1}{10})=\frac{25}{10}$$

解得$u_{C(0_-)}=10\mathrm{V}$，$i_L(0_-)=1\mathrm{A}$

当$t>0$时，画出运算电路如图(b)所示。列写节点电压方程如下：

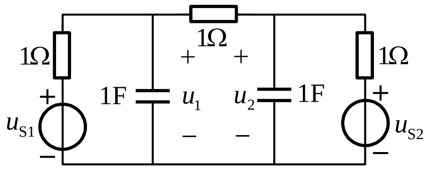
$$(\frac{1}{20}+0.05s+\frac{1}{s+10})U_C(s)=\frac{2}{20}+\frac{10}{s}\times0.05s-\frac{1}{s+10}$$

化简得　　$U_C(s)=\dfrac{12s+100}{s^2+11s+30}=\dfrac{A_1}{s+5}+\dfrac{A_2}{s+6}$

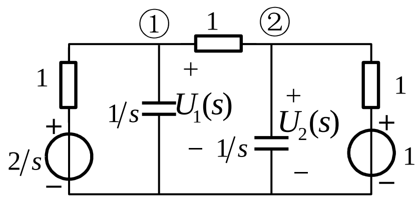
其中 $A_1=\dfrac{12s+100)}{s+6}\Big|_{s=-5}=40$，$A_2=\dfrac{12s+100)}{s+5}\Big|_{s=-6}=-28$，

取拉氏反变换得　$u_C(t)=[40\mathrm{e}^{-5t}-28\mathrm{e}^{-6t}]\mathrm{V}$　（$t>0$）

9.17 图示电路，电容原来不带电，已知$U_{\mathrm{S1}}=2\varepsilon(t)\ \mathrm{V}$，$U_{\mathrm{S2}}=\delta(t)\ \mathrm{V}$。试用拉氏变换法求$u_1(t)$和$u_2(t)$。



(a)



(b)

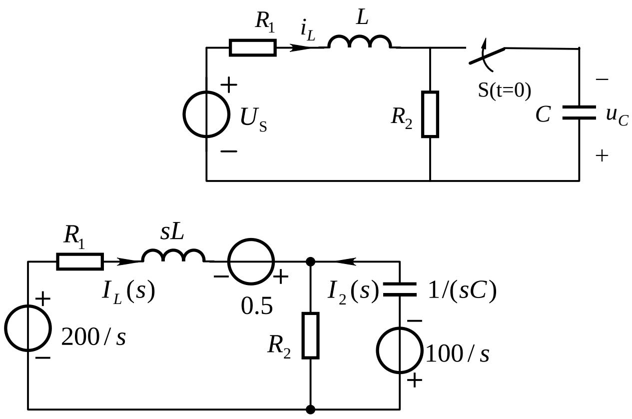
图题 9.17

解：运算电路如图(b)所示。列写节点电压方程如下

$$\begin{bmatrix} 1+1+s & -1 \\ -1 & 1+1+s \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_{n1}(s) \\ U_{n2}(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{2}{s} \\ 1 \end{bmatrix} \quad \Rightarrow \begin{cases} U_{n1}(s) = \dfrac{3s+4}{s(s+1)(s+3)} = \dfrac{4/3}{s} - \dfrac{1/2}{s+1} - \dfrac{5/6}{s+3} \\ U_{n2}(s) = \dfrac{s^2+2s+2}{s(s+1)(s+3)} = \dfrac{2/3}{s} - \dfrac{1/2}{s+1} + \dfrac{5/6}{s+3} \end{cases}$$

$$\therefore\ u_1(t) = \left(\frac{4}{3} - \frac{1}{2}\mathrm{e}^{-t} - \frac{5}{6}\mathrm{e}^{-3t}\right)\varepsilon(t) \qquad u_2(t) = \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{2}\mathrm{e}^{-t} + \frac{5}{6}\mathrm{e}^{-3t}\right)\varepsilon(t)$$

9.18 图示电路原处于稳态。已知 $R_1 = 30\Omega$， $R_2 = 10\Omega$， $L = 0.1\mathrm{H}$， $C = 10^{-3}\mathrm{F}$， $U_S = 200\mathrm{V}$， $u_C(0_-) = 100\mathrm{V}$ 。求开关接通后的电感电流 i_L 。



(a)

(b)

图题 9.18

解：由图(a)得：电感电流初始值　　$i_L(0_-) = \dfrac{U_S}{R_1 + R_2} = 5\mathrm{A}$

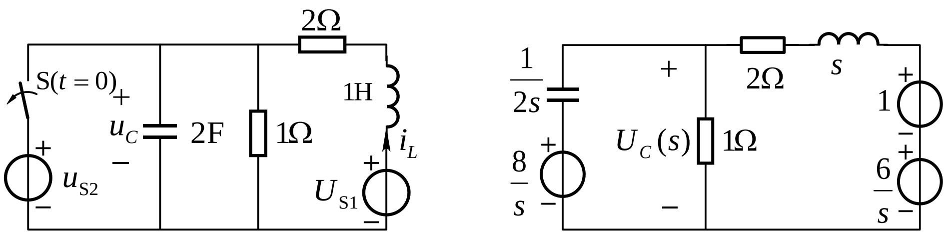
运算电路如图 11.15(b)所示。列回路电流方程得

$$\begin{cases} (R_1 + R_2 + sL)I_1(s) + R_2 I_2(s) = \dfrac{200}{s} + 0.5 \\ R_2 I_1(s) + (R_2 + \dfrac{1}{sC})I_2(s) = -\dfrac{100}{s} \end{cases}$$

解得　　$$I_1(s) = \frac{5(s^2 + 700s + 40000)}{s(s+200)^2} = \frac{5}{s} + \frac{1500}{(s+200)^2}$$

反变换得　　$i_1(t) = \mathbf{L}^{-1}\{I_1(s)\} = (5 + 1500t\mathrm{e}^{-200t})$ A　　　　(t>0)

9.19 图示电路原处于稳态， $U_{S1} = 6\mathrm{V}$， $u_{S2} = 8\cos(2t)\mathrm{V}$ 。 $t = 0$ 时开关由闭合突然断开。试用拉普拉斯变换方法求 $t > 0$ 时的电压 u_C 。



(a)　　　　(b)

图题 9.19

解：当 $t < 0$ 时，直流电压源 $U_{S1} = 6\mathrm{V}$ 单独作用时，交流电压源相当于短路，所以

$$i_{L(0)}=\frac{U_{S1}}{2}=3\text{A}\,,\quad u_{C(0)}=0\text{V}$$

当交流电压源$u_{S2}=8\cos(2t)\text{V}$单独作用时

$u_{C(1)}=u_{S2}=8\cos(2t)\text{V}$，$\dot{I}_{L(1)}=-\dfrac{\dot{U}_{S1}}{2+\text{j}2}=-\dfrac{4\sqrt{2}}{2+\text{j}2}=-2\angle-45°\text{A}$

所以，当$t<0$时，$u_C=8\cos(2t)\text{V}$，$i_L=3-2\sqrt{2}\cos(2t-45°)$ A

初值为：$u_C(0_-)=8\text{V}$，$i_L(0_-)=3-2\sqrt{2}\times\cos(-45°)=1\text{A}$

当$t>0$时，画出运算电路如图(b)所示。列写节点电压方程如下：

$$(\frac{1}{1}+2s+\frac{1}{s+2})U_C(s)=\frac{8}{s}\times 2s+\frac{6/s+1}{s+2}$$

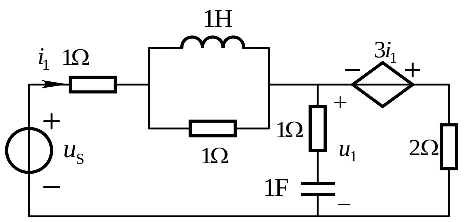
化简得　$U_C(s)=\dfrac{16s^2+33s+6}{2s(s^2+2.5s+1.5)}=\dfrac{A_1}{s}+\dfrac{A_2}{s+1}+\dfrac{A_3}{s+1.5}$

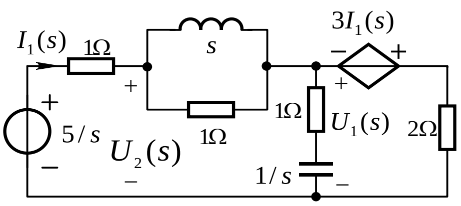
其中$A_1=\dfrac{16s^2+33s+6)}{2(s+1)(s+1.5)}\Big|_{s=0}=2$，$A_2=\dfrac{16s^2+33s+6)}{2s(s+1.5)}\Big|_{s=-1}=11$，

$$A_1=\frac{16s^2+33s+6)}{2s(s+1)}\Big|_{s=-1.5}=-5$$

取拉氏反变换得：$u_C(t)=[2+11\text{e}^{-t}-5\text{e}^{-1.5t}]\text{V}$　（$t>0$）

9.20 图示电路为零状态，已知$u_S=5\varepsilon(t)\text{V}$。求电压$u_1$。





(a)　　　　(b)

图题 9.20

解：画出运算电路如图(b)所示。列写节点电压方程如下：

$$\begin{cases}(\frac{1}{2}+\frac{1}{1+1/s}+\frac{1}{s}+\frac{1}{1})U_1(s)-(\frac{1}{s}+\frac{1}{1})U_2(s)=-3I_1(s)\\-(\frac{1}{s}+\frac{1}{1})U_1(s)+(\frac{1}{s}+\frac{1}{1}+\frac{1}{1})U_2(s)=\frac{5/s}{1}\end{cases}$$

将 $I_1(s)=\dfrac{(5/s)-U_2(s)}{1\Omega}$ 代入上式化简解得

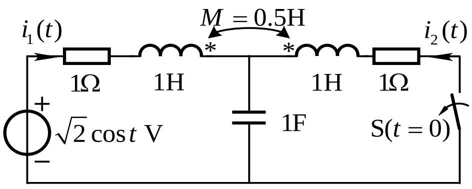
$$U_1(s)=\frac{-(s+1)^2}{(s+0.6)s^2}=\frac{A_1}{s+0.6}+\frac{A_2}{s^2}+\frac{A_3}{s}$$

其中 $A_1=-\dfrac{(s+1)^2}{s^2}\Big|_{s=-0.6}=-0.444\text{Vs}$， $A_2=-\dfrac{(s+1)^2}{s+0.6}\Big|_{s=0}=-1.667\text{Vs}$

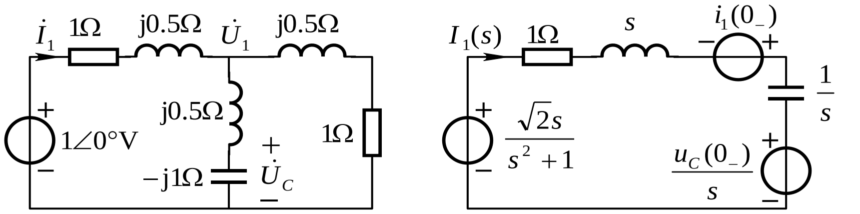
$$A_3=\frac{\mathrm{d}[-\dfrac{(s+1)^2}{s+0.6}]}{\mathrm{d}s}\Big|_{s=0}=-\frac{(s+1)(s+0.2)}{(s+0.6)^2}\Big|_{s=0}=-0.556\text{Vs}$$

$u_1(t)=(-0.56-1.67t-0.44\mathrm{e}^{-0.6t})\varepsilon(t)$V

9.21 图(a)所示电路，在稳态 $t=0$ 时 S 断开，求电流 $i_1(t)$ 。



(a)



(b)　　　　(c)

图题 9.21

解: 当 $t<0$ 时, 电路处于正弦稳态, 用相量法计算电感电流和电容电压的初始值。先消去互感，等效电路如图(b)所示。在图(b)中列写节点电压方程如下:

$$\left(\frac{2}{1+\mathrm{j}0.5}+\frac{1}{\mathrm{j}0.5-\mathrm{j}}\right)\dot U_1=\frac{1}{1+\mathrm{j}0.5}$$

解得　$$\dot U_1=\frac{1}{1+\mathrm{j}2}=(0.2-\mathrm{j}0.4)\text{V}$$

$$\dot I_1=\frac{1-\dot U_1}{1+\mathrm{j}0.5}=0.8\angle 0°\text{A}，\quad \dot U_C=\frac{-\mathrm{j}}{\mathrm{j}0.5-\mathrm{j}}\dot U_1=2\dot U_1=0.894\angle-63.4°\text{V}$$

瞬时值为　$i_1(t)=0.8\sqrt{2}\cos t\text{A}$ ，　$u_C(t)=0.894\sqrt{2}\cos(t-63.4°)\text{V}$

初值为　$i_1(0_-)=0.8\sqrt{2}\text{A}$，　$u_C(0_-)=0.894\sqrt{2}\times\cos(-63.4°)=0.4\sqrt{2}\text{V}$

当 $t>0$ 时，开关断开， $i_2=0$ ，换路后无互感，画出运算电路如图(c)所示，

其中电压源的象函数$U(s)=\dfrac{\sqrt{2}s}{s^2+1}$。在图(c)中列写回路方程得

$$(s+1+\frac{1}{s})I_1(s)=\frac{\sqrt{2}s}{s^2+1}+0.8\sqrt{2}-\frac{0.4\sqrt{2}}{s}$$

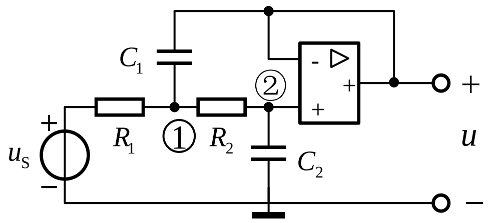
$$I_1(s)=\sqrt{2}\frac{0.8s^3+0.6s^2+0.8s-0.4}{(s^2+s+1)(s^2+1)}$$

$$=\frac{\sqrt{2}s}{s^2+1}-0.4\sqrt{2}\frac{0.5\sqrt{3}\cos 30°+(s+0.5)\sin 30°}{(s+0.5)^2+(0.5\sqrt{3})^2}$$

取拉氏反变换得

$$i_1(t)=[\sqrt{2}\cos t-0.4\sqrt{2}e^{-0.5t}\sin(0.5\sqrt{3}t+30°)]\mathrm{A}\ ,\quad t>0$$

9.22 图示电路，$R_1=2\times10^3\Omega$，$R_2=4\times10^3\Omega$，$C_1=10^{-3}\mathrm{F}$，$C_2=2\times10^{-3}\mathrm{F}$。求复频域网络函数$H(s)=\dfrac{U(s)}{U_S(s)}$。



图题 9.22

解：设$u_S=\delta(t)\ \mathrm{V}$，则$U_S(s)=1$。列写节点电压方程

$$\begin{cases}(\frac{1}{2k}+\frac{1}{4k}+\frac{s}{1k})U_{n1}-\frac{1}{4k}U_{n2}-\frac{s}{1k}U_{n3}=\frac{1}{2k}\\ -\frac{1}{4k}U_{n1}+(\frac{1}{4k}+\frac{2s}{1k})U_{n2}=0\\ U_{n2}=U_{n3}\end{cases}$$

$$\Rightarrow(4s+3)(8s+1)U_{n2}-(4s+1)U_{n2}=2$$

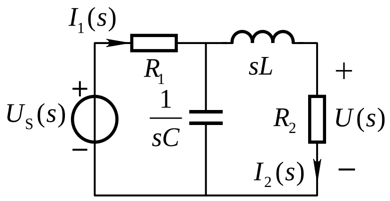
$$U_{n2}(s)=\frac{1}{16s^2+12s+1}$$

即$U(s)=\dfrac{1}{16s^2+12s+1}$

$$\therefore H(s)=\frac{U(s)}{U_S(s)}=\frac{1}{16s^2+12s+1}$$

9.23 图示电路，$R_1=4\Omega$，$R_2=1\Omega$，若使网络函数$H(s)=\dfrac{U(s)}{U_S(s)}=\dfrac{1}{s^2+2s+5}$，求

L 和 C 为多大?



图题 9.23

解：按网孔选回路，列写回路电流方程

$$(4+1/sC)I_1(s)-(1/sC)I_2(s)=U_S(s)$$
$$(-1/sC)I_1(s)+(1+sL+1/sC)I_2(s)=0$$

解得

$$I_2(s)=\frac{U_S(s)}{4LCs^2+(4C+L)s+5}$$

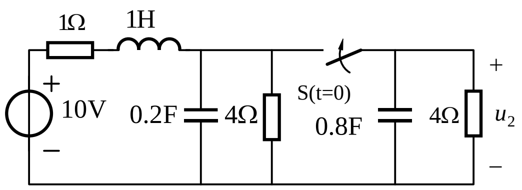
$$H(s)=\frac{U(s)}{U_S(s)}=\frac{1}{4LCs^2+(4C+L)s+5}$$

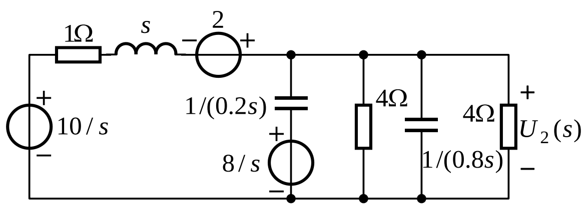
与已知的网络函数比较系数得

$$\begin{cases}4LC=1\\4C+L=2\end{cases}$$

解得　　　$L=1\mathrm{H}$，　$C=0.25\mathrm{F}$

9.24 图示电路原处于稳态，在 $t=0$ 时将开关接通。求出电压 u_2 的象函数 $U_2(s)$，判断此电路的暂态过程是否振荡，利用拉普拉斯变换的初始值和终值定理求 u_2 的初始值和稳态值。





(a)　　　　　　　　　(b)

图题 9.24

解：电路初始值 $i_L(0_-)=\dfrac{10\text{V}}{(4+1)\Omega}=2\text{A}$，$u_{C1}(0_-)=4\Omega\times i_L(0_-)=8\text{V}$，$u_{C2}(0_-)=0$

运算电路图(b)所示。列节点电压方程如下：

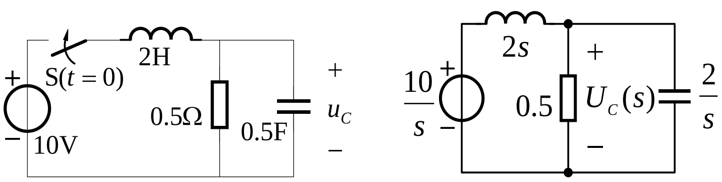
$$(\frac{1}{s+1}+0.2s+0.8s+\frac{1}{4}+\frac{1}{4})U_2(s)=\frac{(10/s)+2}{s+1}+\frac{8/s}{1/(0.2s)}$$

解得
$$U_2(s)=\frac{1.6s^2+3.6s+10}{s(s^2+1.5s+1.5)}$$

判别式 $b^2-4ac=1.5^2-4\times1\times1.5=-3.75<0$，$U_2(s)$ 存在共轭极点，暂态过程振荡。

初始值：　$u_2(0_+)=\lim\limits_{s\to\infty}sU_2(s)=1.6\text{V}$　稳态值：　$u_2(\infty)=\lim\limits_{s\to 0}sU_2(s)=(20/3)\text{V}$

9.25 图示电路原处于稳态，求开关接通后电压 u_C 的象函数，判断响应是否振荡？



(a)　　　　　　　　　(b)

图 题 9.25

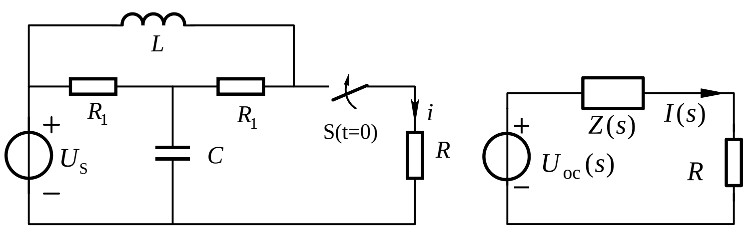
解：运算电路如图(b)所示，列写节点电压方程

$$U_C(s)[\frac{1}{0.5}+0.5s+1/(2s)]=\frac{10/s}{2s}$$

解得
$$U_C(s)=\frac{10}{s(s^2+4s+1)}$$

其极点为 $p_1=0$，$p_{2,3}=\dfrac{-4\pm\sqrt{16-4}}{2}=-2\pm\sqrt{3}$，均为实根，所以响应不振荡。

9.26 图示电路原处于稳态，已知 U_S=50V，R_1=1Ω，L=1H，C=1F。试求电阻 R 为何值时电路处于临界状态？求 R 恰好等于临界电阻时流过它的电流 i。



(a)　　　　　　(b)

图题 9.26

解：将电阻 R 以外得部分化为戴维南等效电路，如图(b)所示。

由 t<0 的原题图求得开路电压 $U_{\mathrm{oc}}=U_{\mathrm{S}}=50\,\mathrm{V}$，故 $U_{\mathrm{oc}}(s)=50/s$ 。

再令 $$Z'(s)=R_1+R_1//(1/sC)=1+\frac{1/s}{1+1/s}=\frac{s+2}{s+1}$$

则等效运算阻抗 $$Z(s)=\frac{sL\times Z'(s)}{sL+Z'(s)}=\frac{s^2+2s}{s^2+2s+2}$$

回路运算阻抗 $$Z(s)+R=\frac{(1+R)s^2+2(1+R)s+2R}{s^2+2s+2}$$

令判别式 $b^2-4ac=[2(1+R)]^2-4(1+R)\times 2R=-4R^2+4=0$

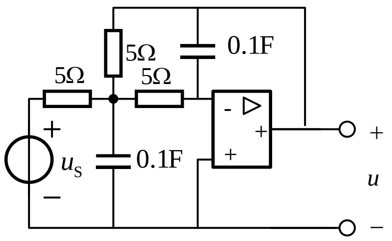
解得 $R=\pm 1\Omega$． 略去 $R=-1\Omega$

当 $R=1\Omega$ 时，由戴维南等效电路得

$$I(s)=\frac{U_{\mathrm{OC}}(s)}{Z(s)+R}=\frac{50(s^2+2s+2)}{2s(s+1)^2}=\frac{50}{s}-\frac{25}{(s+1)^2}-\frac{25}{s+1}$$

反变换得 $i(t)=50-25(t+1)\mathrm{e}^{-t}$ A (t>0)

9.27 求图示电路的网络函数 $H(s)=U(s)/U_{\mathrm{S}}(s)$ 及其单位冲激特性 $h(t)$ 。



图题 9.27

解：对运算电路(略去未画)列节点电压方程

$$\begin{cases}(\frac{1}{5}+\frac{1}{5}+\frac{1}{5}+0.1s)U_{\mathrm{n1}}(s)-\frac{1}{5}U(s)=\frac{U_{\mathrm{S}}(s)}{5}\\ -\frac{1}{5}U_{\mathrm{n1}}(s)-0.1sU(s)=0\end{cases}$$

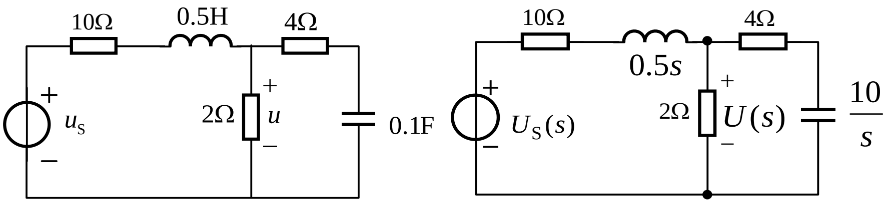
解得 $$U(s)=\frac{-4}{s^2+6s+4}U_{\mathrm{S}}(s)$$

$$H(s)=\frac{U(s)}{U_{\mathrm{S}}(s)}=\frac{-4}{s^2+6s+4}$$

展开得 $H(s) \approx \dfrac{-0.8944}{s+0.7639} + \dfrac{0.8944}{s+5.2361}$

反变换得 $h(t) = \mathbf{L}^{-1}\{H(s)\} = 0.8944(-\mathrm{e}^{-0.7639t} + \mathrm{e}^{-5.2361t})$

9.28 电路如图所示。求网络函数 $H(s) = U(s)/U_{\mathrm{S}}(s)$ 以及当 $u_{\mathrm{S}} = (100\sqrt{2}\cos 10t)\mathrm{V}$ 时的正弦稳态电压 u。



(a)　　(b)

图题 9.28

解：运算电路如图(b)所示。列写节点电压方程如下：

$$\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{10+0.5s} + \frac{1}{4+10/s}\right)U(s) = \frac{U_{\mathrm{S}}(s)}{10+0.5s}$$

解得
$$H(s) = \frac{U(s)}{U_{\mathrm{S}}(s)} = \frac{8s+20}{3s^2+73s+120}$$

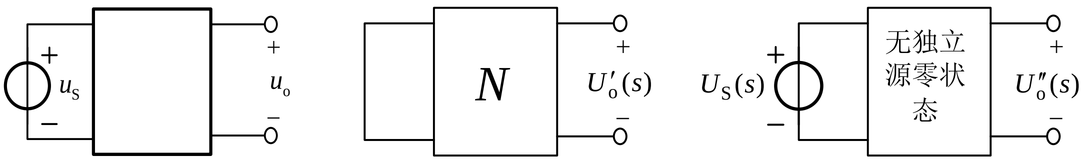
故
$$H(\mathrm{j}\omega) = \frac{8\times\mathrm{j}\omega+20}{3\times(\mathrm{j}\omega)^2+73\times\mathrm{j}\omega+120} = \frac{20+\mathrm{j}8\omega}{120-3\omega^2+\mathrm{j}73\omega}$$

当 $u_{\mathrm{S}} = (100\sqrt{2}\cos 10t)\mathrm{V}$ 时，$\dot{U}_{\mathrm{S}} = 100\mathrm{V}$，$\omega = 10\mathrm{rad/s}$

$$\dot{U} = H(\mathrm{j}10)\times\dot{U}_{\mathrm{S}} = \frac{20+\mathrm{j}80}{120-300+\mathrm{j}730}\times 100\mathrm{V} = 10.967\angle -27.89°\mathrm{V}$$

正弦稳态电压 $u = 10.967\sqrt{2}\cos(10t-27.89°)\mathrm{V}$

9.29 图示电路，已知当 $u_{\mathrm{S}} = 6\varepsilon(t)\mathrm{V}$ 时，全响应 $u_{\mathrm{o}} = (8+2\mathrm{e}^{-0.2t})\mathrm{V}(t>0)$；当 $u_{\mathrm{S}} = 12\varepsilon(t)\mathrm{V}$ 时，全响应 $u_{\mathrm{o}} = (11-\mathrm{e}^{-0.2t/s})\mathrm{V}(t>0)$。求当 $u_{\mathrm{S}} = 6\mathrm{e}^{-5t}\varepsilon(t)\mathrm{V}$ 时的全响应 u_{o}。



(a)　　(b)　　(c)

图题 9.29

解：对图示电路，在复频域中，根据叠加定理和齐性定理，全响应的一般表达式可以写成

$$U(s)=U_{\mathrm{o}}^{'}(s)+U_{\mathrm{o}}^{''}(s)=U_{\mathrm{o}}^{'}(s)+H(s)U_{S}(s) \tag{1}$$

其中$U_{\mathrm{o}}^{'}(s)$是仅由二端口网络内部电源及初始储能作用时产生的响应分量，如图(b)所示；$U_{\mathrm{o}}^{''}(s)$则是仅由$U_{\mathrm{S}}(s)$单独作用时产生的响应分量，如图(c)所示。根据网络函数定义得$U_{\mathrm{o}}^{''}(s)=H(s)U_{\mathrm{S}}(s)$。

对题给激励及响应进行拉普拉斯变换，代入式(1)得

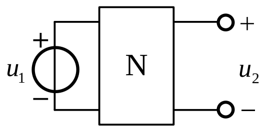
$$\begin{cases}\dfrac{8}{s}+\dfrac{2}{s+0.2}=U'_{\mathrm{o}}(s)+H(s)\times\dfrac{6}{s}\\[2mm] \dfrac{11}{s}-\dfrac{1}{s+0.2}=U_{\mathrm{o}}^{'}(s)+H(s)\times\dfrac{12}{s}\end{cases} \quad 解得 \quad \begin{cases}H(s)=\dfrac{0.1}{s+0.2}\\[2mm] U_{\mathrm{o}}^{'}(s)=\dfrac{10s+1}{s(s+0.2)}\end{cases}$$

当$u_{\mathrm{S}}=6\mathrm{e}^{-5t}\varepsilon(t)$V 即$U_{\mathrm{S}}(s)=\dfrac{6}{s+5}$时，响应象函数

$$U_{\mathrm{o}}(s)=U_{\mathrm{o}}^{'}(s)+H(s)\times\frac{6}{s+5}=\frac{5}{s}+\frac{5.125}{s+0.2}-\frac{0.125}{s+5}$$

反变换得　$u_{\mathrm{o}}(t)=\mathbf{L}^{-1}\{U_{\mathrm{o}}(s)\}=(5+5.125\mathrm{e}^{-0.2t}-0.125\mathrm{e}^{-5t})\ \varepsilon(t)$ V

9.30 图示电路，已知u_2的单位冲激特性为$h(t)=10(\mathrm{e}^{-10t}-\mathrm{e}^{-20t})$。求当$u_1=10+5\cos10t(\mathrm{V})$时$u_2$的稳态响应及其有效值。



图题 9.30

解：由已知可得网络函数的象函数为

$$H(s)=\mathcal{L}\{h(t)\}=10(\frac{1}{s+10}-\frac{1}{s+20})=\frac{100}{(s+10)(s+20)}$$

当u_1的直流分量单独作用时产生的响应电压为

$$u_2'=U_2'=H(0)\times10=5\mathrm{V}$$

当u_1的交流分量单独作用时产生的响应电压为

$$\dot{U}_{2\mathrm{m}}''=H(\mathrm{j}\omega)\dot{U}_{1\mathrm{m}}''=\frac{100}{(\mathrm{j}10+10)(\mathrm{j}10+20)}\times5=1.58\angle-71.565^\circ\ \mathrm{V}$$

其瞬时表达为

$$u_2''=1.58\cos(10t-71.565^\circ)\ \mathrm{V}$$

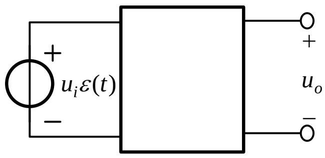
由叠加定理得稳态响应

$$u_2=u_2'+u_2''=[5+1.58\cos(10t-71.565^\circ)]\ \mathrm{V}$$

有效值为

$$U_2=\sqrt{5^2+\frac{1.58^2}{2}}=5.123\ \mathrm{V}$$

9.31 图示电路网络函数为 $H(s)=\dfrac{U_{\mathrm{o}}(s)}{U_{\mathrm{i}}(s)}=\dfrac{1}{(s+1)(s+2)}$，若输入正弦电压相量为 $\dot{U}_{\mathrm{i}}=(-28+\mathrm{j}24)\mathrm{V}$，角频率为 $\omega=4\mathrm{rad/s}$，又已知 $u_{\mathrm{o}}(0_+)=0,\left.\dfrac{\mathrm{d}u_{\mathrm{o}}}{\mathrm{d}t}\right|_{t=0_+}=0$。试求全响应 u_{o}。



图题 9.31

解：　电路的全响应等于强制分量与自由分量之和，强制分量一般由外加激励决定，自由分量的函数形式取决与网络函数极点性质。故本题全响应可以写成

$$u_{\mathrm{o}}=u_{\mathrm{op}}+u_{\mathrm{oh}}=u_{\mathrm{op}}+A\mathrm{e}^{-t}+B\mathrm{e}^{-2t} \qquad (1)$$

当激励为正弦量时，响应的强制分量也为同频率的正弦量，可用相量法求出。频域形式的网络函数为

$$H(\mathrm{j}\omega)=H(\mathrm{j}4)=\frac{1}{(\mathrm{j}4+1)(\mathrm{j}4+2)}=\frac{1}{-14+\mathrm{j}12}$$

故强制分量相量　$\dot{U}_{\mathrm{op}}=H(\mathrm{j}4)\dot{U}_{\mathrm{i}}=2$　V

强制分量为　$u_{\mathrm{op}}(t)=2\sqrt{2}\cos(4t)$　V　(2)

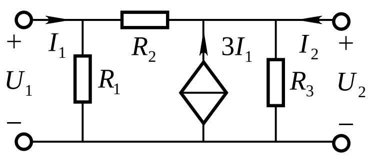
由响应的初始条件及式(1)和(2)得：

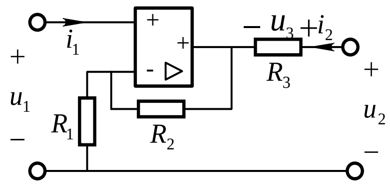
$$\begin{cases}u(0_+)=2\sqrt{2}+A+B=0\\ \left.\dfrac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}\right|_{t\to0_+}=-A-2B=0\end{cases}\quad \text{解得}\quad \begin{cases}A=-4\sqrt{2}\\ B=2\sqrt{2}\end{cases} \qquad (3)$$

将式(2)、(3）代入式(1)得全响应 $u_{\mathrm{o}}=2\sqrt{2}\cos(4t)-4\sqrt{2}\mathrm{e}^{-t}+2\sqrt{2}\mathrm{e}^{-2t}$　V　(t>0)

第 10 章 二端口网络

10.1　求图示各二端口网络的 ***Y*** 参数。





图题 10.1

解：(a) 列写节点电压方程如下：

$$\begin{cases}(\dfrac{1}{R_1}+\dfrac{1}{R_2})U_1-\dfrac{1}{R_2}U_2=I_1 & (1)\\ -\dfrac{1}{R_2}U_1+(\dfrac{1}{R_2}+\dfrac{1}{R_3})U_2=3I_1+I_2 & (2)\end{cases}$$

式(1)代入式(2) 整理得：
$$\begin{cases}I_1=(\dfrac{1}{R_1}+\dfrac{1}{R_2})U_1-\dfrac{1}{R_2}U_2\\ I_2=-(\dfrac{3}{R_1}+\dfrac{4}{R_2})U_1+(\dfrac{4}{R_2}+\dfrac{1}{R_3})U_2\end{cases}$$

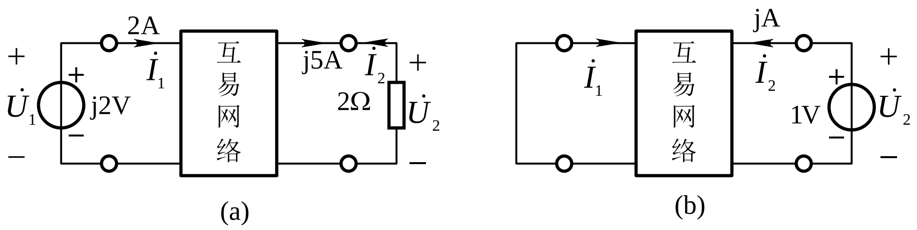
所以 **Y** 参数为：
$$\mathbf{Y}=\begin{bmatrix}\dfrac{1}{R_1}+\dfrac{1}{R_2} & \dfrac{-1}{R_2}\\ \dfrac{-3}{R_1}-\dfrac{4}{R_2} & \dfrac{4}{R_2}+\dfrac{1}{R_3}\end{bmatrix}$$

(b) $i_1=0$，$i=u_1/R_1$

$$i_2=\frac{u_3}{R_3}=\frac{u_2-(R_1+R_2)i}{R_3}=\frac{u_2-(R_1+R_2)u_1/R_1}{R_3}=-\frac{R_1+R_2}{R_1R_3}u_1+\frac{1}{R_3}u_2$$

所以
$$\mathbf{Y}=\begin{bmatrix}0 & 0\\ -\dfrac{R_1+R_2}{R_1R_3} & \dfrac{1}{R_3}\end{bmatrix}$$

10.2　一个互易网络的两组测量值如图题 10.2 所示。试根据这些测量值求 ***Y*** 参数。



图题 10.2

解：图(a)中　$\dot I_1 = 2\text{A},\ \dot U_1 = \text{j}2\text{V},\ \dot U_2 = 2\times \text{j}5 = \text{j}10\text{V},\ \dot I_2 = -\text{j}5\text{A}$

由 **Y** 参数方程得：

$$\begin{cases} \dot I_1 = 2 = \text{j}2\times Y_{11} + \text{j}10\times Y_{12} & (1) \\ \dot I_2 = -\text{j}5 = \text{j}2\times Y_{21} + \text{j}10\times Y_{22} & (2) \end{cases}$$

由图(b)得　$\dot I_2 = \text{jA} = Y_{22}\times 1\text{V}$　(3)

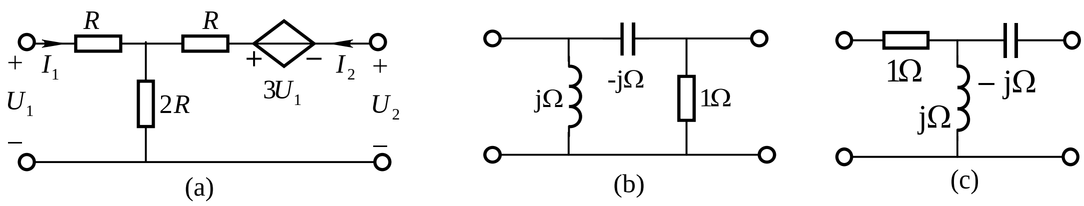
对互易网络有：　$Y_{12} = Y_{21}$　(4)

由式(3) 得：　$Y_{22} = \text{j}1\text{S}$，代入式(2) 得：　$Y_{21} = Y_{12} = (-2.5 - \text{j}5)\text{S}$

再代入式(1)得：　$Y_{11} = (12.5 + \text{j}24)\text{S}$

所以　$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} 12.5+\text{j}24 & -2.5-\text{j}5 \\ -2.5-\text{j}5 & \text{j}1 \end{bmatrix}\text{S}$$

10.3　求图示各二端口网络的 Z 参数。



图题 10.3

解 (a)：按网孔列写 KVL 方程得

$$\begin{cases} (R+2R)I_1 + 2RI_2 = U_1 & (1) \\ 2RI_1 + (R+2R)I_2 = U_2 + 3U_1 & (2) \end{cases}$$

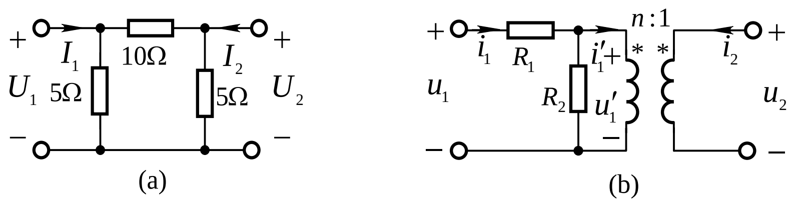
将式(1)代入式(2)整理得

$$\begin{cases} U_1 = 3RI_1 + 2RI_2 \\ U_2 = -7RI_1 - 3RI_2 \end{cases}\qquad \text{所以}\qquad \mathbf{Z} = \begin{bmatrix} 3R & 2R \\ -7R & -3R \end{bmatrix}$$

(b) 将Δ联接的三个阻抗转换成 Y 形联接，如图(c)所示，由此电路可直接写出 Z 参数

$$\mathbf{Z}=\begin{bmatrix}1+\mathrm{j} & \mathrm{j}\\ \mathrm{j} & 0\end{bmatrix}\Omega$$

10.4 求图示各二端口网络的 ***A*** 参数。



图题 10.4

解　(a)：列写节点电压方程

$$\begin{cases}(\frac{1}{5}+\frac{1}{10})U_1-\frac{1}{10}U_2=I_1 & (1)\\ -\frac{1}{10}U_1+(\frac{1}{5}+\frac{1}{10})U_2=I_2 & (2)\end{cases}$$

由式 (2)得　$U_1=3U_2+10(-I_2)$　(3)

代入式(1)整理得　$I_1=0.8U_2+3(-I_2)$　(4)

由式(3)和(4)得　$\mathbf{A}=\begin{bmatrix}3 & 10\Omega\\ 0.8\mathrm{S} & 3\end{bmatrix}$

(b)解：根据基尔霍夫定律和理想变压器方程得

$$u_1=R_1i_1+u_1'=R_1i_1+nu_2 \quad (1)$$

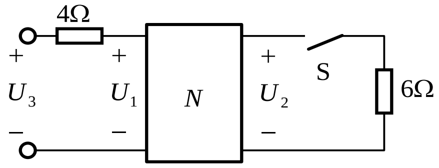
$$i_1=u_1'/R_2+i_1'=nu_2/R_2+(-i_2)/n \quad (2)$$

将式(2) 代入式(1)整理得

$$u_1=(1+R_1/R_2)nu_2+(R_1/n)(-i_2) \quad (3)$$

由式(3)和(1)得 $\mathbf{A}=\begin{bmatrix}(1+R_1/R_2)n & R_1/n \\ n/R_2 & 1/n\end{bmatrix}$

10.5 图示二端口网络。当开关 S 断开时测得$U_3=9\text{V},U_1=5\text{V},U_2=3\text{V}$；开关 S 接通时测得$U_3=8\text{V}$，$U_1=4\text{V}$，$U_2=2\text{V}$。求网络 N 的传输参数矩阵 ***A***。



图题 10.5

解：当开关断开时 $U_1=5\text{V}$，$I_1=\dfrac{U_3-U_1}{4\Omega}=1\text{A}$，$I_2=0$，$U_2=3\text{V}$

由传输参数方程得：

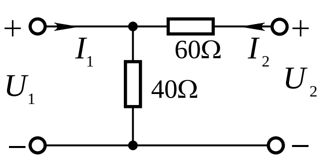
$$\begin{cases}5=A_{11}\times 3\\1=A_{21}\times 3\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}A_{11}=5/3\\A_{21}=1/3\end{cases}$$

当开关接通时 $U_1=4\text{V},\ I_1=\dfrac{U_3-U_1}{4\Omega}=1\text{A}$，$U_2=2\text{V},\ -I_2=\dfrac{U_2}{6\Omega}=\dfrac{1}{3}\text{A}$

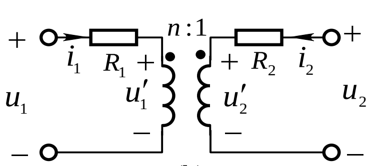
由参数方程又得

$$\begin{cases}4=\dfrac{5}{3}\times 2+\dfrac{1}{3}\times A_{12}\\1=\dfrac{1}{3}\times 2+\dfrac{1}{3}\times A_{22}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}A_{12}=2\\A_{22}=1\end{cases}\quad 所以\quad \mathbf{A}=\begin{bmatrix}5/3 & 2\Omega\\1/3\text{S} & 1\end{bmatrix}$$

10.6 求图示各二端口网络的 ***H*** 参数。



(a)



(b)

图题 10.6

解：(a) 列写网孔电流方程如下：

$$\begin{cases} U_1 = 40\left(I_1 + I_2\right) & (1) \\ U_2 = 40I_1 + 100I_2 & (2) \end{cases}$$

由式(2)得 $I_2 = -0.4I_1 + 0.01U_2 = H_{21}I_1 + H_{22}U_2$ (3)

代入式(1)整理得 $U_1 = 24I_1 + 0.4U_2 = H_{11}I_1 + H_{12}U_2$ (4)

由式(3)和(4)得 $\mathbf{H} = \begin{bmatrix} 24\Omega & 0.4 \\ -0.4 & 0.01\text{S} \end{bmatrix}$

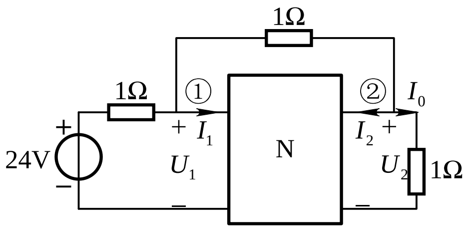
(b) 根据 KVL 和理想变压器方程得

$$\begin{cases} u_1 = R_1 i_1 + n u_2' & (1) \\ i_2 = -n i_1 & (2) \\ u_2' = u_2 - R_2 i_2 & (3) \end{cases}$$

将式(3)及式(2)代入式(1)整理得

$$\begin{cases} u_1 = \left(R_1 + n^2 R_2\right) i_1 + n u_2 \\ i_2 = -n i_1 \end{cases} \quad \text{所以} \quad \mathbf{H} = \begin{bmatrix} R_1 + n^2 R_2 & n \\ -n & 0 \end{bmatrix}$$

10.7 已知由二端口网络组成的电路如图 10.7 所示，若该二端口网络的 $\boldsymbol{Y}$ 参数矩阵为 $\boldsymbol{Y} = \begin{bmatrix} 0.4 & -0.2 \\ -0.2 & 0.6 \end{bmatrix}$S，试根据已知条件求 I_0。



图题 10.7

解：将端口电流为变量，列写改进节电法方程

$$(\frac{1}{1} + \frac{1}{1})U_{\text{n1}} - \frac{1}{1}U_{\text{n2}} = \frac{24\text{V}}{1} - I_1$$

$$-\frac{1}{1}U_{\text{n1}} + (\frac{1}{1} + \frac{1}{1})U_{\text{n2}} = -I_2$$

补充二端口网络的参数方程

$$I_1 = 0.4U_1 - 0.2U_2$$
$$I_2 = -0.2U_1 + 0.6U_2$$

又因为 $U_1 = U_{n1}, U_2 = U_{n2}$

以上表达式联立求解得 $U_{n1} = 13\text{V}, U_{n2} = 6\text{V}$

$$I_0 = \frac{U_{n2}}{1\Omega} = 6\text{A}$$

10.8 设二端口网络的阻抗参数 $\mathbf{Z} = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}\Omega$。(1)求它的混合参数矩阵 ***H***; (2) 若 $i_1 = 10\text{A}$， $u_2 = 20\text{V}$,求它消耗的功率。

解：(1)由阻抗参数方程得

$$\begin{cases} u_1 = 4i_1 + 3i_2 & (1) \\ u_2 = 3i_1 + 5i_2 & (2) \end{cases}$$

由式(2)得 $i_2 = -0.6i_1 + 0.2u_2$ (3)

代入式(1)得 $u_1 = 4i_1 - 1.8i_1 + 0.6u_2 = 2.2i_1 + 0.6u_2$ (4)

由式(3)和(4)得 $\mathbf{H} = \begin{bmatrix} 2.2\Omega & 0.6 \\ -0.6 & 0.2\text{S} \end{bmatrix}$

(2) 若 $i_1 = 10\text{A}$， $u_2 = 20\text{V}$， 由式(3)和(4)解得

$$u_1 = (2.2 \times 10 + 0.6 \times 20)\text{V} = 34\text{V}$$
$$i_2 = (-0.6 \times 10 + 0.2 \times 20)\text{A} = -2\text{A}$$

功率 $p = u_1 i_1 + u_2 i_2 = 34 \times 10 + 20 \times (-2) = 300\text{W}$

注释：二端口消耗的功率等于两个端口消耗功率之和。

10.9 试绘出对应于下列开路阻抗矩阵的任一种二端口网络模型。

(a)$\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}\Omega$; (b)$\begin{bmatrix} 1+4/s & 2/s \\ 2/s & 3+2/s \end{bmatrix}\Omega$; (c)

$$\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -4 & 4 \end{bmatrix}\Omega$$

解：(a)中阻抗矩阵为对称矩阵，且矩阵中元素均为实数，故可用由电阻组成的 T 形电路来等效。如图(a)所示。其中

$R_1 = Z_{11} - Z_{12} = 3 - 1 = 2\Omega$， $R_2 = Z_{22} - Z_{12} = 2 - 1 = 1\Omega$， $R_3 = Z_{12} = 1\Omega$ 。

(b) 阻抗矩阵也为对称矩阵，但其元素含有$1/s$，因此须用含有电容的 T 形电路等效，如图 (b)所示。其中

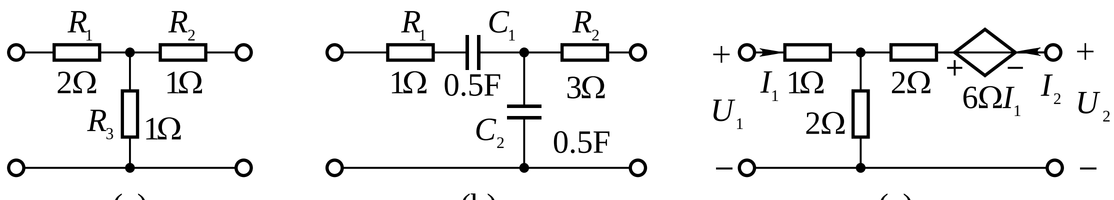
$$Z_1(s) = Z_{11} - Z_{12} = 1 + 2/s = R_1 + 1/(sC_1)\text{，}\quad Z_2(s) = Z_{22} - Z_{12} = 3 = R_2\text{，}$$

$$Z_3(s) = Z_{12} = 2/s = 1/(sC_2)\text{，即}\quad R_1 = 1\Omega\text{，}\ R_2 = 3\Omega\text{，}\ C_1 = C_2 = 0.5\text{F}$$

(c)所示矩阵不是对称矩阵，对应的二端口方程可写成如下形式

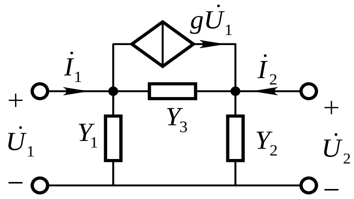
$$\left.\begin{aligned} U_1 &= 3I_1 + 2I_2 \\ U_2 &= 2I_1 + 4I_2 - 6I_2 \end{aligned}\right\}$$

虚线左侧部分可用 T 形电路等效，$6I_1$用一个电流控制电压源表示，如图 (c)所示。



(a)　(b)　(c)

10.10 证明给定 ***Y*** 参数可以用图题 10.10 所示电路来等效，求等效电路参数。



图题 10.10

解：对该电路列写节点电压方程如下：

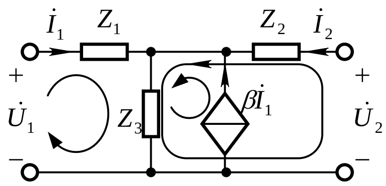
$$\begin{cases} \dot{I}_1 = (Y_1 + Y_3)\dot{U}_1 - Y_3\dot{U}_2 + g\dot{U}_1 = (Y_1 + Y_3 + g)\dot{U}_1 - Y_3\dot{U}_2 \\ \dot{I}_2 = -Y_3\dot{U}_1 + (Y_2 + Y_3)\dot{U}_2 - g\dot{U}_1 = -(Y_3 + g)\dot{U}_1 + (Y_2 + Y_3)\dot{U}_2 \end{cases}$$

与导纳参数标准形式对比得：$Y_1 + Y_3 + g = Y_{11}$， $-Y_3 = Y_{12}$

$$-(Y_3 + g) = Y_{21}\text{，}\quad Y_2 + Y_3 = Y_{22}$$

解得：$Y_1 = Y_{11} + Y_{21}, Y_2 = Y_{22} + Y_{12}, Y_3 = -Y_{12}, g = Y_{12} - Y_{21}$

10.11 证明给定 ***Z*** 参数可以用图题 10.11 所示电路来等效，求等效电路参数。



图题 10.11

解：选回路如图所示，列写回路电流方程

$$\begin{cases}\dot{U}_1=(Z_1+Z_3)\dot{I}_1+Z_3(\dot{I}_2+\beta\dot{I}_1)=(Z_1+Z_3+\beta Z_3)\dot{I}+Z_3\dot{I}_2\\ \dot{U}_2=Z_3\dot{I}_1+(Z_2+Z_3)\dot{I}_2+\beta Z_3\dot{I}_1=(Z_3+\beta Z_3)\dot{I}_1+(Z_2+Z_3)\dot{I}_2\end{cases}$$

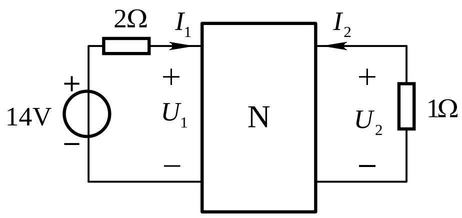
与阻抗参数标准形式对比得：

$Z_{11}=Z_1+Z_3+\beta Z_3$，　$Z_{12}=Z_3$

$Z_{21}=Z_3+\beta Z_3$，　$Z_{22}=Z_2+Z_3$

解得：　$Z_1=Z_{11}-Z_{21}, Z_2=Z_{22}-Z_{12}, Z_3=Z_{12}, \beta=Z_{21}/Z_{12}-1$

10.12 图示电路中二端口网络 N 的电阻参数矩阵为 $\mathbf{R}=\begin{bmatrix}4 & 2\\ 4 & 5\end{bmatrix}\Omega$，求二端口 N 的端口电压 U_1 和 U_2。



图题 10.12

解：由二端口的参数方程得：

$$\begin{cases}U_1=4I_1+2I_2\\ U_2=4I_1+5I_2\end{cases}\qquad (1)$$

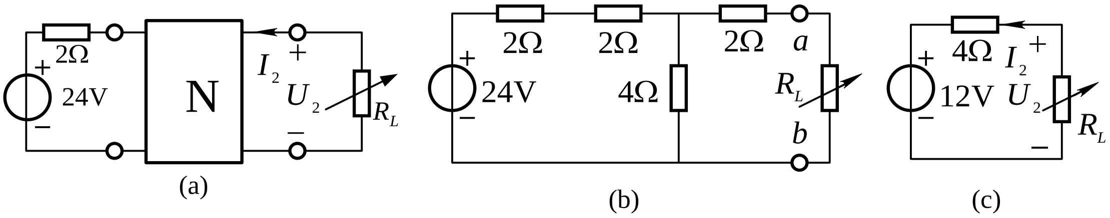
由端口特性得

$$\begin{cases}U_1=14-2I_1\\ U_2=-1\times I_2\end{cases}\qquad (2)$$

由式（1）和式（2）联立解得

$U_1=8\text{V}$，　$U_2=2\text{V}$

10.13 图示二端口网络 N 的阻抗参数矩阵为 $\mathbf{Z}=\begin{bmatrix}6 & 4\\4 & 6\end{bmatrix}\Omega$。问 R_L 为何值时可获得最大功率，并求出此功率。



图题 10.13

解：方法一，将二端口网络用 T 形电路等效，如图 14.13(b)所示。

由图(b)得 a，b 端口的开路电压 $U_{\rm OC}=\dfrac{4}{4+2+2}\times 24{\rm V}=12{\rm V}$

等效电阻 $R_{\rm i}=\dfrac{1}{2}\times 4\Omega+2\Omega=4\Omega$，戴维南等效电路如图(c)所示。

所以当 $R_L=4\Omega$ 时它可获得最大功率。$P_{\max}=\dfrac{U_{\rm OC}^2}{4R_{\rm i}}=\dfrac{12^2}{4\times 4}=9{\rm W}$

方法二，由二端口参数和端口条件得出戴维南等效电路。

由二端口网络 N 的阻抗参数矩阵和端口参数得：

$$U_1=24{\rm V}-2\Omega\times I_1=6\Omega\times I_1+4\Omega\times I_2 \tag{1}$$

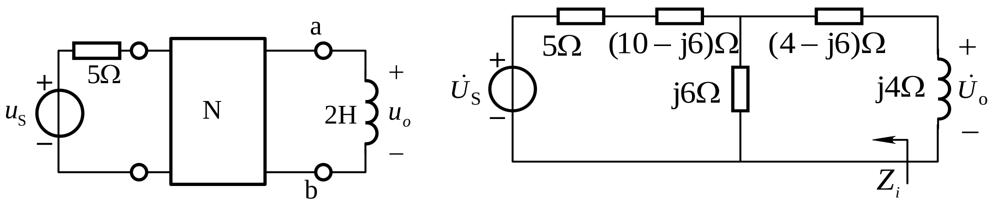
$$U_2=4\Omega\times I_1+6\Omega I_2 \tag{2}$$

由式(1)得：　$I_1=3{\rm A}-0.5I_2$ 代入式(2)

解得：$U_2=12{\rm V}+4\Omega I_2$

由此表达式写出戴维南等效电路如图(c)所示。求最大功率与上述相同。

10.14 图示电路，已知 $u_{\rm S}=15\cos 2t{\rm V}$，二端口网络阻抗参数矩阵 $\mathbf{Z}=\begin{bmatrix}10 & {\rm j}6\\{\rm j}6 & 4\end{bmatrix}\Omega$。求 ab 端戴维南等效电路并计算电压 u_o。



图题 10.14

解：将网络 N 用 T 型电路等效，如右图所示

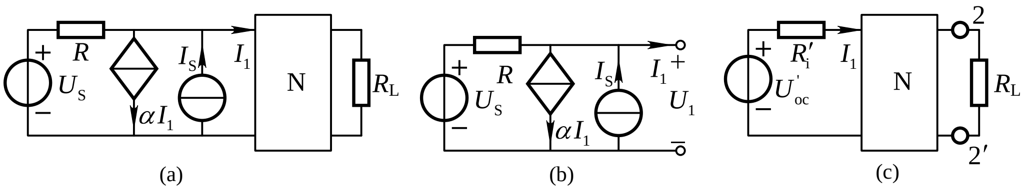
等效阻抗　　$Z_i = 4 - \mathrm{j}6 + \dfrac{\mathrm{j}6\times(15-\mathrm{j}6)}{\mathrm{j}6+15-\mathrm{j}6} = 6.4\Omega$

开路电压　　$\dot U_{\mathrm{OC}} = \dfrac{\mathrm{j}6}{5+10-\mathrm{j}6+\mathrm{j}6}\times\dfrac{15}{\sqrt2}\angle 0^\circ = \mathrm{j}3\sqrt2\mathrm{V}$

$$\dot U_{\mathrm o} = \frac{\mathrm{j}4}{Z_i+\mathrm{j}4}\times \dot U_{\mathrm{OC}} = \frac{\mathrm{j}4\times\mathrm{j}3\sqrt2}{6.4+\mathrm{j}4} = \frac{3.18}{\sqrt2}\angle 148^\circ\quad \mathrm V$$

所以　　$u_{\mathrm o} = 3.18\cos(2t+148^\circ)\mathrm V$

10.15 图示电路中，$U_{\mathrm S}=1\mathrm V, R=1\Omega, I_{\mathrm S}=1\mathrm A, \alpha=1$，试给出 $R_{\mathrm L}$ 获得最大功率的条件及最大功率值。其中二端口网络的传输参数矩阵为 $\boldsymbol A = \begin{bmatrix} 1 & 2\Omega \\ 3\mathrm S & 4 \end{bmatrix}$。



图题 10.15

解：为求 $R_{\mathrm L}$ 获得最大功率，应求 $R_{\mathrm L}$ 左端电路的戴维南等效电路。首先对二端口网络左端的电路部分进行化简，求其戴维南等效电路。在图(b)中，当端口开路时，$I_1=0$，开路电压为

$$U'_{\mathrm{oc}} = RI_{\mathrm S} + U_{\mathrm S} = 1\Omega\times 1\mathrm A + 1\mathrm V = 2\mathrm V$$

当图(b)中的独立源置零后，等效电阻为

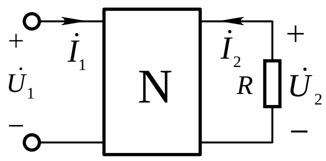
$$R'_{\mathrm i} = \frac{U_1}{-I_1} = \frac{-(\alpha I_1 + I_1)R}{I_1} = 2\Omega$$

因此可将图(a)电路化简为图(c)的形式。再求 R_L 左端电路的戴维南等效电路，其开路电压和等效电阻分别为

$$U_{oc}=\frac{U'_{oc}}{A_{21}R'_i+A_{11}}=\frac{2}{3\times2+1}=\frac{2}{7}\text{V}$$
$$R_i=\frac{A_{22}R'_i+A_{12}}{A_{21}R'_i+A_{11}}=\frac{4\times2+2}{3\times2+1}=\frac{10}{7}\Omega$$

所以当 $R_L=R_i=10/7\Omega$ 时，它获得最大功率。最大功率 $P_{max}=\frac{U_{oc}^{\ 2}}{4R_L}=\frac{1}{70}\text{W}$

10.16 图示电路，二端口网络输出端接电阻 R，定义 $H(\text{j}\omega)=\dot{U}_2/\dot{U}_1$，求出 $H(\text{j}\omega)$ 与二端口网络导纳参数和传输参数的关系。



图题 10.16

解：(1)当二端口用导纳参数表示时

$$\dot{I}_2=Y_{21}\dot{U}_1+Y_{22}\dot{U}_2 \qquad (1)$$

由端口 2 得：$\dot{I}_2=\frac{-1}{R}\dot{U}_2$ (2)

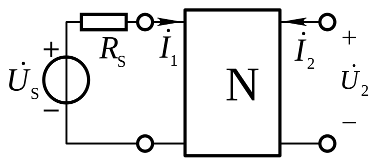
将式(2)代入式(1)得：$-(\frac{1}{R}+Y_{22})\dot{U}_2=Y_{21}\dot{U}_1$　　所以 $H(\text{j}\omega)=\frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1}=\frac{-Y_{21}}{Y_{22}+1/R}$

(2) 当二端口用传输参数表示时

$$\dot{U}_1=A_{11}\dot{U}_2+A_{12}(-\dot{I}_2) \qquad (3)$$

将式(2)代入式(3)得：$\dot{U}_1=A_{11}\dot{U}_2+\frac{A_{12}}{R}\dot{U}_2$。所以 $H(\text{j}\omega)=\frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1}=\frac{R}{A_{12}+RA_{11}}$

10.17 图示电路，电源含有内阻 R_S，定义 $H(\text{j}\omega)=\dot{U}_2/\dot{U}_S$，求出 $H(\text{j}\omega)$ 与二端口网络阻抗参数和混合参数的关系。



图题 10.17

解：(1)当二端口用阻抗参数表示且$\dot{I}_2 = 0$时

$$\dot{U}_1 = \dot{U}_S - R_S\dot{I}_1 = Z_{11}\dot{I}_1 \qquad (1)$$

$$\dot{U}_2 = Z_{21}\dot{I}_1 \qquad (2)$$

$\dot{I}_1 = \dfrac{\dot{U}_2}{\dot{Z}_{21}}$　代入式(1)得：　$\dot{U}_S = (R_S + Z_{11})\dfrac{\dot{U}_2}{\dot{Z}_{21}}$

$$H(\mathrm{j}\omega) = \frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_S} = \frac{Z_{21}}{R_S + Z_{11}}$$

(2)当二端口用混合参数表示时

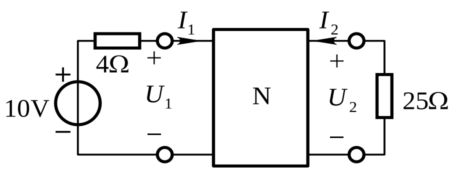
$$\dot{U}_1 = \dot{U}_S - R_S\dot{I}_1 = H_{11}\dot{I}_1 + H_{12}\dot{U}_2 \qquad (3)$$

$$\dot{I}_2 = H_{21}\dot{I}_1 + H_{22}\dot{U}_2 = 0 \qquad (4)$$

由式(4)得　$\dot{I}_1 = -\dfrac{\dot{H}_{22}}{\dot{H}_{21}}\dot{U}_2$　代入式(3)得 $\dot{U}_S = (R_S + H_{11})\times(-\dfrac{H_{22}}{H_{21}}\dot{U}_2) + H_{12}\dot{U}_2$

$$H(\mathrm{j}\omega) = \frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_S} = \frac{H_{21}}{H_{21}H_{12} - H_{22}(R_S + H_{11})}$$

10.18 图示电路，已知二端口网络的混合参数矩阵为$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} 16\Omega & 3 \\ -2 & 0.01\mathrm{S} \end{bmatrix}$。求 U_2 / U_1，I_2 / I_1。



图题 10.18

解：由混和参数方程得：$U_1 = 16I_1 + 3U_2$　(1)

$I_2 = -2I_1 + 0.01U_2$　(2)

输入和输出端口还需满足

$$U_1 = U_S - 4I_1 \qquad (3)$$

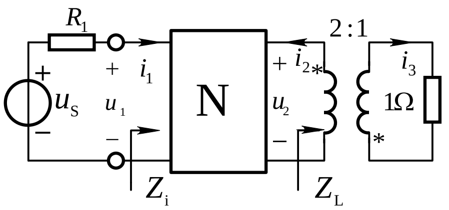
$$I_2 = -0.04U_2 \qquad (4)$$

式（1）~（4）联立解得 $U_1 = \dfrac{34}{35}U_S$ ，$I_1 = \dfrac{1}{140}U_S$

$$U_2=\frac{2}{7}U_S,\quad I_2=-\frac{2}{175}U_S$$

所以 $$\frac{U_2}{U_1}=\frac{5}{17},\quad \frac{I_2}{I_1}=-1.6$$

10.19 图示网络 N 的传输参数矩阵为 $A=\begin{bmatrix}4/3 & 1\Omega\\(1/3)\mathrm{S} & 1\end{bmatrix}$，输入端口电阻 $R_1=Z_{c1}$，并且 $u_S=22\cos\omega t\mathrm{V}$。求电流 i_1,i_2 和 i_3。



图题 10.19

解：$Z_L=n^2\times 1\Omega=4\Omega$

$$R_1=Z_{C1}=\sqrt{\frac{A_{11}A_{12}}{A_{21}A_{22}}}=\sqrt{\frac{4/3}{1/3}}=2\Omega$$

输入阻抗 $$Z_i=\frac{A_{11}Z_L+A_{12}}{A_{21}Z_L+A_{22}}=\frac{(4/3)\times4+1}{(1/3)\times4+1}=\frac{19}{7}\Omega$$

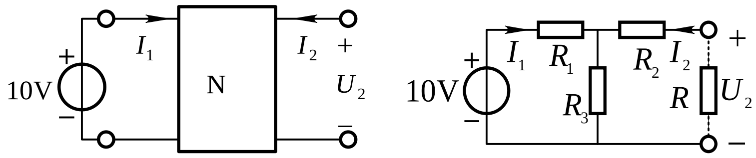
由于 R_1 和 Z_i 均为电阻，可不用相量计算电流。

$$i_1=\frac{u_S}{R_1+Z_i}=\frac{22\cos\omega t}{2+(19/7)}=4.667\cos(\omega t)\ \mathrm{A}\qquad u_1=Z_i i_1=12.667\cos(\omega t)\ \mathrm{V}$$

由二端口参数得：$u_1=\frac{4}{3}u_2-i_2\quad i_1=\frac{1}{3}u_2-i_2$

解得 $i_2=\frac{1}{3}(u_1-4i_1)=-2\cos(\omega t)\mathrm{A}$，$i_3=ni_2=-4\cos(\omega t)\mathrm{A}$

10.20 图示电路中 N 为线性无源互易二端口网络。已知当 $I_2=0$ 时，$I_1=2\mathrm{A}$，$U_2=4\mathrm{V}$；当 $U_2=0$ 时，$I_2=-1\mathrm{A}$。求终端接 10Ω 电阻时的电流 I_1 和 I_2。



图题 10.20

解：将二端口用 T 形路等效，如右图所示

由已知条件 当$I_2=0$时　$I_1=\dfrac{10}{R_1+R_3}=2\text{A}$，　$U_2=I_1R_3=2R_3=4\text{V}$

解得$R_3=2\Omega$　$R_1=3\Omega$

当$U_2=0$时　$-I_2=\dfrac{10}{3+\dfrac{2\times R_2}{2+R_2}}\times\dfrac{2}{2+R_2}=1\text{A}$　解得$R_2=2.8\Omega$

当终端接10Ω电阻时对回路列写 KVL 方程得

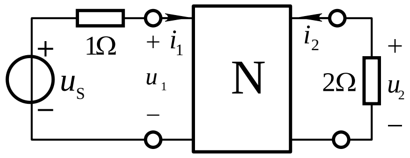
$$\begin{cases}5I_1+2I_2=10\\2I_1+14.8I_2=0\end{cases}$$

解得$I_1=2.114\text{A}$　$I_2=-0.286\text{A}$

10.21　图示二端口网络的阻抗参数矩阵为 $\boldsymbol{Z}(\text{s})=\dfrac{1}{s+1}\begin{bmatrix}2&1\\1&3\end{bmatrix}\Omega$。

(1) 若输入电压$u_S(t)=\varepsilon(t)\text{V}$，试求零状态响应$u_2(t)$；

(2) 若输入电压$u_S(t)=10\cos(3t+60^\circ)\text{V}$，试求正弦稳态输出电压$u_2(t)$。



图题 10.21

解：（1）根据Z参数可列如下方程

$$\begin{cases}U_1(s)=\dfrac{2}{s+1}I_1(s)+\dfrac{1}{s+1}I_2(s)=U_S(s)-1\Omega\times I_1(s)=\dfrac{1}{s}-I_1(s)\\U_2(s)=\dfrac{1}{s+1}I_1(s)+\dfrac{3}{s+1}I_2(s)=-2\Omega\times I_2(s)\end{cases}$$

解得　$I_2(\text{s})=-\dfrac{0.5(s+1)}{s(s^2+5.5s+7)}$

$$U_2(s) = -2I_2(s) = \frac{s+1}{s(s^2+5.5s+7)} = \frac{1/7}{s} + \frac{1/3}{s+2} + \frac{-10/21}{s+3.5}$$

$$u_2(t) = (\frac{1}{7} + \frac{1}{3}\mathrm{e}^{-2t} - \frac{10}{21}\mathrm{e}^{-3.5t})\varepsilon(t)\ \mathrm{V}$$

（2）由$U_2(s)$的表达式可得网络函数

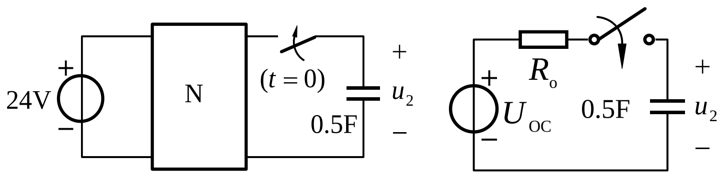
$$H(s) = \frac{U_2(s)}{U_S(s)} = \frac{s+1}{s^2+5.5s+7}, \quad H(\mathrm{j}3) = H(s)|_{s=\mathrm{j}3} = \frac{1+\mathrm{j}3}{-2+\mathrm{j}16.5}$$

当$\dot{U}_{Sm} = 10\angle 60°\ \mathrm{V}$时

$$\dot{U}_{2\mathrm{m}} = H(\mathrm{j}3)\dot{U}_{S\mathrm{m}} = \frac{1+\mathrm{j}3}{-2+\mathrm{j}16.5} \times 10\angle 60°\ \mathrm{V} = 1.903\angle 34.65°\ \mathrm{V}$$

所以　$u_2(t) = 1.903\cos(3t + 34.65°)\ \mathrm{V}$

10.22 已知图示电路中 N 的传输参数矩阵为$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 4/3 & 6\Omega \\ (1/6)\mathrm{S} & 1 \end{bmatrix}$, $u_2(0_-) = 10\mathrm{V}$。求电压u_2。



图题 10.22

解：先求二端口输出端的戴维南等效电路

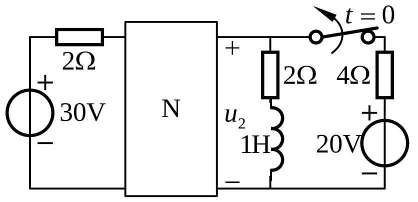
输出电阻　$R_{\mathrm{o}} = \dfrac{A_{22}Z_S + A_{12}}{A_{21}Z_S + A_{11}} = \dfrac{A_{12}}{A_{11}} = \dfrac{6}{4/3} = 4.5\Omega$

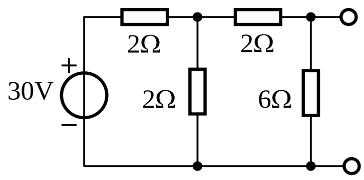
终端开路电压　$U_{\mathrm{OC}} = \dfrac{\dot{U}_S}{A_{21}Z_S + A_{11}} = \dfrac{\dot{U}_S}{A_{11}} = \dfrac{24}{4/3} = 18\ \mathrm{V}$

时间常数$\tau = R_{\mathrm{o}}C = 4.5 \times 0.5 = 2.25\mathrm{s}$，稳态值$u_2(\infty) = U_{\mathrm{OC}} = 18\mathrm{V}$

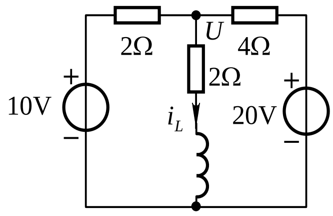
由三要素公式得　$u_2(t) = (18 - 8\mathrm{e}^{-\frac{4}{9}t})\mathrm{V} \quad t > 0$

10.23 图示电路中二端口的导纳参数矩阵为 $\boldsymbol{Y}=\begin{bmatrix}1 & -0.5\\ -0.5 & 2/3\end{bmatrix}\mathrm{S}$，电路原处于稳态，$t=0$ 时开关由闭合突然断开，用三要素法求 $t>0$ 时的电压 u_2。





图(a)



图(b)

图题 10.23

解：将二端口用 Π 型电路等效，如图(a)所示

其戴维南等效电路的等效电阻：　$R_i=\dfrac{6\times 3}{6+3}=2\Omega$

开路电压 $U_{OC}=\dfrac{6}{6+3}\times 15=10\mathrm{V}$

求电感电流初值等效电路如图(b)所示

$$(0.5+0.5+0.25)U=10/2+20/40$$

解得 $U=8\mathrm{V}$　 $i_L(0_-)=U/2=4\mathrm{A}$

$$u_2(0_+)=10-2i_L(0_-)=2\mathrm{V}$$

$$u_2(\infty)=5\mathrm{V}$$

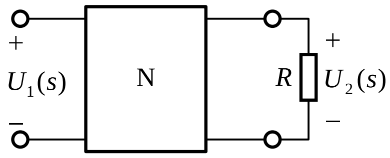
$$\tau=L/R=0.25\mathrm{s}$$

由三要素法得：　$u_2(t)=[5-3\mathrm{e}^{-4t}]\mathrm{V}\quad t>0$

10.24 图示二端口网络 N 在复频域的开路阻抗矩阵为

$$Z(s)=\begin{bmatrix}4+5/s & 5/s\\ 5/s & 4s+5/s\end{bmatrix}$$（式中 s 表示复频率），

图中电阻 $R=10\Omega$。定义电压转移函数 $H(s)=U_2(s)/U_1(s)$。求出 $H(s)$ 及其极点，判断冲激响应是否振荡？



图题 10.24

解：由二端口网络的开路阻抗参数方程得

$$\begin{cases} U_1(s) = Z_{11}I_1(s) + Z_{12}I_2(s) = Z_{11}I_1(s) - Z_{12} \times \dfrac{U_2(s)}{R} \\ U_2(s) = Z_{21}I_1(s) + Z_{22}I_2(s) = Z_{21}I_1(s) - Z_{22} \times \dfrac{U_2(s)}{R} \end{cases}$$

由上式求得电压转移函数：

$$H(s) = \frac{U_2(s)}{U_1(s)} = \frac{Z_{21}R}{RZ_{11} + Z_{11}Z_{22} - Z_{12}Z_{21}} = \frac{5}{1.6s^2 + 6s + 7}$$

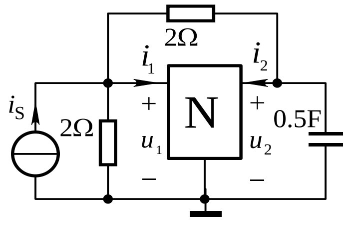
上述电压转移函数的极点为

$$s_{1,2} = \frac{-6 \pm \sqrt{6^2 - 4 \times 1.6 \times 7}}{2 \times 1.6} \approx -1.875 \pm \mathrm{j}0.927$$

极点为复数，故存在振荡的冲激响应。

10.25 图示电路，已知 $i_S(t) = 0.25\mathrm{C} \times \delta(t)$，网络 N 的导纳参数矩阵为

$\mathbf{Y}(s) = \begin{bmatrix} 0.5 + 0.5s & -0.5s \\ -0.5s & 1 + 0.5s \end{bmatrix}$。求零状态响应 $u_2(t)$。



图题 10.25

解： $I_S(s) = 0.25$，列写节点电压方程如下

$$\begin{cases} (\frac{1}{2} + \frac{1}{2})U_1(s) - \frac{1}{2}U_2(s) + I_1(s) = 0.25 & (1) \\ -\frac{1}{2}U_1(s) + (\frac{1}{2} + 0.5s)U_2(s) + I_2(s) = 0 & (2) \end{cases}$$

根据导纳参数得：

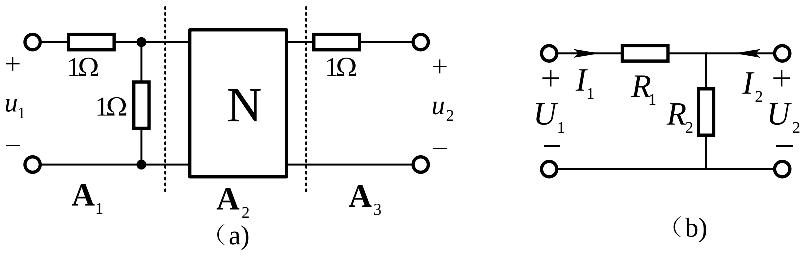
$$\begin{cases} I_1(s)=(0.5+0.5s)U_1(s)-0.5sU_2(s) & (3) \\ I_2(s)=-0.5sU_1(s)+(1+0.5s)U_2(s) & (4) \end{cases}$$

将式(3)、(4)分别代入式 (1)、(2)解得：

$$U_2(s)=\frac{0.5(s+1)}{s^2+7s+8}=\frac{0.553}{s+5.56}-\frac{0.053}{s+1.44}$$

所以 $u_2(t)=(0.553\mathrm{e}^{-5.56t}-0.053\mathrm{e}^{-1.44t})\varepsilon(t)\ \mathrm{V}$

10.26 已知图示网络 N 的阻抗参数矩阵为 $\mathbf{Z}=\begin{bmatrix}5 & 4\\ 4 & 5\end{bmatrix}\Omega$，求复合二端口网络的传输参数矩阵。



图题 10.26

解：将复合二端口网络分成三个级联的子二端口。先求两个 1Ω 电阻组成的二端口的传输参数。

由 R_1 和 R_2 组成的二端口[图(b)所示]的传输参数方程为

$$U_1=U_2+R_1I_1=U_2+R_1(\frac{U_2}{R_2}-I_2)=(1+\frac{R_2}{R_1})U_2+R_1(-I_2)$$

$$I_1=\frac{U_2}{R_2}-I_2=\frac{1}{R_2}U_2+1\times(-I_2)$$

所以该二端口的传输参数矩阵为 $\mathbf{A}'=\begin{bmatrix}1+\dfrac{R_1}{R_2} & R_1\\ \dfrac{1}{R_2} & 1\end{bmatrix}$

令 $R_1=R_2=1\Omega$，则得第一级子二端口的传输参数矩阵为 $\mathbf{A}_1=\begin{bmatrix}2 & 1\Omega\\ 1\mathrm{S} & 1\end{bmatrix}$

令 $R_1 = 1\Omega$， $R_2 \to \infty$，则得第三级子二端口的传输参数矩阵为 $\mathbf{A}_3 = \begin{bmatrix} 1 & 1\Omega \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

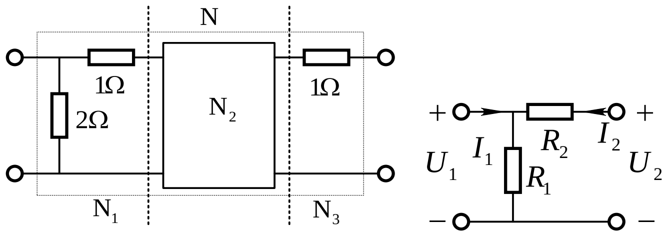
将网络 N 的 Z 参数转换为 ***A*** 参数得

$$\mathbf{A}_2 = \begin{bmatrix} 1.25 & 2.25\Omega \\ 0.25\mathrm{S} & 1.25 \end{bmatrix}$$

复合二端口网络的传输参数矩阵为

$$\mathbf{A} = \mathbf{A}_1\mathbf{A}_2\mathbf{A}_3 = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1.25 & 2.25 \\ 0.25 & 1.25 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2.75 & 8.5\Omega \\ 1.5\mathrm{S} & 5 \end{bmatrix}$$

10.27 图示电路中网络 N_2 的导纳参数矩阵为 $\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} 1.5 & -3.5 \\ -0.5 & 1.5 \end{bmatrix}\mathrm{S}$，求复合二端口 N 的传输参数矩阵。



图题 10.27

解：将网络 N 划分为三个级联的子网络。对图 N_1 所示的子网络

$$\begin{cases} U_1 = U_2 + R_2(-I_2) \\ I_1 = U_1 / R_1 + (-I_2) = U_2 / R_1 + (1 + R_2 / R_1)(-I_2) \end{cases}$$

对应的传输参数矩阵为 $A = \begin{bmatrix} 1 & R_2 \\ 1/R_1 & 1 + R_2/R_1 \end{bmatrix}$

当 $R_1 = 2\Omega$， $R_2 = 1\Omega$ 是上述矩阵变为子网络 N_1 的传输参数矩阵 $A_1 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0.5 & 1.5 \end{bmatrix}$

当 $R_1 \to \infty$， $R_2 = 1\Omega$ 是上述矩阵变为子网络 N_3 的传输参数矩阵 $A_3 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

对网络 N_2，由参数方程得：

$I_1 = 1.5U_1 - 3.5U_2$　　(1)

$I_2 = -0.5U_1 + 1.5U_2$　　(2)

由式（2）得 $U_1 = 3U_2 + 2(-I_2)$ 再代入式（1）得

$I_1 = U_2 + 3(-I_2)$

因此网络 N_2 的传输参数矩阵 $A_2 = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$

网络 N 的传输参数矩阵 $A = A_1 A_2 A_3 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0.5 & 1.5 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 9 \\ 3 & 8.5 \end{bmatrix}$

第 11 章网络图论与网络方程习题解答

11.1　在图示网络的图中，问下列支路集合哪些是割集？哪些不是割集？为什么？

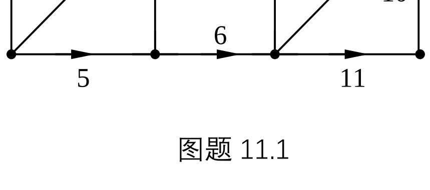
①1、3、5；②2、3、4、7、8；③4、5、6；④6；⑤4、7、9；⑥1、3、4、7。

解：①、④ 是割集，符合割集定义。

②、③ 不是割集，去掉该支路集合，将电路分成了孤立的三部分。

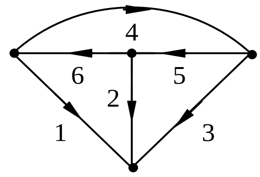
⑤ 不是割集，去掉该支路集合，所剩线图仍连通。

⑥ 不是割集，不是将图分割成两孤立部分的最少支路集合。因为加上支路 7，该图仍为孤立的两部分。



图题 11.1

11.2 在图示网络的图中，任选一树，指出全部的基本回路的支路集合和全部基本割集的支路集合。



图题 11.2

解：选 1、2、3 为树支，基本回路支路集合为 {1，3，4}，{2，3，5}，{1，2，6}；

基本割集的支路集合为 {1，4，6}，{2，5，6}，{3，4，5}。

11.3 设某网络的基本回路矩阵为

$$\boldsymbol{B}=\begin{bmatrix}0 & -1 & 1 & 1 & 0 & 0\\ 1 & -1 & 1 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix}$$

① 若如已知连支电流 $i_4=4$ A, $i_5=5$ A, $i_6=6$ A，求树支电流。

② 若已知树支电压 $u_1=1$ V，$u_2=2$ V，$u_3=3$ V，求连支电压。

③ 画出该网络的图。

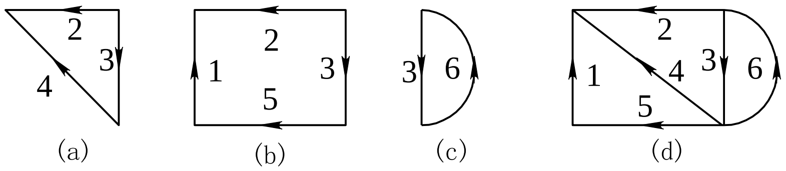
解：① 由公式 $\boldsymbol{I}_t=\boldsymbol{B}_t^{\mathrm{T}}\boldsymbol{I}_l$，已知连支电流，可求得树支电流

$$\begin{bmatrix}i_1\\ i_2\\ i_3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0 & 1 & 0\\ -1 & -1 & 0\\ 1 & 1 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}i_4\\ i_5\\ i_6\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}5\\ -9\\ 15\end{bmatrix}\mathrm{A}$$

② 由公式 $\boldsymbol{U}_l=-\boldsymbol{B}_{\mathrm{t}}\boldsymbol{U}_{\mathrm{t}}$，已知树支电压，可求得连支电压

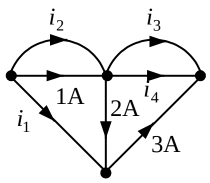
$$\begin{bmatrix}u_4\\ u_5\\ u_6\end{bmatrix}=-\begin{bmatrix}0 & -1 & 1\\ 1 & -1 & 1\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1\\ 2\\ 3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-1\\ -2\\ -3\end{bmatrix}\mathrm{V}$$

③ 由矩阵 $\boldsymbol{B}$ 画出各基本回路，如图 11.3(a)~(c)所示。将各基本回路综合在一起得题中所求线图，如图 11.3(d)所示。



图题 11.3

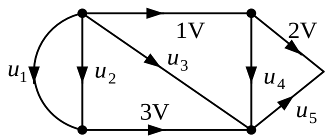
11.4 网络的图如图所示，已知部分支路电流。若要求出全部支路电流应该怎样补充已知条件?



图题 11.4

解：连支电流是一组独立变量，若已知连支电流，便可求出全部支路电流。因此除将图中已知电流支路作为连支外，还需将支路 3 或 4 作为连支。 即补充支路 3 或 4 的电流。若补充 i_3，则得 $i_1=1\text{A}$， $i_2=-2\text{A}$， $i_4=-3\text{A}-i_3$；若补充 i_4，则得 $i_1=1\text{A}$， $i_2=-2\text{A}$， $i_3=-3\text{A}-i_4$。

11.5 网络的图如图所示，已知其中的三条支路电压，应该怎样补充已知条件，才能求出全部未知支路电压?



图题 11.5

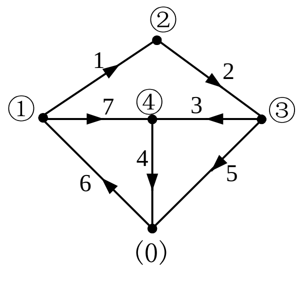
解：树支电压是一组独立变量，若已知树支电压，便可求出全部支路电压。除将图中已知支路电压作为树支外，还需在支路 1、2、3、4、5 中任选一条支路作为树支。即在 u_1、u_2、u_3、u_4、u_5 中任意给定一个电压便可求出全部未知支路电压。

11.6 已知网络图的关联矩阵 $\boldsymbol{A}$ 为

$$\boldsymbol{A}=\begin{array}{c} \begin{array}{ccccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \end{array} \\ \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \end{array} \begin{array}{c} ① \\ ② \\ ③ \\ ④ \end{array}$$

画出该网络图（标明支路、节点号以及方向），并以支路 1、2、3、4 为树支，列写基本回路矩阵 $\boldsymbol{B}$。

解：　　网络图　　　　　　　　　　基本回路矩阵 $\boldsymbol{B}$



$$\boldsymbol{B}=\begin{array}{c} \begin{array}{ccccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \end{array} \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{array}$$

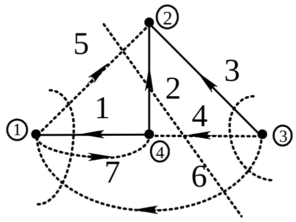
11.7 设某网络图的关联矩阵为

$$\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix}-1 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 1\\ 0 & -1 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0\end{bmatrix}$$

取 1、2、3 支路为树支，写出基本割集矩阵。

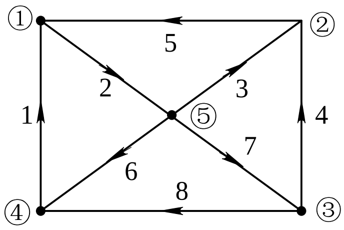
解：由关联矩阵 **A** 画出网络图，如图题 11.7 所示，由图写出基本割集矩阵如下：

$$\boldsymbol{C}=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & -1\\ 0 & 1 & 0 & -1 & 1 & -1 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0\end{bmatrix}$$



图题 11.7

11.8 图示网络线图中，以支路 1、2、3、4 为树支，列写基本回路矩阵 $\boldsymbol{B}$ 和基本割集矩阵 $\boldsymbol{C}$ 。



图题 11.8

解：

$$\boldsymbol{B}=\begin{array}{c}\begin{matrix}1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8\end{matrix}\\ \begin{bmatrix}0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0\\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0\\ 1 & 1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix}\end{array}\qquad \boldsymbol{C}=\begin{array}{c}\begin{matrix}1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8\end{matrix}\\ \begin{bmatrix}1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & -1\\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 & -1\\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 1 & -1\\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 1\end{bmatrix}\end{array}$$

11.9 某网络图的基本割集矩阵为

$$\boldsymbol{C}=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1\\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1\\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & -1 & -1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & -1 & 0 & 0\end{bmatrix}$$

画出对应网络的图。

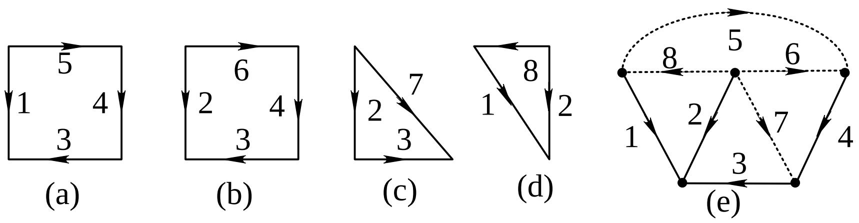
解：$\boldsymbol{C}$ 可以表示为

$$\boldsymbol{C}=\left[\begin{array}{cccc:cccc}1&0&0&0&1&0&0&-1\\0&1&0&0&0&1&1&1\\0&0&1&0&-1&-1&-1&0\\0&0&0&1&-1&-1&0&0\end{array}\right]=[\boldsymbol{C}_{\mathrm{t}}\ \vdots\ \boldsymbol{C}_{l}]$$

由 $\boldsymbol{B}_{\mathrm{t}}=-\boldsymbol{C}_{l}^{\mathrm{T}}$ 得

$$\boldsymbol{B}_{\mathrm{t}}=\begin{bmatrix}-1&0&1&1\\0&-1&1&1\\0&-1&1&0\\1&-1&0&0\end{bmatrix},\quad \boldsymbol{B}=[\boldsymbol{B}_{\mathrm{t}}\,|\,\boldsymbol{B}_{l}]=\begin{bmatrix}-1&0&1&1&1&0&0&0\\0&-1&1&1&0&1&0&0\\0&-1&1&0&0&0&1&0\\1&-1&0&0&0&0&0&1\end{bmatrix}$$

由 $\boldsymbol{B}$ 矩阵画出各基本回路，如图 11.9 (a)~(d) 所示。将各基本回路综合在一起得题中所求线图，如图 11.9（e）所示。



图题11.9

11.10 已知某网络图的基本回路矩阵

$$\boldsymbol{B}=\begin{bmatrix}1&0&0&0&0&-1&-1&0\\0&1&0&0&0&0&1&1\\0&0&1&0&1&1&1&0\\0&0&0&1&-1&-1&0&1\end{bmatrix}$$

试写出此网络的基本割集矩阵 $\boldsymbol{C}$ 。

解：$\boldsymbol{B}$ 可以表示为

$$\boldsymbol{B}=\left[\begin{array}{cccc:cccc}1&0&0&0&0&-1&-1&0\\0&1&0&0&0&0&1&1\\0&0&1&0&1&1&1&0\\0&0&0&1&-1&-1&0&1\end{array}\right]=[\boldsymbol{B}_{l}\ \vdots\ \boldsymbol{B}_{\mathrm{t}}]$$

由 $\mathbf{C}_{l}=-\mathbf{B}_{t}^{\mathrm{T}}$ 得

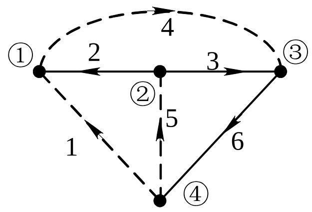
$$\boldsymbol{C}_l=\begin{bmatrix}0&0&-1&1\\1&0&-1&1\\1&-1&-1&0\\0&-1&0&-1\end{bmatrix},\quad \boldsymbol{C}=[\boldsymbol{C}_l\,|\,\boldsymbol{C}_t]=\begin{bmatrix}0&0&-1&1&1&0&0&0\\1&0&-1&1&0&1&0&0\\1&-1&-1&0&0&0&1&0\\0&-1&0&-1&0&0&0&1\end{bmatrix}$$

11.11 已知按有向图 G 的某个树 T 列写的基本回路矩阵 ***B*** 如下所示，其中矩阵 ***B*** 上数字 1~6 表示支路编号。求此树 T 由那些支路组成，并画出该图及对应该树的基本割集矩阵 ***C***。

$$\boldsymbol{B}=\begin{array}{c}\begin{array}{cccccc}1&2&3&4&5&6\end{array}\\\begin{bmatrix}1&-1&1&0&0&1\\0&1&-1&1&0&0\\0&0&1&0&1&1\end{bmatrix}\end{array}\begin{array}{c}\\l_1\\l_2\\l_3\end{array}$$

解：$T:\{2,3,6\}$

$$B(N)=\begin{array}{c}\begin{array}{cccccc}2&3&6&1&4&5\end{array}\\\begin{bmatrix}-1&1&1&1&0&0\\1&-1&0&0&1&0\\0&1&1&0&0&1\end{bmatrix}\end{array}$$



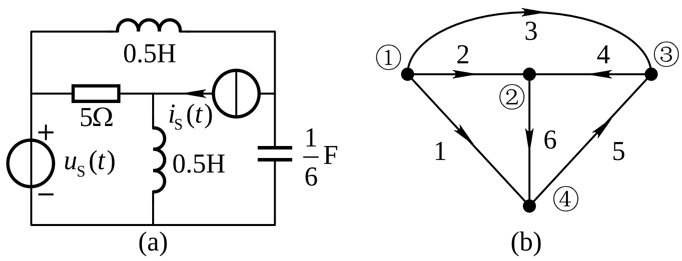
$$C(N)=\begin{array}{c}\begin{array}{cccccc}2&3&6&1&4&5\end{array}\\\begin{bmatrix}1&0&0&1&-1&0\\0&1&0&-1&1&-1\\0&0&1&-1&0&-1\end{bmatrix}\end{array}$$

$$\Rightarrow C=\begin{array}{c}\begin{array}{cccccc}1&2&3&4&5&6\end{array}\\\begin{bmatrix}1&-1&1&0&0&1\\0&1&-1&1&0&0\\0&0&1&0&1&1\end{bmatrix}\end{array}$$

11.12 电路模型图如图(a)所示，图(b)是它的有向图。

① 以节点④为参考节点，写出电路的降阶关联矩阵 $\boldsymbol{A}$。

② 以支路 1，2，5 为树，写出基本回路矩阵 $\boldsymbol{B}$，基本割集矩阵 $\boldsymbol{C}$。



图题 11.12

解:

$$A=\begin{bmatrix}1&1&1&0&0&0\\0&-1&0&-1&0&1\\0&0&-1&1&-1&0\end{bmatrix}$$

$$B(N)=\begin{array}{c}\begin{array}{cccccc}1&2&5&3&4&6\end{array}\\ \begin{bmatrix}-1&0&-1&1&0&0\\1&-1&1&0&1&0\\-1&1&0&0&0&1\end{bmatrix}\end{array}\quad\Rightarrow B=\begin{array}{c}\begin{array}{cccccc}1&2&3&4&5&6\end{array}\\ \begin{bmatrix}-1&0&1&0&-1&0\\1&-1&0&1&1&0\\-1&1&0&0&0&1\end{bmatrix}\end{array}$$

$$C(N)=\begin{array}{c}\begin{array}{cccccc}1&2&5&3&4&6\end{array}\\ \begin{bmatrix}1&0&0&1&-1&1\\0&1&0&0&1&-1\\0&0&1&1&-1&0\end{bmatrix}\end{array}\quad\Rightarrow C=\begin{array}{c}\begin{array}{cccccc}1&2&3&4&5&6\end{array}\\ \begin{bmatrix}1&0&1&-1&0&1\\0&1&0&1&0&-1\\0&0&1&-1&1&0\end{bmatrix}\end{array}$$

11.13 某网络有 6 条支路，已知 3 条支路的电阻分别是 $R_1=2\Omega$， $R_2=5\Omega$， $R_3=10\Omega$；其余 3 条支路的电压分别是 $u_4=4$V， $u_5=6$V， $u_6=-12$V。又知该网络的基本回路矩阵为

$$\boldsymbol{B}=\begin{bmatrix}1&0&0&1&0&1\\0&1&0&-1&-1&-1\\0&0&1&0&-1&-1\end{bmatrix}$$

试求全部支路电流。

解：由基本回路矩阵可知：支路 1、2、3 为连支，4、5、6 为树支，已知树支电压，可以求出全部连支电压。

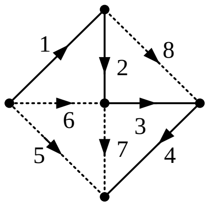
$$\begin{bmatrix}u_1\\u_2\\u_3\end{bmatrix}=\boldsymbol{U}_l=-\boldsymbol{B}_t\boldsymbol{U}_t=-\begin{bmatrix}1&0&1\\-1&-1&-1\\0&-1&-1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}4\\6\\-12\end{bmatrix}\text{V}=\begin{bmatrix}8\\-2\\-6\end{bmatrix}\text{V}$$

连支电流等于连支电压除以相应支路的电阻。

$$\boldsymbol{I}_l=\left[\frac{u_1}{R_1},\quad \frac{u_2}{R_2},\quad \frac{u_3}{R_3}\right]^{\mathrm{T}}=\left[4,\quad -0.4,\quad -0.6\right]^{\mathrm{T}}\mathrm{A}$$

$$\mathbf{I}=\mathbf{B}^{\mathrm{T}}\mathbf{I}_l=\begin{bmatrix}1&0&0&1&0&1\\0&1&0&-1&-1&-1\\0&0&1&0&-1&-1\end{bmatrix}^{\mathrm{T}}\begin{bmatrix}4\\-0.4\\-0.6\end{bmatrix}=\left[4,\quad -0.4,\quad -0.6,\quad 4.4,\quad 1,\quad 5\right]^{\mathrm{T}}\mathrm{A}$$

11.14 图示网络的图，根据所选的树，列出独立的 KCL 方程和独立的 KVL 方程，并写成矩阵形式。



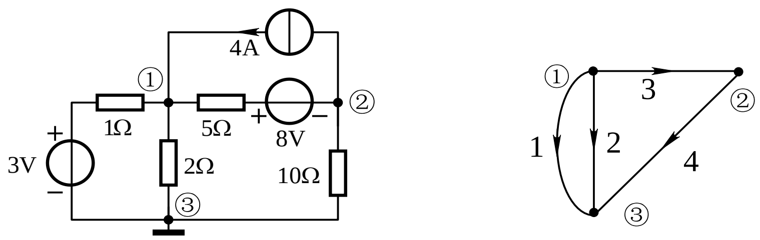
图题 11.14

解：根据所选的树，基本回路矩阵 $\boldsymbol{B}$ 和基本割集矩阵 $\boldsymbol{C}$ 如下：

$$\boldsymbol{B}=\begin{bmatrix}-1&-1&-1&-1&1&0&0&0\\-1&-1&0&0&0&1&0&0\\0&0&-1&-1&0&0&1&0\\0&-1&-1&0&0&0&0&1\end{bmatrix}\qquad \boldsymbol{C}=\begin{bmatrix}1&0&0&0&1&1&0&0\\0&1&0&0&1&1&0&1\\0&0&1&0&1&0&1&1\\0&0&0&1&1&0&1&0\end{bmatrix}$$

KCL 方程和 KVL 方程矩阵形式为：$\boldsymbol{CI}=0$，$\boldsymbol{U}=\boldsymbol{C}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{U}_{\mathrm{t}}$；$\boldsymbol{I}=\boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{I}_l$，$\boldsymbol{BU}=0$。

11.15 电路如图所示。利用矩阵运算列出节点电压方程。



(a)　　(b)

图题 11.15

解：按照广义支路的定义，作出网络线图，如图(b)所示。

根据线图写出关联矩阵　$\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix}1&1&1&0\\0&0&-1&1\end{bmatrix}$

支路电导矩阵　　　　$\boldsymbol{Y}=\mathrm{diag}[1\quad 0.5\quad 0.2\quad 0.1]\mathrm{S}$

支路源电压向量$\boldsymbol{U}_{\mathrm{S}}=[3,\quad 0,\quad 8,\quad 0]^{\mathrm{T}}\,\mathrm{V}$，

支路源电流向量$\boldsymbol{I}_{\mathrm{S}}=[0,\quad 0,\quad -4,\quad 0]^{\mathrm{T}}\,\mathrm{A}$

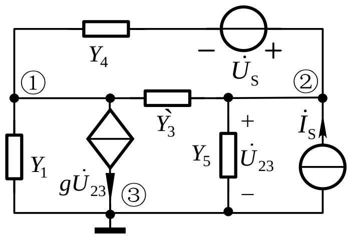
节点导纳矩阵

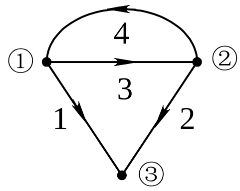
$$\boldsymbol{Y}_{\mathrm{n}}=\boldsymbol{AYA}^{\mathrm{T}}=\begin{bmatrix}1&1&1&0\\0&0&-1&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1&0&0&0\\0&0.5&0&0\\0&0&0.2&0\\0&0&0&0.1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1&0\\1&0\\1&-1\\0&1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1.7&-0.2\\-0.2&0.3\end{bmatrix}\mathrm{S}$$

节点注入电流向量$\boldsymbol{I}_{\mathrm{Sn}}=\boldsymbol{A}(\boldsymbol{GU}_{\mathrm{S}}-\boldsymbol{I}_{\mathrm{S}})=\begin{bmatrix}8.6\\-5.6\end{bmatrix}\mathrm{A}$

由$\boldsymbol{Y}_{\mathrm{n}}\boldsymbol{U}_{\mathrm{n}}=\boldsymbol{I}_{\mathrm{Sn}}$得节点电压方程　$\begin{bmatrix}1.7&-0.2\\-0.2&0.3\end{bmatrix}\begin{bmatrix}U_{\mathrm{n1}}\\U_{\mathrm{n2}}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}8.6\\-5.6\end{bmatrix}$

11.16 电路如图所示。利用矩阵运算列出节点电压方程。





(b)

图题 11.16

解：按照广义支路的定义，作出网络线图，如图(b)所示。

根据线图写出关联矩阵$\boldsymbol{A}$

$$\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix}1&0&1&-1\\0&-1&-1&1\end{bmatrix}$$

根据线图并对照电路图写出

支路导纳矩阵　　　$\boldsymbol{Y}=\begin{bmatrix}Y_1&g&0&0\\0&Y_2&0&0\\0&0&Y_3&0\\0&0&0&Y_4\end{bmatrix}$

支路源电压向量$\boldsymbol{U}_{\mathrm{S}}=[0,\quad 0,\quad 0,\quad U_{\mathrm{S}}]^{\mathrm{T}}$，支路源电流向量 $\boldsymbol{I}_{\mathrm{S}}=[0,\quad I_{\mathrm{S}},\quad 0,\quad 0]^{\mathrm{T}}$

节点导纳矩阵 $\boldsymbol{Y}_{\mathrm{n}}=\boldsymbol{AYA}^{\mathrm{T}}=\begin{bmatrix} Y_1+Y_3+Y_4 & g-Y_3-Y_4 \\ -Y_3-Y_4 & Y_3+Y_4+Y_2 \end{bmatrix}$

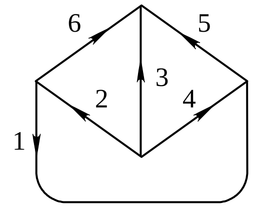
节点注入电流向量 $\boldsymbol{I}_{\mathrm{Sn}}=\boldsymbol{AYU}_{\mathrm{S}}-\boldsymbol{AI}_{\mathrm{S}}=\begin{bmatrix}-Y_4U_{\mathrm{S}} & I_{\mathrm{S}}+Y_4U_{\mathrm{S}}\end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$

由 $\boldsymbol{Y}_{\mathrm{n}}\boldsymbol{U}_{\mathrm{n}}=\boldsymbol{I}_{\mathrm{Sn}}$ 得节点电压方程

$$\begin{bmatrix} Y_1+Y_3+Y_4 & -(Y_3+Y_4-g) \\ -(Y_3+Y_4) & Y_3+Y_4+Y_2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} U_{\mathrm{n1}} \\ U_{\mathrm{n2}} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} -Y_4U_{\mathrm{S}} \\ Y_4U_{\mathrm{S}}+I_{\mathrm{S}} \end{bmatrix}$$

11.17 某电阻性电路的有向图如图所示，已知该图的基本割集矩阵为 $\boldsymbol{C}$ 和割集导纳矩阵为 $\boldsymbol{Y}$ 分别为

$$\boldsymbol{C}=\begin{array}{c} \\ C_1 \\ C_2 \\ C_3 \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{cccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \end{array} \\ \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{array} \qquad \boldsymbol{Y}=\begin{bmatrix} 1.25 & 1 & -0.5 \\ 1 & 3 & -1.5 \\ -0.5 & -1.5 & 1.75 \end{bmatrix}$$



图题 11.17

求：① 指出基本割集矩阵 $\boldsymbol{C}$ 对应的树支。

② 试确定该网络各支路的电阻参数。

③ 写出对应该树支的基本回路阻抗矩阵 $\boldsymbol{Z}$ 。

解：树支为支路 4，5，6

由割集导纳矩阵

$$\boldsymbol{Y}_{\mathrm{t}}=\boldsymbol{CYC}^{\mathrm{T}}=\begin{bmatrix} Y_2+Y_3+Y_4 & Y_2+Y_3 & -Y_2 \\ Y_2+Y_3 & Y_1+Y_2+Y_3+Y_5 & -Y_1-Y_2 \\ -Y_2 & -Y_1-Y_2 & Y_1+Y_2+Y_6 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 1.25 & 1 & -0.5 \\ 1 & 3 & -1.5 \\ -0.5 & -1.5 & 1.75 \end{bmatrix}$$

得 $\boldsymbol{Y}=\begin{bmatrix}1&0&0&0&0&0\\0&1/2&0&0&0&0\\0&0&1/2&0&0&0\\0&0&0&1/4&0&0\\0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1/4\end{bmatrix}\mathrm{S}$

即：$R_1=1\Omega$，$R_2=2\Omega$，$R_3=2\Omega$，$R_4=4\Omega$，$R_5=1\Omega$，$R_6=4\Omega$

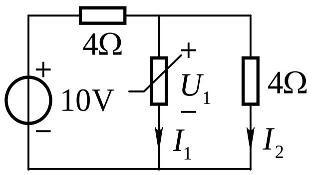
由网络图可写出 B 为

$$\mathbf{B}=\begin{bmatrix}1&0&0&0&1&-1\\0&1&0&-1&-1&1\\0&0&1&-1&-1&0\end{bmatrix}$$

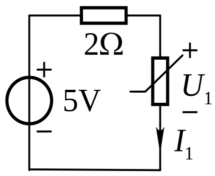
基本回路阻抗矩阵　$\mathbf{Z}_l=\mathbf{BZB}^{\mathrm{T}}=\begin{bmatrix}6&-5&-1\\-5&11&5\\-1&5&7\end{bmatrix}\Omega$

第 12 章非线性电阻电路习题解答

12.1 电路如图题 12.1 所示，已知非线性电阻的特性方程为 $I_1=1.2U_1^2$（单位：V，A），$U_1>0$ 求支路电流 I_1 和 I_2。



图题 12.1



图(a)

解：将非线性电阻以外电路用戴维南电路进行等效化简，如图(a)所示。

列 KVL 方程　　$2\Omega\times I_1+U_1=5\mathrm{V}$　　(1)

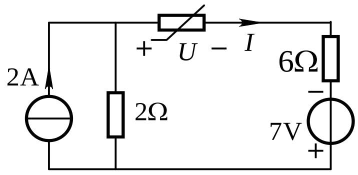
将非线性电阻特性 $I_1=1.2U_1^2$ 代入方程(1)，得

$$2.4U_1^2+U_1-5=0$$

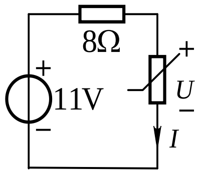
解得　$U_1'=1.25\mathrm{V}$，$U_1''=-1.667\mathrm{V}$（舍去）

$$I_1=1.2\times(U_1')^2=1.2\times1.25^2=1.875\mathrm{A}\qquad I_2=U_1'/4=1.25/4=0.3125\mathrm{A}$$

12.2 图题 12.2 所示电路，已知非线性电阻的特性方程为 $U=2I^2+1$（单位：V，A），求电压 U。



图题 12.2



图(a)

解：将非线性电阻以外电路用戴维南电路进行等效化简，如图(a)所示。

列 KVL 方程　$8\Omega \times I + U = 11\text{V}$　(1)

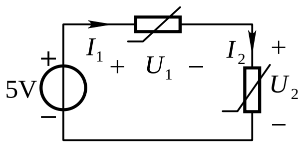
将非线性电阻特性$U = 2I^2 + 1$代入方程(1)，得

$$I^2 + 4I - 5 = 0$$

解得　$I' = 1\text{A}$，$I'' = -5\text{A}$

$$U' = 2(I')^2 + 1 = 3\text{V} \qquad U'' = 2(I'')^2 + 1 = 51\text{V}$$

12.3 图示电路，已知$I_1 = 0.1\sqrt{U_1}$ (单位：A,V) ($U_1 \geq 0$)，$I_2 = 0.05\sqrt{U_2}$ (单位：A,V) ($U_2 \geq 0$)。求 I_1和 U_1。



图题 12.3

解：由非线性电阻的电压电流关系特性

$$I_1 = 0.1\sqrt{U_1}, \quad I_2 = 0.05\sqrt{U_2}$$

得

$$U_1 = 100I_1^2 \;,\; U_2 = 400I_2^2 \qquad (1)$$

对回路列 KVL 方程

$$U_1 + U_2 = 5\text{V} \qquad (2)$$

将式（1）代入式（2）　$100I_1^2 + 400I_2^2 = 5$

由非线性电阻串联可知　$I_1 = I_2$

即　$500I_1^2 = 5$

解得　$I_1' = 0.1\text{A}$，$I_1'' = -0.1\text{A}$（舍去）

即　$I_1 = 0.1\text{A}$

$$U_1 = 100I_1^2 = 1\text{V}$$

12.4 设图示电路中非线性电阻均为压控的，$I_1 = f_1(U_1)$，$I_2 = f_2(U_2)$。列出节点电压方程。

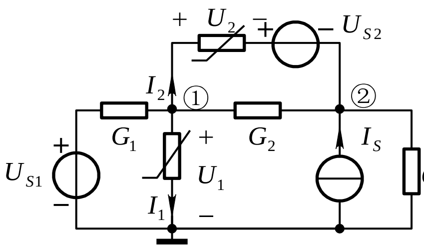


图 题12.4

解：对节点①、②列节点电压方程，其中非线性电阻电流设为未知量：

$$(G_1+G_2)U_{n1}-G_2U_{n2}=G_1U_{s1}-I_1-I_2 \qquad (1)$$

$$-G_2U_{n1}+(G_2+G_3)U_{n2}=I_S+I_2 \qquad (2)$$

为消去 I_1、I_2，须列补充方程

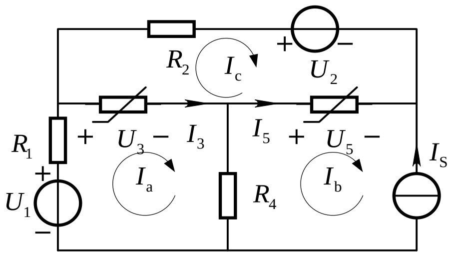
$$\begin{cases} I_1=f_1(U_1)=f_1(U_{n1}) & (3) \\ I_2=f_2(U_2)=f_2(U_{n1}-U_{n2}-U_{S2}) & (4) \end{cases}$$

将式(3)代入式(1)、(2)，整理后得

$$\begin{cases} (G_1+G_2)U_{n1}-G_2U_{n2}+f_1(U_{n1})+f_2(U_{n1}-U_{n2}-U_{S1})=G_1U_{S1} \\ -G_2U_{n1}+(G_2+G_3)U_{n2}-f_2(U_{n1}-U_{n2}-U_{S2})=I_S \end{cases}$$

注释：非线性电阻均为压控型，宜列写节点电压方程。

12.5 设图题 12.5 所示电路中的非线性电阻均为流控型，$U_3=f_3(I_3)$，$U_5=f_5(I_5)$。试列写回路电流方程。



图题 12.5

解：设回路电流方向如图所示。列回路电流方程

回路 l_a：$(R_1+R_4)I_a-R_4I_b+U_3=U_1$ (1)

回路 l_c：$R_2I_c-U_3-U_5=-U_2$ (2)

补充：$I_b=-I_S$

$U_3=f_3(I_3)=f_3(I_a-I_c)$

$U_5=f_5(I_5)=f_5(-I_S-I_c)$

代入到式（1)、(2)，得回路电流方程：

$$(R_1+R_4)I_a+R_4I_S+f_3(I_a-I_c)=U_1$$

$$R_2I_c-f_3(I_a-I_c)-f_5(-I_c-I_S)=-U_2$$

注释：非线性电阻均为流控型，宜列写回路电流方程。

12.6 图示电路中非线性电阻的特性为 $U_1=f_1(I_1)$(流控的)，$I_2=f_2(U_2)$(压控的)。试用改进节点电压法列写电路方程。

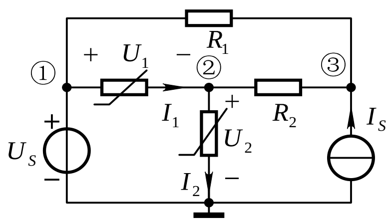


图 题12.6

解：参考点及独立节点编号如图所示。图中节点①与参考点之间为纯电压源支路，则该节点电压为U_S。设非线性电阻电流I_1、I_2为未知量，对图示电路节点②、③列 KCL 方程：

$$\text{节点②:}\quad -I_1+G_2U_{n2}+I_2-G_2U_{n3}=0 \tag{1}$$

$$\text{节点③:}\quad -G_1U_{n1}-G_2U_{n2}+(G_1+G_2)U_{n3}=I_S \tag{2}$$

将压控非线性电阻电流用节点电压表示，流控非线性电阻电压用节点电压来表示，即

$$I_2=f_2(U_2)=f_2(U_{n2}) \tag{3}$$

$$U_{n1}-U_{n2}=U_1=f_1(I_1) \tag{4}$$

将式(3)代入式(1)，将$U_{n1}=U_S$代入式(2)，再与式(4)联立得该电路方程：

$$\begin{cases}-I_1+G_2U_{n2}+f_2(U_{n2})-G_2U_{n3}=0\\-G_2U_{n2}+(G_1+G_2)U_{n3}=I_S+G_1U_S\\U_{n1}-U_{n2}=f_1(I_1)\end{cases}$$

12.7 图示电路中两个非线性电阻的伏安特性为$I_1=U_1^3$(单位:A,V)，$U_2=I_2^3$(单位:V,A)。试列出求解U_1及I_2的二元方程组。

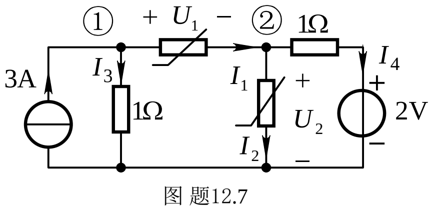


图 题12.7

解：对节点列 KCL 方程

$$\text{节点①:}-3\text{A}+I_3+I_1=0 \tag{1}$$

$$\text{节点②:}-I_1+I_2+I_4=0 \tag{2}$$

由图示电路可知 $I_3=\dfrac{U_{n1}}{1\Omega}=\dfrac{U_1+U_2}{1\Omega}$

(3)

$$I_4=\frac{U_{n2}-2\text{V}}{1\Omega}=\frac{U_2-2\text{V}}{1\Omega} \tag{4}$$

将式（3）、（4）及已知条件$I_1 = U_1^3$和$U_2 = I_2^3$代入式（1）、（2）得

$$\begin{cases} U_1^{\ 3} - I_2^{\ 3} - I_2 = -2 \\ U_1^{\ 3} + U_1 + I_2^{\ 3} = 3 \end{cases}$$

12.8 图示电路，设$I = U^2 + 1$(单位:A,V)。试用牛顿－拉夫逊法求出电压 *U*，要求准确到 10^{-3}V。

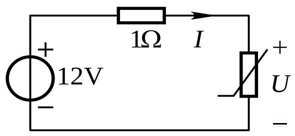


图 题12.8

解：列回路电压方程　$1 \times I + U - 12 = 0$

将非线性电阻的电压电流关系特性代入得

$$U^2 + U - 11 = 0$$

为解上述非线性方程，令

$$f(U) = U^2 + U - 11 \tag{1}$$

求导数，得

$$f(U) = 2U + 1 \tag{2}$$

$$U_{k+1} = U_k - \frac{f(U_k)}{f'(U_k)} \tag{3}$$

将式(1)、(2)代入牛顿-拉夫逊公式，得

$$U_{k+1} = U_k - \frac{f(U_k)}{f'(U_k)} = U_k - \frac{(U_k)^2 + 11}{2U_k + 1}$$

取初值$U_0 = 1\text{V}$，迭代过程列于下表

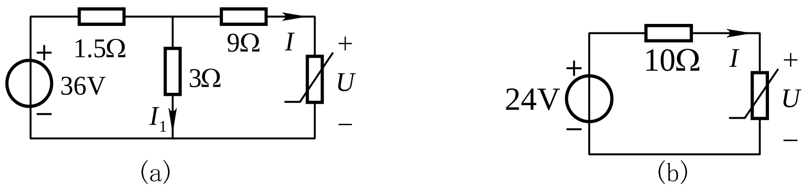
k	U/V	$f(U)/\text{V}$	$f'(U)$
0	1	-9	3
1	4	9	9
2	3	1	7
3	2.857	0.01945	6.714
4	2.854	-0.0007	6.708
5	2.8541		

由表可见，第 5 次迭代值与第 4 次迭代值之差已小于允许误差，即

$U \approx 2.854\text{V}$ 。

如取初值$U_0 = -1\text{V}$，则收敛于$U \approx -3.854\text{V}$

12.9 图(a)所示电路，设 I=10 $^{-4}$ (e ^{20U}+e $^{-20U}$)A。试用牛顿－拉夫逊法求电压U和电流I_1，要求电压准确到 10^{-3}V。初值分别为$U_0 = 0.6\text{V}$和$U_0 = -0.6\text{V}$ 。



图题 12.9

解：用戴维南定理对非线性电阻左侧的线性电路进行等效化简，如图(b)所示。

列回路电压方程：　$10I + U - 24 = 0$

将非线性电阻的电压电流关系式代入，得：

$$10^{-3}(\text{e}^{20U} + \text{e}^{-20U}) + U - 24 = 0$$

为求解上述非线性方程，令

$$f(U) = 10^{-3}(\text{e}^{20U} + \text{e}^{-20U}) + U - 24 = 0 \qquad (1)$$

求导数，　得：$f'(U) = 0.02(\text{e}^{20U} - \text{e}^{-20U}) + 1$　(2)

将式(1)、(2)代入牛顿-拉夫逊公式，得

$$U_{k+1} = U_k - \frac{10^{-3}(\text{e}^{20U_k} + \text{e}^{-20U_k}) + U_k - 24}{0.02(\text{e}^{20U_k} - \text{e}^{-20U_k}) + 1}$$

(1)取初值$U_0 = 0.6\text{V}$，迭代过程列于下表：

k	U/V	$f(U)/\text{V}$	$f'(U)$
0	0.6	1.3935×10^{2}	3.2561×10^{3}
1	0.5572	4.5705×10^{1}	1.384×10^{3}
2	0.5242	1.2263×10^{1}	7.1578×10^{2}
3	0.5071	1.8765	5.0839×10^{2}
4	0.5034	8.45×10^{-2}	4.7262×10^{2}
5	0.5032	-5.18×10^{-3}	4.7083×10^{2}

即　$U \approx 0.5032\text{V}$

电流 $I_1 = \dfrac{9I+U}{3} = \left.\dfrac{9\times10^{-4}(\mathrm{e}^{20U}+\mathrm{e}^{-20U})+U}{3}\right|_{U=0.5032} \approx 7.212\mathrm{A}$

(2)取初值 $U_0 = -0.6\mathrm{V}$，迭代结果列于下表：

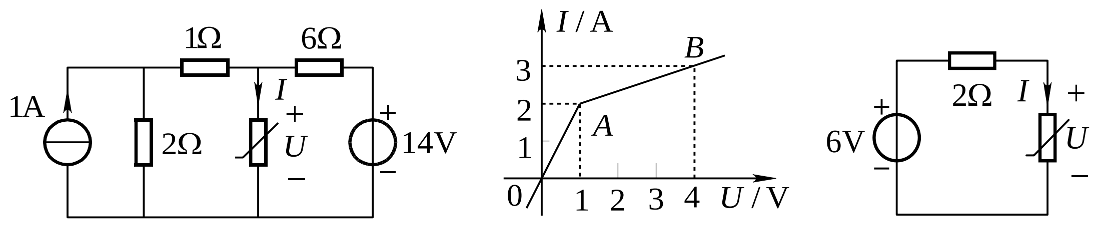
k	U/V	$f(U)/\mathrm{V}$	$f'(U)$
0	-0.6	1.3815×10^{2}	-3.2541×10^{3}
1	-0.5575	45	-1.3903×10^{3}
2	-0.5251	1.179×10^{1}	-7.2531×10^{2}
3	-0.5088	1.7564	-5.243×10^{2}
4	-0.5069	7.789×10^{-1}	-5.0472×10^{2}
5	-0.5054	8.608×10^{-3}	-4.8928×10^{2}
6	-0.5054		

解得　　$U \approx -0.5054\mathrm{V}$

电流　　$I_1 = \dfrac{9I+U}{3} = \left.\dfrac{9\times10^{-4}(\mathrm{e}^{20U}+\mathrm{e}^{-20U})+U}{3}\right|_{U=-0.5054} \approx 7.178\mathrm{A}$

注释：如果非线性方程存在多解，则对应不同的迭代初值，可能收敛到不同的解答。

12.10 图 (a)所示电路中非线性电阻的电压、电流关系如图 (b)所示，求电压 U。



(a)　　　　(b)

(c)

图题 12.10

解：先求线性部分的戴维南等效电路

$R_i = \dfrac{6\times(1+2)}{6+1+2} = 2\Omega \qquad U_{OC} = \dfrac{14-2}{6+2+1}\times(2+1)+2 = 6\text{V}$

等效电路如图(c)所示。线性部分端口特性为$U = 6-2I$

若非线性电阻工作在OA段，其元件端口特性为$U = 0.5\Omega I$

由$0.5I = 6-2I$　解得　$I = 2.4\text{A}$（超出工作范围，为虚根）

若非线性电阻工作在AB段，其元件端口特性为$U = 3\Omega I - 5\text{V}$

由$6-2I = 3I-5$　解得　$I = 2.2\text{A}$　在其工作区间

所以$U = 3\times 2.2 - 5 = 1.6\text{V}$

12.11 图(a)电路中两个非线性电阻的伏安特性分别如图(b)、(c)所示。试求电流I_1。

解：图(a)电路中有两个非线性电阻元件，应分别求出它们的分段线性模型。再分别计算多个线性电路，只有所算出的结果，都在各个元件线性化的适用范围以内时，才是真正的解答。

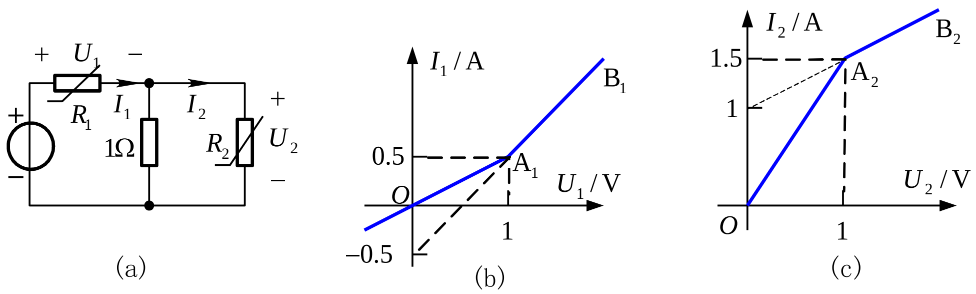
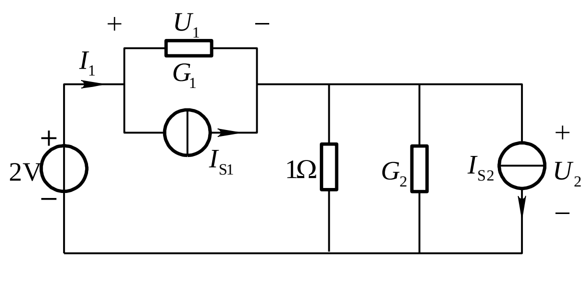


图 题4.11

(1)将图(a)电路中非线性电阻R_1、R_2用诺顿电路等效，等效后电路如图(d)所示。



(d)

(2)由图(d)可求得U_1、U_2的表达式为

列节点电压方程：　$(G_1 + 1\text{S} + G_2)U_2 = 2\text{V}\times G_1 + I_{S1} - I_{S2}$

$$U_2=\frac{2\text{V}\times G_1+I_{S1}-I_{S2}}{G_1+1\text{S}+G_2} \tag{1}$$

$$U_1=2\text{V}-U_2 \tag{2}$$

(3)将R_1、R_2的等效电路参数代入式(1)，可得R_1、R_2在不同线性段时对应的U_1、U_2值。具体如下表所示：

	OA_1段 $G_1=0.5\text{S},I_{S1}=0$	A_1B_1段 $G_1=1\text{S},I_{S1}=-0.5\text{A}$
OA_2段 $G_2=1.5\text{S}$ $I_{S2}=0$	$U_1=\frac{5}{3}\text{V}$(超出OA_1) $U_2=\frac{1}{3}\text{V}$	$U_1=\frac{11}{7}\text{V}$ $U_2=\frac{3}{7}\text{V}$
A_2B_2段 $G_2=0.5\text{S}$ $I_{S2}=1\text{A}$	$U_1=2\text{V}$(超出OA_1) $U_2=0$	$U_1=\frac{9}{5}\text{V}$ $U_2=\frac{1}{5}\text{V}$（超出A_2B_2）

(4)由图(d)可得　$I_1=G_1U_1+I_{S1}$
(3)

将A_1B_1段非线性电阻R_1的等效参数G_1、I_{S1}代入(3)式，得

$$I_1=1.0714\text{A}$$

12.12 图示电路中二极管特性近似用$I=10^{-6}e^{40U}$(单位:A,V)表示。

(1) 求 U_2与 U_1的关系。

(2) 10Ω电阻与二极管交换位置后，再求 U_2与 U_1的关系。

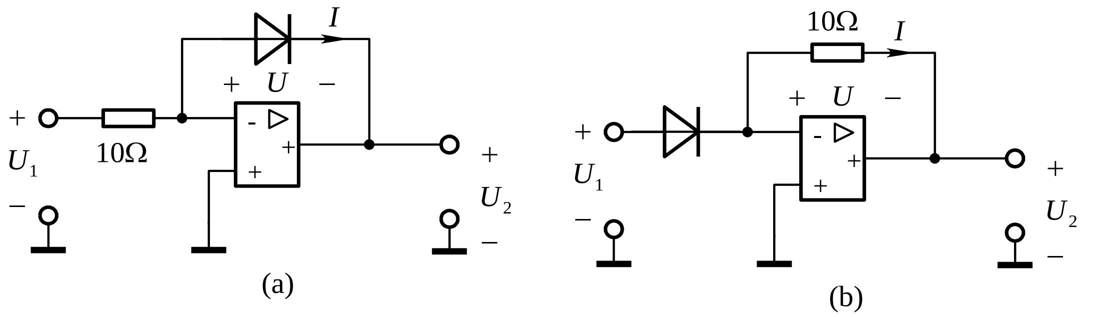


图 题12.12

解：（1）根据运算放大器输入端口电压为零的条件，
得　$$U_2=-U=0 \tag{1}$$

又由二极管特性得　$$U=\frac{1}{4U}\ln(10^6I) \tag{2}$$

再由运算放大器输入端口电流为零的条件，得 $I=\dfrac{U_1}{10}$ (3)

联立(1)、(2)和(3)式，解得 $U_2=-0.025\ln(10^5U_1)\mathrm{V}$ (4)

由式(4)表明的输入、输出关系可见，图(a)所示电路具有对数运算功能。

（2）将10Ω电阻和二极管交换位置后，电路如图(b)所示。电路方程如下

$$-U_2=10I \quad (5)$$

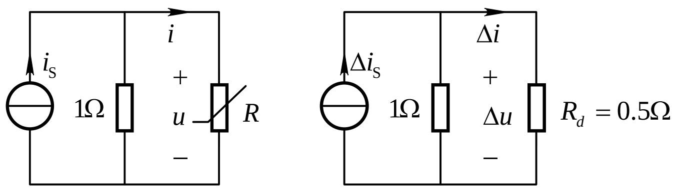
$$U_1=U \quad (6)$$

将二极管电压电流特性 $I=10^{-6}\mathrm{e}^{40U}$ 代入(5)式，解得

$$U_2=-10^{-5}\mathrm{e}^{40U_1}\mathrm{V} \quad (7)$$

由式(7)表明的输入、输出关系可见，图(b)所示电路具有指数运算功能。

12.13 非线性电阻电路如图所示，已知$i_\mathrm{S}=[2+6\times10^{-3}\cos(\omega t)]\mathrm{A}$，非线性电阻为电压控制型，其伏安特性曲线为$i=2u^2+1\,(u\geq0,\text{单位：A,V})$，用小信号分析法求电压$u$和电流$i$。



图题 12.13　　　　图(a)

解：当直流单独作用时，列写方程如下：

$$i+\frac{u}{1\Omega}=2\mathrm{A}$$

将非线性电阻伏安特性代入得

$$u^2+0.5u-0.5=0$$

解得 $u'=0.5\mathrm{V}$　$i'=2(u')^2+1=2\times0.5^2+1=1.5\mathrm{A}$　$u''=-1\mathrm{V}$（舍去）

非线性电阻的动态电导为 $G_d=\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}u}\Big|_{u=0.5}=4u\,\Big|_{u=0.5}=2\mathrm{S}$

动态电阻 $R_d=1/G_d=0.5\Omega$

小信号等效电路如图(a)所示，在图(a)中

$$\Delta i=\frac{1}{1+0.5}\times\Delta i_\mathrm{S}=4\times10^{-3}\cos(\omega t)\mathrm{A}$$

$$\Delta u=\Delta i\times R_d=2\times10^{-3}\cos(\omega t)\mathrm{V}$$

将工作点和小信号响应相加得

$$i = i' + \Delta i = [1.5 + 4\times 10^{-3}\cos(\omega t)]\text{A}$$

$$u = u' + \Delta u = [0.5 + 2\times 10^{-3}\cos(\omega t)]\text{V}$$

第 13 章 均匀传输线习题解答

13.1 同轴电缆的参数为 $R_0 = 7\Omega/\text{km}$，$L_0 = 0.3\text{mH/km}$，$G_0 = 0.5\times 10^{-6}\text{S/km}$，$C_0 = 0.2\mu\text{F/km}$。试计算当工作频率为800Hz时此电缆的特性阻抗 Z_c、传播常数 γ、相速 v_p 和波长 λ。

解：$R_0 + \text{j}\omega L_0 = 7 + \text{j}2\pi\times 800\times 0.3\times 10^{-3} = 7.1606\angle 12.157°\ \Omega/\text{km}$

$$G_0 + \text{j}\omega C_0 = 0.5\times 10^{-6} + \text{j}2\pi\times 800\times 0.2\times 10^{-6} = 1005.31\times 10^{-6}\angle 89.972°\ \text{S/km}$$

波阻抗 $Z_\text{c} = \sqrt{\dfrac{R_0 + \text{j}\omega L_0}{G_0 + \text{j}\omega C_0}} = 84.396\angle -38.91\Omega$

传播常数 $\gamma = \alpha + \text{j}\beta = \sqrt{(R_0 + \text{j}\omega L_0)(G_0 + \text{j}\omega C_0)} = 0.0533 + \text{j}0.066\ (1/\text{km})$

波长 $\lambda = \dfrac{2\pi}{\beta} = \dfrac{2\pi}{0.066} = 95.2\text{km}$，相速 $v_p = \lambda f = 95.2\times 800 = 76163.5\quad \text{km/s}$

13.2 设沿某电缆分布着电压和电流行波

$$u = 14.1\text{e}^{-0.044x}\cos(5000t - 0.046x + \pi/6)\ \text{(单位: V, km, s)}$$
$$i = 0.141\text{e}^{-0.044x}\cos(5000t - 0.046x + \pi/3)\ \text{(单位: A, km, s)}$$

试求波阻抗、传播常数、波速、波长。

解：传输线上电压和电流行波可表示如下：

$$\begin{cases} u = U_\text{m}\text{e}^{-\alpha x}\cos(\omega t - \beta x + \psi_u) \\ i = I_\text{m}\text{e}^{-\alpha x}\cos(\omega t - \beta x + \psi_i) \end{cases}$$

波阻抗等于任一点处行波电压相量与同方向行波电流相量之比。根据给定的电压和电流行波可得出：

波阻抗　$Z_\text{c} = \dfrac{U_\text{m}\angle\psi_u}{I_\text{m}\angle\psi_i} = \dfrac{14.1\angle\pi/6}{0.141\angle\pi/3} = 100\angle -30°\Omega$

传播常数　$\gamma = \alpha + \text{j}\beta = 0.044 + \text{j}0.046(1/\text{km})$

波速　$v = \dfrac{\omega}{\beta} = \dfrac{5000}{0.046} = 108695.65\quad km/s$

波长　　$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{108695.65}{5000/2\pi} = 136.59\text{km}$$

13.3 某无损线波阻抗为$Z_c = 70\Omega$，终端负载阻抗$Z_2 = (35 + \text{j}35)\Omega$。试计算输入阻抗，设线长为(a)$\lambda/4$；(b)$\lambda/8$。

解：输入阻抗　　$$Z_i = \frac{Z_2\cos\beta l + \text{j}Z_c\sin\beta l}{Z_c\cos\beta l + \text{j}Z_2\sin\beta l} \times Z_c \qquad (1)$$

(a)　当$l = \lambda/4$ 时，$\beta l = \frac{2\pi}{\lambda} \times \frac{\lambda}{4} = \pi/2$，$\cos\beta l = 0$，$\sin\beta l = 1$

$$Z_i = \frac{Z_c^2}{Z_2} = \frac{70^2}{35 + \text{j}35} = 70\sqrt{2}\angle -45°\Omega$$

(b) 当$l = \lambda/8$　时$\beta l = \pi/4$，$\cos\beta l = \sin\beta l = \sqrt{2}/2$

$$Z_i = \frac{Z_2 + \text{j}Z_c}{Z_c + \text{j}Z_2} \times Z_c = \frac{35 + \text{j}35 + \text{j}70}{70 - 35 + \text{j}35} \times 70 = 70\sqrt{5}\angle 26.6°\Omega$$

13.4 长度为$\lambda/4$的无损线，终端接电阻$R_2 = 50\Omega$，现若使始端输入阻抗$Z_i = 200\Omega$，问该无损线波阻抗应为多少？又若$R_2 = 0$，则此无损线的输入阻抗是多少？

解：$l = \lambda/4$　，$\beta l = \pi/2$，$\cos\beta l = 0$，$\sin\beta l = 1$

输入阻抗　$Z_i = \dfrac{Z_c^2}{R_2}$

若　$Z_i = 200$　则　$Z_c = \sqrt{Z_i R_2} = \sqrt{200 \times 50} = 100\Omega$

若　$R_2 = 0$　则　$Z_i \to \infty$

13.5 一信号源通过波阻抗为50Ω的无损线向75Ω负载电阻馈电。为实现匹配，在均匀线与负载间插入一段λ/4的无损线，求该线的波阻抗。

解：当　$l = \lambda/4$　时，输入阻抗　$Z_i = \dfrac{Z_c^2}{R_2}$

匹配时　$Z_{c1} = Z_i$，即$50 = \dfrac{Z_c^2}{75}$　，　$Z_c = \sqrt{50 \times 75} = 61.24\Omega$

13.6 终端短路的无损线，其波阻抗$Z_c = 505\Omega$，线长 35m，波长λ=50m，求此无损线的等效电感值。

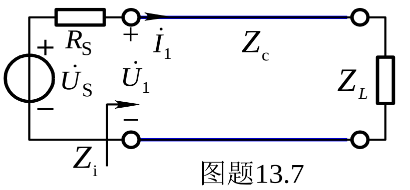
解:　$$f = \frac{v}{\lambda} = \frac{3\times10^8}{50} = 6\times10^6\ \text{Hz}$$

终端短路时等效输入阻抗

$$Z_i = jZ_c \text{tg}\beta l = j505\times\text{tg}(\frac{2\pi}{50}\times35) = j1554.23\Omega = j\omega L$$

等效电感　$$L = \frac{|Z_i|}{\omega} = \frac{1554.23}{2\pi\times6\times10^6} = 41.22\ \ \mu\text{H}$$

13.7 某无损线长 4.5m，波阻抗为 300Ω，介质为空气。线路始端接一内阻为 100Ω，电压为 10V，频率为 100MHz 的正弦电压源，以电源电压为参考相量。试计算在距始端 1m 处的电压相量。设负载阻抗为：(1)300Ω; (2)500Ω; (3) $-j500\Omega$ 。



图题13.7

解　$$\beta = \frac{\omega}{v} = \frac{2\pi\times10^8}{3\times10^8} = \frac{2}{3}\pi/\text{m}$$

(1) $Z_L = 300\Omega$，终端处于匹配状态，始端输入阻抗 $Z_i = Z_c = 300\Omega$

$$\dot{U}_1 = \frac{Z_i}{R_S + Z_i}\times\dot{U}_S = 7.5\text{V} \qquad \dot{I}_1 = \dot{U}_1/Z_i = 7.5/300 = 0.025\text{A}$$

$x = 1\text{m}$，$\beta x = \beta\times1\text{m} = 2\pi/3$，　$\dot{U}(1\text{m}) = \dot{U}_1\angle-2\pi/3 = 7.5\angle-120°\,\text{V}$

(2) $Z_L = 500\Omega$，$\beta l = \frac{2\pi}{3}\times4.5 = 3\pi$，$\cos\beta l = -1$，$\sin\beta l = 0$

$$Z_i = \frac{Z_L\cos\beta l + jZ_c\sin\beta l}{Z_c\cos\beta l + jZ_L\sin\beta l}\times Z_c = Z_L = 500\Omega \tag{1}$$

$$\dot{U}_1 = \frac{500}{500+100}\times10\text{V} = 8.333\text{V} \qquad \dot{I}_1 = \dot{U}_1/Z_i = 8.333/500 = 0.0167\text{A}$$

$$\dot{U}(1\text{m})=\dot{U}_1\cos(2\pi/3)-\text{j}Z_\text{c}\dot{I}_1\sin(2\pi/3)=-4.167-\text{j}4.33=6.009\angle-133.9^\circ\ \text{V}$$

(3) $Z_L=-\text{j}500\Omega$，由式(1)得：$Z_\text{i}=Z_L=-\text{j}500\Omega$

$$\dot{U}_2=\frac{-\text{j}500}{100-\text{j}500}\times10\text{V}=9.806\angle-11.31^\circ\ \text{V}$$

$$\dot{I}_1=\dot{U}_1/(-\text{j}500)=0.0196\angle78.69^\circ\ \text{A}$$

$$\dot{U}(1\text{m})=\dot{U}_1\cos(2\pi/3)-\text{j}Z_\text{c}\dot{I}_1\sin(2\pi/3)$$

$$=9.806\angle-11.31^\circ\times\cos120^\circ-\text{j}0.0196\angle78.69^\circ\times\sin120^\circ$$

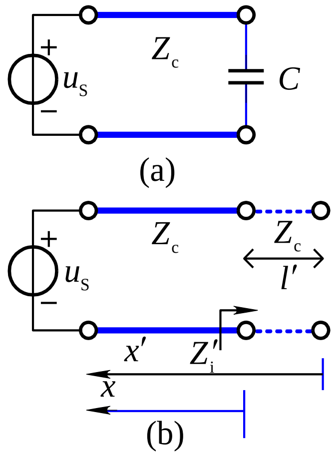
$$=0.187\angle-11.92^\circ\text{V}$$

$$\dot{U}(1\text{m})=\dot{U}_1\cos(2\pi/3)-\text{j}Z_\text{c}\dot{I}_1\sin(2\pi/3)$$

$$=9.806\angle-11.31^\circ\times\cos120^\circ-\text{j}300\times0.0196\angle78.69^\circ\times\sin120^\circ$$

$$=0.189\angle-11.31^\circ\text{V}$$

13.8 设图示无损线长为17m，波阻抗$Z_\text{c}=150\Omega$，u_S为正弦电压源。传输线上的行波波长$\lambda=8\text{m}$，电容的容抗$|X_C|=150\Omega$。试求传输线上电流始终为零的点距终端的距离。



图题13.8

解：将电容用一段长度为l'终端开路的传输线等效。如图 13.8(b)所示。

$$Z'_\text{i}=-\text{j}Z_\text{c}\text{ctg}(\frac{2\pi}{\lambda}\times l')=-\text{j}|X_C|=-\text{j}150\qquad\text{解得}\quad l'=1\ \text{m}$$

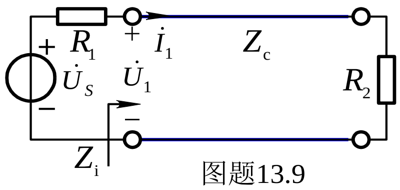
这样相当于无损线增加了 1 米，等效终端开路，等效终端电流为零，距等效

终端 $x' = k\dfrac{\lambda}{2}$ 处均为波节，距终端波节的位置为：

$$x = x' - l' = k\frac{\lambda}{2} - l' = 4k - 1 \quad (k = 1,2,3,4)$$

所以传输线上电流始终为零的点距终端的距离 x=3m, 7m ,11m , 15m 。

13.9 无损均匀传输线线长 $l = 35.5\mathrm{m}$，波阻抗 $Z_c = 600\Omega$，波速 $v = 3\times10^8\,\mathrm{m/s}$，正弦电压源 $\dot{U}_S = 10\mathrm{V}$，频率 $f = 6\times10^6\,\mathrm{HZ}$，电阻 $R_2 = 4R_1 = 400\Omega$。(1)求始端电压 $\dot{U}_1$ 和电流 $\dot{I}_1$。(2)距离始端 12.5m 处的电压和电流相量。



图题13.9

解: (1) $\beta l = \dfrac{2\pi f}{v}\times l = 1.5\pi$，$\cos\beta l = 0$，$\sin\beta l = -1$

始端输入阻抗 $Z_i = \dfrac{R_2\cos\beta l + \mathrm{j}Z_C\sin\beta l}{Z_C\cos\beta l + \mathrm{j}R_2\sin\beta l}\times Z_c = \dfrac{Z_c^2}{R_2} = 900\Omega$

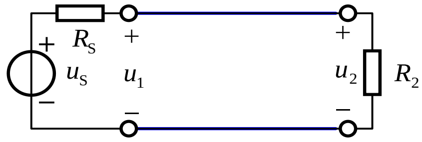
$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}_S}{R_1 + Z_i} = \frac{10}{100+900} = 0.01\mathrm{A},\quad \dot{U}_1 = Z_i\dot{I}_1 = 9\mathrm{V}$$

(2) $x = 12.5\mathrm{m}$ 处，$\beta x = 0.5\pi$。$\cos\beta l = 0$，$\sin\beta l = 1$。电压、电流分别为

$$\dot{U}(x) = \dot{U}_1\cos\beta x - \mathrm{j}Z_c\dot{I}_1\sin\beta x = -\mathrm{j}Z_c\dot{I}_1 = -\mathrm{j}6\mathrm{V}$$

$$\dot{I}(x) = \dot{I}_1\cos\beta x - \mathrm{j}\frac{\dot{U}_1}{Z_c}\sin\beta x = -\mathrm{j}\frac{\dot{U}_1}{Z_c} = -\mathrm{j}0.015\mathrm{A}$$

13.10 图示电路中 $R_S = 100\Omega$，$u_S = 150\cos(5000\pi t)\mathrm{V}$，$R_2 = 100\Omega$。无损线线长 $l = 10\mathrm{km}$，$L_0 = 10^{-3}\,\mathrm{H/km}$，$C_0 = 10^{-7}\,\mathrm{F/km}$。求 $u_1(t)$ 和 $u_2(t)$。



图题 13.10

解: $Z_c = \sqrt{\dfrac{L_0}{C_0}} = 100\Omega = R_2$ 处于匹配状态，所以输入阻抗 $Z_i = Z_c = 100\Omega$ 为电阻性。

$$u_1 = \frac{u_S}{R_S + Z_i} \times Z_i = 75\cos(5000\pi t)\text{V}$$

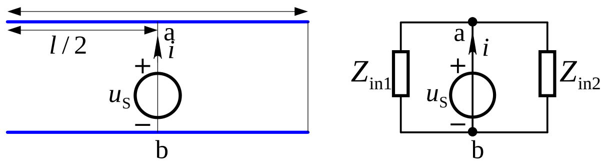
波速 $v = \dfrac{1}{\sqrt{L_0 C_0}} = 10^5\,\text{km/s} = 10^8\,\text{m/s}$， 频率 $f = 2500\text{Hz}$

波长 $\lambda = \dfrac{v}{f} = \dfrac{10^8}{2500} = 4\times10^4\,\text{m}$，

$\beta l = \dfrac{2\pi}{\lambda} \times l = \dfrac{2\pi}{4\times10^4} \times 10^4 = 0.5\pi$， $\dot{U}_{2\text{m}} = \dot{U}_{1\text{m}} \angle -\beta l = 75\angle -90°\,\text{V}$

$$u_2(t) = 75\cos(5000\pi t - 90°)\text{V}$$

13.11 图示无损传输线，长度为 $l = 50\text{m}$，特性阻抗为 $Z_c = 100\sqrt{3}\Omega$，传输线一端开路，一端短路，线路中点处接一电压源 $u_S(t) = 3\sqrt{2}\cos(\omega t + 30°)\text{V}$，工作波长 $\lambda = 300\text{m}$，求流过电压源的电流 $i(t)$。



图题 13.11

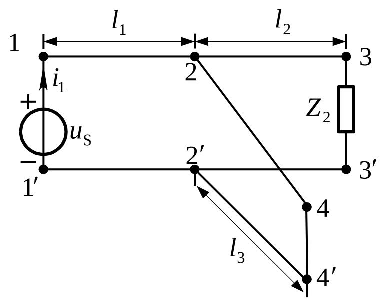
解：从a-b端向左看，令其等效阻抗为Z_{in1}，其大小为 $Z_{in1} = -\text{j}Z_c\cot(\dfrac{2\pi}{\lambda}\times\dfrac{l}{2}) = -\text{j}300\,\Omega$；

从 a-b 端向右看，令其等效阻抗为Z_{in2}，其大小为 $Z_{in2} = \text{j}Z_c\tan(\dfrac{2\pi}{\lambda}\times\dfrac{l}{2}) = \text{j}100\,\Omega$；

电流 $\dot{I} = \dfrac{\dot{U}_S}{Z_{in1}//Z_{in2}} = \dfrac{3\angle 30°\,\text{V}}{\text{j}150\,\Omega} = 0.02\angle -60°\,\text{A}$

则 $i(t) = 0.02\sqrt{2}\cos(\omega t - 60°)\,\text{A}$

13.12 图示电路中无损均匀传输线 l_1、l_2、l_3，其长度均为 0.75m，特性阻抗 $Z_c = 100\Omega$，$u_S = 10\cos(2\pi\times10^8 t)\text{V}$，相位速度 $v = 3\times10^8\,\text{m/s}$，终端 $3-3'$ 接负载 $Z_2 = 10\Omega$，终端 $4-4'$ 短路，求电源端的电流 $i_1(t)$



图题 13.12

解：$\lambda = v / f = 3\text{m}$，三段无损线长度为四分之一波长

根据 $Z_{\text{i}}(x') = Z_{\text{c}} \dfrac{Z_{\text{L}} \cos \beta x' + \text{j} Z_{\text{c}} \sin \beta x'}{\text{j} Z_{\text{L}} \sin \beta x' + Z_{\text{c}} \cos \beta x'}$，并且 $\beta x' = \pi / 2$，可得 $Z_{\text{i}} = \dfrac{Z_{\text{c}}^2}{Z_{\text{L}}}$

由 2 端向 4 端看等效输入阻抗 $Z_{\text{2-4}} \to \infty$

由 2 端向 3 端看等效输入阻抗 $Z_{\text{2-3}} = \dfrac{Z_{\text{c}}^2}{Z_2} = 1000\Omega$

$2-2'$ 端的等效阻抗 $Z_{\text{2-2}'} = Z_{\text{2-3}} = 1000\Omega$

由 1 端向 2 端看等效输入阻抗 $Z_{\text{1-2}} = \dfrac{Z_{\text{c}}^2}{Z_{\text{2-2}'}} = 10\Omega$

$\dot{U}_{\text{Sm}} = 10\angle 0^\circ \text{V}$，$\dot{I}_{\text{1m}} = \dot{U}_{\text{Sm}} / Z_{12} = 1\angle 0^\circ \text{A}$

则 $i_1(t) = \cos(2\pi \times 10^8 t)\ \text{A}$

13.13 图示两条架空均匀无损线的波阻抗 $Z_{\text{c1}} = 300\Omega$，$Z_{\text{c2}} = 200\Omega$，长度 $l_1 = \lambda / 4$，$l_2 = \lambda / 8$。$1-1'$ 端接电压源 $\dot{U}_{\text{S}} = 600\angle 0^\circ \text{V}$，$2-2'$ 端接有集中参数 $R = 300\Omega$，$X_C = 200\Omega$，终端 $3-3'$ 短路。求：(1)从 $1-1'$ 端看入的入端阻抗 Z_{in}；(2)始端电流 I_1；(3) $2-2'$ 端电压 U_2。

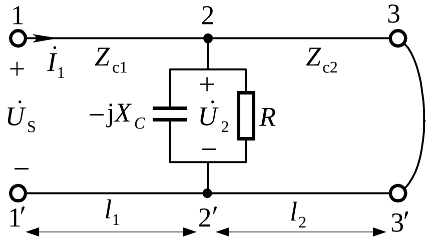
解：(1) 由 $2-2'$ 端向 $3-3'$ 端看等效输入阻抗

$$Z_{\text{2-3}} = \text{j} Z_{\text{c2}} \tan(\frac{2\pi}{\lambda} \times \frac{\lambda}{8}) = \text{j} Z_{\text{c2}} = \text{j}200\ \Omega$$

$2-2'$ 端的等效阻抗 $Z_{\text{2-2}'} = Z_{\text{2-3}} // (-\text{j} X_C) // R = \text{j}200\Omega // (-\text{j}200\Omega) // R = R$

从 $1-1'$ 端看入的入端阻抗 $Z_{\text{in}} = Z_{\text{c1}} \dfrac{R \cos \beta l_1 + \text{j} Z_{\text{c1}} \sin \beta l_1}{\text{j} R \sin \beta l_1 + Z_{\text{c1}} \cos \beta l_1}$，$\beta l_1 = \dfrac{2\pi}{\lambda} \times \dfrac{\lambda}{4} = \dfrac{\pi}{2}$

得 $Z_{\text{in}} = \dfrac{Z_{\text{c1}}^2}{R} = \dfrac{300^2}{300} = 300\ \Omega$



图题 13.13

(2) 始端电流 $I_1=\dfrac{U_S}{Z_{in}}=\dfrac{600\ \mathrm{V}}{300\ \Omega}=2\ \mathrm{A}$

(3) $\dot U_2=(\cos\beta x)\dot U_S-(\mathrm{j}Z_{c1}\sin\beta x)\dot I_1=-\mathrm{j}Z_{c1}\dot I_1=-\mathrm{j}600\ \mathrm{V}=600\angle-90°\ \mathrm{V}$

13.14 矩形电压波u^+=200kV 和电流波i^+=400A 沿架空线传播，线路终端接有 800Ω的电阻负载。试求波传到终端时负载所承受的电压为多少？

解：波阻抗$Z_c=\dfrac{u^+}{i^+}=\dfrac{200\times10^3}{400}=500\Omega$，终端反射系数$N_2=\dfrac{R_2-Z_c}{R_2+Z_c}=\dfrac{3}{13}$

故负载承受的电压$u_2=u_2^+ + N_2u_2^+=(1+\dfrac{3}{13})\times200\times10^3=246.15\mathrm{kV}$

13.15 长度为$l=600\mathrm{m}$的无损线，波阻抗$Z_c=500\Omega$，终端接 1kΩ电阻，始端施以阶跃电压$u_S=15\,\varepsilon(t)\mathrm{V}$。试分析始端电流在$0<t<6l/v$期间的波过程，最后的稳态解是多少？（波速$\upsilon$可按光速计算）

解：终端反射系数$N_2=\dfrac{Z_L-Z_c}{Z_L+Z_c}=\dfrac{1}{3}$，始端反射系数$N_1=\dfrac{Z_S-Z_c}{Z_S+Z_c}=-1$

这是一个多次反射过程，反射过程如图题 13.15 所示。其中$t_d=l/v$

当$0<t<\dfrac{2l}{v}$时，反射波未达到始端，只有入射波。$i_1=i^+=\dfrac{u_1}{Z_c}=\dfrac{15\mathrm{V}}{500\Omega}=30\mathrm{mA}$

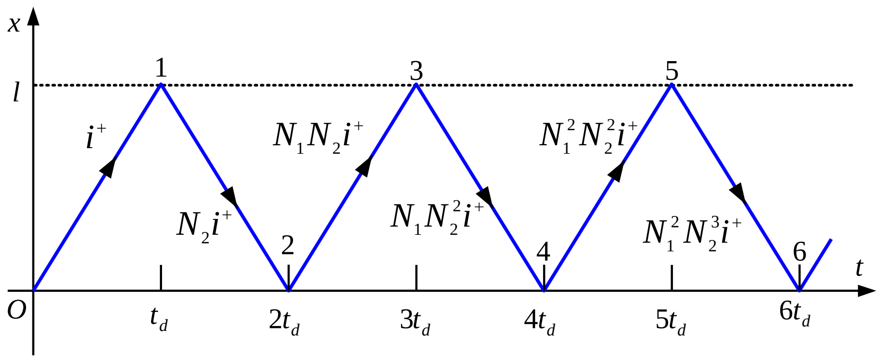
当$\dfrac{2l}{v}<t<\dfrac{4l}{v}$时，反射波到达始端，　$i_1=i^+-N_2i^++N_1N_2i^+=30-10-10=10\mathrm{mA}$

当$\dfrac{4l}{v}<t<\dfrac{6l}{v}$时，始端电流为：

$$i_1=i^+-N_2i^++N_1N_2i^+-N_1N_2^2i^++N_1^2N_2^2i^+=30-10-10+\frac{10}{3}+\frac{10}{3}=16.67\mathrm{mA}$$

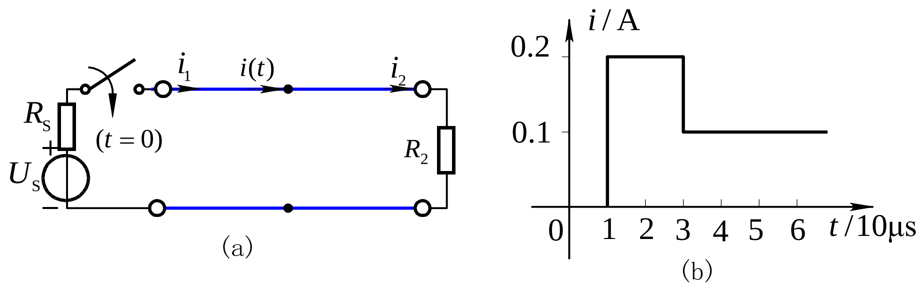
达到稳态时 $i_1(\infty)=\dfrac{u_1}{R_2}=15\mathrm{mA}$

所以 $i_1(t)=\begin{cases}30\mathrm{mA} & 0<t<2l/v\\ 10\mathrm{mA} & 2l/v<t<4l/v\\ 16.67\mathrm{mA} & 4l/v<t<6l/v\end{cases}$　$i_1(\infty)=\dfrac{u_1}{R_2}=15\mathrm{mA}$



图题13.15

13.16 图示无损均匀线线长$l=6\text{km}$，波阻抗$Z_c=600\Omega$，波速近似光速。又知$R_S=Z_c$，$R_2=1800\Omega$，$U_S=240\text{V}$，$t=0$时开关接通。试确定无损线中点处电流$i(t)$在$0<t<60\mu\text{s}$期间内的变化规律。



图题 13.16

解：波从始端传到中点所用的时间为：$t_1=\dfrac{l/2}{v}=\dfrac{3\times10^3}{3\times10^8}=10^{-5}\text{s}=10\mu\text{s}$

(1) 当$0<t<10\mu\text{s}$时，入射波从始端发出，尚未到达中点所以　$i(t)=0$。

(2) $10\mu\text{s}<t<30\mu\text{s}$时，入射波已经过中点，但在终端所产生的反射波还没有到达中点。

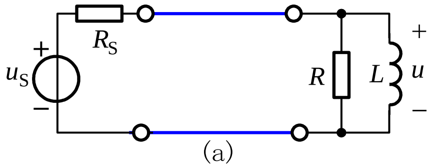
$$i(t)=i_1^+=\frac{U_S}{R_S+Z_c}=\frac{240}{600+600}=0.2\text{A}$$

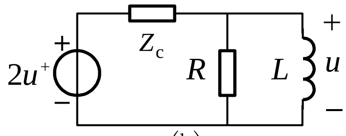
(3)　$30\mu\text{s}<t<60\mu\text{s}$时，在终端所产生的反射波已经过中点，并于$t=40\mu\text{s}$时刻到达始端。由于$R_S=Z_c$，所以到达始端后不再产生第二次反射

终端反射系数$N_2=\dfrac{R_2-Z_c}{R_2+Z_c}=\dfrac{1800-600}{1800+600}=0.5$，　$i_2^-=N_2i_2^+=N_2i_1^+=0.1\text{A}$

$i(t)=i_1^+-i_2^-=0.1\text{A}$。其波形如图13.16(b)所示。

13.17 电路如图所示，设无损耗传输线长为 1ms 时间内波所传播的距离，波阻抗 $Z_c = R_S = 200\Omega$。又已知 R=300Ω，L=0.1H，$u_S = 10\,\varepsilon(t) - 10\,\varepsilon(t-0.001\text{s})$ V。求 t>0 时的零状态响应 $u(t)$。





图题13. 17

解：$0 < t < 1\text{ms}$ 时，入射波电压尚未传播到终端，所以 $u(t) = 0$；

$t > 1\text{ms}$ 时，入射波到达终端并产生反射波；$t > 2\text{ms}$ 时，反射波到达始端，但由于 $Z_c = R_S$，所以在始端不再产生第二次反射。根据彼德生法则，得到 $t > 1\text{ms}$ 时的终端等效电路如图(b)所示。其中

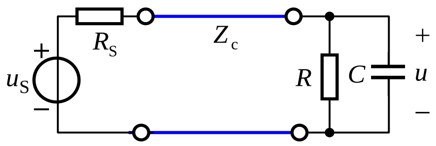
$$u^+ = \frac{Z_c}{R_S + Z_c} \times u_S \times \varepsilon(t-0.001) = [5\varepsilon(t-0.001) - 5\varepsilon(t-0.002)]\text{V}$$

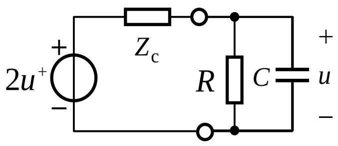
从电感两端看的等效电阻 $R_i = \dfrac{RZ_c}{R+Z_c} = \dfrac{300\times 200}{300+200} = 120\Omega$　　$\tau = \dfrac{l}{R_i} = \dfrac{1}{1200}\text{s}$

$u(t)$ 的单位阶跃特性为 $s(t) = \dfrac{R}{Z_c + R}\text{e}^{-t/\tau} = 0.6\text{e}^{-1200t}\varepsilon(t)$

所以 $$u(t) = [6\text{e}^{-1200(t-0.001)}\varepsilon(t-0.001) - 6\text{e}^{-1200(t-0.002)}\varepsilon(t-0.002)]\,\text{V}$$

13.18 电路如图所示，无损均匀传输线长 $l = 300\text{m}$，波阻抗 $Z_c = 200\Omega$，$R_S = 50\Omega$，波速 $v = 3\times 10^8\,\text{m/s}$。又已知 R=300Ω，$C = 0.1\text{F}$，$u_S = 10\,\varepsilon(t)$ V。求 $0 < t < 3\mu\text{s}$ 时的终端电压 $u(t)$。





(a)　(b)

图题13.18

解：入射波从始端传到终端的时间 $t = \dfrac{l}{v} = 1\mu\text{s}$

$0 < t < 1\text{us}$ 时，入射波电压尚未传播到终端，所以 $u(t) = 0$；

$t > 1\text{us}$ 时，入射波到达终端并产生反射波；$2\text{us} < t < 3\text{us}$ 时，反射波到达始端并产生二次反射，但反射波还没到达终端。根据彼德生法则，得到 $2\text{us} < t < 3\text{us}$ 时的终端等效电路如图(b)所示。其中

$$u^+ = \frac{Z_c}{R_S + Z_c} \times u_S = 8\varepsilon(t)\text{V}$$

从电容两端看的等效电阻

$$R_i = \frac{RZ_c}{R + Z_c} = \frac{300 \times 200}{300 + 200} = 120\Omega\text{，}\quad \tau = R_i C = 120 \times 0.1\,\text{s} = 12\,\text{s}$$

初始值：$u_2(t_{0+}) = 0$

稳态值：$u_2(\infty) = \dfrac{R}{R + Z_c} \times 2u^+ = \dfrac{300}{300 + 200} \times 2 \times 8 = 9.6\text{V}$

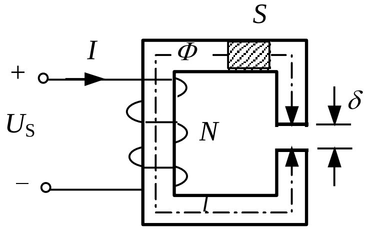
终端电压 $u(t) = [9.6(1 - \mathrm{e}^{-(t-10^{-6})/12})\varepsilon(t - 10^{-6})]\text{V}$，$0 < t < 3\mu\text{s}$

附录 A　习题解答

A.1　图示磁路，恒定电压为 U_S，线圈电阻为 R，匝数为 N，铁心平均长度为 l，横截面积为 S，磁导率为 μ，气隙长度为 δ，不计边缘效应和漏磁。求磁通势、总磁阻、磁通及气隙磁位差表达式。

解：线圈电流：$I = \dfrac{U_s}{R}$，磁通势：$F = NI = \dfrac{NU_s}{R}$

总磁阻：$R_m = \dfrac{l}{\mu S} + \dfrac{\delta}{\mu_0 S}$，磁通：$\Phi = \dfrac{NI}{R_m}$，



图题 A.1

由磁路欧姆定律计算气隙磁位差：

$$U_\delta = \Phi R_\delta = \frac{NI}{R_m} \times \frac{\delta}{\mu_0 S}$$

A.2　计算图示镯环形磁路的磁阻。已知内径 $r_1 = 2.0\text{cm}$，外径 $r_2 = 3.0\text{cm}$，截面

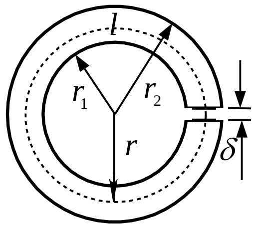
为圆形，具有 1mm 的气隙，铁心材料的相对磁导率 $\mu_r = 500$。空气磁导率 μ_0 = $4\pi\times10^{-7}$H/m。[计算气隙截面时用式(A.21)进行修正]。

解：磁路平均半径为 $r=(r_1+r_2)/2=2.5\text{cm}$

铁心平均长度 $l=(2\pi r-\delta)=1.561\times10^{-1}\,\text{m}$

铁心截面积半径为：$(r_3-r_2)/2=0.5\text{cm}$

铁心截面积 $S=\pi\times r_3^2=7.854\times10^{-5}\,\text{m}^2$



铁心磁阻：

$$R_\text{m}=\frac{l}{\mu_r\mu_0 S}=\frac{1.561\times10^{-1}}{500\times4\pi\times10^{-7}\times7.854\times10^{-5}}=3.163\times10^6\ 1/\text{H}$$

修正后的气隙截面积 $S_\delta=\pi\times(r_3+\delta)^2=8.171\times10^{-5}\,\text{m}^2$

图题 A.2

气隙磁阻 $R_\delta=\dfrac{\delta}{\mu_0 S_\delta}=\dfrac{1.0\times10^{-3}}{4\pi\times10^{-7}\times8.171\times10^{-5}}=9.739\times10^6\ 1/\text{H}$

总磁阻 $R_{\text{m}\delta}=R_\text{m}+R_\delta=(3.163+9.739)\times10^6=12.902\times10^6\ 1/\text{H}$

A.3 在图 A.2 所示的镯环上绕 1000 匝励磁线圈。欲在气隙中得到 1.3T 的磁感强度，试求线圈电流。

解：回路内磁通：　$\Phi=B_\delta S_\delta=1.3\times8.171\times10^{-5}=1.062\times10^{-4}\,\text{Wb}$

铁心内磁感应强度：　$B=\dfrac{\Phi}{S}=\dfrac{1.062\times10^{-4}}{7.854\times10^{-5}}=1.353\ \text{T}$

铁心内磁场强度：　$H=\dfrac{B}{\mu_r\mu_0}=\dfrac{1.353}{500\times4\pi\times10^{-7}}=2.153\times10^3\,\text{A/m}$

铁心的磁位差：　$U_\text{m}=Hl=2.153\times10^3\times1.561\times10^{-1}=336.1\text{A}$

气隙的磁位差：　$U_\delta=H_0\delta=\dfrac{B_\delta}{\mu_0}\delta=\dfrac{1.3}{4\pi\times10^{-7}}\times10^{-3}\approx1034.5\text{A}$

由基尔霍夫磁位差定律得：　$NI=U_\text{m}+U_\delta=336.1+1034.5=1370.6\ \text{A}$

$$I=\frac{1370.6}{10^3}\approx1.371\text{A}$$

A.4 如果图 A.2 所示的镯环线圈气隙长度从原来的 1mm 增大到 2mm，但仍

须保持气隙磁感强度为 1.3T，问线圈电流应该增大多少？

解：若气隙长度增大一倍，气隙磁感强度不变，则气隙磁位差也增大一倍。即

$$U_\delta = H_0\delta = 1034.5\times 2 = 2069\mathrm{A}$$

铁心磁位差近似不变即：　$U_\mathrm{m} = Hl \approx 336.1\mathrm{A}$

由基尔霍夫磁位差定律得：$N(I+\Delta I) = U_\mathrm{m} + U_\delta = (336.1+2069)\mathrm{A} = 2405.1\mathrm{A}$

$$N\Delta I = (2405.1-1370.6)\mathrm{A} = 1034.5\mathrm{A}$$

$$\Delta I = 1034.5\mathrm{A}/N = 1.034\mathrm{A}$$

A.5 设镯环由 DR510 硅钢片冲成的圈环叠成，其平均长度为 70cm，有效截面为 6.0cm^2。线圈有10^4匝，均匀密绕在镯环上，不计漏磁。试求：

（1） 设环中磁通为$\Phi = 3.0\times10^{-4}$Wb，需通以多大电流？

（2） 当环中磁通增大一倍时，电流应为多大？

（3） 当线圈中电流比(1)增大一倍时，环中磁通将变为多少韦伯？

（4） 如在环上开一长度为 1mm 的气隙，磁通仍为 3.0×10^{-4}Wb 时，电流是多少？

解：（1）磁感应强度$B = \dfrac{\Phi}{S} = \dfrac{3\times10^{-4}\,\mathrm{Wb}}{6\times10^{-4}\,\mathrm{m}^2} = 0.5\mathrm{T}$

查基本磁化曲线（即书中图 A.14）得：$H \approx 160\ \mathrm{A/m}$

由 $Hl = NI$ 得　　$I = \dfrac{Hl}{N} = \dfrac{160\times0.7}{10^4} = 11.2\,\mathrm{mA}$

（2）若磁通增大一倍，则：$\Phi = 6.0\times10^{-4}\ \mathrm{Wb}$　，　$B = 1.0\,\mathrm{T}$，查曲线得：$H \approx 380\mathrm{A/m}$

$$I = \frac{Hl}{N} = \frac{380\times0.7}{10^4} = 26.6\ \ \mathrm{mA}$$

（3）当 $I = 22.4\mathrm{mA}$ 时

$$H = \frac{NI}{l} = \frac{10^4\times22.4\times10^{-3}}{0.7} = 320\ \ \mathrm{A/m}$$

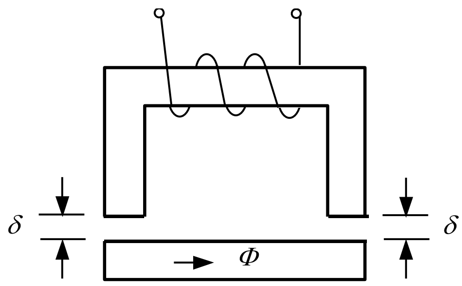
查曲线得：$B \approx 0.9\mathrm{T}$，　$\Phi = BS = 0.9\times6\times10^{-4} = 5.4\times10^{-4}\ \ \mathrm{Wb}$

（4）$B = 0.5\text{T}$，气隙的磁位差 $H_\delta \delta = \dfrac{B}{\mu_0} \times \delta = \dfrac{0.5}{4\pi \times 10^{-7}} \times 10^{-3} = 398\ \text{A}$

$$NI = Hl + H_\delta \delta = 160 \times (0.7 - 10^{-3}) + 398 = 510.2\ \text{A}$$

$$I = \frac{510.2\text{A}}{10^4} = 51\text{mA}$$

A.6　图示磁路中，磁通 $\Phi = 3\times10^{-3}$Wb 时所需磁通势为 2000 安匝。欲使气隙长度 δ 由 0.1cm 增至 0.12cm，且 Φ 保持不变，试求所需磁通势。气隙横截面积为 30cm^2。



图题 A.6

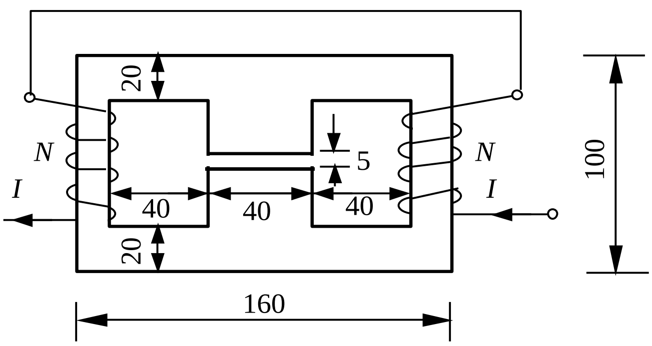
解：$B = \dfrac{\Phi}{S} = \dfrac{3\times10^{-3}}{3\times10^{-3}} = 1\text{T}$，$\Phi$ 不变，B 不变，H_m 和 $H_\delta \times 2\delta$ 近似不变。

由　$NI = H_\text{m} l + H_\delta \times 2\delta$　得：

$$\Delta I \cdot N = \Delta\delta H_\delta = 2 \times 0.02 \times 10^{-2} \times \frac{1}{4\pi \times 10^{-7}} = 318\ \text{A}$$

磁通势 $F = 2000 + 318 = 2318\ \text{A}$

A.7 要在图示磁路的气隙中产生 $\Phi = 1.8\times10^{-3}$Wb 的磁通，铁心厚 40mm，材料为 DR510 热轧低硅钢片。图中单位为 mm。求 *NI* 应为多少安匝？



图题 A.7

解：由于磁路为对称磁路，可按气隙中心线将磁路分成相等的两个部分。在每一部分中

铁心的面积为：$S = 2 \times 4 \times 10^{-4} = 8 \times 10^{-4}\text{m}^2$，

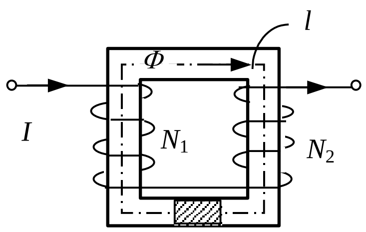
铁心的平均长度：$l=(100-2\times10)\times2+2\times(80-20)-5=275\text{mm}=0.275\text{m}$

铁心内磁感应强度 $B=\dfrac{0.5\Phi}{S}=\dfrac{0.5\times1.8\times10^{-3}}{8\times10^{-4}}=1.125\text{T}$，查曲线得：$H_{\text{m}}\approx530\text{A/m}$

气隙中磁场强度 $H_\delta=\dfrac{B_\delta}{\mu_0}=\dfrac{B}{\mu_0}=\dfrac{1.125\text{T}}{4\pi\times10^{-7}\text{H/m}}=8.95\times10^5\text{A/m}$

$$NI=H_{\text{m}}l+H_\delta\delta=530\times0.275+8.95\times10^5\times5\times10^{-3}=4620.75\text{A}$$

A.8　图示线性恒定磁通磁路，已知 l=20cm，S=20cm^2，μ =10^{-2}H/m，N_1=500 匝，N_2=300 匝，I=0.5A,不计漏磁。求磁通　。



图题 A.8

解：在回路 l 中，由基尔霍夫磁位差定律得：　$N_1I-N_2I=Hl$

所以　$H=\dfrac{I}{l}(N_1-N_2)=\dfrac{0.5}{0.2}(500-300)=500\ \text{H/m}$

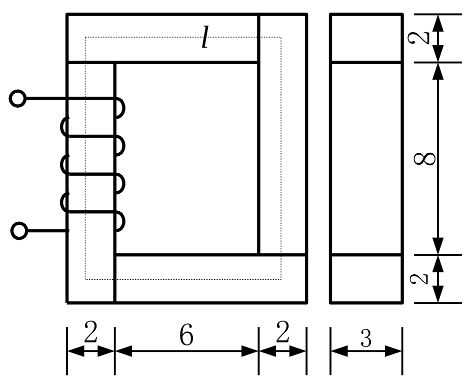
磁通　$\Phi=BS=\mu HS=10^{-2}\times500\times20\times10^{-4}\ \text{Wb}$

$=0.01\text{Wb}$

A.9　由 DR510 硅钢片叠成铁心，其形状尺寸如图 A.9 所示，单位是 cm。每个接缝处由于每层交替叠置，形成等效气隙 0.04cm。计算铁心截面时，应在外形尺寸上乘以叠片因数，设为 0.92。已知磁通势为 1500A，试求磁通值(相对误差小于 3%)。

解：铁心平均长度

$l\approx2\times(6+2)+2\times(8+2)=36\text{cm}=0.36\text{m}$



铁心的有效截面积为：

$$S=2\times10^{-2}\times3\times10^{-2}\times0.92=5.52\times10^{-4}\ \text{m}^2$$

设铁心内磁感应强度 $B=1.0\ \text{T}$

磁通　$\Phi=BS=5.52\times10^{-4}\text{Wb}$

查曲线得:　$H_{\mathrm{m}} \approx 380\ \mathrm{A/m}$

气隙总长度　$\delta = 4\times 0.04 = 0.16\ \mathrm{cm} = 1.6\times 10^{-3}\ \mathrm{m}$

气隙的面积为　$S_{\delta} = 2\times 10^{-2}\times 3\times 10^{-2} = 6.0\times 10^{-4}\,\mathrm{m}^2$

气隙中的磁感应强度　　图题 A.9

$$B_{\delta} = \frac{\Phi}{S_{\delta}} = \frac{5.52\times 10^{-4}\,\mathrm{Wb}}{6\times 10^{-4}\,\mathrm{m}^2} = 0.92\mathrm{T}$$

气隙中的磁场强度 $H_{\delta} = \dfrac{B_{\delta}}{\mu_0} = \dfrac{0.92\mathrm{T}}{4\pi\times 10^{-7}\,\mathrm{H/m}} = 7.321\times 10^5\,\mathrm{A/m}$

磁通势

$$\begin{aligned} F &= H_{\mathrm{m}} l + H_{\delta}\delta = 380\times 0.36 + 7.321\times 10^5\times 1.6\times 10^{-3} \\ &= 136.8 + 1171.4 = 1308.2\mathrm{A} \end{aligned}$$

相对误差为　$\dfrac{1500-1308.2}{1500} = 12.78\%$　大于 3%

再设铁心内磁感应强度 $B' = 1.1\ \mathrm{T}$，查曲线得: $H'_{\mathrm{m}} \approx 500\ \mathrm{A/m}$

磁通　$\Phi' = 1.1\Phi = 6.072\times 10^{-4}\,\mathrm{Wb}$,

气隙中的磁场强度　$H'_{\delta} = 1.1 H_{\delta} = 8.0531\times 10^5\,\mathrm{A/m}$

磁通势　$F' = H'_{\mathrm{m}} l + H'_{\delta}\delta = 500\times 0.36 + 8.0531\times 10^5\times 1.6\times 10^{-3} = 1468.5\mathrm{A}$

相对误差为　$\dfrac{1500-1468.5}{1500} = 2.1\%$　小于 3%

所以磁通　$\Phi = \Phi' = 6.072\times 10^{-4}\,\mathrm{Wb}$

A.10　磁路横截面积 S=33cm^2，励磁线圈匝数 N=300，所加工频正弦电压 U=220V，不计线圈电阻和漏磁。试求磁感应强度的最大值 B_{m}。

解：不计线圈电阻和漏磁，电压 $U = 4.44 fN\Phi_{\mathrm{m}}$

所以　$\Phi_{\mathrm{m}} = \dfrac{U}{4.44 fN} = \dfrac{220}{4.44\times 50\times 300} = 3.3\times 10^{-3}\ \ \mathrm{Wb}$

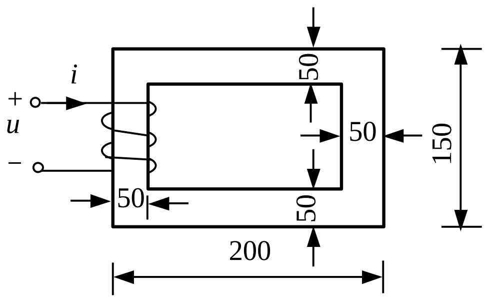
$$B_{\mathrm{m}}=\frac{\Phi_{\mathrm{m}}}{S}=\frac{3.3\times10^{-3}}{33\times10^{-4}}=1\ \mathrm{T}$$

A.11　某交变磁通磁路，当励磁线圈所加正弦电压为 100V，50Hz 时，磁感应强度最大值为 B_{m}=1.5T。若电压改为 200V、频率改为 100Hz，再求 B_{m}。不计线圈电阻和漏磁。

解：不计线圈电阻和漏磁，电压 $U=4.44fN\Phi_{\mathrm{m}}=4.44fNSB_{\mathrm{m}}$

$B_{\mathrm{m}}=\dfrac{U}{4.44fNS}$，$B_{\mathrm{m}}$ 与电压 U 成正比，与频率 f 成反比。现电压 U 和频率 f 均增加一倍，故 B_{m} 保持不变。

A.12　图示磁路厚度为 40mm，其它尺寸如图，单位为 mm。材料的 $B-H$ 关系如右表，线圈所加电压为 111V，50Hz，匝数 N=200。求线圈中电流的极大值。



B/T	0.95	1.15	1.25	1.35
H/(A/cm)	2.4	4	6	10

图题 A.12

解：磁路平均长度：$l=(200-50)\times2+(150-50)\times2=500\mathrm{mm}=50\mathrm{cm}$

铁心截面积：　$S=4\times10^{-2}\times5\times10^{-2}=2.0\times10^{-3}\mathrm{m}^2$

磁通最大值：　$\Phi_{\mathrm{m}}=\dfrac{U}{4.44fN}=\dfrac{111}{4.44\times50\times200}=2.5\times10^{-3}\,\mathrm{Wb}$

$$B_{\mathrm{m}}=\frac{\Phi_{\mathrm{m}}}{S}=\frac{2.5\times10^{-3}}{2.0\times10^{-3}}=1.25\mathrm{T}\text{，查表得：}\ H=6\mathrm{A/cm}$$

$$I=\frac{Hl}{N}=\frac{6\times50}{200}=1.5\mathrm{A}$$

A.13　某铁心线圈在 f=50Hz 时,其涡流损耗等于磁滞损耗，且总的铁损为 1.0kW。如果在 f=60Hz 时，铁心中磁通密度的幅值保持不变，问此时铁损应是多少？

解：铁损 P 可以写成 $P=k_1 f^2+k_2 f$

其中 $k_1 f^2$ 和 $k_2 f$ 分别为涡流损耗和磁滞损耗，在 f=50Hz 时均为 0.5 kW，k_1 和 k_2 为比例系数。

当 $f=50\text{Hz}$ 时，$k_1 f^2=0.5 \quad \Rightarrow k_1=\dfrac{0.5\times10^3\,\text{W}}{2500(\text{Hz})^2}=0.2\text{W}/(\text{Hz})^2$

$$k_2 f=0.5 \quad \Rightarrow k_2=\frac{0.5\times10^3\,\text{W}}{50\text{Hz}}=10\,\text{W}/\text{Hz}$$

当 $f=60\text{Hz}$ 时，$P=k_1\times60^2+k_2\times60=0.2\times3600+10\times60=1.32\text{kW}$

A.14　一个工作频率为 400Hz 电压比为 115V/(36V)的变压器，能否用在 50Hz 的电源上作 115V/(36V)的变压器？试说明其理由。反过来的情况如何？

答：不能。当变压器工作在额定状态下，铁心已接近饱和，由 $U=4.44 fN\Phi_{\text{m}}$ 公式可知：当 f 从 400Hz 变到 50Hz，且变压器输入电压有效值不变时，主磁通 Φ_{m} 将显著增大，变压器工作在磁化曲线高度饱和段，励磁电流增大且波形严重畸变，因此电流的各次谐波也增大，影响变压器及电路中其它器件的正常工作。

在工频下使用的变压器，通常采用硅钢片作铁心材料。当用于 400Hz 电源时，一方面其 $B-H$ 特性要发生变化，另一方面铁心的涡流损耗（与频率平方成正比）明显增加。故为 50Hz 电源设计的变压器不能用于 400Hz 电源作变压用。

A.15　磁路平均长度为 l=30cm，横截面积 S=4cm^2，铁心未饱和，其相对磁导率为 μ_r=10^3，匝数 N=100，试求线圈电感 L。不计线圈漏磁。

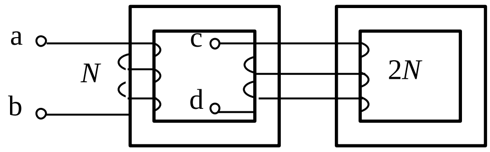
解：不计线圈漏磁时电感的计算公式（教材Ａ.47）为 $L=\dfrac{N^2}{R_{\text{m}}/\xi}$　　　　（1）

其中 ξ 为波形修正系数。题中铁心未饱和，因此取 $\xi=1$。

磁阻 $R_{\text{m}}=\dfrac{l}{\mu_r\mu_0 S}=\dfrac{0.3}{10^3\times4\pi\times10^{-7}\times4\times10^{-4}}=5.968\times10^6\ \text{H}^{-1}$　代入式(1)得：

$$L = \frac{100^2}{5.968 \times 10^6}\,\mathrm{H} = 16.755\mathrm{mH}$$

A.16　图中的两个铁心具有相同的尺寸和磁导率μ，设μ为常数，且忽略漏磁，线圈匝数分别为 N 和 $2N$。已知当 cd 开路时，线圈 ab 的电感为 L_{ab}=0.25mH。求当 ab 开路时线圈 cd 的电感 L_{cd}。



图题 A.16

解：由电感的计算公式$L = \dfrac{N^2}{R_m / \xi} = \dfrac{N^2 \mu S}{l / \xi}$可知，电感与匝数平方成正比，与截面积成正比。现题中，从 cd 两端看，线圈匝数为 $2N$，铁心等效横截面积为$2S$，较从 ab 两端看均增加一倍，因此

$$L_{cd} = 2^2 \times 2L_{ab} = 8L_{ab} = 2.0\mathrm{mH}$$