第四章习题解答 (非作业部分)

4.1 已知图示电路中$u=100\cos(\omega t+10°)\text{V}$，$i_1=2\cos(\omega t+100°)\text{A}$，$i_2=-4\cos(\omega t+190°)\text{A}$，$i_3=5\sin(\omega t+10°)\text{A}$。试写出电压和各电流的有效值、初相位，并求电压越前于电流的相位差。

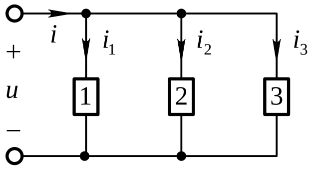


图 题 4.1

解：将i_2和i_3改写为余弦函数的标准形式，即

$i_2=-4\cos(\omega t+190°)\text{A}=4\cos(\omega t+190°-180°)\text{A}=4\cos(\omega t+10°)\text{A}$

$i_3=5\sin(\omega t+10°)\text{A}=5\cos(\omega t+10°-90°)\text{A}=5\cos(\omega t-80°)\text{A}$

电压、电流的有效值为

$$U=\frac{100}{\sqrt{2}}=70.7\text{V},\ I_1=\frac{2}{\sqrt{2}}=1.414\text{A}$$

$$I_2=\frac{4}{\sqrt{2}}=2.828\text{A},\ I_3=\frac{5}{\sqrt{2}}=3.54\text{A}$$

初相位 $\psi_u=10^\circ,\ \psi_{i_1}=100^\circ,\ \psi_{i_2}=10^\circ,\ \psi_{i_3}=-80^\circ$

相位差 $\varphi_1=\psi_u-\psi_{i_1}=10^\circ-100^\circ=-90^\circ$ u与i_1正交，u滞后于i_1；

$\varphi_2=\psi_u-\psi_{i_2}=10°-10°=0^\circ$ u与i_2同相；

$\varphi_3=\psi_u-\psi_{i_3}=10°-(-80°)=90^\circ$ u与i_3正交，u超前于i_3

4.5 在图示电路中已知$i_R=\sqrt{2}\cos\omega t$ A，$\omega=2\times10^3$ rad/s。求各元件的电压、电流及电源电压u，并作各电压、电流的相量图。

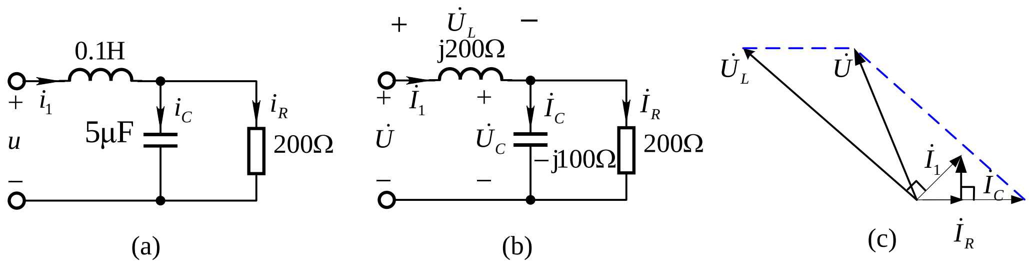


图 题 4.5

解：感抗 $X_L=\omega L=\left(2\times10^3\right)\text{rad/s}\times0.1\text{H}=200\Omega$

容抗 $X_C=-\dfrac{1}{\omega C}=\dfrac{-1}{\left(2\times10^3\right)\text{rad/s}\times\left(5\times10^{-6}\right)\text{F}}=-100\Omega$

图(a)电路的相量模型如图(b)所示。

由已知得$\dot{I}_R=1\angle0°\text{A}$，按从右至左递推的方法求得各元件电压、电流相量如下：

$\dot{U}_C = \dot{I}_R R = 200\angle 0^{\circ}\,\text{V}$

$\dot{I}_C = \dfrac{\dot{U}_C}{\text{j}X_C} = \dfrac{200\angle 0^{\circ}\text{V}}{-\text{j}100\Omega} = 2\angle 90^{\circ}\,\text{A}$

$\dot{I}_1 = \dot{I}_C + \dot{I}_R = (1\angle 0^{\circ} + 2\angle 90^{\circ})\text{A=(1+2j)A} = \sqrt{5}\angle 63.43^{\circ}\,\text{A}$

$\dot{U} = \dot{U}_L + \dot{U}_C = (200\sqrt{5}\angle 153.43^{\circ} + 200\angle 0^{\circ})\text{V} = 200\sqrt{2}\angle 135^{\circ}\,\text{V}$

$\dot{U}_L = \text{j}X_L\dot{I}_1 = \text{j}200\times\sqrt{5}\angle 63.43^{\circ}\text{V} = 200\sqrt{5}\angle 153.43^{\circ}\,\text{V}$

由以上各式画出电压、电流相量图如图(c)所示。由各相量值求得各元件电压、电流瞬时值分别为

$$i_C = 2\sqrt{2}\cos(\omega t + 90^{\circ})\text{A},\ i_1 = \sqrt{10}\cos(\omega t + 63.43^{\circ})\text{A}$$
$$u_R = u_C = 200\sqrt{2}\cos(\omega t)\text{V},\ u_L = 200\sqrt{10}\cos(\omega t + 153.43^{\circ})\text{V}$$
$$u = 400\cos(\omega t + 135^{\circ})\text{V}$$

4.7 已知图示电路中 $g = 1\,\text{S}$，$u_\text{S} = 10\sqrt{2}\cos\omega t\ \text{V}$，$i_\text{S} = 10\sqrt{2}\cos\omega t\ \text{A}$，$\omega = 1\,\text{rad/s}$。求受控电流源的电压 u_{12}。

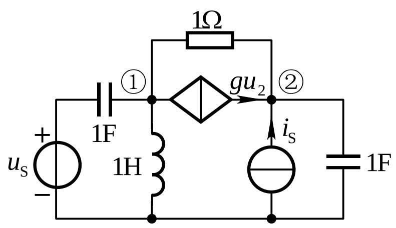


图 题 4.7

解：电压源和电流源的相量分别为 $\dot{U}_\text{S} = 10\angle 0^{\circ}\ \text{V}$，$\dot{I}_\text{S} = 10\angle 0^{\circ}\ \text{A}$

对节点①和②列相量形式节点电压方程

$$\begin{cases} (\text{j}\omega C_1 + \dfrac{1}{\text{j}\omega L} + 1\text{S})\dot{U}_\text{n1} - 1\text{S}\times\dot{U}_\text{n2} = \text{j}\omega C_1\dot{U}_\text{S} - g\dot{U}_2 \\ -1\text{S}\times\dot{U}_\text{n1} + \left(\text{j}\omega C_2 + 1\text{S}\right)\dot{U}_\text{n2} = \dot{I}_\text{S} + g\dot{U}_2 \end{cases}$$ 由图可知受控源控制量 $\dot{U}_2 = \dot{U}_{n1}$

解得 $\dot{U}_\text{n1} = \text{j}10\text{V}$ $\quad \dot{U}_\text{n2} = 10 - \text{j}10\text{V}$

$\dot{U}_{12} = \dot{U}_{\text{n}_1} - \dot{U}_{\text{n}_2} = (-10 + \text{j}20)\text{V} = 22.36\angle 116.57^{\circ}\ \text{V}$

受控电流源的电压为 $\quad u_{12} = 22.36\sqrt{2}\cos\left(\omega t + 116.57^{\circ}\right)\text{V}$

4.8 在图示 RC 移相电路中设 $R = 1/(\omega C)$，试求输出电压 u_o 和输入电压 u_i 的相位差。

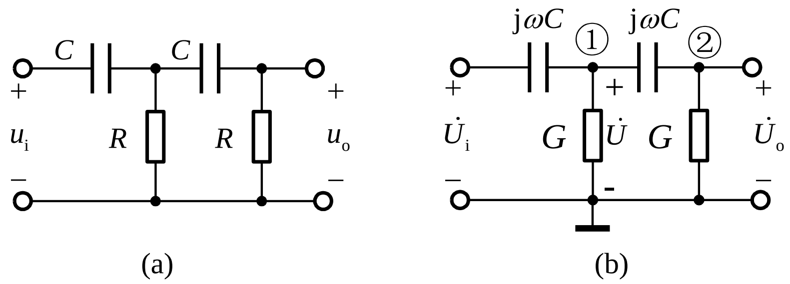


图 题4.8

解：相量模型如图(b)所示。对节点①、②列节点电压方程：

$$(\mathrm{j}\omega C+\mathrm{j}\omega C+G)\dot U_{\mathrm{n1}}-\mathrm{j}\omega C\dot U_{\mathrm{n2}}=\mathrm{j}\omega C\dot U_{\mathrm{i}} \qquad (1)$$

$$-\mathrm{j}\omega C\dot U_{\mathrm{n1}}+(\mathrm{j}\omega C+G)\dot U_{\mathrm{n2}}=0 \qquad (2)$$

联立解得 $\dfrac{\dot U_{\mathrm{n2}}}{\dot U_{\mathrm{i}}}=\dfrac{1}{3}\angle 90^{\circ}$

又因为$\dot U_{\mathrm{n2}}=\dot U_{\mathrm{o}}$，所以$\dfrac{\dot U_{\mathrm{o}}}{\dot U_{\mathrm{i}}}=\dfrac{1}{3}\angle 90^{\circ}$，即$u_{\mathrm{o}}$越前于$u_{\mathrm{i}}$的相位差为$90^{\circ}$。

4.9 图示电路中$u_{\mathrm{S}}=\cos\omega t\,\mathrm{V}$，$\omega=10^{3}\,\mathrm{rad/s}$，试求输出电压$u_{\mathrm{o}}$。

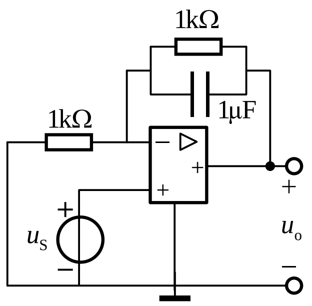


图 题4.9

解：对含运算放大器的电路宜列写节点电压方程：

$$\left(\frac{1}{1\mathrm{k}\Omega}+\frac{1}{1\mathrm{k}\Omega}+\mathrm{j}10^{3}\times 1\mu\mathrm{F}\right)\dot U_{\mathrm{n1}}-\left(\frac{1}{1\mathrm{k}\Omega}+\mathrm{j}10^{3}\times 1\mathrm{uF}\right)\dot U_{\mathrm{n2}}=0 \qquad (1)$$

$$\dot U_{n2}=\dot U_{\mathrm{o}} \qquad (2)$$

由端口特性得$\dot U_{n1}=\dot U_{\mathrm{S}}=\dfrac{1}{\sqrt{2}}\angle 0^{\circ}\,\mathrm{V}$ (3)

将式(2)(3)代入(1)得：

$$\dot U_{\mathrm{o}}=\frac{1.5-\mathrm{j}0.5}{\sqrt{2}}\,\mathrm{V}=\frac{1.58}{\sqrt{2}}\angle -18.43^{\circ}\,\mathrm{V}$$

输出电压瞬时值为$u_{\mathrm{o}}=1.58\cos\left(\omega t-18.43^{\circ}\right)\mathrm{V}$

4.11 求图示一端口网络的输入阻抗 Z，并证明当 $R=\sqrt{L/C}$ 时，Z 与频率无关且等于 R。

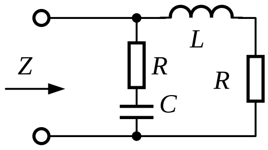


图 题 4.11

解：由阻抗的串、并联等效化简规则得

$$Z=(R+\mathrm{j}\omega L)//(R+\frac{1}{\mathrm{j}\omega C})=\frac{R^2+\dfrac{L}{C}+\mathrm{j}R(\omega L-\dfrac{1}{\omega C})}{2R+\mathrm{j}(\omega L-\dfrac{1}{\omega C})}$$

当 $R=\sqrt{L/C}$ 时，由上式得 $Z=R$，且与频率无关。

4.12 求图示电路的戴维南等效电路。

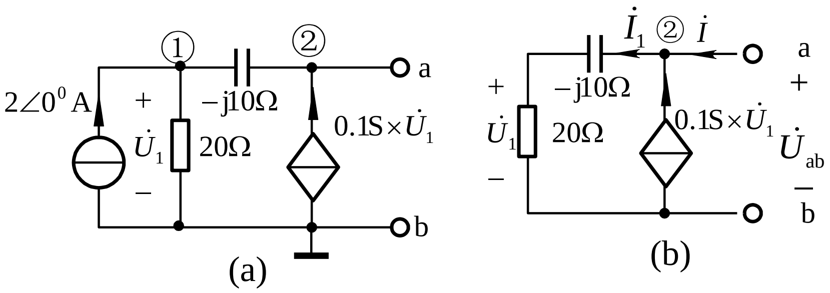


图 题 4.12

解：(1)求开路电压 $\dot{U}_{\mathrm{OC}}$

对图(a)电路列节点电压方程

$$\begin{cases}(\dfrac{1}{20}+\dfrac{1}{-\mathrm{j}10})\mathrm{S}\times\dot{U}_{\mathrm{n1}}-\dfrac{1}{-\mathrm{j}10}\times\dot{U}_{\mathrm{n2}}=2\angle 0^\circ\mathrm{A} & (1)\\ -\dfrac{1}{-\mathrm{j}10}\mathrm{S}\times\dot{U}_{\mathrm{n1}}+\dfrac{1}{-\mathrm{j}10}\mathrm{S}\times\dot{U}_{\mathrm{n2}}=0.1\mathrm{S}\times\dot{U}_1 & (2)\end{cases}$$

受控源控制量 $\dot{U}_1$ 即为节点电压 $\dot{U}_{\mathrm{n1}}$，即 $\dot{U}_1=\dot{U}_{\mathrm{n1}}$ (3)

将式(3)代入式(2)再与式(1)联立解得

$$\dot{U}_{\mathrm{n1}}=-40\mathrm{V}，\ \dot{U}_{\mathrm{n2}}=\dot{U}_{\mathrm{OC}}=40\sqrt{2}\angle 135^\circ\mathrm{V}$$

(2)求等效阻抗 Z_{i}

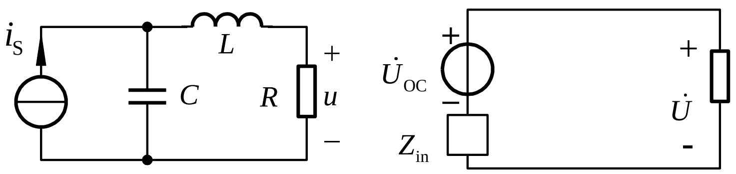
在 ab 端外施电压源 $\dot{U}_{\mathrm{ab}}$，求输入电流 $\dot{I}$，$\dot{U}_{\mathrm{ab}}$ 与 $\dot{I}$ 的比值即为等效阻抗 Z_{i}。

由节点②得 $\dot{I}=\dot{I}_1-0.1\mathrm{S}\times\dot{U}_1=\dfrac{\dot{U}_1}{20\Omega}-\dfrac{\dot{U}_1}{10\Omega}$

又$\dot{U}_{\mathrm{ab}}=(20-\mathrm{j}10)\Omega\dot{I}_1=(20-\mathrm{j}10)\times\dfrac{\dot{U}_1}{20}$

得 $Z_{\mathrm{i}}=\dfrac{\dot{U}_{\mathrm{ab}}}{\dot{I}}=\dfrac{(20-\mathrm{j}10)\times\dfrac{\dot{U}_1}{20}}{(\dfrac{1}{20}-\dfrac{1}{10})\dot{U}_1}=22.36\angle153.43°\Omega$

4.13 图示电路中 $L=0.01\,\mathrm{H}$，$C=0.01\,\mathrm{F}$，$i_{\mathrm{S}}=10\sqrt{2}\cos\omega t\ \mathrm{A}$。求 ω 为何值时电压 u 与电阻 R（$R\neq0$）无关？求出电压 u 。



(a) (b)

解：对图(a)电路做戴维南等效，如图(b)所示。

$$Z_{\mathrm{i}}=\mathrm{j}\omega L+1/(\mathrm{j}\omega C) \qquad (1)$$

$$\dot{U}_{\mathrm{OC}}=\frac{\dot{I}_{\mathrm{S}}}{\mathrm{j}\omega C} \qquad (2)$$

由图(b)可知，当 $Z_{\mathrm{i}}=0$ 时，电阻两端电压 $\dot{U}$ 与电阻 R 无关，始终等于 $\dot{U}_{\mathrm{OC}}(R\neq0)$ 。

由式(1)解得 $\qquad \omega=1/\sqrt{LC}=100\,\mathrm{rad/s}$

将式(3)代入式(2)得 $\qquad \dot{U}=\dot{U}_{\mathrm{OC}}=10\angle0°\mathrm{A}\times\dfrac{1}{\mathrm{j}100\mathrm{rad/s}\times0.01\mathrm{F}}=10\angle-90°\mathrm{V}$

$u=10\sqrt{2}\cos(\omega t-90^{\circ})\mathrm{V}$

4.17 图示电路，$\dot{U}_{\mathrm{S}}=10\mathrm{V}$，角频率 $\omega=10^3\,\mathrm{rad/s}$。要求无论 R 怎样改变，电流有效值 I 始终不变，求 C 的值，并分析电流 $\dot{I}$ 的相位变化情况。

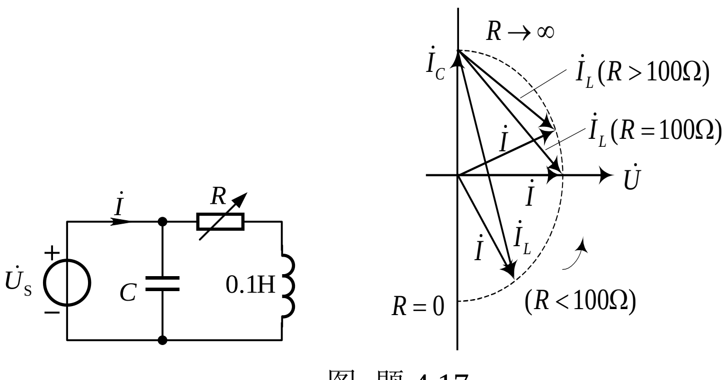


图 题 4.17

解：图示电路负载等效导纳为

$$Y = \mathrm{j}\omega C + \frac{1}{R+\mathrm{j}\omega L} = \frac{R}{R^2+(\omega L)^2} + \mathrm{j}(\omega C - \frac{\omega L}{R^2+(\omega L)^2}) \quad (1)$$

$$|Y|^2 = \left[\frac{R}{R^2+(\omega L)^2}\right]^2 + \left[\omega C - \frac{\omega L}{R^2+(\omega L)^2}\right]^2 = \frac{1-2\omega^2 LC}{R^2+(\omega L)^2} + (\omega C)^2 \quad （2）$$

由式(2)可见：当$\omega^2 = 1/(2LC)$时，$|Y| = \omega C$ 与 R 无关，电流有效值$I = |Y|U = \omega CU$ 不随R改变。

解得 $C = \dfrac{1}{2\omega^2 L} = 5\mathrm{uF}$

将ω、L、C值代入(1)式，得

$$Y = \frac{R + \mathrm{j}5\times10^{-3}(R^2 - 10^4)}{R^2+10^4}$$

当$R=0$，$\dot{I}$滞后$\dot{U}_S$为$-90°$；

当$0<R<100\Omega$，$\dot{I}$滞后$\dot{U}_S$为从$-90°$向 0 变化；

当$R=100\Omega$，$\dot{I}$与$\dot{U}_S$同相位；

当$R>100\Omega$，$\dot{I}$越前$\dot{U}_S$为从 0 向$90°$变化；

当$R\to\infty$，$\dot{I}$越前$\dot{U}_S$为$90°$。

右图为电流相量图。

$\dot{I}$的终点轨迹为半圆，当R从 0 变到∞时，$\dot{I}$的辐角从$-90°$变到$90°$。

4.18 图示 RC 分压电路，求频率为何值时$\dot{U}_2$与$\dot{U}_1$同相？

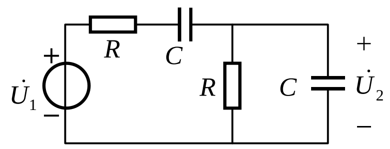


图 题 4.18

解：$$\frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1} = \frac{\dfrac{R\times(1/\mathrm{j}\omega C)}{R+1/\mathrm{j}\omega C}}{R+1/\mathrm{j}\omega C + \dfrac{R\times(1/\mathrm{j}\omega C)}{R+1/\mathrm{j}\omega C}} = \frac{R}{3R+\mathrm{j}\left(\omega R^2 C - 1/\omega C\right)}$$

令$\omega R^2 C - 1/\omega C = 0$，得$\omega = 1/RC$，$f = 1/2\pi RC$时

则$\dfrac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1} = \dfrac{1}{3}$，$\dot{U}_1$与$\dot{U}_2$同相位。

4.21 图示电路，已知电压$U_1 = 100\mathrm{V}$，电流$I_1 = 10\mathrm{A}$，电源输出功率$P = 500\mathrm{W}$。求负载阻抗及端电压U_2。

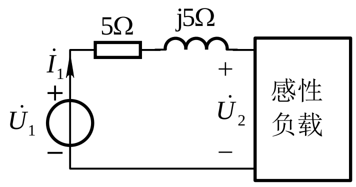


图 题 4.21

解：方法一：

平均功率 $P=U_1 I_1\cos\varphi$，可推出电压与电流的相位差 φ

$$\varphi=\arccos\frac{P}{U_1 I_1}=\arccos\frac{500\,\text{W}}{100\text{V}\times 10\,\text{A}}=60^\circ$$

设 $\dot{I}_1=10\angle 0^\circ\ \text{A}$，则 $\dot{U}_1=100\angle 60^\circ\ \text{V}$

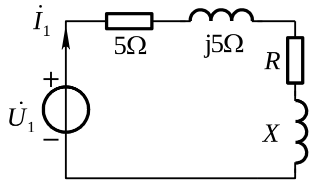
负载端电压相量 $\dot{U}_2=\dot{U}_1-\left(5\Omega+\text{j}5\Omega\right)\dot{I}_1=36.6\angle 90^\circ\ \text{V}$

有效值为 $U_2=36.6\text{V}$

负载阻抗 $Z_\text{L}=\dot{U}_2/\dot{I}_1=\text{j}3.66\Omega$

方法二：

感性负载等效后电路可表示成图(b)形式。



(b)

电源输出的平均功率等于所有电阻吸收的平均功率，由此得

$$P=I^2(5\Omega+R)=10^2(5\Omega+R)=500\text{W}$$

解得 $R=0$

又因 $|Z|=\dfrac{U_1}{I_1}=\sqrt{(5+R)^2+(5+X)^2}=\dfrac{100}{10}$

解得 $X=3.66\Omega$

所以负载阻抗 $Z=R+\text{j}X=\text{j}3.66\Omega$

负载端电压 $U_2=I_1|Z|=36.6\text{V}$

4.22 若已知 $U_1=100\sqrt{2}\text{V}$，$I_2=20\text{A}$，$I_3=30\text{A}$，电路消耗的总功率 P=1000W，求 R 及 X_1。

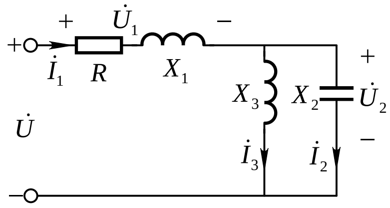


图 题 4.22

解：由题并联电容、电感上电流相位相反，流过电阻电流为

$$I_1=\left|I_2-I_3\right|=10\mathrm{A}$$

电路消耗的总功率等于电阻消耗功率，可得

$$R=\frac{P}{I_1^2}=10\Omega$$

电阻电压与电感电压相位正交，总电压为：

$$U_1=\sqrt{{U_L}^2+{U_R}^2}$$

可得 $U_L=\sqrt{{U_1}^2-{U_R}^2}=\sqrt{{U_1}^2-(RI_1)^2}=100\mathrm{V}$

则 $X_1=\dfrac{U_L}{I_1}=10\Omega$

4.23 已知图示电路中$U=100$ V，设功率表不消耗功率，问它的读数应为多少？

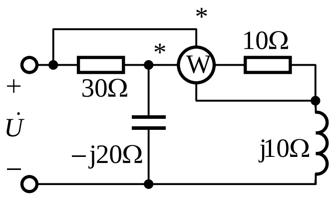


图 题 4.23

解：功率表的读数等于电压线圈电压有效值、电流线圈电流有效值以及上述电压、电流相位差夹角余弦三者之积。对图示电路，功率表读数表达式为

$$P_{\mathrm{W}}=U_{\mathrm{ab}}I_2\cos\varphi=\mathrm{Re}[\dot{U}_{\mathrm{AB}}\overset{*}{I}_2] \qquad (1)$$

下面分别计算$\dot{I}_2$和$\dot{U}_{\mathrm{ab}}$。设$\dot{U}=100\angle 0^\circ$ V，端口等效阻抗

$$Z_{\mathrm{i}}=30\Omega+(-\mathrm{j}20\Omega)//(10+\mathrm{j}10)\Omega$$
$$=30\Omega+\frac{-\mathrm{j}20\Omega\times(10+\mathrm{j}10)\Omega}{-\mathrm{j}20\Omega+(10+\mathrm{j}10)\Omega}=50\Omega$$

$$\dot{I}_1=\dot{U}/Z_{\mathrm{i}}=2\angle 0^\circ\ \mathrm{A}$$

由分流公式得 $$\dot{I}_2=\frac{-\mathrm{j}20\Omega\dot{I}_1}{-\mathrm{j}20\Omega+(10+\mathrm{j}10)\Omega}=(2-\mathrm{j}2)\mathrm{A} \qquad (2)$$

则 $$\dot{U}_{ab}=30\Omega\times\dot{I}_1+10\Omega\times\dot{I}_2=(80-\mathrm{j}20)\,\mathrm{V} \quad (3)$$

将式(2)、(3)代入式(1)得功率表的读数为

$$P_W=\mathrm{Re}[\dot{U}_{AB}\overset{*}{I}_2]=\mathrm{Re}[(80-\mathrm{j}20)(2+\mathrm{j}2)]=200\,\mathrm{W}$$

说明：本题功率表的读数也等于两个电阻吸收的平均功率之和，但这是由于题中已知条件导致的一种巧合。

4.30 图示电路已知 $i_S=0.6\mathrm{e}^{-10t}\mathrm{A}$， $u_S=10t\mathrm{e}^{-20t}\mathrm{V}$ 。求电压 u_1 的变化规律。

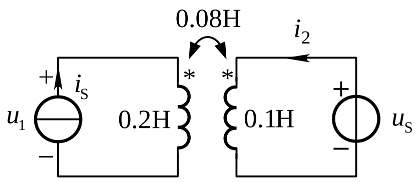


图 题4.30

解： 由互感元件的端口特性方程，得

$$0.2\times\frac{\mathrm{d}i_S}{\mathrm{d}t}+0.08\times\frac{\mathrm{d}i_2}{\mathrm{d}t}=u_1 \quad (1)$$

$$0.1\times\frac{\mathrm{d}i_2}{\mathrm{d}t}+0.08\times\frac{\mathrm{d}i_S}{\mathrm{d}t}=u_S \quad (2)$$

将式(2)乘以 0.8，再与式(1)相减，从而消去 $\frac{\mathrm{d}i_2}{\mathrm{d}t}$ 得

$$u_1=0.8\times u_S+(0.2-0.064)\frac{\mathrm{d}i_S}{\mathrm{d}t} \quad （3）$$

将 u_S 及 i_S 代入式(3)得 $u_1=(8t\mathrm{e}^{-20t}-0.816\mathrm{e}^{-10t})\mathrm{V}$

4.31 求图示电路的等效电感。

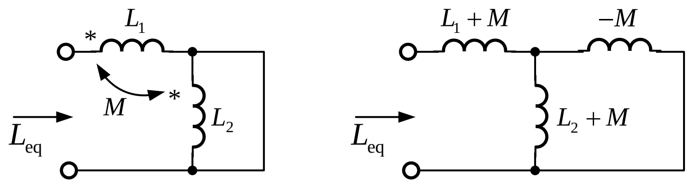


图 题4.31

解： 由消去互感法可将图(a)电路等效成图(b)。由电感的串、并联等效得：

$$L_{eq}=(L_1+M)+(L_2+M)//(-M)$$

$$=(L_1+M)+\frac{(L_2+M)\times(-M)}{L_2+M-M}$$

$$=L_1+M+\frac{-L_2M-M^2}{L_2}=L_1-\frac{M^2}{L_2}$$

4.32 图示电路中，要求 $u_2=u_1$,变比 n 应为多少?

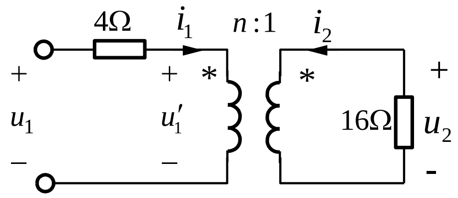


图 题 4.32

解：由变压器特性方程可知

$$\begin{cases} u_1' = nu_2 \\ i_1 = -\dfrac{1}{n}i_2 = -\dfrac{1}{n}\times(-\dfrac{u_2}{16}) \end{cases} \tag{1}$$

对左回路应用 KVL 方程

$$u_1 = 4i_1 + u_1' = 4i_1 + nu_2 \tag{2}$$

将式(1)代入式(2)，考虑到$u_2 = u_1$，可得

$$u_1 = (\frac{1}{4n} + n)u_2 = (\frac{1}{4n} + n)u_1$$

$$\frac{1}{4n} + n = 1$$

解得 $$n = 0.5$$

4.33 设图示一端口网络中$u_S = 200\sqrt{2}\cos\omega t\,\text{V}$，$\omega = 10^3\,\text{rad/s}$。求其戴维南等效电路。

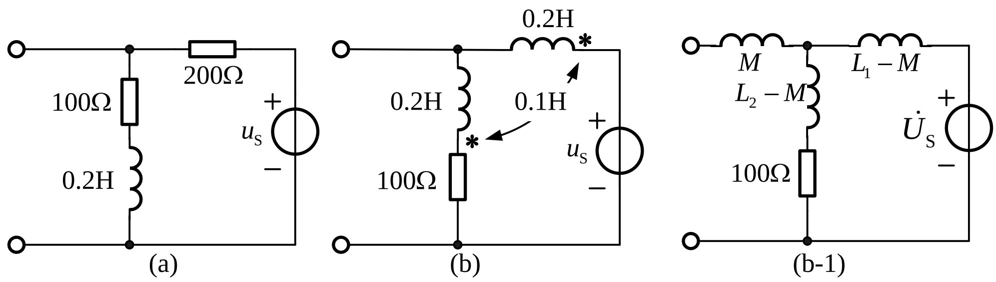


图 题 4.33

解：(a) 对图(a)电路，感抗$X_L = \omega L = 10^3\,\text{rad/s} \times 0.2\text{H=}200\Omega$，由分压公式得端口开路电压

$$\dot{U}_{oc} = \frac{(100 + \text{j}200)\Omega}{(100 + \text{j}200\text{+}200)\Omega} \times 200\angle 0^\circ\ \text{V} = 124\angle 29.7^\circ\ \text{V}$$

求等效阻抗，将电压源作用置零，

$$Z_i = (100 + \text{j}200)\Omega\,//\,200\Omega = \frac{200\Omega \times (100 + \text{j}200)\Omega}{(200 + 100 + \text{j}200)\Omega} = 124\angle 29.7^\circ\,\Omega$$

(b) 对图(b)电路，应用互感消去法，将电路等效成图(b-1)。图中$M = 0.1\text{H},\ L - M = 0.1\text{H}$。

由分压公式得$\dot{U}_{OC} = \dfrac{R + \text{j}\omega(L_2 - M)}{R + \text{j}\omega(L_2 - M) + \text{j}\omega(L_1 - M)}\dot{U}_S = (120 - \text{j}40)\text{V} = 126.49\angle -17.55^\circ\,\text{V}$

等效阻抗

$$Z_{\mathrm{i}}=\mathrm{j}\omega M+[R+\mathrm{j}\omega(L_2-M)]//\mathrm{j}\omega(L_1-M)$$

$$=\mathrm{j}\omega M+\frac{\left[R+\mathrm{j}\omega\left(L_2-M\right)\right]\times\mathrm{j}\omega\left(L_1-M\right)}{R+\mathrm{j}\omega\left(L_2-M\right)+\mathrm{j}\omega\left(L_1-M\right)}=(20+\mathrm{j}160)\Omega=161.25\angle 82.87°\Omega$$

4.35 电路如图所示，$\dot{U}_{\mathrm{S}}=360\angle 0°\mathrm{V}$ 。求：

(1)输出电压 u_{o} 的有效值；

(2)理想电压源发出的平均功率的百分之多少传递到20Ω的电阻上。

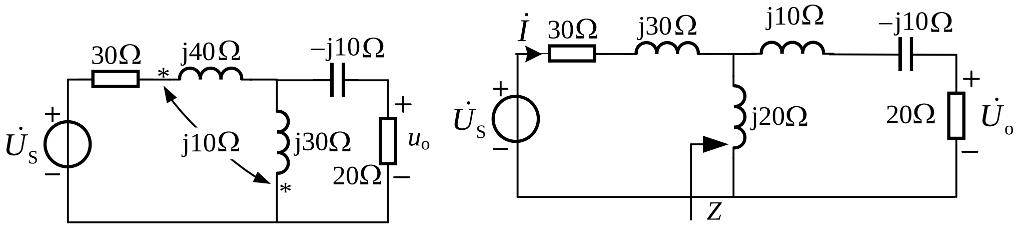


图 题 4.35

解：（1）消互感后得等效电路如右图所示，可得右边等效的互感和电容抵消，则并联部分等效阻抗为

$$Z=\frac{\mathrm{j}20\times 20}{\mathrm{j}20+20}=(10+\mathrm{j}10)\Omega$$

则

$$\dot{U}_{\mathrm{o}}=\frac{Z}{(\mathrm{j}30+30)+Z}\times\dot{U}_{\mathrm{S}}=90\angle 0°\mathrm{V}$$

即 $U_{\mathrm{o}}=90\mathrm{V}$

（2）理想电源发出的平均功率为

$$P=\left|\frac{\dot{U}_{\mathrm{S}}}{(\mathrm{j}30+30)+Z}\right|^2\times(30+10)=1620\mathrm{W}$$

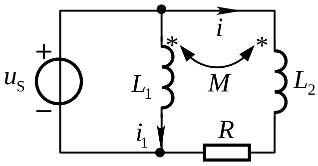
20Ω的电阻吸收功率为

$$P_{20\Omega}=\frac{U_{\mathrm{o}}^2}{20}=405\mathrm{W}$$

传递到20Ω电阻上的百分比为

$$\frac{P_{20\Omega}}{P}\times 100\%=25\%$$

4.36 图示电路，要求在任意频率下，电流 i 与输入电压 u_{S} 始终同相，求各参数应满足的关系及电流 i 的有效值。



解：应用支路电流法，列 KVL 方程。

$$\begin{cases} \mathrm{j}\omega M\dot{I}_1 + \mathrm{j}\omega L_2\dot{I} + R\dot{I} = \dot{U}_{\mathrm{S}} & (1) \\ \mathrm{j}\omega M\dot{I} + \mathrm{j}\omega L_1\dot{I}_1 = \dot{U}_{\mathrm{S}} & (2) \end{cases}$$

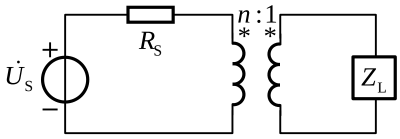
方程(1)乘 L_1，方程(2)乘 M，二者相减消去 $\dot{I}_1$ 得电流 $\dot{I}$ 与输入电压 $\dot{U}_{\mathrm{S}}$ 的关系表达式

$$\dot{I} = \frac{(L_1 - M)\dot{U}_{\mathrm{S}}}{RL_1 + \mathrm{j}\omega(L_1L_2 - M^2)}$$

由上式可见：当 $M = \sqrt{L_1L_2}$ 即互感为全耦合时，$\dot{I} = \dfrac{L_1 - M}{RL_1}\dot{U}_{\mathrm{S}}$，$\dot{I}$ 与 $\dot{U}_S$ 同相且与频率无关。

i 的有效值为 $I = U_{\mathrm{S}}(L_1 - M)/(RL_1)$

4.37 图示电路中电源电压 $U_{\mathrm{S}} = 100\,\mathrm{V}$，内阻 $R_{\mathrm{S}} = 5\Omega$，负载阻抗 $Z_{\mathrm{L}} = (16 + \mathrm{j}12)\Omega$，问理想变压器的变比 n 为多少时，Z_{L} 可获得最大功率？试求此最大功率。



解：由理想变压器的阻抗变换关系得 $Z_L' = n^2 Z_{\mathrm{L}}$

当变比 n 改变时的 Z_L' 模改变而阻抗角不变，

此时获得最大功率条件是模匹配，即 $R_S = |Z_L'| = |n^2 Z_{\mathrm{L}}|$

由此求得： $n^2 = \dfrac{R_{\mathrm{S}}}{|Z_{\mathrm{L}}|} = \dfrac{5\Omega}{\sqrt{16^2 + 12^2}\Omega} = \dfrac{1}{4}$

$$n = 0.5$$

设 $\dot{U}_{\mathrm{S}} = 100\angle 0°\mathrm{V}$，则理想变压器原端电流：

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}_{\mathrm{S}}}{R_S + Z_{\mathrm{L}}'} = \frac{100\angle 0°}{5 + 4 + \mathrm{j}3} = \frac{10}{3}\sqrt{10}\angle -18.4°\mathrm{A}$$

副端电流为 $\dot{I}_2 = -n\dot{I}_1 = -\dfrac{5}{3}\sqrt{10}\angle -18.4°\mathrm{A}$

负载吸收的最大平均功率为 $P_{\max} = I_2{}^2 \times 16\Omega = (\dfrac{5\sqrt{10}}{3})^2 \times 16 = 444.44\mathrm{W}$