第一章 线形直流电路分析

习题解答

1．求图 1.14 所示电路的 ab 端口的等效电阻。（浙江大学 2004 年考研试题）

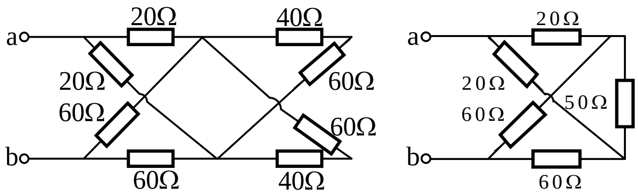
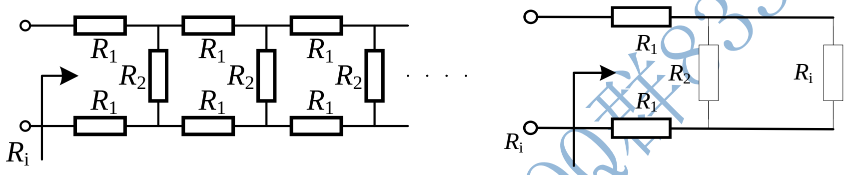


图 1.14

解：根据电桥平衡有 $R_{eq}=(20+60)\,||\,(20+60)=40\Omega$

2．图 1.15 所示电路中 $R_1=1\Omega, R_2=2\Omega$，试求等效电阻 R_i。



(a)　　　　　　　　　　(b)

图 1.15

解：图 1.15(a)可等效为图 1.15(b)的形式，从而根据电阻的串并联关系有：

$$R_i=1+1+\frac{2R_i}{2+R_i}$$

解得

$$R_i=3.236\Omega$$

3．图 1.16 所示电路中电阻均为 4Ω，试求等效电阻 R_{AB}

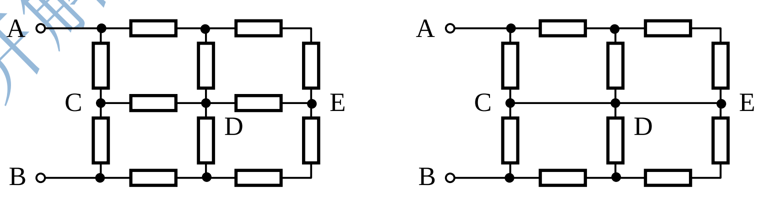


图 1.16

解：此电路图上下对称，对称点（C、D、E）为等位点，将等位点短接如右图所示。或者用平衡电桥，DE 及 CD 是平衡电桥，将平衡桥短接。

$$R_{eq}=2\times[(4+4)\,||\,4+4]\,||\,4=5\Omega$$

4．求图 1.17 示电路的等效电阻 R_{AB}，图中各电阻均为 6Ω。

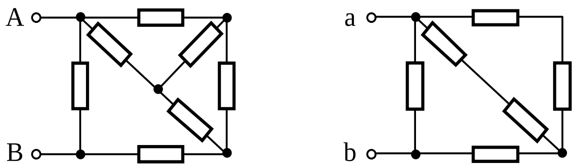


图 1.17

解：根据电桥平衡，去掉电桥电阻有

$$R_{eq}=[(6+6)\parallel(6+6)+6]\parallel 6=4\Omega$$

5．在图 1.18 所示电路中，$I_{S1}=1A, I_{S2}=2A, R_2=5\Omega$，$I_{S2}$发出的电功率为 50W。试求元件 A 吸收的电功率。（东北大学 2002 年考研试题）

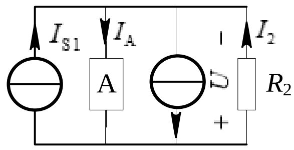


图 1.18

解：根据分析电流源 I_{S2} 的电压与电阻电流

$$U=\frac{P}{I}=\frac{50}{2}=25V$$

$$I_2=\frac{25}{5}=5A$$

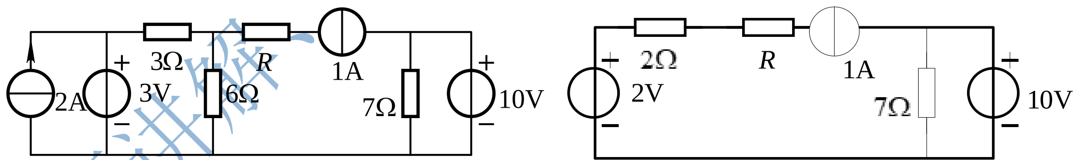
由支路电流解得

$$I=4A$$

元件 A 吸收的功率

$$P=-25\times4=-100W$$

6．图 1.19 所示电路中，已知 1A 电流源发出功率为 1W，试求电阻 R 的值。（大连理工大学 2003 年考研试题）



(a)　　(b)

图 1.19

解：将电阻 R 左侧电路进行等效，图 1.19(a)可等效为图 1.19(b)的形式

当电流源方向向右时 1A 电流源发出功率为 1W，电流源正方向电压为 1V,

$2V=(R+2)\times1A-1V+10V$　解得 $R=-9\Omega$

当电流源方向向右时，$11V=(R+2)\times1A+2V$，解得 $R=7\Omega$

7．图 1.20 所示电路中，已知 5V 电压源支路的支路电流 I_0 为 10A，试确定受控电流源的控制系数 α 。（大连理工大学 2003 年考研试题）

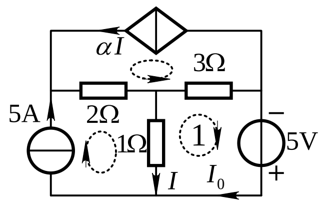


图 1.20

解：由支路电流得

$$I = 5 - 10 = -5\text{A}$$

按网孔选回路，列写网孔 1 的电流方程得

$$(3\Omega + 1\Omega)\times I_0 - 1\Omega\times 5\text{A} + 3\Omega\times aI - 5 = 5\text{V}$$

解得

$$a = 2$$

8．电路如图 1.21 所示，已知$U_1 = 2\text{V}$，a、b 两点等电位，求电阻 R 的值和流过受控源的电流 I。（大连理工大学 2004 年考研试题）

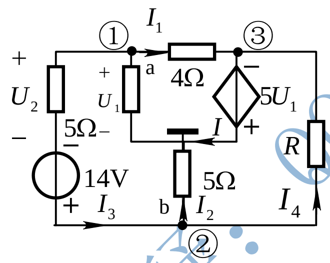


图 1.21

解：选参考节点如图所示。则$U_{n1} = 2\text{V}$，$U_{n2} = 2\text{V}$，$U_{n3} = -10\text{V}$，$U_{n3} = 14\text{V}$

$$I_2 = \frac{U_{n2}}{5\Omega} = \frac{2}{5} = 0.4\text{A}，\quad I_3 = \frac{U_{n2}}{5\Omega} = \frac{14}{5} = 2.8\text{A}，\quad I_4 = I_3 - I_2 = 2.4\text{A}$$

电阻 R 两侧电压为

$$U_{n2} - U_{n3} = 2 - (-10) = RI_4$$

解得

$$R = 5\Omega$$

$$I_1 = \frac{U_{n1} - U_{n3}}{4\Omega} = \frac{2-(-10)}{4} = 3\text{A}$$

$$I = 3 + 2.4 = 5.4\text{A}$$

9．计算图 1.22 所示电路中各电源发出的功率。（东南大学 1999 年考研试题）

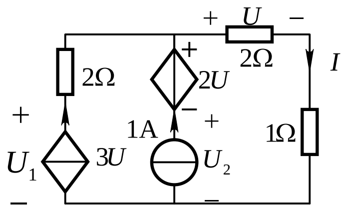


图 1.22

解：按网孔选回路，列写网孔 1，2 得电流方程得

$$I=\frac{U}{2\Omega}=1\text{A}+3U$$

解得　　$U=-0.4\text{V}$　　$I=-0.2\text{A}$

$$U_1=2\Omega\times 3U+(1\Omega+2\Omega)\times I=-3\text{V}$$

$$U_1=-2U+(1\Omega+2\Omega)\times I=0.2\text{V}$$

各电源发出功率为　$P_{\text{VCVS}}=2U\times 1\text{A}=0.8$

$$P_{\text{VCCS}}=3U\times U_1=3\times(-0.4)\times(-3)=3.6\text{W}$$

$$P_{I_S}=U_2\times 1\text{A}=0.2\text{W}$$

10．已知图 1.23 所示电路中$U=10\text{V}, I=2\text{A}$，求电流源和网络 A 与 B 各自发出的功率（哈尔滨工业大学 1990 年考研试题）

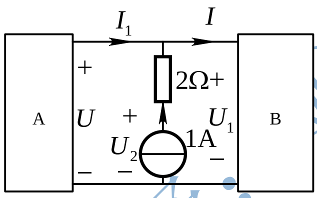


图 1.23

解：由 KCL 得　$I_1=2-1=1\text{A}$，$U_2=U+2\Omega\times 1\text{A}=12\text{V}$，$U_1=U=10\text{V}$

$$U_1=12\text{V}$$

电流源和网络 A,B 发出功率为 $P_{\text{A}}=U\times I_1=10\text{W}$

$$P_{\text{B}}=-U_1\times I=-20\text{W}$$

$$P_{I_S}=U_2\times 1\text{A}=12\text{W}$$

11．求图 1.24 所示电路中电流 I 及受控源的功率。（大连理工大学 2004 年考研试题）

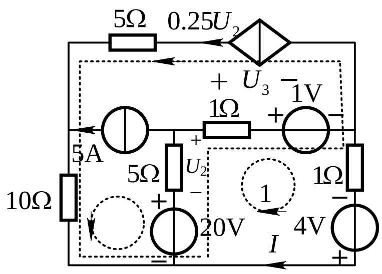


图 1.24

解：选回路如图所示，对回路 1 列写回路电流方程有

$$(1+1+5)\Omega\times I+5\Omega\times 5\text{A}+(5+1)\Omega\times 0.25U_2=-1\text{V}+4\text{V}+20\text{V}$$

补充控制量方程 $U_2=-5\Omega\times(5+I+0.25U_2)$

化简得：$7I+1.5U_2=-2$

$I=-5-0.45U_2$

解得：$U_2=-20\text{V}\quad I=4\text{A}$

受控源两端电压为 $U_3=5\Omega\times 0.25U_2+10\Omega\times(5\text{A}+0.25U_2)+4\text{V}-1\Omega\times I=-25\text{V}$

受控源发出功率为 $P=U_3\times 0.25U_2=-25\times 0.25\times(-20)=125\text{W}$

12．计算图 1.25 所示电路中各电源的功率。（东南大学 2003 年考研试题）

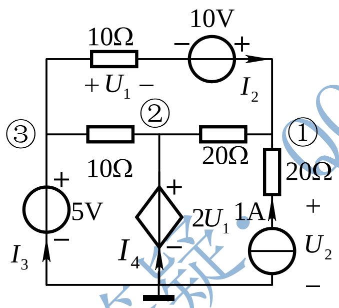


图 1.25

解：列写回路方程需要列写 2 个方程，列写节点方程只需列写 1 个方程，所以列写节点方程，选取参考节点如图所示，列写节点方程如下：

$$\left(\frac{1}{10}+\frac{1}{20}\right)U_{n1}-\frac{1}{10}\times 5-\frac{1}{20}\times 2U_1=1+\frac{10}{10}$$

$$U_1=5-U_{n1}+10$$

解得 $U_{n1}=16\text{V}$，$U_1=-1\text{V}$

$$I_2=\frac{U_1}{10\Omega}=-0.1\text{A},\quad I_3=I_2+\frac{5-2U_1}{10}=0.6\text{A},\quad I_4=-I_3-1\text{A}=-1.6\text{A}$$

$$U_2=20\Omega\times 1\text{A}+U_{n1}=36\text{V}$$

各电源发出功率为 $P_{1\text{A}}=1\text{A}\times 36\text{V}=36\text{W}$，$P_{5\text{V}}=5\text{V}\times I_3=3\text{W}$

$$P_{10\text{V}}=10\text{V}\times I_2=-1\text{W},\quad P_{\text{VCVS}}=2U_1\times I_4=3.2\text{W}$$

13．电路如图 1.26 所示，已知 $R_1=2\Omega, R_2=3\Omega, R_3=R_4=4\Omega, U_S=15\text{V}, I_S=2\text{A}$，受控电压源 $U_{CS}=3I$，受控电流源 $I_{CS}=4U$。试求各独立电源供出的功率。（天津大学 2000 年考研试题）

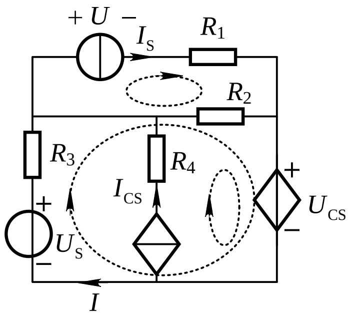


图 1.26

解：选回路如图所示，列写回路方程如下：

$$(4+3)\ \Omega\times I-3\Omega\times I_S+3\Omega\times 4U=15-3I$$
$$U=3\Omega\times(I+4U-I_S)\ -2\Omega\times I_S$$

解得

$$U=0.5\text{V}$$
$$I=1.5\text{A}$$

各独立电源供出的功率为 $P_{U_S}=U_SI=22.5\text{W}$， $P_{I_S}=-UI_S=-1\text{W}$

14．图 1.27 所示直流电路，试求 I_1,I_2 及独立电源提供的功率。

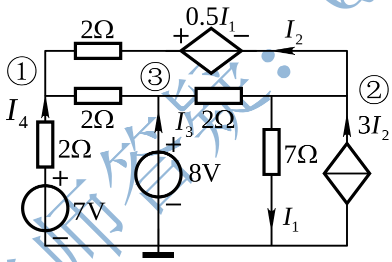


图 1.27

解：列写回路方程需要列写 3 个方程，列写节点方程只需列写 2 个方程，所以列写节点方程，选取参考节点如图所示，列写节点方程如下：

$$(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2})\ U_{n1}-\frac{1}{2}U_{n2}-\frac{1}{2}\times 8=\frac{7}{2}+\frac{0.5I_1}{2}$$
$$-\frac{1}{2}U_{n1}+(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{7})U_{n2}-\frac{1}{2}\times 8=3I_2-\frac{0.5I_1}{2}$$
$$I_1=\frac{U_{n2}}{7}$$
$$I_2=\frac{0.5I_1+U_{n2}-U_{n1}}{2}$$

化简得
$$14U_{n1}-6U_{n2}=5$$
$$14U_{n1}-5U_{n2}=7$$

解得 $U_{n1}=10\text{V},U_{n2}=14\text{V},I_1=2\text{A},I_2=2.5\text{A}$

$$I_3=\frac{8-10}{2}+\frac{8-14}{2}=-4\text{A},I_4=I_1-I_3-3I_2=-1.5\text{A}$$

独立电源提供的功率为$P_{7\mathrm{V}}=-10.5\mathrm{W}, P_{8\mathrm{V}}=-32\mathrm{W}$

15．求图 1.28 示电路中的电流 I 及电流源提供的功率。

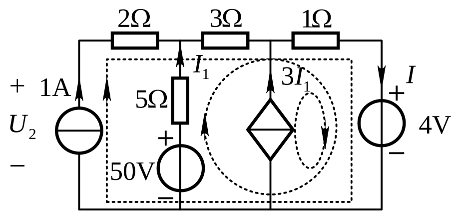


图 1.28

解：选回路如图所示，列写回路方程如下：

$$(5+3+1)\Omega\times I_1+(3+1)\Omega\times 1\mathrm{A}+1\Omega\times 3I_1=50\mathrm{V}-4\mathrm{V}$$

解得$I_1=3.5\mathrm{A}$

$I=I_1+3I_1+1=15\mathrm{A}$，$U_2=2\Omega\times 1\mathrm{A}+3\Omega\times(I_1+1\mathrm{A})+1\Omega\times I+4\mathrm{V}=34.5\mathrm{V}$

独立电流源提供的功率为$P=U_2\times 1\mathrm{A}=34.5\mathrm{W}$

16．试用节点电压法求图 1.29 所示电路的电压U_3。（华南理工大学 2000 年考研试题）

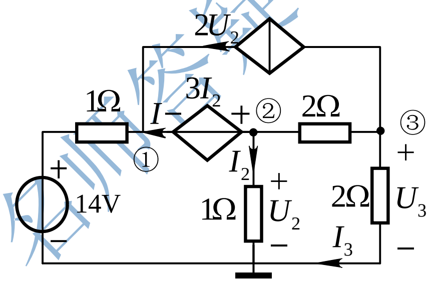


图 1.29

解：对节点进行标号如图所示，列写节点电压方程如下：

$$\frac{1}{1}\times U_{\mathrm{n1}}=\frac{14}{1}+I+2U_2$$

$$(\frac{1}{1}+\frac{1}{2})\times U_{\mathrm{n2}}-\frac{1}{2}\times U_{\mathrm{n3}}=-I$$

$$-\frac{1}{2}\times U_{\mathrm{n2}}+(\frac{1}{2}+\frac{1}{2})\times U_3=-2U_2$$

$$U_{\mathrm{n2}}-U_{\mathrm{n1}}=3I_2$$

补充控制量方程　$U_2=U_{\mathrm{n}}$，　$I_2=U_2/1\Omega=U_{\mathrm{n2}}$

解得$U_{\mathrm{n1}}=16\mathrm{V}, U_{n2}=-8\mathrm{V}, U_{n3}=12\mathrm{V}$

所以$U_3=U_{n3}=12\mathrm{V}$

17．图 1.30 所示直流电路，求图中各个节点电压。（哈尔滨工业大学 1992 年考研试题）

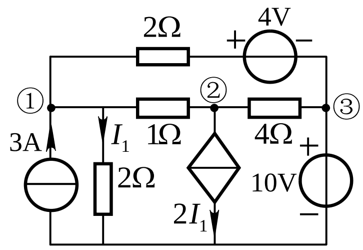


图 1.30

解：对节点 1，2，3 列写节点电压方程

$$(\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{2})\times U_{n1}-\frac{1}{1}\times U_{n2}-\frac{1}{2}\times 10=3+\frac{4}{2}$$

$$-\frac{1}{1}\times U_{n1}+(1+\frac{1}{4})\times U_{n2}-\frac{1}{4}\times 10=-2I_1$$

$$I_1=\frac{U_{n1}}{2}$$

解得

$$U_{n1}=6\text{V},U_{n2}=2\text{V},U_{n3}=10\text{V}$$

18．电路如图 1.31 所示。求节点电压U_{n1}与U_{S1}、U_{S2}及I_S的关系。（哈尔滨工业大学 2002 年考研试题）

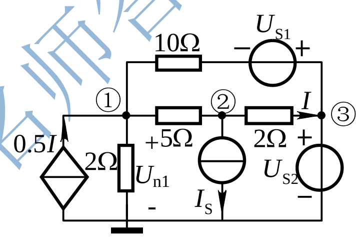


图 1.31

解：对节点 1，2，3 列写节点电压方程如下：

$$(\frac{1}{2}+\frac{1}{5}+\frac{1}{10})\times U_{n1}-\frac{1}{5}\times U_{n2}-\frac{1}{10}\times U_{S2}=0.5I-\frac{U_{S1}}{10}$$

$$-\frac{1}{5}\times U_{n1}+(\frac{1}{2}+\frac{1}{5})\times U_{n2}-\frac{1}{2}\times U_{S2}=-I_S$$

$$I=\frac{U_{n2}-U_{S2}}{2}$$

解得

$$U_{n1}=-0.149U_{S1}+0.225U_{S2}-0.957I_S$$

19．图 1.32 所示电路为含有运算放大器的电路，求$I=?,U_0=?$（南京航空航天大学 2001 年考研试题）

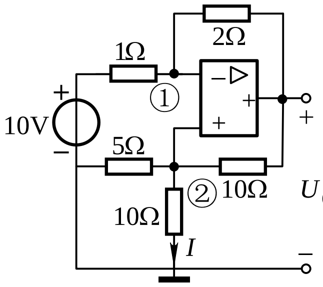


图 1.32

解：对节点进行标号如图所示，列写节点电压方程如下：

$$(\frac{1}{2}+\frac{1}{1})\times U_{n1}-\frac{1}{2}\times U_0-\frac{1}{1}\times 10\text{V}=0$$

$$(\frac{1}{10}+\frac{1}{10}+\frac{1}{5})\times U_{n2}-\frac{1}{10}U_0=0$$

$$U_{n1}=U_{n2}$$

解得

$$U_{n1}=-20\text{V},U_o=-80\text{V}$$

$$I=\frac{U_{n2}}{10\Omega}=\frac{-20}{10}=-2\text{A}$$

20．求图 1.33 所示电路的输入电阻 R_{ab}。

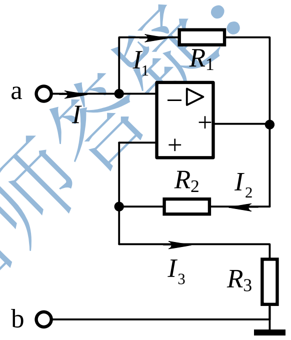


图 1.33

解：由运放特性有：$I=I_1$，$I_2=I_3$，$R_1I_1+R_2I_2=0$

$$I_2=-\frac{R_1}{R_2}I_1$$

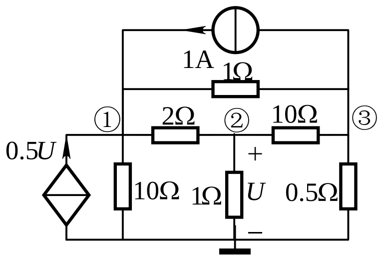
$$R_{ab}=\frac{U_{ab}}{I}=\frac{R_3I_3}{I_1}=\frac{R_3I_2}{I_1}=-\frac{R_1R_3}{R_2}$$

21．某线性电阻电路的节点电压方程为 $\begin{bmatrix}1.6 & -1 & -1\\ -0.5 & 1.6 & -0.1\\ -1 & -0.1 & 3.1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}U_{n1}\\ U_{n2}\\ U_{n3}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1\\ 0\\ -1\end{bmatrix}$，试画出其对应电路。

解：由节点方程可得：

$$(1+0.5+0.1)\times U_{n1}-0.5\times U_{n2}-1\times U_{n3}=1+0.5\times U_{n2}$$
$$-0.5\times U_{n1}+(1+0.1+0.5)\times U_{n2}-0.1\times U_{n3}=0$$
$$-1\times U_{n1}-0.1\times U_{n2}+(0.1+1+2)\times U_{n3}=-1$$

由方程可得节点 1 和 2 互导为-0.5，节点 1 和 3 互导为-1，节点 2 和 3 互导为-0.1 节点 1 的受控源连接有受控源，由此画出电路图如下。



第二章 电路定理习题解答

1．图 2.14 中，$U_S=16\text{V}$，在U_S,I_{S1},I_{S2}的作用下有$U=20\text{V}$，试问在I_{S1}和I_{S2}保持不变的情况下，若要使$U=0\text{V}$，则应使$U_S=$?（华南理工大学 2004 年考研试题）

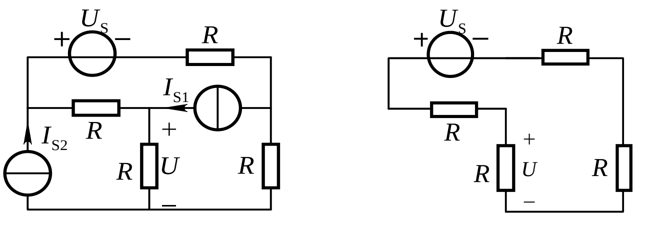


图 2.14

解：当U_S单独作用时等效电路如图(b)所示，可得$U=0.25U_S$

由叠加定理得　$U=0.25U_S+U_0$

其中U_0是两个电流源共同作用时产生的分量

根据给定的条件，$U_S=16\text{V}$ 时

$$U=0.25\times16+U_0=20，解得U_0=16\text{V}$$

当$U=0\text{V}$时，有$0.25U_S+U_0=0$

$$解得\quad U_S=-64\text{V}$$

2．在图 2.15 所示电路中，已知$R_2=R_3=2\Omega$，$R_4=5\Omega, U_{S1}=8\text{V}, I_S=6\text{A}, U_6=4I_3, I_5=0.2U_7$。求（1）各支路电流及各电源功率；（2）若电流源电流增加了 0.9A，则电流源提供的功率增加多少？（大连理工大学 2002 年考研试题）

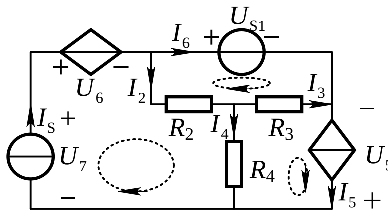


图 2.15

解：（1）按网孔选回路，列写电流方程得：

$$(2+2)\Omega\times I_6-2\Omega\times I_S-2\Omega\times I_5=-U_{S1}$$
$$I_5=0.2U_7$$
$$U_7=U_6+2\Omega\times(I_S-I_6)+5\Omega\times(I_S-I_5)$$
$$U_6=4I_3=4(I_5-I_6)$$

化简得：

$$4I_6-0.4U_7=2I_S-U_{S1}$$
$$6I_6+1.2U_7=7I_S$$

解得　$U_7=\frac{20}{9}I_S+\frac{5}{6}U_{S1}=\frac{20}{9}\times 6+\frac{5}{6}\times 8=2$，$I_6=3\text{A}$

$$I_2=3\text{A}, I_3=1\text{A}, I_4=2\text{A}, I_5=4\text{A}$$

$$U_6=4\text{V}, U_5=-U_7+U_6+U_{S1}=-8\text{V}$$

各电源发出的功率为：

$$P_{I_S}=U_7I_S=120\text{W}$$

$$P_{U_S}=-U_{S1}I_6=-24\text{W}$$

$$P_{\text{CCVS}}=-I_SU_6=-24\text{W}$$

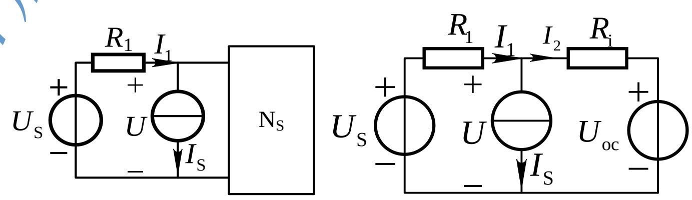
$$P_{\text{VCCS}}=U_5I_5=-32\text{W}$$

(2) 当电流源增加 0.9A 时，应用叠加定理求U_7，由$U_7=\frac{20}{9}I_S+\frac{5}{6}U_{S1}$得

$$\Delta U_7=\frac{20}{9}\times\Delta I_S=\frac{20}{9}\times 0.9=2\text{V}$$

$$\Delta P=6.9\times(20+2)-6\times 20=31.8\text{W}$$

3. 图 2.16 所示电路中，网络 N_S 为含源线性电阻网络，已知$U_S=1\text{V}, I_S=2\text{A}$，电压$U=3I_1-3$。（1）试画出网络 N_S 的戴维南等效电路；（2）若要使电流$I_1=1\text{A}$，试确定电阻 R_1 的值。（西安交通大学 2002 年考研试题）



(a)　　　　(b)

图 2.16

解:（1）网络的戴维南等效电路如图(b)

$$I_1=I_2+I_S=I_2+2$$

由端口方程有

$$U=3I_1-3=3(I_2+2)-3=3I_2+3=R_i\times I_2+U_{oc}$$

比较系数得　$R_i = 3\Omega, U_{oc} = 3\text{V}$

（2）如使　$I_1 = 1\text{A}$

$$U = U_S - I_1 R_1 = 1\text{V} - 1\text{A} \times R_1 = 3I_1 - 3 = 0 \Rightarrow R_1 = 1\Omega$$

4. 图 2.17 所示电路，已知 N 为线性有源网络，$U_S = 2\text{V}, R = 1\Omega$，当 $r = 1\Omega$ 时，$I_1 = 0, I_2 = 0.5\text{A}$，当 $r = 3\Omega$ 时，$I_1 = 2/3\text{A}, I_2 = 1.5\text{A}$，问当 $r = 5\Omega$ 时，电流 I_2 等于多少？（浙江大学 2002 年考研试题）

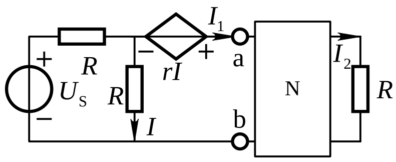
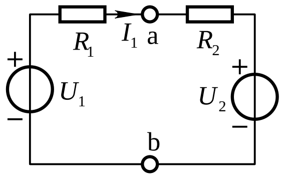
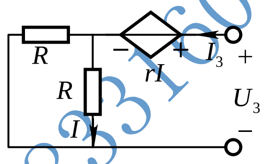


图 2.17



（a）



(b)

解：将 ab 端左右两侧分别作戴维南等效，如图（a）所示，先求左侧的开路电压。当 ab 端开路时，开路电压为

$$U_1 = rI + RI = (r+1) \times \frac{U_S}{R} = (r+1)$$

求 ab 端左侧的等效电阻的电路如图（b）所示，在图（b）中

$$U_3 = rI + RI = (r+1) \times 0.5I_3 \Rightarrow R_1 = U_3 / I_3 = 0.5(r+1)$$

在图（a）中，　$I_1 = \dfrac{U_1 - U_2}{R_1 + R_2} = \dfrac{r+1-U_2}{0.5(r+1)+R_2}$

当 $r = 1\Omega$ 时　$I_1 = \dfrac{1+1-U_2}{0.5(1+1)+R_2} = 0 \Rightarrow U_2 = 2\text{V}$

当 $r = 3\Omega$ 时，　$I_1 = \dfrac{3+1-2}{0.5(3+1)+R_2} = \dfrac{2}{3} \Rightarrow R_2 = 1\Omega$

当 $r = 5\Omega$ 时，　$I_1 = \dfrac{5+1-2}{0.5(5+1)+1} = 1\text{A}$

将电流 I_1 用电流源置换，由叠加定理有

$$I_2 = k_1 I_1 + I_0(\text{网络N内所有电源共同作用产生的分量})$$

当 $r = 1\Omega$ 时　$I_2 = k_1 I_1 + I_0 = k_1 \times 0 + I_0 = 0.5 \Rightarrow I_0 = 0.5$

当 $r = 3\Omega$ 时，　$I_2 = k_1 I_1 + I_0 = k_1 \times (2/3) + 0.5 = 1.5 \Rightarrow k_1 = 1.5$

当 $r=5\Omega$ 时，　　　　　　$I_2=k_1I_1+I_0=1.5\times1+0.5=2\text{A}$

5．图 2.18 所示电路中，当 $R=2\Omega$ 时，$I_1=5\text{A}, I_2=4\text{A}$。求当 $R=4\Omega$ 时，$I_1=?, I_2=?$（东南大学 2002 年考研试题）

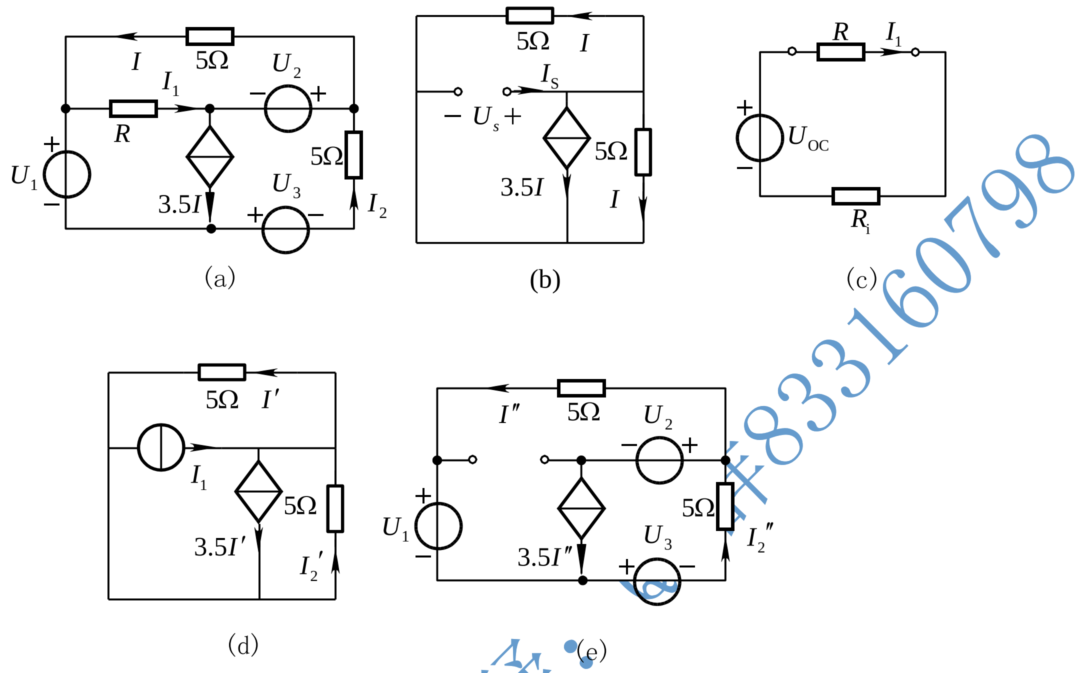


图 2.18

解：　方法一：　应用戴维南定理求 I_1。由图（b）有

$$U_S=5\Omega I$$

$$I_S=I+I+3.5I=5.5I$$

等效电阻　　$$R_i=\frac{U_S}{I_S}=\frac{10}{11}\Omega$$

又由已知条件得　　$$U_{OC}=(R_i+2\Omega)\times I_1=\frac{160}{11}\text{V}$$

简化后的电路如图(c)所示。

所以当 $R=4\Omega$ 时　　$$I_1=\frac{U_{OC}}{R+R_i}=\frac{(160/11)\text{V}}{(4+10/11)\Omega}=\frac{80}{27}\text{A}\approx2.963\text{A}$$

将 I_1 用电流源来置换，用叠加定理分析置换后的电路，即将 I_2 分解成 $I_2=I_2'+I_2''$。其中 I_2' 为电流源 I_1 单独作用时的解答，如图(d)所示；I_2'' 是其余电源共同作用时的解答，如图(e)所示。由图（d）可得：

KVL：　$5\Omega I_2'+5\Omega I'=0$

KCL：　$-I_1+3.5I'-I_2'+I'=0$

联立解得　　　　$I_2' = -\dfrac{2}{11}I_1$

因此，电流 I_2 可以写成：$I_2 = I_2' + I_2'' = -\dfrac{2}{11}I_1 + I_2''$

由已知条件得　　　$4\text{A} = -\dfrac{2}{11}\times 5\text{A} + I_2''$　　　$I_2'' = \dfrac{54}{11}\text{A}$

所以，当 $R = 4\Omega$ 时，　$I_2 = -\dfrac{2}{11}\times\dfrac{80}{27}\text{A} + \dfrac{54}{11}\text{A} \approx 4.37\text{A}$

方法二：对图（a）回路列写 KVL 方程：

回路 $l1$：　　$5I + RI_1 = U_2$　　　　(1)

回路 $l2$：　　$RI_1 - 5I_2 = U_1 + U_2 + U_3 = U'_1$　　　　(2)

再对闭合面列写 KCL 方程：

$$I - I_1 + 3.5I - I_2 = 0 \tag{3}$$

由式(3)解得：　　$I = \dfrac{2}{9}(I_1 + I_2)$　　　　(4)

将式(4)代入(1)，再与式(2)联立得方程组：

$$\begin{cases}(10+9R)I_1 + 10I_2 = U'_2 \\ RI_1 - 5I_2 = U'_1\end{cases} \tag{5}$$

将 $R = 2\Omega$ 时的已知电流代入上式求得电压：$U'_1 = -10, U'_2 = 180\text{V}$，由此将方程(5)写成：

$$\begin{cases}(10+9R)I_1 + 10I_2 = 180 \\ RI_1 - 5I_2 = -10\end{cases} \tag{6}$$

当 $R = 4\Omega$ 时，由方程(6)解得：$I_1 = 80/27 \approx 2.963$A，　$I_2 = 118/27 \approx 4.37$A。

6．图 2.19 所示电路，N 为含有独立源的线性电阻网络。改变 R_L，当 $I = 1\text{A}$ 时，$U = 8\text{V}$；当 $I = 2\text{A}$ 时，$U = 10\text{V}$。求 $U = 18\text{V}$ 时 $I = ?$。（上海交通大学 2001 年考研试题）

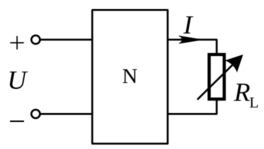


图 2.19

解：将可变电阻用电流源 I 替代，由叠加定理有

$$I = k_1 U + I_0$$

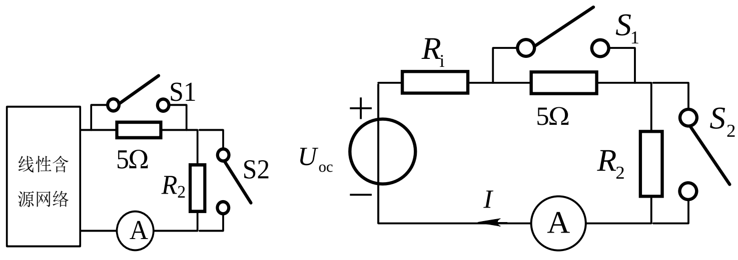
根据已知条件得

$$1 = k_1 \times 8 + I_0$$
$$2 = k_1 \times 10 + I_0$$

解得：$k_1 = 0.5$，$I_0 = -3$

当$U=18\text{V}$时，$I=k_1U+I_0=0.5\times18-3=6\text{A}$

7．图 2.20 所示电路中，当 S1、S2 都断开时电流表的读数为 1.75A；当 S1 接通 S2 断开时电流表的读数为 2A；当 S1 和 S2 都接通时电流表的读数为 2.8A。求当 S2 接通，S1 断开时电流表的读数。（哈尔滨工业大学 1989 年考研试题）



(a)　　　　　　　　(b)

图 2.20

解：将线性含源网络用戴维南电路等效，等效电路如图(b)所示。由等效电路有：

$$1.75=\frac{U_{oc}}{R_i+R_2+5}$$

$$2=\frac{U_{oc}}{R_i+R_2}$$

$$2.8=\frac{U_{oc}}{R_i}$$

解得 $R_i=25\Omega, R_2=10\Omega, U_{oc}=70\text{V}$

当 S2 接通，S1 断开时

$$I=\frac{U_{oc}}{R_i+5}=\frac{70}{25+5}=2.33\text{A}$$

8．图 2.21 所示电路中，$R=10\Omega$时电流$I=2\text{A}$，问当电阻有增量$\Delta R=10\Omega$时，电流 I 的增量ΔI为多少？（哈尔滨工业大学 1990 年考研试题）

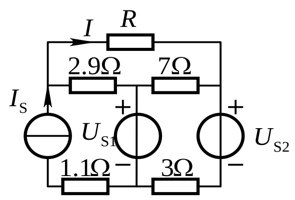


图 2.21

解：将电阻 R 以外电路用戴维南电路等效。等效电阻为

$$R_i=2.9+\frac{3\times7}{3+7}=5\Omega$$

开路电压为

$$U_{oc}=(R+R_i)I=(10+5)\times2=30\text{V}$$

当电阻有增量 $\Delta R=10\Omega$ 时

$$I=\frac{U_{oc}}{R+R_i+\Delta R}=\frac{30}{10+5+10}=1.2\text{A}$$

电流增量为：$\Delta I=1.2-2=-0.8\text{A}$

9．图 2.22 所示直流电路中，若使电压 U_0 不受电源 U_S 的影响，试确定受控源控制系数 α 的值。（西安交通大学 2001 年考研试题）

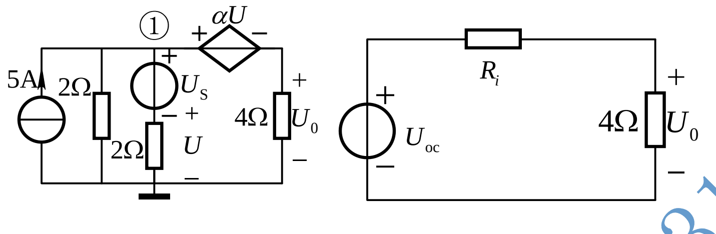


图 2.22

解：

将除电阻 4Ω 以外部分进行戴维南等效，电路如图(b)所示。

当 4Ω 电阻开路时，列写节点方程如下：

$$(\frac{1}{2}+\frac{1}{2})U_{n1}=5+\frac{U_S}{2}\qquad\Rightarrow U_{n1}=5+0.5U_S$$

$$U=U_{n1}-U_S=5-0.5U_S$$

开路电压为：

$$U_{oc}=U_s-aU=5(1-\alpha)+0.5(1+\alpha)U_S$$

$$U_0=\frac{4\times U_{oc}}{R_i+4}$$

若使电压 U_0 不受电源 U_S 的影响，则 $a=-1$

10．图 2.23 所示电路中，已知 U=8V

（1）R 为何值时它消耗的功率最大，并求此最大功率；

（2）R=12Ω，求电流 I 和 I_1 的值。（哈尔滨工业大学 1997 年考研试题）

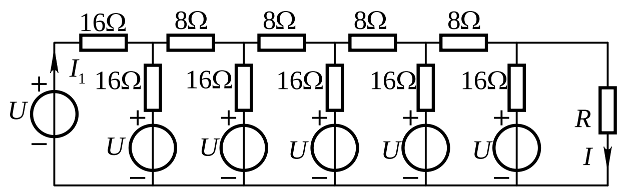


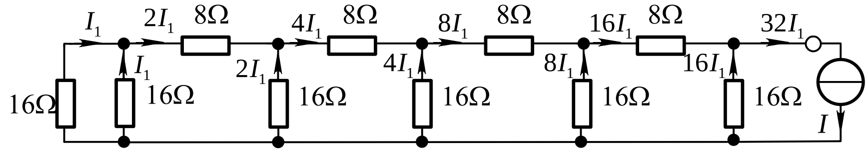
图 2.23 试题 10 图

解：（1）先求电阻 R 以外的等效电路。将 R 断开时，如按网孔选回路，列写回路方程，则方程右端为零，相当于没有电压源，即回路电流为零，支路电流也为零。所以等效电路的开路电压和等效电阻为

$$U_{OC}=U=8\text{V}，\quad R_i=8\Omega$$

$$I=\frac{U_{oc}}{8\Omega+R}$$

已知当 $R=12\Omega$，$U=8\text{V}$ 时，$I=\dfrac{8\text{V}}{8\Omega+12\Omega}=0.4\text{A}$



（a）

（2）将电阻 R 用电流源 I_1 置换，当所有电压源共同作用，而电流源 I_1 不作用时，各支路电流为零。设图（a）电路最左侧16Ω 支路流过电流为 I_1，如图（a）递推所示，流过 R 的电流为 $32I_1$，即 $I=32I_1$

$$I_1=\frac{I}{32}=\frac{0.4\text{A}}{32}=0.0125\text{A}$$

11．图 2.24 所示电路中，试求当 R 为何值时可获得最大功率，该最大功率值为多少？（大连理工大学 2003 年考研试题）

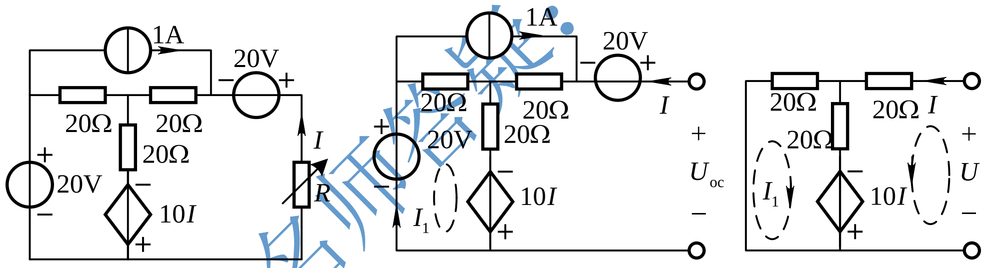


图 2.24　　　　　　　　　(a)　　　　　　　　　(b)

解：先求电阻 R 以外的戴维南等效电路，当电阻 R 断开时，如图（a）所示，列写回路电流方程

$$(20+20)\Omega\times I_1-20\Omega\times 1\text{A}=20\text{V}\qquad\Rightarrow I_1=1\text{A}$$

$$U_{oc}=20\text{V}+20\Omega\times 1\text{A}++20\Omega\times I_1=60\text{V}$$

求等效电阻的电路如图(b)所示。

$$(20+20)I_1+20I-10I=0\qquad\Rightarrow I_1=-0.25I$$
$$U=(20+20)I+20I_1-10I=25I$$

等效电阻为　$R_i=U/\ I=25\Omega$

所以当电阻 R 等于 25Ω 时，它可以获得最大功率。

$$\text{最大功率为 } P_{max}=\frac{U_{oc}^2}{4R_i}=\frac{60^2}{4\times 25}=36\text{W}$$

12．图 2.25 所示电路中，电阻 R_L 可调，试求 R_L 为何值时能获得最大功率，并求此最大功率？（西安交通大学 2000 年考研试题）

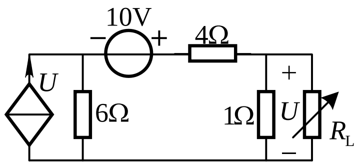
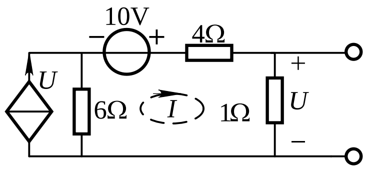


图 2.25



图（a）

解：先求电阻 R_L 可以外的戴维南等效电路，当负载 R_L 断开时，如图（a）所示，列写回路电流方程

$$U = 1\Omega \times I$$
$$(4+1+6)\times I - 6U = 10$$

解得　$I = 2\text{A}$，开路电压 $U_{oc} = U = 2\text{V}$

当电阻 R_L 短路时，端口电压 $U = 0$，端口短路电流为

$$I_{sc} = \frac{10}{6+4} = 1\text{A}$$

等效电阻为　　$R_i = \dfrac{U_{oc}}{I_{sc}} = 2\Omega$

所以当负载 R_L 等于 2Ω 时，它可以获得最大功率。

最大功率为 $P_{max} = \dfrac{U_{oc}^2}{4R_i} = \dfrac{2^2}{4\times 2} = 0.5\text{W}$　$P = \dfrac{2^2}{4\times 2} = 0.5\text{W}$

13. 图 2.26 所示直流电路中，负载 R_L 为多大它可以获得最大功率？最大功率为多少？（哈尔滨工业大学 2004 年考研试题）

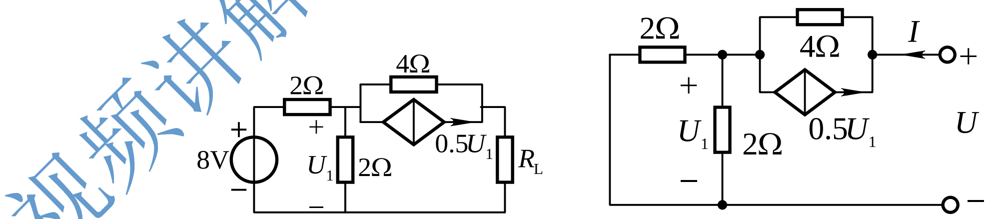


图 2.26

解：当负载 R_L 开路时 $U_1 = \dfrac{2}{2+2}\times 8 = 4\text{V}$，开路电压 $U_{OC} = 4\times 0.5U_1 + U_1 = 12\text{V}$

求等效电阻的电路如右图所示　$U_1 = 2\times 0.5I = I$

$U = 4\times(I + 0.5U_1) + U_1 = 7I$　　$R_i = U/I = 7\Omega$

所以当负载 R_L 等于 7Ω 时，它可以获得最大功率。

最大功率为 $P_{\max}=\dfrac{U_{OC}^2}{4R_i}=\dfrac{12\times12}{4\times7}=5.14\text{W}$

14．图 2.27 所示电路中含有运算放大器，负载 R_L 可调。试问 R_L 为何值时获得最大功率，并求此最大功率。（西安交通大学 2002 年考研试题）

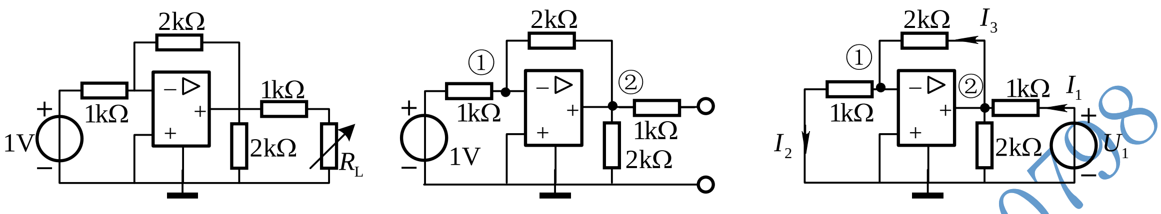


图 2.27　　　　　　　　（b）　　　　　　　　(c)

解：先求可变电阻以外部分的戴维南等效电路，当可变电阻开路时，如图（b）所示。在图（b）中

$$\frac{1\text{V}}{1\text{k}\Omega}+\frac{U_{n2}}{2\text{k}\Omega}=0$$

$$U_{\text{oc}}=U_{\text{n2}}=-2\text{V}$$

再求等效电阻，在图（c）电路中

$$U_{n1}=0\quad\Rightarrow I_2\quad\Rightarrow I_3=0\quad\Rightarrow U_{n2}=0,$$

$$R_i=\frac{U_1}{I_1}=1\text{k}\Omega$$

所以当负载 R_L 等于 $1\text{k}\Omega$ 时，它可以获得最大功率。

$$P_{\max}=\frac{U_{\text{oc}}^2}{4R_i}=\frac{(-2)^2}{4\times1000}=1\text{mW}$$

15. 电路如图 2.28 所示，试用戴维南定理计算电压 U。（大连理工大学 2004 年考研试题）

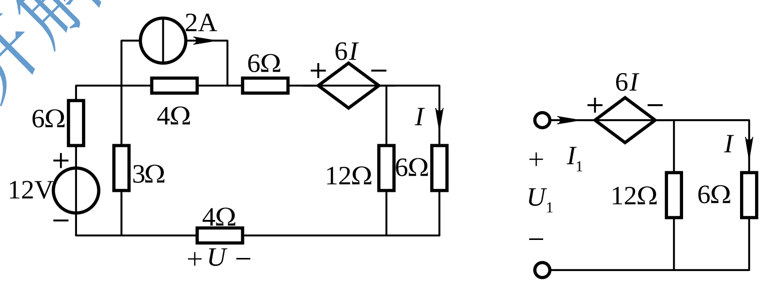
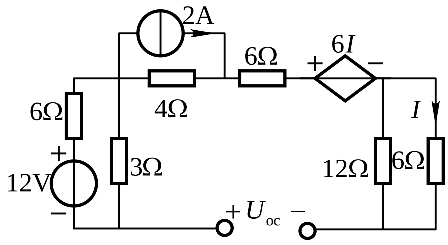


图 2.28　　　　　　图（b）

解：将电阻 $R=4\Omega$ 以外的电路进行戴维南等效，当 $R=4\Omega$ 开路时



电流 $I=0$，受控源 $6I=0$

开路电压为

$$U_{oc}=-\frac{3}{6+3}\times 12\text{V}-4\Omega\times 2\text{A}=-12\text{V}$$

先求图（b）电路中端口的等效电阻，在图（b）电路中

$$I=\frac{12}{12+6}\times I_1=\frac{2}{3}I_1$$

$$U_1=6I+6I=12I=8I_1 \qquad R_i'=U_1/I_1=8\Omega$$

总的等效电阻为　$R_i=6\|3+4+6+8=20\Omega$

所以

$$U=-12\times\frac{4}{4+20}=-2\text{V}$$

16．图 2.29 中，N 为互易网络，试根据图中的条件计算图（b）中的电流 I_1。

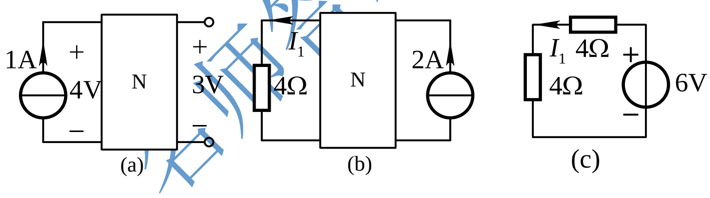


图 2.29

解：图（a）中电流源右侧等效电阻为

$$R_i=\frac{4\text{V}}{1\text{A}}=4\Omega$$

在图（b）中，将 4Ω 电阻开路后，由互易定理和齐性定理可知开路电压为 6V，图（b）的等效电路如图（c）所示。

$$I_1=\frac{6}{4+4}=0.75\text{A}$$

注：本题也可以用特勒根定理求解。

17．图 2.30 所示电路中 N_R 为线性无源电阻网络。如图（a），当输入电压为 10V 时，输入电流为 5A，而输出端的短路电流为 1A。如果把电源移到输出端，同时在输入端跨接 2Ω 电阻，如图（b），求 2Ω 电阻的电压。（大连理工大学 2002 年考研试题）

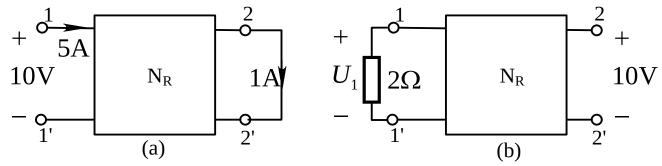


图 2.30

解：将图（a）电路看成网络 Ñ，图（b）电路看成网络 N，由特勒根定理：

$$U_1\tilde{I}_1+U_2\tilde{I}_2=\tilde{U}_1I_1+\tilde{U}_2I_2$$

代入已知条件有：

$$U_1\times(-5\text{A})+10\text{V}\times(1\text{A})=10\text{V}\times(U_1/2\Omega)+0\times I_2$$

解得　　$U_1=1\text{V}$

注：应用特勒根定理一定要将电路中所有支路取关联参考方向，两个电路中对应支路的参考方向也要规定为相同。

18．图 2.31 所示电路中，N 为线性电阻网络，已知 $U_S=10\text{V}, I_1=4\text{A}, I_L=2\text{A}$，若在电阻支路 R_L 支路上串接一个 5V 电压源，如图 2.31(b)所示，求此时 U_S 中的电流 I_1'。

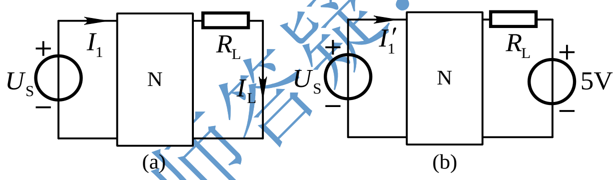


图 2.31

解：对于图（b）电路：当 5V 电压源单独作用时，由互易定理可得

$$I_1'=-1\text{A}$$

当两个电压源共同用时，由叠加定理可得

$$I_1'=4-1=3\text{A}$$

19．图 2.32 所示电路，在图（a）和（b）中的 N 为相同的无源线性电阻网络，求图（b）中 2Ω 电阻所消耗的功率。（北京航空航天大学 2002 考研试题）

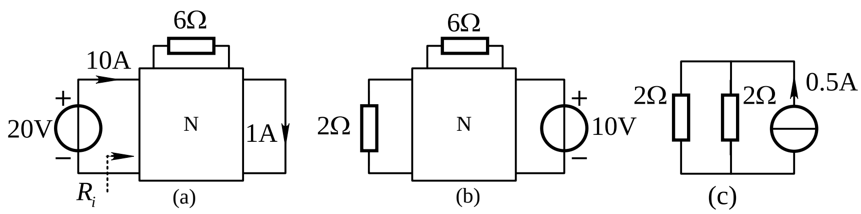


图 2.32

解：图（a）中电压源右侧等效电阻为

$$R_i=\frac{20\text{V}}{10\text{A}}=2\Omega$$

在图（b）中，将 2Ω 电阻短路后，由互易定理和齐性定理可知短路电流为 0.5A，图（b）的等效电路如图（c）所示。

2Ω 电阻所消耗的功率为

$$P=\frac{[0.5\times(2\parallel 2)]^2}{2}=0.125\text{W}$$

20. 图 2.33 所示电路；N_R 为无源电阻网络；图（a）中：$I_{S1}=3\text{A},U_1=6\text{V}$，$U_2=12\text{V}$，$I_3=1\text{A}$；图（b）中 $R_1=1\Omega,\hat{U}_{S3}=18\text{V}$，$\hat{I}_{S2}=1.5\text{A}$，求：图（b）中电流 $\hat{I}_{R1}$ 的值。（大连理工大学 2003 年考研试题）

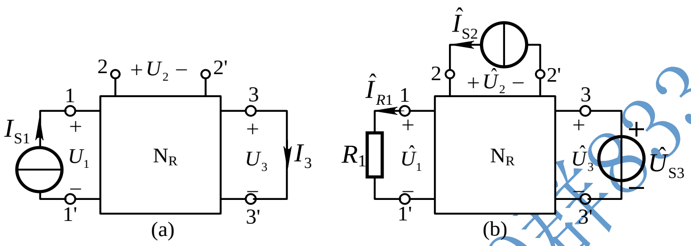


图 2.33

解：根据特勒根定理性质

$$U_1\tilde{I}_1+U_2\tilde{I}_2+U_3\tilde{I}_3=\tilde{U}_1 I_1+\tilde{U}_2 I_2+\tilde{U}_3 I_3$$

$$6\text{V}\times\tilde{I}_{\text{R}_1}+12\text{V}\times(-1.5\text{A})+0\times\tilde{I}_3=(-3\text{A})\times1\Omega\times\tilde{I}_{\text{R}_1}+\tilde{U}_2\times0+18\text{V}\times1\text{A}$$

解得

$$\tilde{I}_{\text{R}_1}=4\text{A}$$

第 3 章　正弦稳态电路分析习题解答

1. 图 3.15 所示电路，试求输入阻抗 Z_i。（南京航空航天大学 2002 年考研试题）

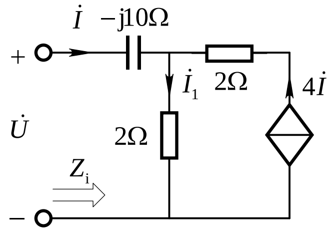


图 3.15

解：根据已知条件得　　$\dot{I}_1 = \dot{I} + 4\dot{I} = 5\dot{I}$

$$\dot{U} = (-\mathrm{j}10\Omega)\times\dot{I} + 2\Omega\times\dot{I}_1 = (10-\mathrm{j}10)\Omega\dot{I}$$

$$Z_i = \dot{U}/\dot{I} = (10-\mathrm{j}10)\Omega$$

2．图 3.16 所示正弦稳态电路，已知 $\dot{U}$ 的有效值为 50V，试求 $\dot{I}$ 的有效值。（南京航空航天大学 2001 年考研试题）

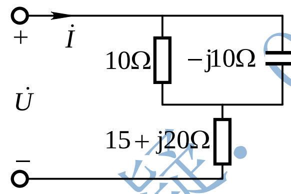


图 3.16

解：端口总阻抗为

$$Z = 15+\mathrm{j}20+\frac{10\times(-\mathrm{j}10)}{10-\mathrm{j}10} = (20+\mathrm{j}15)\Omega$$

$$I = \frac{50}{\sqrt{20^2+15^2}} = 2\mathrm{A}$$

3．图 3.17 所示正弦稳态电路，已知 $\dot{I}_S = 5\angle 0°\mathrm{A}$，试求电流 $\dot{I}$。（南京航空航天大学 2002 年考研试题）

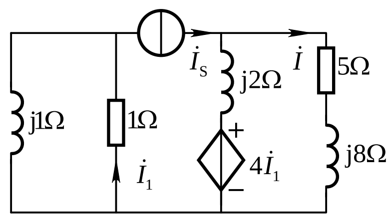


图 3.17

解：由分流公式得　　$\dot{I}_1 = \dfrac{\mathrm{j}}{1+\mathrm{j}}\dot{I}_S$

$$\mathrm{j}2(\dot{I}-\dot{I}_S)+(5+\mathrm{j}8)\dot{I} = 4\dot{I}_1$$

$$5(1+\mathrm{j}2)\dot{I}=\mathrm{j}2\dot{I}_{\mathrm{S}}+4\times\frac{\mathrm{j}}{1+\mathrm{j}}\dot{I}_{\mathrm{S}}=(2+\mathrm{j}4)\times 5$$

$$\dot{I}=2\angle 0°\mathrm{A}$$

4．图 3.18 所示正弦交流电路，已知 $\dot{I}_2=1\angle 0°\mathrm{A}$，求电压 $\dot{U}$ 及整个电路吸收的有功功率和无功功率。（哈尔滨工业大学 2004 年考研试题）

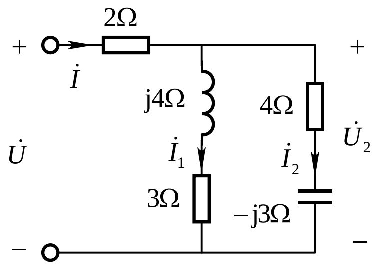


图 3.18

解：$\dot{U}_2=(4-\mathrm{j}3)\dot{I}_2=(4-\mathrm{j}3)\mathrm{V}$　　$\dot{I}_1=\dot{U}_2/(3+\mathrm{j}4)=-\mathrm{j}1\mathrm{A}$

$\dot{I}=\dot{I}_1+\dot{I}_2=(1-\mathrm{j})\mathrm{A}$

$\dot{U}=2\Omega\dot{I}+\dot{U}_2=2-\mathrm{j}2+4-\mathrm{j}3=6-\mathrm{j}5=7.81\angle-39.8°\mathrm{V}$

复功率 $\bar{S}=\dot{U}\overset{*}{I}=(6-\mathrm{j}5)(1+\mathrm{j})=11+\mathrm{j}1$

所以电路吸收的有功功率 $P=11\mathrm{W}$，无功功率 $Q=1\mathrm{var}$

5．图 3.19 所示电路，$L=1\mathrm{H}$，$C=100\mu\mathrm{F}$，$i_{\mathrm{S}}=\sqrt{2}\cos\omega t(\mathrm{A})$，求 ω 为何值时，电压 u 与电阻 R（$R\neq 0$）无关，并求此时电压 u。（华中理工大学 2001 年考研试题）

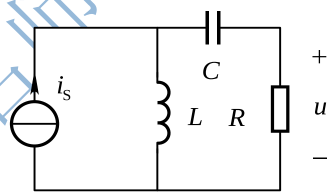


图 3.19

解：先求除电阻以外的等效电路，开路电压和等效阻抗分别为

$$\dot{U}_{\mathrm{oc}}=\mathrm{j}\omega L\times\dot{I}_{\mathrm{S}}=\mathrm{j}\omega(\mathrm{V})$$
$$Z_{\mathrm{i}}=\mathrm{j}\omega L-\mathrm{j}/(\omega C)$$

若要求与 R 无关，则

$$Z_{\mathrm{i}}=0$$

得

$$\omega=\frac{1}{\sqrt{LC}}=100\mathrm{rad/s}$$
$$u=100\sqrt{2}\cos(100t+90°)\mathrm{V}$$

6．图 3.20 所示正弦稳态电路，已知 $U_1=U_{\mathrm{R}}=100\mathrm{V}$，$\dot{U}_{\mathrm{R}}$ 滞后 $\dot{U}_1$ $60°$ 相角，求二

端网络 A 吸收的平均功率。（哈尔滨工业大学 1990 年考研试题）

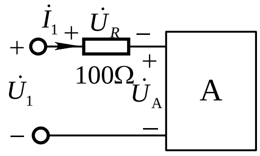


图 3.20

解：设 $\dot{U}_R=100\angle0°\mathrm{V}$， 则 $\dot{U}_1=100\angle60°\mathrm{V}$， 电流 $\dot{I}_1=\dot{U}_R/100\Omega=1\angle0°\mathrm{A}$

$$\dot{U}_A=\dot{U}_1-\dot{U}_R=100\angle120°\mathrm{V}$$

二端网络 A 吸收的平均功率为 $P=U_A I_1\cos(\varphi_{u_A}-\varphi_{i_1})=100\times1\times\cos(120^\circ)=-50\mathrm{W}$

7．图 3.21 所示正弦稳态电路。已知 $\dot{U}_S=10\angle0°\mathrm{V}$， $\dot{I}_S=5\angle0°\mathrm{A}$，求电压源和电流源发出的有功功率。(大连理工大学 2004 考研试题)

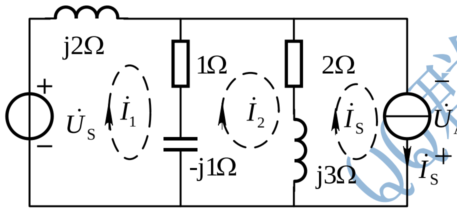


图 3.21

解：按照网孔选回路，列写回路电流方程如下

$$(1+\mathrm{j})\dot{I}_1-(1-\mathrm{j})\dot{I}_2=10$$
$$-(1-\mathrm{j})\dot{I}_1+(3+\mathrm{j}2)\dot{I}_2-5(2+\mathrm{j}3)=0$$

解得　　$\dot{I}_1=(4.6$　j7.，　$\dot{I}_2=(2.2-\mathrm{j}0.4)\mathrm{A}$

$$\dot{U}_A=(2+3\mathrm{j})\times(5-\dot{I}_2)=(4.4+\mathrm{j}9.2)\mathrm{V}$$

$$P_{U_s}=\mathrm{Re}[\dot{U}_S\overset{*}{I}_1]=\mathrm{Re}[100\times(4.6+\mathrm{j}7.2)]=46\mathrm{W},$$

$$P_{I_S}=\mathrm{Re}[\dot{U}_A\overset{*}{I}_S]=\mathrm{Re}[(4.4+\mathrm{j}9.2)\times5]=22\mathrm{W}$$

8．图 3.22 所示正弦稳态电路中，已知电源电压有效值 $U=100\mathrm{V}$， 频率 $f=50\mathrm{Hz}$，电流有效值 $I=I_1=I_2$， 平均功率 $P=866\mathrm{W}$。 如 f 改为 25Hz， 但保持 U 不变， 求此时 I， I_1， I_2 及 P。（上海交通大学 2001 年考研试题）

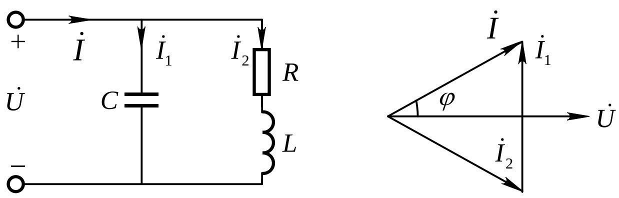


图 3.22　　　　图（a）

解：设$\dot{U}=100\angle 0°\text{V}$，画出相量图如图（a）所示，三个电流相量构成等边三角形，相角$\varphi=30°$，根据已知条件

$$P=UI\cos(0°-30°)=100\times I\times 0.866=866\text{W}\Rightarrow I=10\text{A}$$

$$X_C=\frac{U}{I_1}=\frac{100}{10}=10\Omega$$

$$P=I_2^2R=866\text{W}\Rightarrow R=8.66\Omega$$

$$|Z_2|=\sqrt{R^2+X_L^2}=\frac{U}{I_2}=\frac{100}{10}=10\Omega\Rightarrow X_L=5\Omega$$

当频率变为 25Hz 时，$X_L=2.5\Omega$，$X_C=20\Omega$

$$I_1=\frac{U}{X_C}=\frac{100}{20}=5\text{A}$$

$$I_2=\frac{U}{\sqrt{R^2+X_L^2}}=\frac{100}{\sqrt{8.66^2+2.5^2}}=11.1\text{A}$$

$$P=I_2^2R=11.1^2\times 8.66=1067\text{W}$$

$$I=U|Y|=100\times\left|\frac{1}{R+\text{j}\omega L}+\text{j}\omega C\right|=100\times\left|\frac{8.66}{8.66^2+2.5^2}+\text{j}\left(\frac{1}{20}-\frac{2.5}{8.66^2+2.5^2}\right)\right|=10.8\text{A}$$

9．图 3.23 所示电路中，已知$\dot{I}_\text{S}=4\text{A}$，用戴维南定理求电流相量$\dot{I}$。（华南理工大学 2004 年考研试题硕)

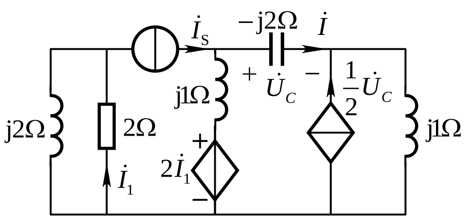


图 3.23

解：$\dot{I}_1=\dfrac{\text{j}2}{2+\text{j}2}\times\dot{I}_\text{S}=2(1+\text{j})\text{A}$

当电容开路时，求开路电压$\dot{U}_\text{oc}$，此时$\dot{U}_\text{oc}=\dot{U}_C$

$$\dot{U}_\text{oc}=\text{j}1\Omega\times\dot{I}_\text{S}+2\dot{I}_1-\text{j}1\Omega\times 0.5\dot{U}_\text{oc}\Rightarrow\dot{U}_\text{oc}=1.6(4+\text{j}3)\text{V}$$

当电容短路时，求短路电流 $\dot{I}_{sc}$，此时 $\dot{U}_C=0$，受控源 $0.5\dot{U}_C=0$

$$\mathrm{j}1\Omega\times\dot{I}_{sc}=\mathrm{j}1\Omega\times(\dot{I}_s-\dot{I}_{sc})+2\dot{I}_1\Rightarrow\dot{I}_{sc}=4-\mathrm{j}2\mathrm{A}$$

$$\text{等效阻抗为}\ Z_i=\frac{\dot{U}_{oc}}{\dot{I}_{sc}}=\frac{1.6(4+\mathrm{j}3)}{4-\mathrm{j}2}=(0.8+\mathrm{j}1.6)\Omega$$

$$\text{电流为}\ \dot{I}=\frac{\dot{U}_{oc}}{-\mathrm{j}2+Z_i}=\frac{1.6(4+\mathrm{j}3)}{-\mathrm{j}2+0.8+\mathrm{j}1.6}=(4+\mathrm{j}8)\mathrm{A}$$

10．图 3.24 所示电路，已知 $R_1=X_1=X_2=n\Omega$（n 已知），试求 R_2 为何值时，$\dot{I}_1$ 与 $\dot{U}$ 相位差为 $90°$。（东北大学 2002 年考研试题）

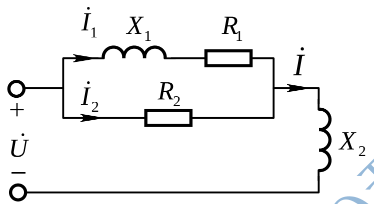


图 3.24

解：先列写 $\dot{I}_1$ 与 $\dot{U}$ 的等量关系，列 KVL 方程

$$\dot{U}=(R_1+\mathrm{j}X_1)\times\dot{I}_1+\mathrm{j}X_2\times\dot{I} \tag{1}$$

用 $\dot{I}_1$ 表示 $\dot{I}$

$$\dot{I}=\dot{I}_1+\dot{I}_2 \tag{2}$$

$$\dot{I}_2=\frac{(R_1+\mathrm{j}X_1)\times\dot{I}_1}{R_2} \tag{3}$$

将式(2)(3)带入(1)中整理得

$$\dot{U}=(R_1+\mathrm{j}X_1)\times\dot{I}_1+\mathrm{j}X_2\times\frac{R_1+\mathrm{j}X_1}{R_2}\times\dot{I}_1=[(R_1+\frac{-X_1X_2}{R_2})+\mathrm{j}(X_1+\frac{R_1X_2}{R_2})]\times\dot{I}_1$$

可见要使 $\dot{I}_1$ 与 $\dot{U}$ 相位差为 $90°$ 则，上式中 $\dot{I}_1$ 前面系数对应阻抗的实部应为零，即

$$R_1+\frac{-X_1X_2}{R_2}=0$$

得

$$R_2=\frac{X_1X_2}{R_1}=n\Omega=R_1$$

11．图 3.25 所示电路，已知正弦电压源 $u_S=10\cos100t(\mathrm{V})$，负载 Z_L 通过变比为 2:1 的理想变压器与电路相联。求 Z_L 为何值时它消耗的平均功率为最大？并求此时负载的平均功率 P、视在功率 S 和电压 u_2。（哈尔滨工业大学 2003 年考研试题）

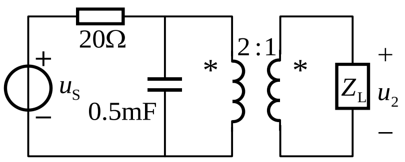
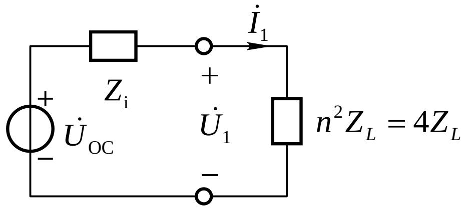


图 3.25



图（a）

解：求出理想变压器左侧电路的戴维南等效电路如图(a)：

$$Z_i = \frac{20\times(-\mathrm{j}20)}{20-\mathrm{j}20} = (10-\mathrm{j}10)\Omega$$

$$\dot{U}_{oc} = \frac{-\mathrm{j}20}{20-\mathrm{j}20}\times 5\sqrt{2}\angle 0^\circ = 5\angle -45^\circ\,\mathrm{V}$$

根据理想变压器的阻抗变换关系，从原端向负载端看进去的等效阻抗为

$$n^2 Z_L = 4Z_L$$

根据最大功率传输定理，当 Z_L 满足

$4Z_L = \overset{*}{Z_i}$，即 $4Z_L = 10+\mathrm{j}10$ 或 $Z_L = (2.5+\mathrm{j}2.5)\Omega$ 时，负载消耗的平均功率为最大(理想变压器平均功率为零)，该最大功率为

$$P_{max} = \frac{U_{OC}^2}{4\mathrm{Re}[Z_i]} = \frac{5^2}{4\times 10} = 0.625\mathrm{W}$$

变压器原边电流相量为

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}_{oc}}{Z_i + 4Z_L} = \frac{5\angle -45^\circ}{20} = 0.25\angle -45^\circ\,\mathrm{A}$$

原边电压相量为　$\dot{U}_1 = 4Z_L\dot{I}_1 = (10+\mathrm{j}10)\times 0.25\angle -45^\circ = 2.5\sqrt{2}\angle 0^\circ\,\mathrm{V}$

副边电压相量为　$\dot{U}_2 = \dot{U}_1/2 = 1.25\sqrt{2}\,\mathrm{V}$

副边电压瞬时值为　$u_2 = 1.25\sqrt{2}\times\sqrt{2}\cos(100t) = 2.5\cos(100t)\mathrm{V}$

负载视在功率为　$S = \dfrac{U_2^2}{|Z_L|} = \dfrac{(1.25\sqrt{2})^2}{\sqrt{2.5^2+2.5^2}} = 0.625\sqrt{2} \approx 0.884\mathrm{VA}$

12．图 3.26 所示正弦稳态电路。已知 $C = 250\mu\mathrm{F}$，$g_m = 0.025\mathrm{S}$，$\dot{U}_S = 20\angle 0^\circ\mathrm{V}$，$\omega = 100\mathrm{rad/s}$。问 Z_L 为何值时可从电路中获得最大功率，并求该最大功率。(大连理工大学 2004 考研试题)

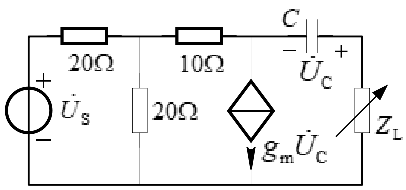
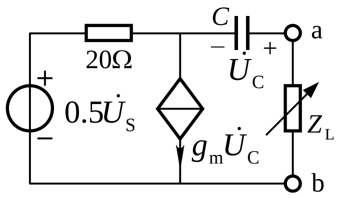
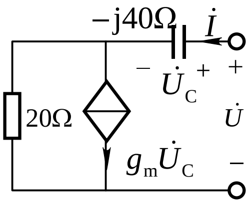


图 3.26



（a）



（b）

解：先将受控源左侧电路进行等效，等效电路如图（a）所示，在图（a）中，当 ab 端开路时，此时$\dot{U}_C=0$，受控源$g_m\dot{U}_C=0$，开路电压为

$$\dot{U}_{oc}=0.5\dot{U}_S=10\angle 0°\text{V}$$

求等效阻抗的电路如图（b）所示。在图（b）中，

$$\dot{U}_C=-\text{j}40\Omega\times\dot{I}\ ,$$

$$\dot{U}=\dot{U}_C+20\Omega\times(\dot{I}-g_m\dot{U}_C)=0.5\dot{U}_C+20\Omega\times\dot{I}=(20-\text{j}20)\Omega\times\dot{I}$$

$$\text{等效阻抗为 } Z_i=\frac{\dot{U}}{\dot{I}}=(20-\text{j}20)\Omega$$

要获得最大功率，则$Z=(20+\text{j}20)\Omega$

最大功率为 $P_{max}=\dfrac{U_{oc}^2}{4\times R_i}=\dfrac{10^2}{4\times 20}=1.25\text{W}$

13．图 3.27 所示电路，已知$U_1=5\text{V}$，$U_2=12\text{V}$，$U=15\text{V}$，角频率$\omega=100\text{rad/s}$，求R_2和L。（哈尔滨工业大学 1994 年考研试题）

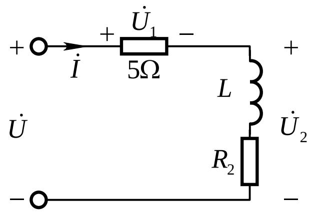


图 3.27

解：
$$I=\frac{U_1}{5\Omega}=1\text{A}$$

$$\sqrt{R_2^2+(\omega L)^2}=\frac{U_2}{I}=12$$

$$\sqrt{(R_2+5)^2+(\omega L)^2}=\frac{U}{I}=15$$

解得

$$R_2=5.6\Omega，L=0.106\text{H}$$

14．图 3.28 所示电路，当U为 20V 直流电压时，电流I为 4A；当U为 100V 正弦

电压时，电流 I 为 2A，电路的有功功率为 80W，且 $\dot{U}_2$ 与 $\dot{U}_1$ 同相位。试求电路的参数 R、X、g 和 b。（东南大学 1998 年考研试题）

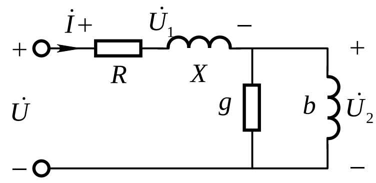


图 3.28

解：当 U 为直流电压时

$$R=\frac{20}{4}=5\Omega$$

当 U 为正弦电压时

$$Z=R+\mathrm{j}X+\frac{1}{g-\mathrm{j}b}=R+\frac{g}{g^2+b^2}+\mathrm{j}(X+\frac{g}{g^2+b^2})$$

功率为 80W 且与电压同相位

$$R+\frac{g}{g^2+b^2}=\frac{P}{I^2}=20$$

$$\sqrt{(R+\frac{g}{g^2+b^2})^2+(X+\frac{b}{g^2+b^2})^2}=\frac{U}{I}=50$$

$$\frac{X}{R}=\frac{g}{b}$$

得

$$X=2.5\sqrt{21}\Omega$$

$$g=\frac{4}{375}\mathrm{S}$$

$$b=\frac{2\sqrt{21}}{375}\mathrm{S}$$

15．图 3.29 所示电路，$i_{\mathrm{S}}(t)=\sqrt{2}\cos 2t(\mathrm{A})$，$L_1=L_2=1\mathrm{H}$，$M=0.5\mathrm{H}$，其余元件参数如图所示。若 Z 可调，则 Z 为何值时，它吸收最大功率，并计算此功率。（东南大学 2003 年考研试题）

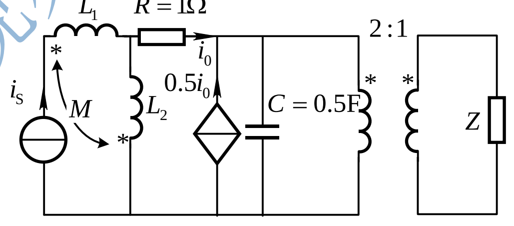
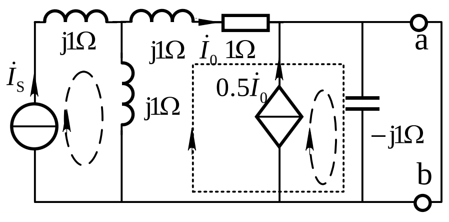


图 3.29



（a）

解：先消去互感，将变压器左侧进行等效，求开路电压和等效电阻的电路如图（a）所示。在图（a）中，选择回路如图所示，当 ab 端开路时，列写回路方程如下：

$$(\mathrm{j}1+1+\mathrm{j}1-\mathrm{j}1)\times\dot{I}_0-\mathrm{j}1\times\dot{I}_{\mathrm{S}}+(-\mathrm{j}1)\times0.5\dot{I}_0=0$$

解得　$\dot{I}_0 = \dfrac{\mathrm{j}}{1+\mathrm{j}0.}$

开路电压　$\dot{U}_{oc} = 1.5\dot{I}_0 \times (-\mathrm{j}) = \dfrac{1.5}{1+\mathrm{j}0.5} = \quad 0.6(2$

当 ab 端短路时，列写回路方程如下：

$$(\mathrm{j}1+1+\mathrm{j}1)\times\dot{I}_0 - \mathrm{j}1\times\dot{I}_S = 0$$

解得　$\dot{I}_0 = \dfrac{\mathrm{j}}{1+\mathrm{j}2}$

短路电流为　$\dot{I}_{sc} = \dot{I}_0 + 0.5\dot{I}_0 = 1.5\dot{I}_0 = \quad 0.3(2$

等效阻抗为　$Z_i = \dot{U}_{oc}/\dot{I}_{sc} = \dfrac{0.6(2-\mathrm{j})}{0.3(2+\mathrm{j})} = (1.2-\mathrm{j}1.$

变压器右侧的等效阻抗为　$Z_L = n^2 Z$

当　$Z = (0.3-\mathrm{j}0.$ Ω时它可以获得最大功率，最大功率为

$$P_{\max} = \frac{U_{oc}^2}{4R_i} = \frac{(0.6\sqrt{5})^2}{4\times1.2} = 0.375\mathrm{W}$$

16．图 3.30 所示理想运放电路，已知 $R=5\mathrm{k}\Omega$，$C=1\mu\mathrm{F}$，$u_S(t)=5\sqrt{2}\cos1000t\ \mathrm{V}$，试用节点法计算图中电压 $u_R(t)$。（东南大学 2000 年考研试题）

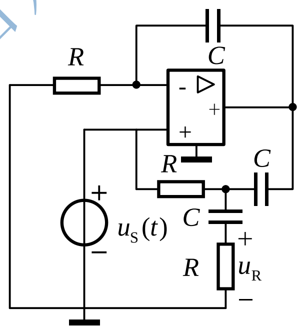


图 3.30

解：选节点如图所示，列写节点方程

$$\dot{U}_{n1} = \dot{U}_s = 5\angle0^\circ\,\mathrm{V}$$

$$(\frac{1}{R} + \mathrm{j}\omega C)\dot{U}_{n1} - \mathrm{j}\omega C\dot{U}_{n2} = 0 \quad\Rightarrow\quad \dot{U}_{n2} = (5-$$

$$(\frac{1}{R}+\mathrm{j}\omega C+\frac{1}{R+1/(\mathrm{j}\omega C)})\dot{U}_{n3}-\mathrm{j}\omega C\dot{U}_{n2}-\frac{1}{R}\dot{U}_{\mathrm{S}}=0$$

$$\Rightarrow \quad \dot{U}_{n3}=\frac{15+j23}{3+j4.8}=4.85\angle-1.1°\mathrm{V}$$

$$\dot{U}_{\mathrm{R}}=\frac{R}{R+1/(\mathrm{j}\omega C)}\times\dot{U}_{n3}=\frac{1}{1-\mathrm{j}0.2}\times\dot{U}_{n3}=4.76\angle10.2°$$

所以 $u_R(t)=4.76\sqrt{2}\cos(1000t+10.2°)\mathrm{V}$。

17．图 3.31 所示正弦电路，已知 $U_1=100\mathrm{V}$，设瓦特表 W 不消耗功率，求它的读数。（哈尔滨工业大学 1990 年考研试题）

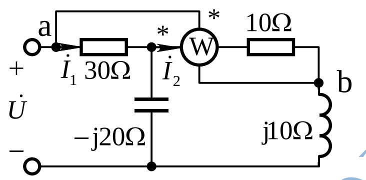


图 3.31

解：功率表的读数等于电压线圈电压有效值、电流线圈电流有效值以及上述电压、电流相位差夹角余弦三者之积。对图示电路，功率表读数表达式为

$$P_{\mathrm{W}}=U_{\mathrm{ab}}I_2\cos\varphi=\mathrm{Re}[\dot{U}_{\mathrm{AB}}\overset{*}{I}_2] \qquad (1)$$

下面分别计算 $\dot{I}_2$和$\dot{U}_{\mathrm{ab}}$。设 $\dot{U}=100\angle0^{\circ}$ V，端口等效阻抗

$$Z_{\mathrm{i}}=30\Omega+(-\mathrm{j}20\Omega)//(10+\mathrm{j}10)\Omega$$
$$=30\Omega+\frac{-\mathrm{j}20\Omega\times(10+\mathrm{j}10)\Omega}{-\mathrm{j}20\Omega+(10+\mathrm{j}10)\Omega}=50\Omega$$

$$\dot{I}_1=\dot{U}/Z_{\mathrm{i}}=2\angle0^{\circ}\,\mathrm{A}$$

由分流公式得
$$\dot{I}_2=\frac{-\mathrm{j}20\Omega\dot{I}_1}{-\mathrm{j}20\Omega+(10+\mathrm{j}10)\Omega}=(2-\mathrm{j}2)\mathrm{A} \qquad (2)$$

则
$$\dot{U}_{\mathrm{ab}}=30\Omega\times\dot{I}_1+10\Omega\times\dot{I}_2=(80-\mathrm{j}20)\mathrm{V} \qquad (3)$$

将式(2)、(3)代入式(1)得功率表的读数为

$$P_{\mathrm{W}}=\mathrm{Re}[\dot{U}_{\mathrm{AB}}\overset{*}{I}_2]=\mathrm{Re}[(80-\mathrm{j}20)(2+\mathrm{j}2)]=200\,\mathrm{W}$$

说明：本题功率表的读数也等于两个电阻吸收的平均功率之和，但这是由于题中已知条件导致的一种巧合。

18．图 3.32 所示电路，$\dot{U}_{\mathrm{S}}=10\angle0°\mathrm{V}$，求负载 Z 为何值时，可获得最大功率，求最大功率和电流 I_2。(西北工业大学 2001 考研试题)

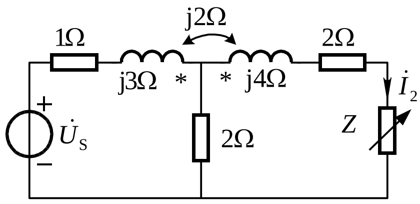
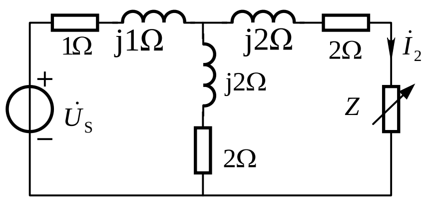


图 3.32



（a）

解：消去互感，等效电路如图（a）所示，求除 Z 以外的等效电路。

等效阻抗为 $Z_{eq}=2+\mathrm{j}2+\dfrac{(1+\mathrm{j})(2+\mathrm{j}2)}{1+\mathrm{j}+2+\mathrm{j}2}=\dfrac{1}{3}(8+\mathrm{j}8)\Omega$

开路电压为 $\dot{U}_{oc}=\dfrac{2+\mathrm{j}2}{1+\mathrm{j}+2+\mathrm{j}2}\times\dot{U}_S=\dfrac{20}{3}\angle 0°\mathrm{V}$

当 $Z=\overset{*}{Z}_{eq}=\dfrac{1}{3}(8-\mathrm{j}8)\Omega$ 时它可以获得最大功率。

最大功率为 $P_{\max}=\dfrac{U_{oc}^2}{4R_{eq}}=\dfrac{(20/3)^2}{4\times 8/3}=\dfrac{25}{6}\mathrm{W}$

电流为 $I_2=\dfrac{U_{oc}}{2R_{eq}}=\dfrac{20/3}{2\times 8/3}=1.25\mathrm{A}$

19．图 3.33 所示电路，已知 $U_S=220\mathrm{V}$，$f=50\mathrm{Hz}$，当 K 断开时 $I=10\mathrm{A}$，$\cos\varphi=0.5$。求 K 接通时全电路吸收的平均功率、无功功率和功率因数。（哈尔滨工业大学 1994 年考研试题）

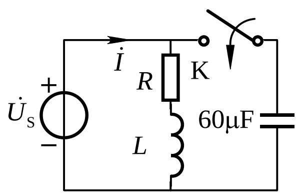


图 3.33

解：开关 未接通时

$\cos\varphi=0.5$，$\varphi=60°$

有功功率 $P=UI\cos\varphi=220\times10\times0.5=1100\mathrm{W}$

无功功率 $Q_1=UI\sin\varphi=220\times10\times0.866=1905.2\,\mathrm{var}$

开关接通后，有功不变 $P=1100\mathrm{W}$

电容提供的无功功率为 $Q_C=\omega CU^2=314\times60\times10^{-6}\times220^2=911.9\,\mathrm{var}$

总的无功功率为 $Q = Q_1 - Q_C = 1905.2 - 911.9 = 993.3\,\text{var}$

总的视在功率为 $S = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{1100^2 + 993.3^2} = 1482.11\text{VA}$

功率因数为 $\lambda = P / S = 1100 / 1482.11 = 0.742$

20．图 3.34 所示为某负载的等效电路模型，已知 $R_1 = X_1 = 8\Omega$， $R_2 = X_2 = 3\Omega$，

$R_{\text{m}} = X_{\text{m}} = 6\Omega$，外加正弦电压有效值 $U = 220\text{V}$，频率 $f = 50\text{Hz}$。（1）求负载的平均功率和功率因数；（2）若并上电容，将功率因数提高到 0.9，求 $C = ?$。（哈尔滨工业大学 2000 年考研试题）

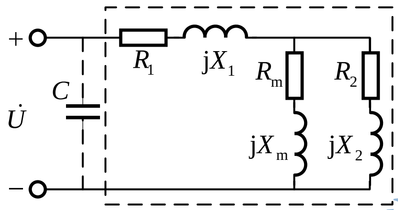


图 3.34

解：

$$Z = 8 + 8\text{j} + \frac{(3+3\text{j})(6+6\text{j})}{3+3\text{j}+6+6\text{j}} = (10+10\text{j})(\Omega)$$

$$\lambda = \cos\phi = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$I = \frac{U}{|Z|} = \frac{220}{\sqrt{10^2+10^2}} = 11\sqrt{2} = 15.55(\text{A})$$

$$P = I^2 R = (11\sqrt{2})^2 \times 10 = 2420(\text{W})$$

(2)

$$\lambda = 0.9, \varphi_1 = \arccos(0.9) = 25.84°$$

$$Q_2 = P\tan\varphi_1 = 2420 \times \tan(25.84°) = 1172(\text{var})$$

$$Q = P\tan\phi = 2420 \times \tan 45^{\circ} = 2420(\text{var})$$

$$Q_C = Q - Q_2 = 2420 - 1172 = U^2\omega C$$

$$C = 8.21 \times 10^{-5}\text{F}$$

第 4 章　三相电路

1. 图 4.11 所示对称三相电路，已知线电压 $\dot{U}_{AB}=380\angle 0°\text{V}$，线电流 $\dot{I}_{A}=5\angle -60°\text{A}$，试求三相负载功率 P。（华中科技大学 2001 年考研试题）

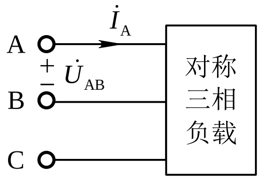


图 4.11

解：设负载为星形联接，则相电压

$$\dot{U}_{AN}=\frac{\dot{U}_{AB}}{\sqrt{3}}\angle -30°=\frac{\dot{U}_{AB}}{\sqrt{3}}\angle -30°\ \text{V}$$

负载阻抗角等于功率因数角，即

$$\varphi_z=\varphi_{uP}-\varphi_{iP}=(-30°)-(-60°)=30°$$

则三相负载吸收的功率为

$$P=3U_P I_P\cos\varphi_Z=3\times\frac{380}{\sqrt{3}}\times 5\times\cos(30°)=2850\ \text{W}$$

2. 图 4.12 所示对称三相三线制电路中，已知线电压为 380V，三相负载吸收的总功率为 2.5kW，功率因数为 0.866（感性）。求（1）两个功率表的读数；（2）负载阻抗 Z；（3）画出相量图。（华南理工大学 2001 年考研试题）

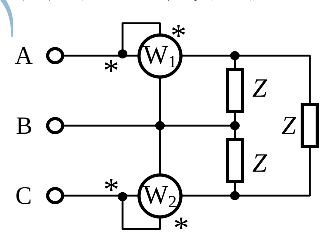


图 4.12

解：(1) 三相负载吸收的总功率为 $P=\sqrt{3}U_L I_L\lambda$，则线电流为

$$I_L=\frac{P}{\sqrt{3}U_L\lambda}=\frac{2500}{\sqrt{3}\times 380\times 0.866}=4.386\ \text{A}$$

功率因数为 0.866（感性），则阻抗角为 $\varphi_Z=\arccos(0.866)=30°$

设 $\dot{U}_{AB}=380\angle 0°\text{V}$，则相电流 $\dot{I}_{AB}=I_{AB}\angle -30°$

由角形联接线电流与相电流关系，可得：$\dot{I}_{\mathrm{A}}=\sqrt{3}\dot{I}_{\mathrm{AB}}\angle-30^{\circ}=4.386\angle-60^{\circ}\ \mathrm{A}$

由三相电路对称关系可知：

$$\dot{U}_{\mathrm{CB}}=-\dot{U}_{\mathrm{BC}}=380\angle60^{\circ}\ \mathrm{V}$$

$$\dot{I}_{\mathrm{C}}=\dot{I}_{\mathrm{A}}\angle120^{\circ}=4.386\angle60^{\circ}\ \mathrm{A}$$

则 $P_{\mathrm{W1}}=U_{\mathrm{AB}}I_{\mathrm{A}}\cos(\varphi_{u_{\mathrm{AB}}}-\varphi_{i_{\mathrm{A}}})=380\times4.386\times\cos(60^{\circ})=833.34\mathrm{W}$

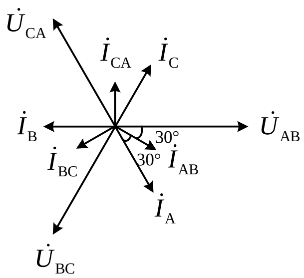
$$P_{\mathrm{W2}}=U_{\mathrm{CB}}I_{\mathrm{C}}\cos(\varphi_{u_{\mathrm{CB}}}-\varphi_{i_{\mathrm{C}}})=380\times4.386\times\cos(60^{\circ}-60^{\circ}$$

(2) 因为 $\dot{I}_{\mathrm{A}}=\sqrt{3}\dot{I}_{\mathrm{AB}}\angle-30^{\circ}=4.386\angle-60^{\circ}\ \mathrm{A}$，则 $I_{\mathrm{AB}}=\dfrac{I_{\mathrm{A}}}{\sqrt{3}}$

阻抗模为：$|Z|=\dfrac{U_{\mathrm{AB}}}{I_{\mathrm{AB}}}=\dfrac{380\times\sqrt{3}}{4.386}=150\ \Omega$

又阻抗角为 $\varphi_Z=30^{\circ}$，则 $Z=150\angle30^{\circ}=(130+\mathrm{j}75)\ \Omega$

(3)以 $\dot{U}_{\mathrm{AB}}$ 为参考正弦量，则相量图为



3. 图 4.13 所示星形连接对称三相电路中，线电压 $U_l=380\mathrm{V}$，（1）图示接法中，试求功率表读数；（2）若 A 相电阻短路，试求功率表读数。（南京航空航天大学 2003 年考研试题）

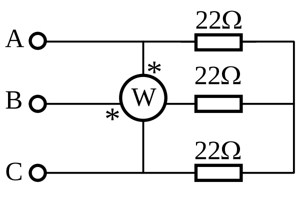


图 4.13(a)

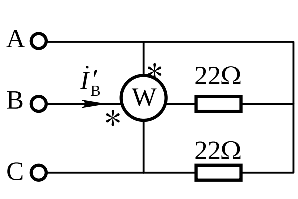


图 4.13(b)

图 4.13

解：(1) 设$\dot{U}_{AB}=380\angle 0°\text{V}$，则$\dot{U}_{AC}=-\dot{U}_{CA}=380\angle -60°\ \text{V}$

星形联接，则$\dot{U}_{AN}=\dfrac{380}{\sqrt{3}}\angle -30°\ \text{V}$

根据三相电路对称关系，可得$\dot{U}_{BN}=\dfrac{380}{\sqrt{3}}\angle -150°\ \text{V}$

线电流 $\dot{I}_{B}=\dfrac{\dot{U}_{BN}}{Z}=\dfrac{380\angle -150°}{\sqrt{3}\times 22}=9.972\angle -150°\ \text{A}$

功率表读数为 $P_W=U_{AC}I_B\cos(\varphi_{u_{AC}}-\varphi_{i_B})=380\times 9.972\cos(-60°+150°)=0$

(2) 若 A 相电阻短路时，电路如图 4.13(b)所示，此时$\dot{U}_{AC}$不变。

线电流 $\dot{I}'_{B}=\dfrac{\dot{U}_{BA}}{Z}=\dfrac{380\angle -180°}{22}=17.273\angle -180°\ \text{A}$

功率表读数为 $P'_W=U_{AC}I'_B\cos(\varphi_{u_{AC}}-\varphi_{i'_B})=380\times 17.273\cos(120°)=-3281.9\ \text{W}$

4. 如图 4.14 所示三相对称电路中，电源线电压$U_l=380\text{V}$，角频率$\omega=314\text{rad/s}$，已知线电流$I_l=10\text{A}$，功率表读数为1900W，求：（1）负载阻抗$Z=?$，（2）三相负载的平均功率和无功功率为何值。(大连理工大学 2004 年考研试题)

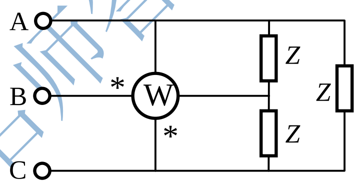


图 4.14

解：(1) 设$\dot{U}_{AB}=380\angle 0°\text{V}$，则$\dot{U}_{BC}=380\angle -120°\ \text{V}$，$\dot{U}_{CA}=380\angle 120°\ \text{V}$

若负载阻抗为$Z=|Z|\angle\varphi_Z$，由已知线电流$I_l=10\text{A}$可得

相电流 $\dot{I}_{BC}=\dfrac{\dot{U}_{BC}}{Z}=\dfrac{380\angle -120°}{|Z|\angle\varphi_Z}=I_{BC}\angle -120°-\varphi_Z$

根据角形联接相线关系，可得 $\dot{I}_B=10\angle -150°-\varphi_Z$

功率表读数为 $P_W=U_{CA}I_B\cos(\varphi_{u_{CA}}-\varphi_{i_B})=380\times 10\times\cos(120°+150°+\varphi_Z)=1900$

解得感性负载阻抗角为$\varphi_Z = 30°$

负载阻抗模为$|Z| = \dfrac{U_P}{I_P} = \dfrac{U_L}{I_L/\sqrt{3}} = \dfrac{380\times\sqrt{3}}{10} = 65.82\ \Omega$

则负责阻抗$Z = 65.82\angle 30°\ \Omega$

(2) 三相负载的平均功率$P = \sqrt{3}U_L I_L\cos\varphi_Z = \sqrt{3}\times 380\times 10\times\cos 30° = 5700\ \text{W}$

三相负载的无功功率$Q = \sqrt{3}U_L I_L\sin\varphi_Z = \sqrt{3}\times 380\times 10\times\sin 30° = 3290.89\ \text{var}$

5. 对称三相电路如图 4.15 所示，已知，$U_l = 380\text{V}$，负载阻抗$Z_1 = -\text{j}12\Omega$，$Z_2 = (3+\text{j}4)\Omega$。求电流$I_1$，$I_2$以及三相负载吸收的平均功率和无功功率。(大连理工大学 2003 年考研试题)

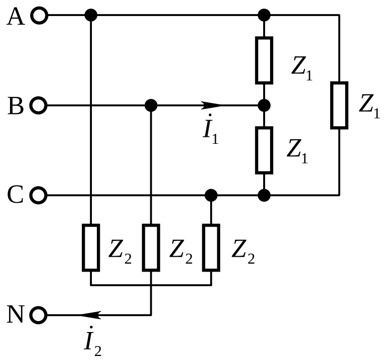


图 4.15

解：由于负载对称，则中线电流$I_2 = 0$

I_1为角形负载的线电流，则$I_1 = \dfrac{U_{BC}}{|Z_1|}\times\sqrt{3} = \dfrac{380}{12}\times\sqrt{3} = 54.85\ \text{A}$

角形负载吸收的有功功率为$P_1 = 0$

角形负载吸收的无功功率为$Q_1 = \sqrt{3}U_L I_L\sin\varphi_{Z_1} = -\sqrt{3}\times 380\times I_1 = -36.1\ \text{kvar}$

星形负载吸收的有功功率为$P_2 = 3U_P I_P\cos\varphi_{Z_2} = 3\times\dfrac{380}{\sqrt{3}}\times\dfrac{380}{\sqrt{3}\times 5}\times\dfrac{3}{5} = 17.328\ \text{kW}$

星形负载吸收的无功功率为$Q_2 = 3U_P I_P\sin\varphi_{Z_2} = 3\times\dfrac{380}{\sqrt{3}}\times\dfrac{380}{\sqrt{3}\times 5}\times\dfrac{4}{5} = 23.104\ \text{kvar}$

三相负载吸收的平均功率$P = P_1 + P_2 = 17.328\ \text{kW}$

三相负载吸收的无功功率$Q = Q_1 + Q_2 = -12.996\ \text{kvar}$

6. 在图 4.16 所示对称三相电路中，电流表读数均为 1A（有效值），若因故发生 A

相短路（即开关闭合），试求电流表 A_1 和 A_2 的读数。(重庆大学 2003 年考研试题)

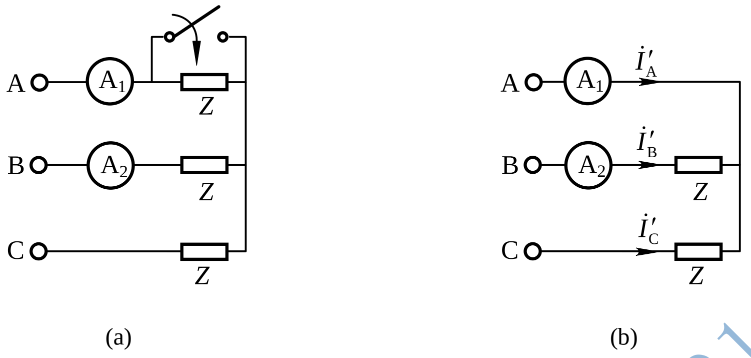


图 4.16

解：设 $\dot{U}_{AN}=U\angle 0°$，则 $\dot{U}_{AB}=\sqrt{3}U\angle 30°$，$\dot{U}_{CA}=\sqrt{3}U\angle 150°$

则开关闭合前 $\dot{I}_A=\dfrac{U\angle 0°}{Z}=1\angle-\varphi_Z$

若将 A 短路，则 B、C 两相负载此时均承受线电压，则

$$\dot{I}'_B=\frac{\dot{U}_{BA}}{Z}=\frac{\sqrt{3}U\angle-150°}{Z}=\sqrt{3}\dot{I}_A\angle-150°$$

$$\dot{I}'_C=\frac{\dot{U}_{CA}}{Z}=\frac{\sqrt{3}U\angle 150°}{Z}=\sqrt{3}\dot{I}_A\angle 150°$$

$$\dot{I}'_A=-(\dot{I}'_B+\dot{I}'_C)=-3\dot{I}_A$$

所以 A_1 的读数为 3A，A_2 的读数为 1.732A

7. 图 4.17 所示对称三相电路，当负载为星形接法时，负载消耗的平均功率为 3kW，电流 $I_A=10\text{A}$，又知负载的功率因数为 $\lambda=0.8$。求当负载为三角形接法时它所消耗的平均功率。（哈尔滨工业大学 2001 年考研试题）

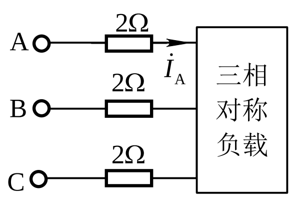


图 4.17

解：当负载为星形联接时，设负载端相电压为 $\dot{U}_{A'N}=U_{A'N}\angle\arccos 0.8$，

则相电流为 $\dot{I}_A=10\angle 0°\ \text{A}$

由负责消耗的功率为$P=3U_{\mathrm{A'N}}I_{\mathrm{A}}\cos\varphi_{\mathrm{Z}}=3\times U_{\mathrm{A'N}}\times10\times0.8=3000$

可得：$U_{\mathrm{A'N}}=125\mathrm{V}$

负载的阻抗模为$Z=\dfrac{U_{\mathrm{A'N}}}{I_{\mathrm{A}}}=12.5\Omega$

所以感性负载为$Z=12.5\angle\arccos0.8=(10+\mathrm{j}7.5)\Omega$

电源端相电压$\dot{U}_{\mathrm{AN}}=(Z+2)\dot{I}_{\mathrm{A}}=(120+\mathrm{j}75)\ \mathrm{V}$

当负载为角形联接时，将其变为星形，取一相计算，此时电源相电压不变，

星形等效阻抗为$Z_{\mathrm{Y}}=\dfrac{Z}{3}=(\dfrac{10}{3}+\mathrm{j}2.5)\Omega$

此时相电流为$\dot{I}'_{\mathrm{A}}=\dfrac{\dot{U}_{\mathrm{AN}}}{2+Z_{\mathrm{Y}}}=\dfrac{120+\mathrm{j}75}{2+\dfrac{10}{3}+\mathrm{j}2.5}$

则角形联接时消耗的功率为：$P'=3(I'_{\mathrm{A}})^2\times\dfrac{10}{3}=3\times\dfrac{120^2+75^2}{(2+\dfrac{10}{3})^2+2.5^2}\times\dfrac{10}{3}=5771.8\mathrm{W}$

8. 图 4.18 所示工频对称三相电路,设电阻$R=1\Omega$,电感$L=0.01\mathrm{H}$，电源侧线电压有效值$U_{\mathrm{S}}=380\mathrm{V}$、平均功率$P_{\mathrm{S}}=4000\mathrm{W}$、无功功率$Q_{\mathrm{S}}=3000\,\mathrm{var}$（感性）。求负载侧的平均功率$P_{\mathrm{L}}$、无功功率$Q_{\mathrm{L}}$及线电压$U_{\mathrm{L}}$。（哈尔滨工业大学 2002 年考研试题）

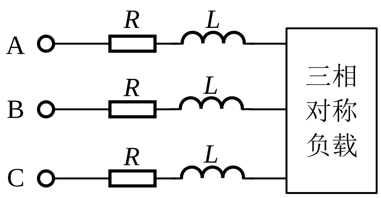


图 4.18

解：电源视在功率$S=\sqrt{P_{\mathrm{S}}^2+Q_{\mathrm{S}}^2}=5000\mathrm{VA}$

线电流有效值$I=\dfrac{S}{\sqrt{3}U_{\mathrm{S}}}\approx7.597\mathrm{A}$

由功率守恒得负载侧平均功率$P_{\mathrm{L}}=P_{\mathrm{S}}-3I^2R\approx3826.87\mathrm{W}$

负载侧无功功率$Q_{\mathrm{L}}=Q_{\mathrm{S}}-3I^2\omega L\approx2456.1\,\mathrm{var}$

负载侧视在功率$S_{\mathrm{L}}=\sqrt{3}U_{\mathrm{L}}I=\sqrt{P_{\mathrm{L}}^2+Q_{\mathrm{L}}^2}\approx4547.24\mathrm{A}$

负载侧线电压$U_{\mathrm{L}}=\dfrac{S_{\mathrm{L}}}{\sqrt{3}I}\approx345.58\mathrm{V}$

9. 图 4.19 所示电路接至对称三相交流电源，电源线电压 $U_l = 380\text{V}$，相序为正序。M 为三相感应电动机，可看成是对称三相感性负载，已知其三相总有功功率 $P = 1000\text{W}$。单相负载 Z 跨接于 A、C 两线之间。三个电流表的读数分别为 $I_A = 10\text{A}$，$I_B = 5\text{A}$，$I_C = 5\text{A}$。试求单相负载的复阻抗 Z 及其上的有功功率和无功功率。（天津大学 1996 年考研试题）

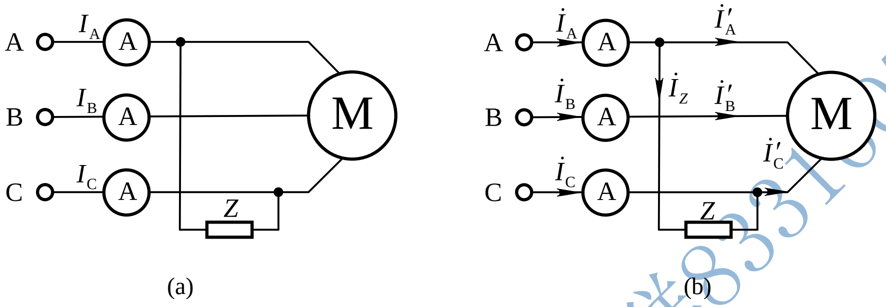
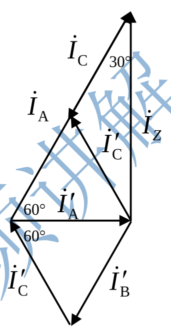


图 4.19

解：设感应电机各相负载为对称星形联接，由已知可知 $\dot I_B = \dot I'_B$，

由 KCL 得 $\dot I_A + \dot I_B + \dot I_C = 0$，由已知 $I_A = 10\text{A}$，$I_B = 5\text{A}$，$I_C = 5\text{A}$，显然 $\dot I_B$ 和 $\dot I_C$ 同相，且与 $\dot I_A$ 反相。

另由 KCL 可得 $\dot I_A = \dot I'_A + \dot I_Z$，$\dot I_A = \dot I'_C - \dot I_Z$，显然 $I'_A = I'_C = 5\text{ A}$，以 $\dot I'_A$ 为参考相量，画出各电流相量图如下图所示，图示相量满足题目要求。



则 $\dot I_Z = (10\times\sin 60°)\angle 90° = 5\sqrt{3}\angle 90°\text{ A}$

感应电机的有功功率为

$$P_M = \sqrt{3}U_L I_L\cos\varphi_{Z_L} = \sqrt{3}\times 380\times 5\times\cos\varphi_{Z_L} = 1000$$

由此可得 $\varphi_{Z_L} = 72.3°$

相电压 $\dot U_{AN} = \dfrac{380}{\sqrt{3}}\angle 72.3°\text{ V}$

根据相线关系可得 $\dot U_{AB} = 380\angle(72.3° + 30°) = 380\angle 102.3°\text{ V}$，

$\dot U_{AC} = 380\angle 42.3°\text{ V}$

单相负载阻抗 $Z = \dfrac{\dot{U}_{AC}}{\dot{I}_Z} = \dfrac{380\angle 42.3^\circ}{5\sqrt{3}\angle 90^\circ} = 43.88\angle -47.7^\circ\ \Omega$

单相负载 Z 的有功功率为 $P = U_{AC} I_Z \cos(-47.7^\circ) = 2214.81\ \mathrm{W}$

单相负载 Z 的无功功率为 $Q = U_{AC} I_Z \sin(-47.7^\circ) = -2434.05\ \mathrm{var}$

10. 图 4.20 所示对称三相电路，相序为 ABC，线电压 $U_l = 380\mathrm{V}$。测得两瓦特表的读数分别为 $P_1 = 0\mathrm{W}$，$P_2 = 1.65\mathrm{kW}$，求负载阻抗的参数 R 和 X。（天津大学 1992 年考研试题）

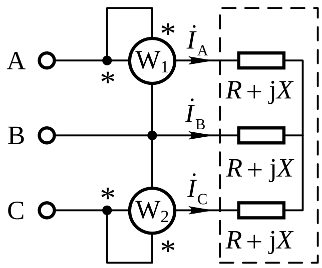


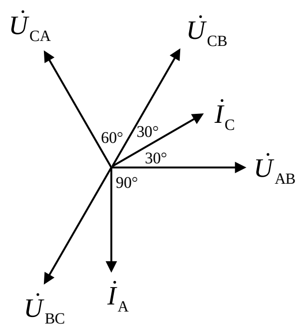
图 4.20

解：由已知得到 $P_1 = U_{AB} I_A \cos(\varphi_{u_{AB}} - \varphi_{i_A}) = 0$，即 $\cos(\varphi_{u_{AB}} - \varphi_{i_A}) = 0$

而 $\varphi_{u_{AB}} - \varphi_{i_A} = \varphi_Z + 30^\circ = 90^\circ$，得到 $\varphi_Z = 60^\circ$

$P_2 = U_{CB} I_C \cos(\varphi_{u_{CB}} - \varphi_{i_C}) = 1.65$

设 $\dot{U}_{AB} = 380\angle 0^\circ\ \mathrm{V}$，则相量图如下所示。



由相量图可以得到 $\varphi_{u_{CB}} - \varphi_{i_C} = 30^\circ$

线电流 $I_C = \dfrac{P_2}{U_{CB}\cos 30^\circ} = \dfrac{1650}{380 \times \cos 30^\circ} = 5.01\mathrm{A}$

负载阻抗模为 $|Z| = \dfrac{U_{CN}}{I_C} = \dfrac{380/\sqrt{3}}{5.01} = 43.79\ \Omega$

所以 $R = |Z|\cos\varphi_Z = 43.79\cos 60^\circ = 21.9\ \Omega$

$X = |Z|\sin\varphi_Z = 43.79\sin 60^\circ = 37.9\ \Omega$

11. 图 4.21 所示三相电路，三相电源为对称三相正序电压源，线电压 $U_l = 380\mathrm{V}$，

负载为对称三相感性负载，当图中 m、n 两点间尚未接入电容时，图中功率表读数为 658.2W，电流表读数为 $2\sqrt{3}$A 。（天津大学 2000 年考研试题）

试求 1. 求负载功率因数 $\cos\varphi$，三相负载功率 P 。

2. 若 m、n 两点间接入可调电容 C，使功率表读数为零，则容抗 X_C 值为多少。

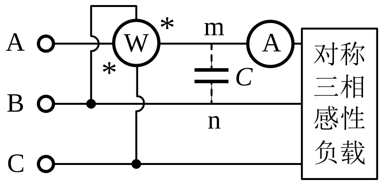
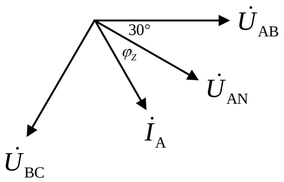


图 4.21

解：(1)功率表读数为 $P_{\mathrm{W}}=U_{\mathrm{BC}}I_{\mathrm{A}}\cos(\varphi_{u_{\mathrm{BC}}}-\varphi_{i_{\mathrm{A}}})=658.2\ \mathrm{W}$

设 $\dot{U}_{\mathrm{AB}}=380\angle 0°\ \mathrm{V}$，则相量图如下所示。



由相量图可知 $\varphi_{u_{\mathrm{BC}}}-\varphi_{i_{\mathrm{A}}}=120°-(\varphi_Z+30°)=90°-\varphi_Z$

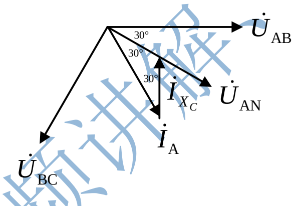
所以 $\sin\varphi_Z=\dfrac{P_{\mathrm{W}}}{U_{\mathrm{BC}}I_{\mathrm{A}}}=\dfrac{658.2}{380\times 2\sqrt{3}}=0.5$

即 $\varphi_Z=30°$， $\cos\varphi_Z=0.866$

三相负载吸收的总功率为：

$$P=\sqrt{3}U_{\mathrm{L}}I_{\mathrm{L}}\cos 30°=\sqrt{3}\times 380\times 2\sqrt{3}\times\cos 30°=1974.53\ \mathrm{W}$$

(2)若使功率表读数为零，则 $\varphi_{u_{\mathrm{BC}}}-\varphi'_{i_{\mathrm{A}}}=90°$，此时相量图如下所示。

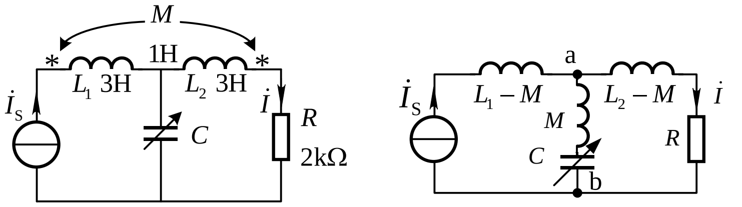


由相量图可知 $I_{X_C}=\dfrac{\frac{1}{2}I_{\mathrm{A}}}{\cos 30°}=2\ \mathrm{A}$

则容抗 $X_C=\dfrac{U_{\mathrm{AB}}}{I_{X_C}}=\dfrac{380}{2}=190\ \Omega$

5.3 考研试题精选

1. 图 5.9 所示电路，已知正弦电流源 $I_S = 10\text{mA}$，角频率 $\omega = 1000\text{rad/s}$，调节可变电容 C，问 C 为多少时 R 支路电流 I 最小；电容 C 为多少时电流 I 最大，并求 I 的最小值和最大值。（哈尔滨工业大学 1991 年考研试题）



（a）　　　　　　　　　　　（b）

图 5.9

解：(1) 消去互感后，得图（b）所示等效电路。当等效电感 M 和电容 C 发生串联谐振时，ab 端相当于短路，端电压为零，则电流 I 也为零。所以电流 I 的最小值为 $I_{\min} = 0$。

此时

$$C = 1/\omega^2 M = 1/10^6 \times 1 = 1\mu\text{F}$$

(2)先分析 ab 端的等效导纳，由图(b)得

$$Y_{ab} = \frac{1}{R + \text{j}\omega(L_2 - M)} + \frac{1}{\text{j}\omega M - \text{j}/\omega C}$$

$$= \frac{R}{R^2 + \omega^2(L_2 - M)^2} + \text{j}[\frac{1}{1/\omega C - \omega M} - \frac{\omega(L_2 - M)}{R^2 + \omega^2(L_2 - M)^2}]$$

由于电容 C 变化时，Y_{ab} 的实部不变，所以，当并联部分发生谐振时，$|Y_{ab}|$ 最小，电压 $U_{ab} = I_S / |Y_{ab}|$ 为最大，因此电流 I 也为最大。令

$$\frac{1}{1/\omega C - \omega M} - \frac{\omega(L_2 - M)}{R^2 + \omega^2(L_2 - M)^2} = 0$$

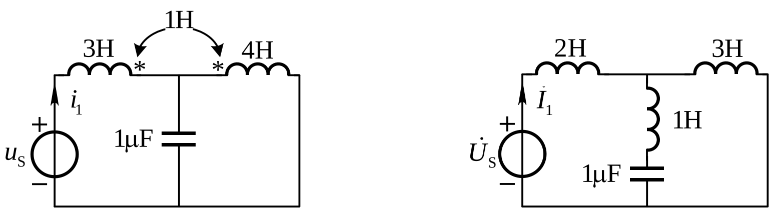
得 $$C = \frac{L_2 - M}{R^2 + \omega^2 L_2(L_2 - M)} = \frac{2}{4 + 3\times 2}\times 10^{-6}\,\text{F} = 0.2\mu\text{F}$$

由分流公式求得：

$$\dot{I} = \frac{\text{j}(\omega M - 1/\omega C)}{\text{j}(\omega M - 1/\omega C) + R + \text{j}\omega(L_2 - M)}\dot{I}_S = \frac{-\text{j}4}{2 - \text{j}2}\dot{I}_S = \sqrt{2}\dot{I}_S\angle -45°$$

故当 $C = 0.2\mu\text{F}$ 时，$I_{\max} = \sqrt{2}I_S = 14.14\text{mA}$

2. 图 5.10 所示电路，$u_S(t) = 8\cos\omega t(\text{V})$，电源频率 ω 可变，试求 ω 为何值时，电流 $i_1(t) = 0$。（华南理工大学 2000 年考研试题）



（a）　　　　　　　　　　　（b）

图 5.10

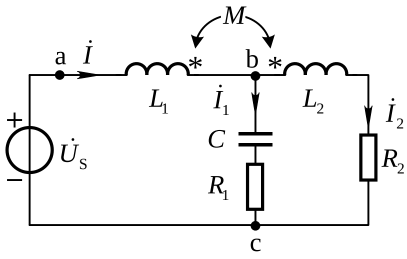
解：消去互感后，得图（b）所示等效电路。当右侧两电抗支路发生并联谐振时，右侧并联部分相当于开路，此时电流 $i_1(t)=0$ 。

由图(b)得右侧并联部分导纳谐振时为零，即

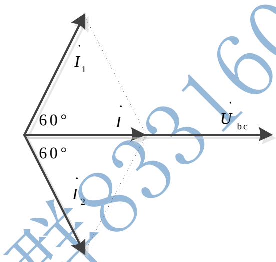
$$Y=\frac{1}{\mathrm{j}\omega(L_2-M)}+\frac{1}{\mathrm{j}\omega M+1/\mathrm{j}\omega C}=\frac{1}{\mathrm{j}\omega 3\mathrm{H}}+\frac{1}{\mathrm{j}\omega 1\mathrm{H}+1/\mathrm{j}\omega 1\mu\mathrm{F}}=0$$

解得　$\omega=500\mathrm{rad/s}$

3. 图 5.11 所示正弦电路中，已知 $I_1=I_2=I=5\mathrm{A}$， $R_1=10\Omega$， $\omega M=10\Omega$，bc 右侧并联电路达到谐振，ac 右侧总体电路亦达到谐振。求 ωL_1， ωL_2， R_2， U_{bc} ， U_{S}。（天津大学 1994 年考研试题）



（a）



（b）

图 5.11

解：由已知，三个电流有效值相等，另外由 KCL 可得 $\dot I=\dot I_1+\dot I_2$，

可以判断这三个电流相量可以构成等边三角形，而且 bc 右侧并联电路达到谐振，即其端口电压电流同相位，可设参考相量为

$$\dot U_{\mathrm{bc}}=U_{\mathrm{bc}}\angle 0^\circ$$

则各量的相量图如图（b）所示，可得 $\dot I_1=5\angle 60^\circ\mathrm{A},\quad \dot I_2=5\angle -60^\circ\mathrm{A},\quad \dot I=5\angle 0^\circ\mathrm{A}$

对 R_1C 串联支路列写 KVL 方程

$$\dot U_{\mathrm{bc}}=(R_1-\mathrm{j}\frac{1}{\omega C})\dot I_1=(R_1-\mathrm{j}\frac{1}{\omega C})5\angle 60^\circ=U_{\mathrm{bc}}\angle 0^\circ$$

所以 R_1C 串联支路的阻抗角为 -60°

求得 $|Z|=\dfrac{R_1}{\cos(-60^\circ)}=20\Omega$，

所以 $U_{\mathrm{bc}}=|Z|I_1=100\mathrm{V}$

对右侧串联支路，由 KVL，并考虑互感电压，则

$$\dot U_{\mathrm{bc}}=(R_2+\mathrm{j}\omega L_2)\dot I_2-\mathrm{j}\omega M\dot I$$

带入数值

$$100\angle 0^\circ=(R_2+\mathrm{j}\omega L_2)5\angle -60^\circ-\mathrm{j}10\times 5\angle 0^\circ$$

整理得 $100+\mathrm{j}50=2.5R_2+4.33\omega L_2+\mathrm{j}2.5\omega L_2-\mathrm{j}4.33R_2$

由实部、虚部分别对应相等，求得

$R_2=1.34\Omega,\quad \omega L_2=22.32\Omega$

对于 ac 右侧整个电路，由 KVL 方程有

$$\begin{aligned}\dot U_S &= \mathrm{j}\omega L_1\dot I-\mathrm{j}\omega M\dot I_2+\dot U_{bc}\\ &=\mathrm{j}\omega L_1\times 5-\mathrm{j}\omega M5\angle-60^\circ+100\end{aligned}$$

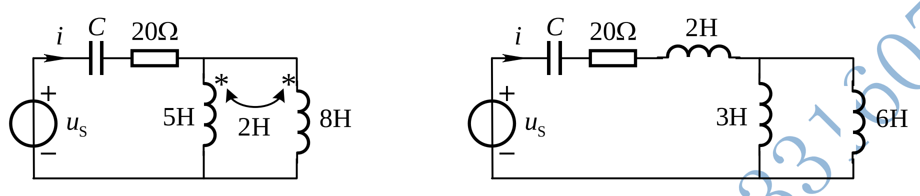
ac 右侧电路达谐振，所以上式的虚部应该为零，所以

$$\mathrm{j}\omega L_1\times 5-\mathrm{j}25=0$$

解得 $\omega L_1=5\Omega$

此时 $\dot U_S$ 的有效值就是其实部　　　$U_S=-43.3+100=56.7\text{V}$

4. 图 5.12 所示正弦稳态电路中 u_S 和 i 同相，且 $u_S(t)=100\cos(1000t)$ V，试求电容 C 和电流 i。（西安交通大学 2000 年考研试题）



（a）　　　　　　　　　　　　（b）

图 5.12

解：由已知 u_S 和 i 同相，则电路达到串联谐振，电容与互感的等效电感相当于短路，此时电流 i 为

$$i=\frac{u_S(t)}{20\Omega}=5\cos(1000t)\ \text{A}$$

消去互感后等效电路如图（b）所示，则右侧电抗部分的等效电感为

$$L_{eq}=2\text{H}+3\text{H}\,||\,6\text{H}=4\text{H}$$

由谐振定义可得

$$\mathrm{j}\omega L_{eq}+\frac{1}{\mathrm{j}\omega C}=0$$

解得 $C=\dfrac{1}{\omega^2 L_{eq}}$=0.25μF

5. 图 5.13 所示正弦稳态电路，$u_S(t)=8\sqrt{2}\cos(\omega t)$ V，$R_1=1\Omega$，$R_2=3\Omega$，$L_1=1\text{H}$，$C_1=1\mu\text{F}$，$C_2=250\mu\text{F}$。且已知电流 i_1 为零，电压 u_S 和 i 同相，试求电感 L_2 的数值和电流 i_{C1}。（西安交通大学 1999 年考研试题）

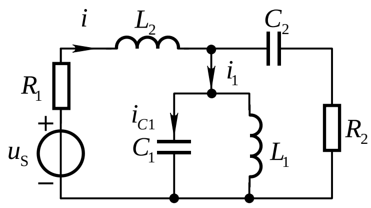


图 5.13

解：由已知电流 i_1 为零，则 L_1，C_1 并联部分发生并联谐振相当于开路；电压 u_S 和 i 同相，则 L_2，C_2 串联部分发生串联谐振

由并联谐振条件得：$\omega=\dfrac{1}{\sqrt{L_1C_1}}=10^3\,\text{rad/s}$

由串联谐振条件得：$L_2=\dfrac{1}{\omega^2C_2}=4\text{mH}$

此时

$$i=\frac{u_S(t)}{R_1+R_2}=2\sqrt{2}\cos(\omega t)\ \text{A}$$

$$\dot{I}_{C1}=\frac{\dot{I}(R_2+\dfrac{1}{\text{j}\omega C_2})}{\dfrac{1}{\text{j}\omega C_1}}=0.01\angle 36.9°\text{A}$$

即

$$i_{C1}=0.01\sqrt{2}\cos(1000t+36.9°)\ \text{A}$$

6. 图 5.14 所示电路，已知 $R=10\Omega$，$L_1=0.1\text{H}$，$L_2=0.4\text{H}$，$M=0.15\text{H}$，$C=1.25\mu\text{F}$，电压 $u=20\sqrt{2}\cos\omega t(\text{A})$，$\omega$ 可调。求 ω 为何值，电流 i 的有效值分别为最小和最大，并求此最小和最大值。（哈尔滨工业大学 1993 年考研试题）

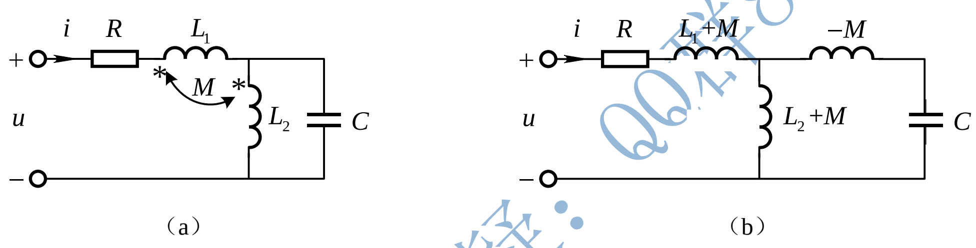


图 5.14

解：消去互感后等效电路如图（b）所示，

则右侧并联部分发生谐振时相当于开路，i 的有效值最小为零，即 $I_{\min}=0\text{A}$

此时有并联部分导纳为零

$$Y=\frac{1}{\text{j}\omega(L_2+M)}+\frac{1}{-\text{j}\omega M+1/\text{j}\omega C}=0$$

带入数值整理得

$$0.55\omega=\frac{0.1875\omega^2+10^6}{1.25\omega}$$

解得：$\omega=1414\text{rad/s}$

则右侧所有电抗部分发生串联谐振时，相当于开路，i 的有效值最最大

得

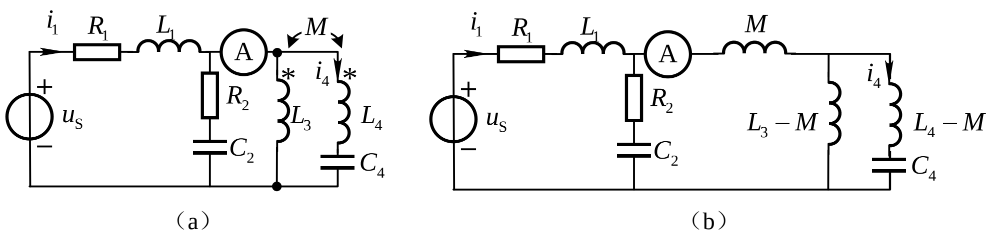
$$I_{\max}=\frac{U}{R}=2\text{A}$$

此时有串联联部分阻抗为零

$$Z=\text{j}\omega(L_1+M)+\text{j}\omega(L_2+M)\,||\,(-\text{j}\omega M+1/\text{j}\omega C)=0$$

带入数值解得：$\omega=6047\text{rad/s}$

7. 图 5.15 所示正弦稳态电路，$u_S(t)=250\cos(\omega t)\text{V}$，$R_1=50\Omega$，$R_2=200\Omega$，$L_1=200\text{mH}$，$L_3=30\text{mH}$，$L_4=10\text{mH}$，$M=10\text{mH}$，$C_2=5\mu\text{F}$，$C_4=50\mu\text{F}$。图中电流表读数为零，试求电流 $i_1(t)$ 和 $i_4(t)$。（天津大学 1996 年考研试题）



（a）　　　　　　　　　　（b）

图 5.15

解：消去互感后等效电路如图（b）所示，

电流表读数为零，则其右侧并联部分发生谐振时相当于开路，i 的有效值最小为零，此时并联部分导纳为零

$$Y=\frac{1}{\mathrm{j}\omega(L_3-M)}+\frac{1}{\mathrm{j}\omega(L_4-M)+1/\mathrm{j}\omega C_4}=0$$

解得

$$\omega=\frac{1}{\sqrt{C_4(L_3+L_4-2M)}}=1000\mathrm{rad/s}$$

此时

$$\dot{I}_1=\frac{\dot{U}_S}{R_1+\mathrm{j}\omega L_1+R_2+\dfrac{1}{\mathrm{j}\omega C_2}}=\frac{250/\sqrt{2}\angle 0^\circ}{50+\mathrm{j}200+200-\mathrm{j}200}=\frac{1}{\sqrt{2}}\angle 0^\circ\mathrm{A}$$

进而可得

$$\dot{I}_4=\frac{\dot{I}_1(R_2+\dfrac{1}{\mathrm{j}\omega C_2})}{\mathrm{j}\omega(L_4-M)+\dfrac{1}{\mathrm{j}\omega C_4}}=10\angle 45^\circ\mathrm{A}$$

所以

$$i_1(t)=\cos(1000t)\mathrm{A}$$

$$i_4(t)=10\sqrt{2}\cos(1000t+45^\circ)\mathrm{A}$$

8. 图 5.16 所示正弦电路中，$u_S(t)=3\sqrt{2}\cos(\omega t)$ V，$R_S=1\Omega$，$R_2=2\Omega$，$L_1=1\mathrm{H}$，$C_1=0.01\mathrm{F}$，$C_2=0.05\mathrm{F}$。且已知电流 $i=0$ 为零，电压 u_S 和 i_S 同相，试求 L_S 与 i_C 的有效值。

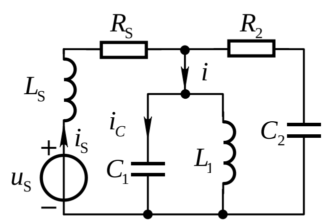


图 5.16

解：由已知电流 i 为零，则 L_1，C_1 并联部分发生并联谐振相当于开路；电压 u_S 和 i_S 同相，则 L_S，C_2 串联部分发生串联谐振

由并联谐振条件得：$\omega=\dfrac{1}{\sqrt{L_1C_1}}=10\mathrm{rad/s}$

由串联谐振条件得：$L_S = \dfrac{1}{\omega^2 C_2} = 0.2\text{H}$

此时

$$i_S = \frac{u_S(t)}{R_S + R_2} = \sqrt{2}\cos(\omega t)\ \text{A}$$

$$\dot{I}_C = \frac{\dot{I}_S(R_2 + \dfrac{1}{\mathrm{j}\omega C_2})}{\dfrac{1}{\mathrm{j}\omega C_1}} = 0.2\sqrt{2}\angle 45^\circ \text{A}$$

即

$$I_C = 0.2\sqrt{2} \approx 0.2828\text{A}$$

9. 图 5.17 所示正弦电路中，$U_S = 12\text{V}$，$R_i = 60\text{k}\Omega$，$L = 54\mu\text{H}$，$C = 100\text{pF}$，$R = 9\Omega$，$R_L = 60\text{k}\Omega$，电路处于谐振状态。试求谐振角频率和 R_L 两端电压 U_L。

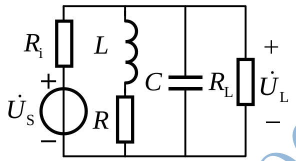


图 5.17

解：由已知谐振时中间两支路等效导纳的虚部应为零，则由

$$Y = \frac{1}{R + \mathrm{j}\omega L} + \mathrm{j}\omega C$$

整理得 $C = \dfrac{L}{R^2 + (\omega L)^2}$

解得 $\omega = \sqrt{\dfrac{L - CR^2}{CL^2}} \approx 3.967 \times 10^5 \text{rad/s}$

右侧三支路并联总导纳为

$$Y_{eq} = \frac{R}{R^2 + (\omega L)^2} + \frac{1}{R_L} \approx \frac{1}{30\text{k}}\text{S}$$

等效阻抗为 $Z_{eq} = \dfrac{1}{Y_{eq}} = 30\text{k}\Omega$

所以可得

$$U_L = \frac{1}{3}U_S = 4\text{V}$$

10. 图 5.18 所示电路中，$R = 50\Omega$，$L_1 = 5\text{mH}$，$L_2 = 20\text{mH}$，$C_2 = 1\mu\text{F}$。当外加电源频率 $f = 10^4/(2\pi)$ Hz 时，R、L_1、C_1 发生并联谐振，此时测得 C_1 两端的电压 $U_{C1} = 10\text{V}$。试求 C_1 和 U。

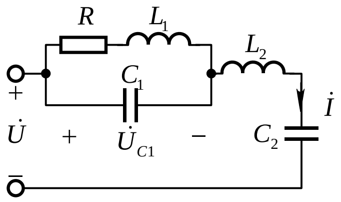


图 5.18

解：设 R 、 L_1、 C_1 并联部分的导纳为 Y，则

$$Y = \mathrm{j}\omega C_1 + \frac{1}{R+\mathrm{j}\omega L_1} = \frac{R}{R^2+(\omega L_1)^2} + \mathrm{j}[\omega C_1 - \frac{\omega L_1}{R^2+(\omega L_1)^2}]$$

依据已知 R 、 L_1、 C_1 发生并联谐振，有阻抗导纳 Y 的虚部为零，解得

$$C_1 = \frac{L_1}{R^2+\omega^2 L_1^2} = 1\mu\mathrm{F}$$

计算各参数： $\omega L_1 = 50\Omega$， $\omega L_2 = 200\Omega$， $1/(\omega C_1) = 1/(\omega C_2) = 100\Omega$， $Y = \dfrac{R}{R^2+(\omega L_1)^2} = 0.01$

设 $\dot{U}_{C1} = 10\angle 0°\mathrm{V}$ ，则干路电流 $\dot{I} = Y\dot{U}_{C1} = 0.1\angle 0°\mathrm{A}$

$$\begin{aligned}\dot{U} &= \dot{U}_{C1} + \dot{I}\times(\mathrm{j}\omega L_2 + \frac{1}{\mathrm{j}\omega C_2}) \\ &= 10\angle 0°\mathrm{V} + 0.1\angle 0°\mathrm{A}\times \mathrm{j}100\Omega = 10\sqrt{2}\angle 45°\mathrm{V}\end{aligned}$$

即 $U = 14.14\mathrm{V}$

第 6 章　非正弦周期电流电路

1. 图 6.9 所示电路中，已知 $u_S(t)=10+120\sqrt{2}\cos(10^3 t+45°)$ V，求电流表的读数（有效值）和电路消耗的平均功率。(重庆大学 2003 年考研试题)

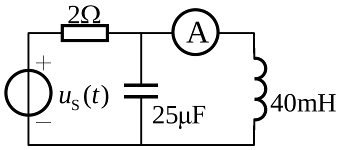
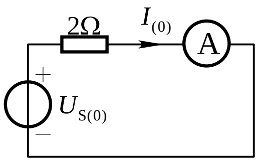


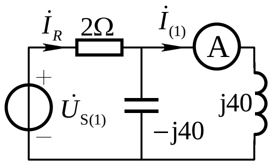
图 6.9

解：当直流分量单独作用时 $U_{S(0)}=10$ V，电路如下图所示。



$$I_{(0)}=\frac{U_{S(0)}}{2}=\frac{10}{2}=5\text{ A}$$

当基波分量单独作用时 $\dot{U}_{S(1)}=120\angle 45°$ V，$\omega_1=10^3$ V，电路如下图所示，此时电感和电容发生并联谐振，$I_R=0$ A。



$$\dot{I}_{(1)}=\frac{\dot{U}_{S(1)}}{\text{j}40}=\frac{120\angle 45°}{\text{j}40}=3\angle -45°$$

综上，电流表的读数为：

$$I=\sqrt{I_{(0)}^2+I_{(1)}^2}=\sqrt{5^2+3^2}=5.83\text{ A}$$

电路消耗的平均功率等于电阻吸收的功率：

$$P=2I_{(0)}^2=50\text{ W}$$

2．图 6.10 所示电路，电压 $u_S(t)=3+5\sqrt{2}\cos t+5\sqrt{2}\cos 2t(\text{V})$，求电阻消耗的功率 P。（华中理工大学 2001 年考研试题）

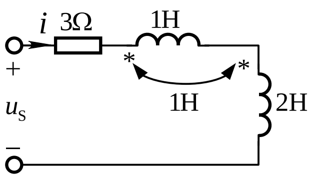


图 6.10

解：直流 $U_{S(0)}=3$V 单独作用时，耦合电感短路，故电流 i 的直流分量为：$I_{(0)}=1$A

另外，耦合电感顺接时等效电感为

$$L_{eq}=L_1+L_2+2M=5\text{H}$$

基波 $\dot{U}_{S(1)}=5\angle 0°$V 单独作用时，得

$$Z_{(1)}=R+\mathrm{j}\omega L_{\mathrm{eq}}=(3+\mathrm{j}5)=\sqrt{34}\angle 59°\Omega$$

所以　$I_{(1)}=\dfrac{U_{(1)}}{|Z_{(1)}|}=\dfrac{5}{\sqrt{34}}\mathrm{A}$

二次谐波 $\dot{U}_{\mathrm{S}(2)}=5\angle 0°\mathrm{V}$ 单独作用时，得

$$Z_{(2)}=R+\mathrm{j}2\omega L_{\mathrm{eq}}=(3+\mathrm{j}10)=\sqrt{109}\angle 73.3°\Omega$$

所以　$I_{(2)}=\dfrac{U_{(2)}}{|Z_{(2)}|}=\dfrac{5}{\sqrt{109}}\mathrm{A}$

电阻吸收的平均功率为 $P=RI_{(0)}^2+RI_{(1)}^2+RI_{(2)}^2=5.894\mathrm{W}$

3. 图 6.11 所示电路，已知 $u_{\mathrm{S1}}=50\cos(1000t-45°)\mathrm{V}$，$u_{\mathrm{S2}}=10\mathrm{V}$。（1）求电流 i_1，i_2 及其有效值；（2）求两电源各自发出的功率。（哈尔滨工业大学 1989 年考研试题）

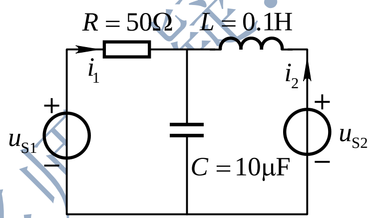
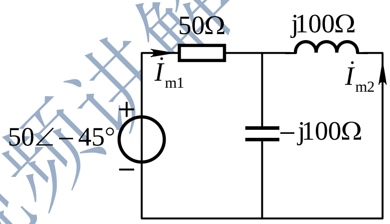


图 6.11

解：u_{S1} 单独作用时电路的相量模型如下，此时电路发生并联谐振



$\dot{I}_{\mathrm{m1}}=0$

$\dot{I}_{\mathrm{m2}}=\dfrac{-50\angle -45°}{\mathrm{j}100}=0.5\angle 45°\ \mathrm{A}$

u_{S2} 单独作用时电感短路，电容开路，电流

$I_{20}=-I_{10}=\dfrac{10}{50}=0.2\ \mathrm{A}$

综上可得　$i_1=-0.2\ \mathrm{A}$

$i_2=0.2+0.5\cos(1000t+45°)\ \mathrm{A}$

电流有效值　$I_1=0.2\ \mathrm{A}$

$$I_2=\sqrt{0.2^2+\frac{1}{2}\times 0.5^2}=0.406\text{ A}$$

u_{S1}发出的功率为 $P_1=\frac{1}{2}\times 50I_{m1}\cos\varphi=0$

u_{S2}发出的功率为 $P_2=10\times 0.2=2\text{ W}$

4. 图 6.12 所示滤波器电路，已知 $C=1\mu\text{F}$，$R_L=300\Omega$，$\omega_1=1000\text{rad/s}$，$u_S(t)=150+100\sqrt{2}\cos(\omega_1 t+76°)+61\sqrt{2}\cos(2\omega_1 t)+30\sqrt{2}\cos(4\omega_1 t+50°)(\text{V})$。若要负载电阻 R_L 中不含基波分量而 $4\omega_1$ 的谐波分量能全部传递至 R_L。试求（1）L_1 和 L_2；（2）R_L 消耗的功率。（华南理工大学 2001 年考研试题）

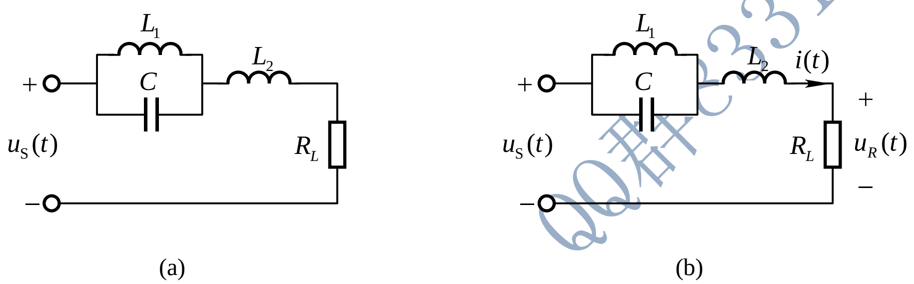


图 6.12

解：(1) 负载电阻 R_L 中不含基波分量，说明基波分量 $\dot{U}_{S(1)}=100\angle 76°$ 单独作用时，电流 $i_{(1)}=0$，此时 L_1 和 C 发生并联谐振，相当于开路

$$\omega_1 L_1=\frac{1}{\omega_1 C}\quad\Rightarrow\quad L_1=\frac{1}{\omega_1^2 C}=1\text{ H}$$

$4\omega_1$ 的谐波分量全部传递至 R_L，说明四次谐波分量 $U_{S(4)}=30\angle 50°$ 单独作用时，L_1 和 C 并联支路与 L_2 发生串联谐振。相当于短路

$$\text{j}4\omega_1 L_2+\frac{\text{j}4\omega_1 L_1\times\frac{1}{\text{j}4\omega_1 C}}{\text{j}4\omega_1 L_1+\frac{1}{\text{j}4\omega_1 C}}=0\quad\Rightarrow\quad L_2=\frac{L_1}{16\omega_1^2 L_1 C-1}=\frac{1}{15}\text{ H}$$

(2) 直流分量单独作用，$U_{S(0)}=U_{R(0)}=150\text{ V}$

负载电阻 R_L 中不含基波分量，$U_{R(1)}=0$

$4\omega_1$ 的谐波分量能全部传递至 R_L，$U_{S(4)}=U_{R(4)}=30\text{ V}$

$2\omega_1$ 的谐波分量单独作用时，

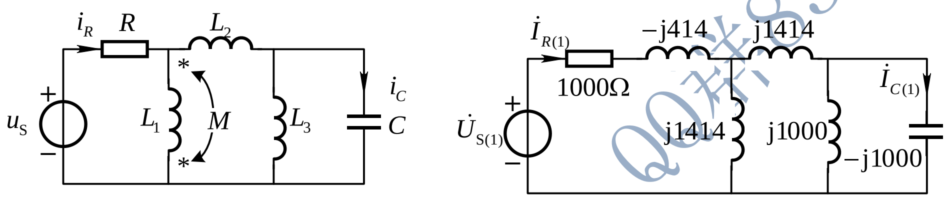
$$Z_{(2)}=\text{j}2\omega_1 L_2+\frac{\text{j}2\omega_1 L_1\times\frac{1}{\text{j}2\omega_1 C}}{\text{j}2\omega_1 L_1+\frac{1}{\text{j}2\omega_1 C}}\quad\Rightarrow\quad Z_{(2)}=-\text{j}\frac{1600}{3}$$

$$U_{R(2)}=\left|\frac{R}{R+Z_{(2)}}\right|U_{S(2)}=\left|\frac{300}{300-\mathrm{j}\frac{1600}{3}}\right|\times 61=29.906\ \mathrm{V}$$

R_L 消耗的功率为

$$P_R=\frac{U_R^2}{R_L}=\frac{U_{R(0)}^2+U_{R(1)}^2+U_{R(2)}^2+U_{R(4)}^2}{R_L}=\frac{150^2+(29.906)^2+30^2}{300}=80.98\ \mathrm{W}$$

5. 图 6.13 所示非正弦电路，已知 $R=1000\Omega$，$C=1\mu\mathrm{F}$，$L_1=L_2=L_3=1\mathrm{H}$，$M=0.414\mathrm{H}$，$u_S(t)=70.7+100\sqrt{2}\cos 1000t\ \mathrm{V}$。试求电阻和电容中电流的瞬时值及有效值。（天津大学 1990 年考研试题）



(a)　　　　(b)

图 6.13

解：直流分量单独作用时电感短路，电容开路

$$I_{R(0)}=\frac{U_{S(0)}}{R}=\frac{70.7}{1000}=0.0707\ \mathrm{A}$$

$$I_{C(0)}=0$$

交流分量单独作用时，$\dot{U}_{S(1)}=100\angle 0^\circ\ \mathrm{V}$，去耦合，电路相量模型如图(b)所示。$L_3$ 和 C 发生并联谐振，相当于开路

$$\dot{I}_{R(1)}=\frac{100\angle 0^\circ}{1000+\mathrm{j}1000}=\frac{1}{10\sqrt{2}}\angle -45^\circ\ \mathrm{A}$$

$$\dot{I}_{C(1)}=\frac{\mathrm{j}1414\times\dot{I}_{R(1)}}{-\mathrm{j}1000}=\frac{1}{10}\angle 135^\circ\ \mathrm{A}$$

综上，电阻中电流的瞬时值 $i_R(t)=70.7+100\cos(1000t-45^\circ)\ \mathrm{mA}$

电阻中电流的有效值 $I_R=\sqrt{70.7^2+\frac{1}{2}100^2}=100\ \mathrm{mA}$

电容中电流的瞬时值 $i_C(t)=100\sqrt{2}\cos(1000t+135^\circ)\ \mathrm{mA}$

电容中电流的有效值 $I_C=100\ \mathrm{mA}$

6. 图 6.14 所示非正弦电路，已知 $L_1 = 0.04\text{H}$， $L_2 = 0.02\text{H}$， $M = 0.02\text{H}$， $C = 100\mu\text{F}$， $R = 20\Omega$ ， 非正弦电流源 $i_S(t) = 2\cos(500t - 45°) + \cos(1000t + 90°)$ A ， 直流电压源 $U_S = 10\text{V}$ 。试求电感 L_2 中电流的瞬时值、有效值及电阻 R 中消耗的功率。（天津大学 1997 年考研试题）

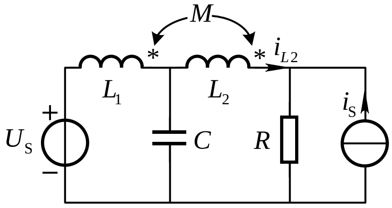


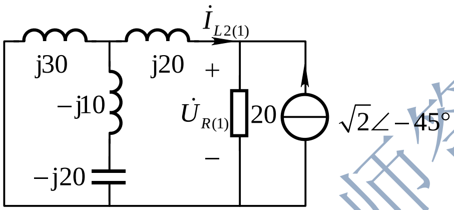
图 6.14

解：直流电压源 $U_S = 10\text{V}$，单独作用时，耦合电感短路，电容开路

$$U_{R(0)} = U_S = 10\text{V}$$

$$I_{L_2(0)} = \frac{U_S}{R} = 0.5\text{ A}$$

当交流电流源 $\dot{I}_{S(1)} = \sqrt{2}\angle -45°$ A 单独作用时，消互感等效电路如下图所示

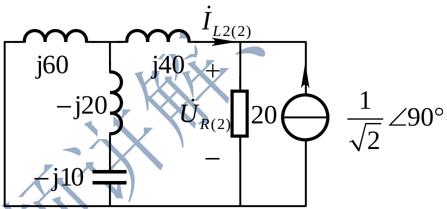


左侧发生并联谐振，相当于开路，

$$\dot{I}_{L_2(1)} = 0$$

$$\dot{U}_{R(1)} = R\dot{I}_{S(1)} = 20\sqrt{2}\angle -45°\text{ V}$$

当交流电流源 $\dot{I}_{S(2)} = \dfrac{1}{\sqrt{2}}\angle 90°$ A 单独作用时，消互感等效电路如下图所示



电抗支路的等效阻抗为

$$Z = \text{j}40 + \frac{\text{j}60 \times (-\text{j}30)}{\text{j}60 - \text{j}30} = -\text{j}20\ \Omega$$

$$\dot{I}_{L_2(2)} = -\frac{20}{20 - \text{j}20} \times \frac{1}{\sqrt{2}}\angle 90° = 0.5\angle -45°\text{ A}$$

$$\dot{U}_{R(2)} = \frac{-\text{j}20}{20 - \text{j}20} \times \frac{1}{\sqrt{2}}\angle 90° \times 20 = 10\angle -135°\text{ V}$$

综上，电感 L_2 中电流的瞬时值为 $i_{L_2}(t) = 0.5 + 0.5\sqrt{2}\cos(1000t - 45°)$ A

电感 L_2 中电流的有效值为 $I_{L_2} = \sqrt{0.5^2 + 0.5^2} = 0.707$ A

电阻 R 中消耗的功率为 $P=\dfrac{U_R^2}{R}=\dfrac{10^2+(20\sqrt{2})^2+10^2}{20}=50\ \mathrm{W}$

7. 图 6.15 所示非正弦电路，已知在基频下 $\omega L_1=\omega L_2=10\Omega$，$1/\omega C_1=160\Omega$，$1/\omega C_2=40\Omega$，$R=200\Omega$，$u_S(t)=100+14.14\cos(2\omega t+30°)+7.07\cos(4\omega t+60°)\ \mathrm{V}$。试求 (1) 电容 C_1 端电压有效值；

(2) 电感 L_2 中电流有效值。（天津大学 1991 年考研试题）

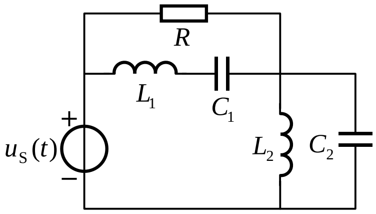
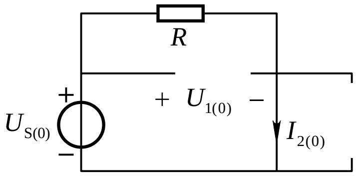


图 6.15

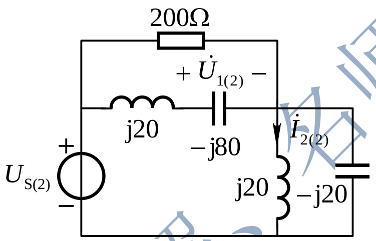
解：直流分量单独作用时，$U_{S(0)}=100\ \mathrm{V}$，电感短路，电容开路，电路如下图所示。



$$U_{1(0)}=U_{S(0)}=100\ \mathrm{V}$$

$$I_{2(0)}=\frac{U_{S(0)}}{R}=\frac{100}{200}=0.5\ \mathrm{A}$$

二次谐波单独作用时，$\dot{U}_{S(2)}=10\angle 30°\ \mathrm{V}$，电路相量模型如下图所示。

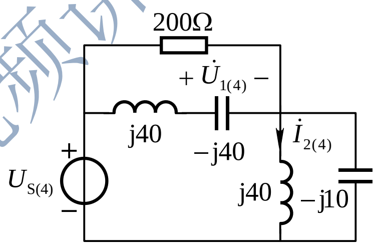


此时 L_2 和 C_2 并联谐振，相当于开路

$$\dot{U}_{1(2)}=0$$

$$I_{2(0)}=\frac{U_{S(2)}}{|\mathrm{j}20|}=\frac{10}{20}=0.5\ \mathrm{A}$$

四次谐波单独作用时，$\dot{U}_{S(4)}=5\angle 60°\ \mathrm{V}$，电路相量模型如下图所示。



此时 L_1 和 C_1 串联谐振，相当于短路

$$\dot{I}_{2(4)}=\frac{\dot{U}_{S(4)}}{\mathrm{j}40}=\frac{5\angle 60°}{40\angle 90°}=\frac{1}{8}\angle -30°\ \mathrm{A}$$

$$\dot{U}_{1(4)}=-\mathrm{j}40\times\frac{\mathrm{j}30}{-\mathrm{j}10}\dot{I}_{2(4)}=15\angle 60°\ \mathrm{V}$$

综上，电容 C_1 端电压有效值 $U_1=\sqrt{100^2+15^2}=101.12\ \mathrm{V}$

电感 L_2 中电流有效值 $I_2=\sqrt{0.5^2+0.5^2+0.125^2}=0.718\ \mathrm{A}$

8. 图 6.16 所示非正弦电路，已知 $R_1 = R_2 = 100\Omega$，$L_1 = L_3 = 0.1\text{H}$，$L_2 = 0.3\text{H}$，$M = 0.1\text{H}$，$C = 5\mu\text{F}$，电压源 $u_S(t) = 50 + 50\cos(1000t)$ V，电流源 $I_S = 1$ A。试求 u_C 和 u_{L2} 的瞬时值和有效值。（天津大学 1994 年考研试题）

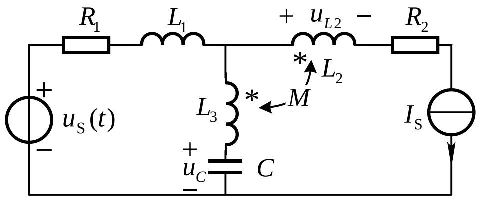
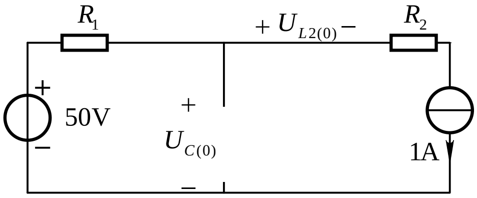


图 6.16

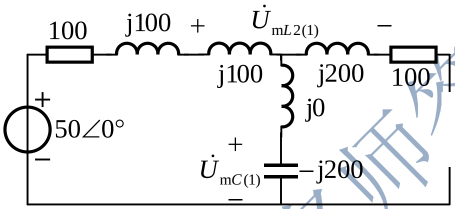
解：直流分量单独作用时，电路如下图所示。



$U_{L2(0)} = 0$

$U_{C(0)} = 50 - 100 = -50\text{V}$

交流分量单独作用时，消互感等效电路如下图所示。



$$\dot{U}_{\text{m}L2(1)} = \text{j}100 \times \frac{50}{100} = 50\angle 90°\ \text{V}$$

$$\dot{U}_{\text{m}C(1)} = -\text{j}200 \times \frac{50}{100} = 100\angle -90°\ \text{V}$$

综上，u_C 的瞬时值为 $u_C(t) = -50 + 100\cos(1000t - 90°)$ V

u_C 的有效值为 $U_C = \sqrt{50^2 + \frac{1}{2} \times 100^2} = 86.6$ V

u_{L2} 的瞬时值为 $u_{L2}(t) = 50\cos(1000t + 90°)$ V

u_{L2} 的有效值为 $U_{L2} = \sqrt{\frac{1}{2} \times 50^2} = 35.36$ V

9. 图 6.17 所示电路，已知 $R_1 = R_2 = 1\Omega$，$R_3 = 2\Omega$，$L_1 = 1/3\text{H}$，$L_2 = 8/3\text{H}$，$C = 1/3\text{F}$，$U_S = 3\text{V}$，$i_S(t) = \sqrt{2}\cos(t + 30°)\text{A}$，$u_S(t) = 3\sqrt{2}\cos 3t\text{V}$，求电流源端电压 u 和电容电压 u_C。（浙江大学 2003 年考研试题）

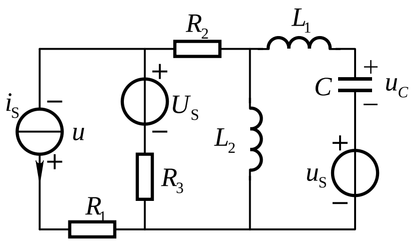
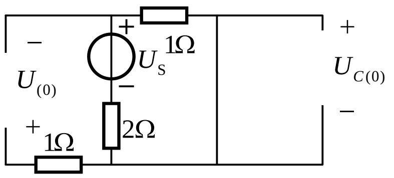


图 6.17

解：直流电压源单独作用时，$U_S = 3\text{V}$，等效电路模型如下图所示。

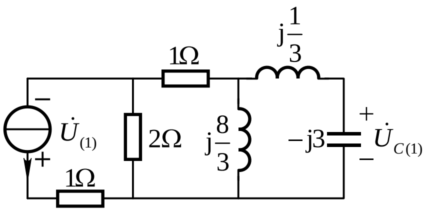


$$U_{C(0)} = 0$$

$$U_{(0)} = -\frac{3}{1+2}\times 1 = -1\text{V}$$

交流电流源单独作用时，$\dot{I}_{S(1)} = 1\angle 30°\ \text{A}$，等效电路模型如下图所示。

电路右侧发生并联谐振，相当于开路

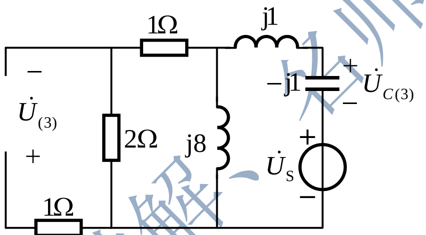


$$\dot{U}_{(1)} = 3\times \dot{I}_{S(1)} = 3\angle 30°\ \text{V}$$

$$\dot{U}_{C(1)} = -\frac{-\text{j}3}{\text{j}\frac{1}{3}-\text{j}3}\times 2\angle 30° = 2.25\angle -150°\ \text{V}$$

交流电压源单独作用时，$\dot{U}_S = 3\angle 0°\ \text{V}$，等效电路模型如下图所示。

电路右侧发生串联谐振，相当于短路



$$\dot{U}_{(3)} = -\frac{2}{1+2}\times \dot{U}_S = -2\angle 0°\ \text{V}$$

$$\dot{U}_{C(3)} = -\left(\frac{3\angle 0°}{3}+\frac{3\angle 0°}{\text{j}8}\right)\times(-\text{j}1) = 1.068\angle 69.4°\ \text{V}$$

综上，电流源端电压 $u(t) = -1+3\sqrt{2}\cos(t+30°)-2\sqrt{2}\cos(3t)\ \text{V}$

电容电压 $u_C(t) = 2.25\sqrt{2}\cos(t-150°)+1.068\sqrt{2}\cos(3t+69.4°)\ \text{V}$

10. 图 6.18 所示非正弦电路，已知 $u_S(t) = 6+10\sqrt{2}\cos 100t+6\sqrt{2}\cos 200t\ \text{V}$，$L_1 = L_2 = 4\text{H}$，$M = 1\text{H}$，$C = 25\mu\text{F}$，$R = 600\Omega$。

试求 (1) 电阻电压的有效值 U_R；

(2) 电容电压的瞬时值 $u_C(t)$。（天津大学 1993 年考研试题）

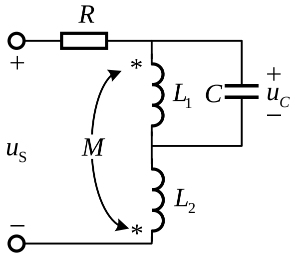


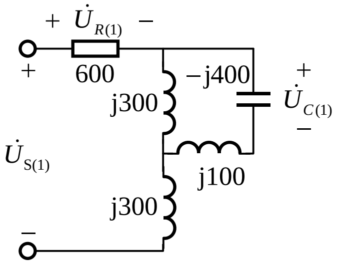
图 6.18

解：直流分量单独作用时，耦合电感短路，电容开路

$$U_{R(0)}=U_{S(0)}=6\text{V}$$

$$U_{C(0)}=0$$

当基波分量单独作用时，$\dot U_{S(1)}=10\angle 0^\circ\ \text{V}$，消互感等效电路模型如下图所示。

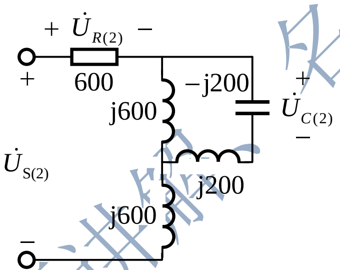


电路右侧发生并联谐振，相当于开路

$$\dot U_{R(1)}=0$$

$$\dot U_{C(1)}=\frac{-\text{j}400}{-\text{j}400+\text{j}100}\times 10\angle 0^\circ=\frac{40}{3}\angle 0^\circ\ \text{V}$$

当二次谐波分量单独作用时，$\dot U_{S(2)}=6\angle 0^\circ\ \text{V}$，消互感等效电路模型如下图所示。



电路右侧发生串联谐振，相当于短路

$$\dot U_{R(2)}=\frac{600}{600+\text{j}600}\times 6\angle 0^\circ=3\sqrt{2}\angle -45^\circ\ \text{V}$$

$$\dot U_{C(2)}=\frac{6\angle 0^\circ}{600+\text{j}600}\times(-\text{j}200)=\sqrt{2}\angle -135^\circ\ \text{V}$$

综上，电阻电压的有效值 $U_R=\sqrt{6^2+(3\sqrt{2})^2}=7.35\ \text{V}$

电容电压的瞬时值 $u_C(t)=18.86\cos(100t)+2\cos(200t-135^\circ)\ \text{V}$

11. 图 6.19 所示非正弦电路，电压源 $u_S(t)=30+100\sqrt{2}\cos(1000t)+30\sqrt{2}\cos(2000t)\ \text{V}$。已知当基波分量单独作用时，输出电压 U_2 的有效值 $U_2'=80\text{V}$；当二次谐波单独作用时，输出电压 U_2 的有效值 $U_2''=30\text{V}$。

试求(1) 输出电压 $u_2(t)$；

(2) 若功率表读数为150W，求 R 、 L 、 C 之值。(天津大学 2001 年考研试题)

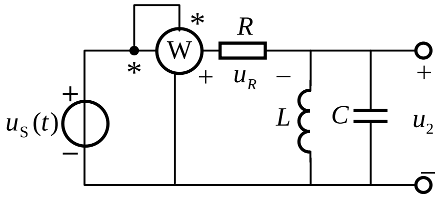


图 6.19

解：(1) 直流分量单独作用时， $U_{S(0)}=30\text{ V}$ ，电感短路，电容开路

$$U_{R(0)}=U_{S(0)}=30\text{ V}$$

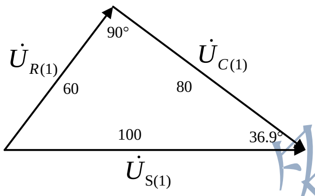
$$U_{2(0)}=0$$

二次谐波分量单独作用时， $\dot U_{S(2)}=\dot U_{R(2)}+\dot U_{C(2)}$ ，根据 R 、 L 和 C 的相量关系和已知 $U_{S(2)}=U_{C(2)}=30\text{ V}$ ，可知此时 L 和 C 支路发生并联谐振，相当于开路，则

$$\dot U_{R(2)}=0，\quad \dot U_{S(2)}=\dot U_{C(2)}=30\angle 0°\text{ V}$$

$$2\omega_1 L=\frac{1}{2\omega_1 C}，\text{并且}\quad \Rightarrow\quad \omega_1 L<\frac{1}{\omega_1 C}$$

基波分量单独作用时， L 和 C 并联支路电抗为容性，相量图如下图所示。



$$\dot U_{R(1)}=60\angle 53.1°\text{ V}$$

$$\dot U_{C(1)}=80\angle -36.9°\text{ V}$$

综上 $u_2(t)=80\sqrt{2}\cos(1000t-36.9°)+30\sqrt{2}\cos(2000t)\text{ V}$

(2) 功率表读数为150W，则

$$P=\frac{U_{R(0)}^2}{R}+\frac{\dot U_{R(2)}^2}{R}=\frac{30^2}{R}+\frac{60^2}{R}=150\quad\Rightarrow\quad R=30\Omega$$

$$2\omega_1 L=\frac{1}{2\omega_1 C}\quad\Rightarrow\quad 4\omega_1 L=\frac{1}{\omega_1 C}$$

$$\text{令 } X=\left|\frac{\mathrm{j}\omega_1 L\cdot\frac{1}{\mathrm{j}\omega_1 C}}{\mathrm{j}\omega_1 L+\frac{1}{\mathrm{j}\omega_1 C}}\right|，\text{则}\ \frac{X}{R}=\frac{8}{6}$$

解得： $R=30\Omega$ ， $L=0.03\text{H}$ ， $C=8.33\mu\text{F}$

第 7 章　线性动态电路的时域分析

1. 已知某 RC 一阶电路的全响应 $u_C(t)=5-3\mathrm{e}^{-5t}\,\mathrm{V}$，若初始状态不变而将输入增加一倍，试求全响应 $u_C'(t)$。（南京航空航天大学 2001 年考研试题）

解：RC 一阶电路的全响应 $u_C(t)=u_C(\infty)+[u_C(0_+)-u_C(\infty)]\mathrm{e}^{-t/\tau}=5-3\mathrm{e}^{-5t}\ \mathrm{V}$

可知 $u_C(\infty)=5$，$u_C(0_+)=2$

所以，一阶电路的零输入响应 $u_{C1}(t)=2\mathrm{e}^{-5t}\ \mathrm{V}$

一阶电路的零状态响应 $u_{C2}(t)=5(1-\mathrm{e}^{-5t})\ \mathrm{V}$

若初始状态不变而输入增加一倍，则零输入响应 $u_{C1}(t)=2\mathrm{e}^{-5t}\ \mathrm{V}$ 不变

根据齐性定理，零状态响应 $u_{C2}'(t)=2u_{C2}(t)=10(1-\mathrm{e}^{-5t})\ \mathrm{V}$

全响应 $u_C'(t)=u_{C1}(t)+u_{C2}'(t)=(10-8\mathrm{e}^{-5t})\ \mathrm{V}(t\ge 0)$

2. 图 7.11 所示电路中，开关 S 原打开，$t=0$ 时 S 闭合，试求 $t\ge 0$ 时的电流 $i_1(t)$ 和 $i_2(t)$。(大连理工大学 2003 年考研试题)

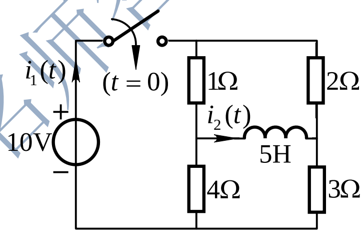


图 7.11

解：由换路定则可知 $i_2(0_+)=i_2(0_-)=0$，即 $t=0_+$ 时刻，电感开路，两个 5Ω 并联

$$i_1(0_+)=\frac{10}{2.5}=4\ \mathrm{A}$$

$t\to\infty$ 时，电路处于稳态，电感相当于短路

$$i_1(\infty)=\frac{10}{1//2+4//3}=4.2\ \mathrm{A}$$

$$i_2(\infty)=\frac{2}{1+2}i_1(\infty)-\frac{3}{4+3}i_1(\infty)=1\ \mathrm{A}$$

等效电阻 $R_{\mathrm{eq}}=1//4+2//3=2\Omega$

时间常数 $\tau = \dfrac{L}{R_{eq}} = \dfrac{5}{2} = 2.5\,\text{s}$

电流 $i_1(t) = i_1(\infty) + [i_1(0_+) - i_1(\infty)]\text{e}^{-t/\tau} = (4.2 - 0.2\text{e}^{-0.4t})\ \text{A}(t > 0)$

电流 $i_2(t) = i_2(\infty) + [i_2(0_+) - i_2(\infty)]\text{e}^{-t/\tau} = (1 - \text{e}^{-0.4t})\ \text{A}(t \ge 0)$

3. 图 7.12 所示电路原已达稳态，$t = 0$ 时将开关闭合。试求 $t > 0$ 时的 $u(t)$。（南京航空航天大学 2002 年考研试题）

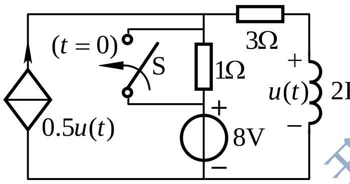
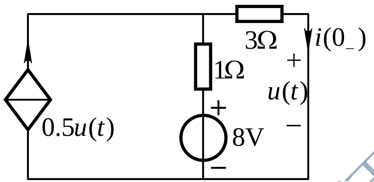


图 7.12

解：电路原已达稳态，此时电感短路，电路如图所示。

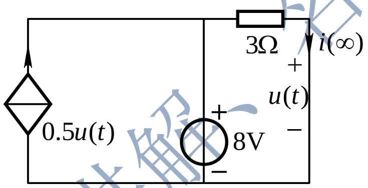


$u(t) = 0$，受控电流源的电流为零，相当于开路。

$i(0_-) = \dfrac{8}{1+3} = 2\ \text{A}$

根据换路定则，可知 $i(0_+) = i(0_-) = 2\ \text{A}$

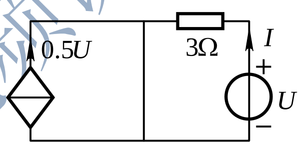
$t \to \infty$ 时，电路处于稳态，电感相当于短路，电路如图所示。



$u(t) = 0$，受控电流源的电流为零，相当于开路

$i(\infty) = \dfrac{8}{3}\ \text{A}$

求等效电阻电路如图所示。



等效电阻 $R_{eq} = \dfrac{U}{I} = 3\Omega$

时间常数 $\tau = \dfrac{L}{R_{eq}} = \dfrac{2}{3}\,\text{s}$

电流 $i(t) = i(\infty) + [i(0_+) - i(\infty)]\text{e}^{-t/\tau} = \left(\dfrac{8}{3} - \dfrac{2}{3}\text{e}^{-1.5t}\right)\text{A}\ (t \ge 0)$

电感电压 $u(t) = L\dfrac{\text{d}i(t)}{\text{d}t} = 2\text{e}^{-1.5t}\ \ \text{V}(t > 0)$

4. 如图 7.13 所示电路，$i_L(0_-)=0$，$t=0$ 时开关 S 闭合，求 $t\geq 0$ 时的 $i_L(t)$。(大连理工大学 2004 年考研试题)

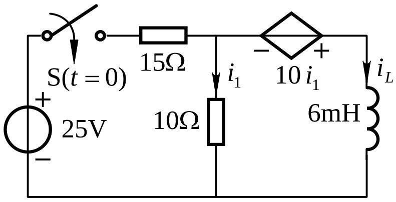
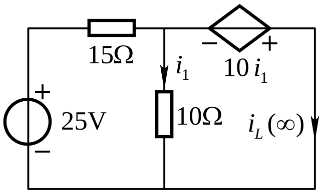


图 7.13

解：根据换路定则，可知 $i_L(0_+)=i_L(0_-)=0$ A

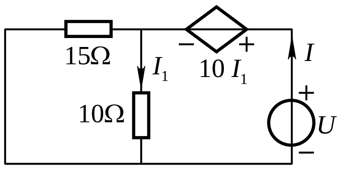
$t\to\infty$ 时，电路处于稳态，电感相当于短路，电路如图所示。



$$\begin{cases}15[i_1+i_L(\infty)]-10i_1=25\\15[i_1+i_L(\infty)]+10i_1=25\end{cases}$$

解得 $i_L(\infty)=\dfrac{5}{3}$ A

求等效电阻电路如图所示。



$$\begin{cases}15(I-I_1)+10I_1=U\\15(I-I_1)=10I_1\end{cases}$$

解得 $R_{eq}=\dfrac{U}{I}=12\,\Omega$

时间常数：$\tau=\dfrac{L}{R_{eq}}=\dfrac{10^{-3}}{2}$ s

电流 $i_L(t)=i_L(\infty)+[i_L(0_+)-i_L(\infty)]e^{-t/\tau}=\dfrac{5}{3}\left(1-e^{-2000t}\right)$ A $(t\geq 0)$

5. 图 7.14 所示电路，$R_1=R_2=4\Omega$，$U_S=16$V，$L=4$H，$C=2$F，$m=4$。S 断开已久，$t=0$ 时 S 闭合。试求 $t>0$ 时的 $i(t)$。（东北大学 2002 年考研试题）

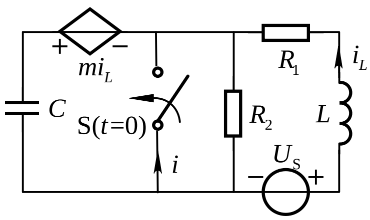
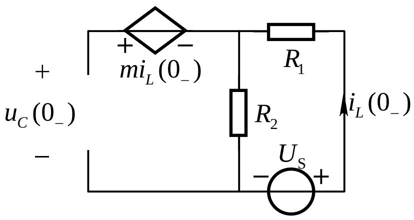


图 7.14

解：电路原已达稳态，此时电感短路，电容开路，电路如图所示。



$$i_L(0_-)=\frac{U_S}{R_1+R_2}=\frac{16}{4+4}=2\ \text{A}$$

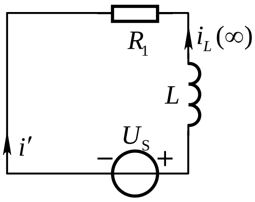
$$u_C(0_-)=mi_L(0_-)+R_2 i_L(0_-)=4\times2+4\times2=16\ \text{V}$$

根据换路定则，可知：

$$i_L(0_+)=i_L(0_-)=2\ \text{A}$$

换路后，左右两侧分别形成两个一阶动态电路，需分别计算。

换路后，一阶电感电路如下图所示。



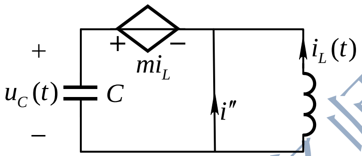
$$i_L(\infty)=\frac{U_S}{R_1}=\frac{16}{4}=4\ \text{A}$$

时间常数：$\tau=\dfrac{L}{R_1}=\dfrac{4}{4}=1\,\text{s}$

电感电流：$i_L(t)=i_L(\infty)+[i_L(0_+)-i_L(\infty)]\mathrm{e}^{-t/\tau}=(4-2\mathrm{e}^{-t})\ \text{A}\ (t\geq 0)$

电流 $i'(t)=-i_L(t)=-(4-2\mathrm{e}^{-t})\varepsilon(t)\ \text{A}$

换路后，一阶电容电路如下图所示。



$$u_C(t)=mi_L(t)=(16-8\mathrm{e}^{-t})\varepsilon(t)\ \text{V}$$

换路前后电容电压发生跃变，所以在全部时域电容电压表示为：

$$u_C(t)=16\varepsilon(-t)+(16-8\mathrm{e}^{-t})\varepsilon(t)\ \text{V}$$

电流 $i''(t)=C\dfrac{\mathrm{d}u_C(t)}{\mathrm{d}t}=-16\delta(t)+16\mathrm{e}^{-t}\varepsilon(t)\ \text{A}$

所以电流 $i(t)=i'(t)+i''(t)=-16\delta(t)+(-4+18\mathrm{e}^{-t})\varepsilon(t)\ \text{A}$

6. 图 7.15 所示电路，电路原处于稳态，在 $t=0$ 时断开开关 S，用三要素法求 $i_2(t)$，并计算在暂态过程中 3Ω 电阻所消耗的能量。（东南大学 2000 年考研试题）

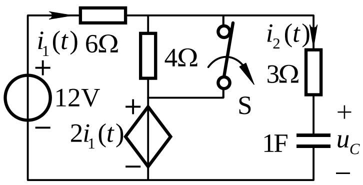
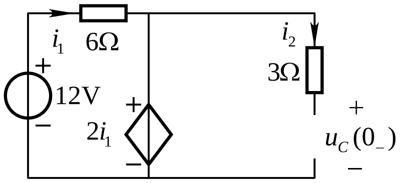


图 7.15

解：电路原已达稳态，此时电容开路，电路如下图所示。



$i_2 = 0$

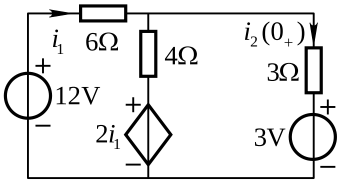
$6i_1 + 2i_1 = 12 \quad \Rightarrow \quad i_1 = 1.5\text{A}$

$u_C(0_-) = 2i_1 = 3\text{V}$

根据换路定则，可知：

$u_C(0_+) = u_C(0_-) = 3\text{V}$

$t = 0_+$ 时刻等效电路如下图所示。

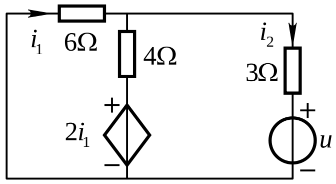


$$\begin{cases} 6i_1 + 4[i_1 - i_2(0_+)] + 2i_1 = 12 \\ 6i_1 + 3i_2(0_+) + 3 = 12 \end{cases}$$

解得 $i_2(0_+) = 0.6\ \text{A}$

$t \to \infty$ 时电容开路，$i_2(\infty) = 0$。

求等效电阻电路如下图所示。



$$\begin{cases} 6i_1 + 4(i_1 - i_2) + 2i_1 = 0 \\ 6i_1 + 3i_2 = -u \end{cases}$$

解得 $R_{eq} = -\dfrac{u}{i_2} = 5\,\Omega$

时间常数：$\tau = R_{eq}C = 5\,\text{s}$

所以电流 $i_2(t) = i_2(\infty) + [i_2(0_+) - i_2(\infty)]\text{e}^{-t/\tau} = 0.6\text{e}^{-0.2t}\ \text{A}\ (t > 0)$

在暂态过程中 3Ω 电阻所消耗的能量为 $W = \int_0^{\infty} 3[i_2(t)]^2 \text{d}t = 2.7\ \text{J}$

7. 图 7.16 所示电路原处于稳态，开关为断开。$t = 0$ 时开关突然接通。$t = 1\text{s}$ 时开关又突然断开。求 $0 < t < 1\text{s}$ 及 $t > 1\text{s}$ 时的电容电压 u_C。（哈尔滨工业大学 2001 年考研试题）

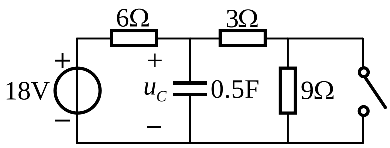


图 7.16

解：$u_C(0_-) = \dfrac{9+3}{9+3+6} \times 18 = 12\text{V}$。

当开关接通后，等效电阻 $R_{eq} = \dfrac{6\times3}{6+3} = 2\Omega$，时间常数 $\tau = R_{eq}C = 1\,\text{s}$

稳态时 $u_C(\infty)=\dfrac{3}{3+6}\times 18=6\text{V}$

由三要素法 $u_C(t)=6(1+e^{-t})\ \text{V}\ (0<t<1\text{s})$

当 $t=1\text{s}$，开关又断开时，设此时开始计时，设 $t'=0$， $t'=t-1$

$u_C(t'=0)=6(1+\text{e}^{-1})$ ，达到稳态时， $u'_C(\infty)=\dfrac{12}{12+6}\times 18=12\text{V}$

等效电阻 $R'_{\text{eq}}=\dfrac{12\times 6}{12+6}=4\Omega$，时间常数 $\tau'=4\times 0.5=2\ \text{s}$

由三要素法 $u_C(t')=12+\left[6(1+\text{e}^{-1})-12\right]\text{e}^{-0.5t'}=(12-3.793\text{e}^{-0.5t'})\ \text{V}$

变换到原计时时刻，则 $u_C(t')=12-3.793\,\text{e}^{-0.5(t-1)}=(12-6.254\text{e}^{-0.5t})\ \text{V}\ (t>1\text{s})$

8. 图 7.17 所示电路，$t<0$ 时处于稳态，$t=0$ 时开关突然断开，$R_1=2\Omega$，$R_2=3\Omega$，$R_3=2\Omega$， $R_4=4\Omega$， $R_5=(8/3)\Omega$， $C=1\text{F}$， $U_\text{S}=8\text{V}$ 。求 $t>0$ 时的响应 $u_C(t)$ 。（哈尔滨工业大学 1999 年考研试题）

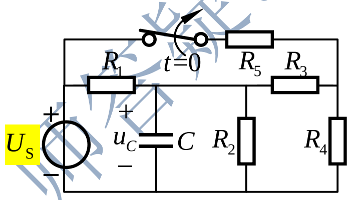


图 7.17

解： $t<0$ 时， $R_1/R_2=R_5/R_4$， 电桥平衡。所以

$$u_C(0_-)=\frac{R_2U_\text{S}}{R_1+R_2}=4.8\text{V}=u_C(0_+)$$

令 $R'=R_2//(R_3+R_4)=2\Omega$， 得 $u_C(\infty)=\dfrac{R'U_\text{S}}{R+R'}=4\text{V}$

时间常数 $\tau=RC=(R_1//R')C=1\text{s}$

$$u_C(t)=u_C(\infty)+[u_C(0_+)-u_C(\infty)]\text{e}^{-t/\tau}=(4+0.8\text{e}^{-t})\ \text{V}\ (t\geq 0)$$

9. 图 7.18 所示电路， $t<0$ 时处于稳态， $t=0$ 时开关突然断开。用三要素法公式求 $t>0$ 时的电压 u 。（哈尔滨工业大学 2000 年考研试题）

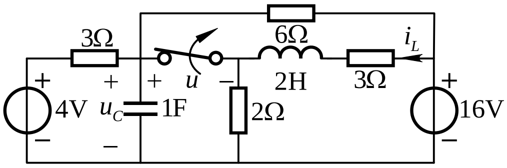


图 7.18

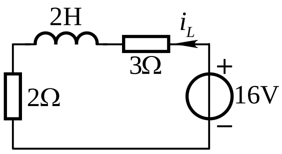
解：对开关断开前瞬间的电路列节点方程得

$$\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}\right)u_C(0_-)-\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{6}\right)\times 16=\frac{4}{3}$$

解得：$u_C(0_-)=7\text{V}$，$i_L(0_-)=\dfrac{16-u_C(0_-)}{3}=3\text{A}$

开关断开后电路等效为两个一阶电路，需分别计算。

换路后，一阶电感电路如下图所示。

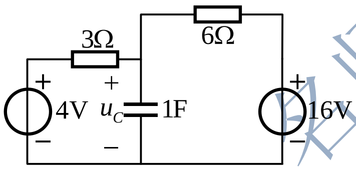


$i_L(0_+)=i_L(0_-)=3\text{A}$，$i_L(\infty)=\dfrac{16}{2+3}=3.2\text{A}$

$$\tau_2=\frac{L}{R}=\frac{2}{2+3}=0.4\text{s}$$

$$i_L(t)=i_L(\infty)+[i_L(0_+)-i_L(\infty)]\mathrm{e}^{-t/\tau_2}=(3.2-0.2\mathrm{e}^{-2.5t})\ \text{A}$$

换路后，一阶电容电路如下图所示。



$u_C(0_+)=u_C(0_-)=7\text{V}$，$u_C(\infty)=\dfrac{6\times 4}{3+6}+\dfrac{3\times 16}{3+6}=8\text{V}$

$$\tau_1=RC=(3//6)\times 1=2\text{s}$$

$u_C(t)=u_C(\infty)+[u_C(0_+)-u_C(\infty)]\mathrm{e}^{-t/\tau_1}=(8-\mathrm{e}^{-0.5t})\ \text{V}$　故

开关断开后，$u=u_C-2i_L=(1.6-\mathrm{e}^{-0.5t}+0.4\mathrm{e}^{-2.5t})\ \text{V}$

10.　图 7.19 所示电路，开关闭合前处于稳定状态。开关在 $t=0$ 时闭合，求开关闭合后的电压 $u_{ab}(t)$，$t>0$。（华中理工大学 2000 年考研试题）

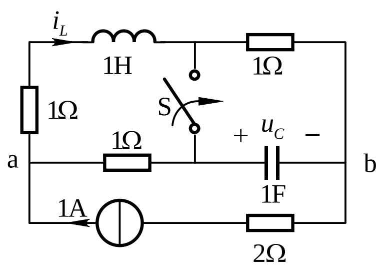


图 7.19

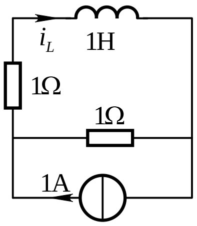
解：开关闭合前电路处于稳定状态，

$i_L(0_-)=1\text{A}=i_L(0_+)$

$u_C(0_-)=1\times(1+1)=2\text{V}=u_C(0_+)$

开关闭合后电路等效为两个一阶电路，需分别计算。

换路后，一阶电感等效电路如下图所示。

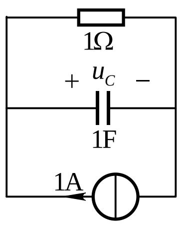


$i_L(\infty)=0.5\text{A}$

$\tau_1=\dfrac{L}{R}=\dfrac{1}{2}\text{s}$

$i_L(t)=i_L(\infty)+[i_L(0_+)-i_L(\infty)]\text{e}^{-t/\tau_1}=(0.5+0.5\text{e}^{-2t})\ \text{A}$

换路后，一阶电容等效电路如下图所示。



$u_C(\infty)=1\times1=1\text{V}$

$\tau_2=RC=1\text{s}$

$u_C(t)=u_C(\infty)+[u_C(0_+)-u_C(\infty)]\text{e}^{-t/\tau_2}=(1+\text{e}^{-t})\ \text{V}$

开关闭合后的电压 $u_{\text{ab}}(t)=1\times\left[1-i_L(t)\right]+u_C(t)=(1.5+\text{e}^{-t}-0.5\text{e}^{-2t})\ \text{V}(t>0)$

11.　图 7.20 所示电路已达稳态，在 $t=0$ 时闭合开关 S，计算 $u(t)=?$。（东南大学 1998 年考研试题）

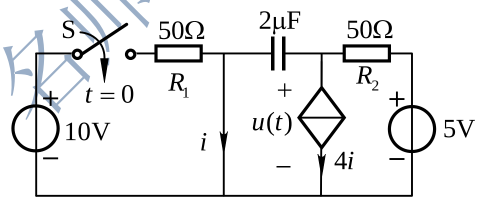
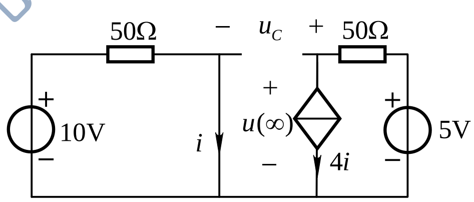


图 7.20

解：开关闭合前电路处于稳定状态，电容开路，$u_C(0_-)=5\text{V}=u_C(0_+)$

由电路图可知，受控电流源的端电压 $u(t)$ 正好为电容的端电压，即 $u(0_+)=5\text{V}$

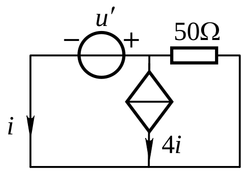
$t\to\infty$ 时电容开路，等效电路如下图所示。



$i=\dfrac{10}{50}=0.2\text{A}$

$u(\infty)=-50\times4i+5=-35\text{V}$

求等效电阻电路如下图所示。



$$u'+50\times 5i=0$$

$$R_{eq}=-\frac{u'}{i}=250\Omega$$

$$\tau=R_{eq}C=250\times 2\times 10^{-6}=5\times 10^{-4}\text{s}$$

所以，$u(t)=u(\infty)+[u(0_+)-u(\infty)]e^{-t/\tau}=(-35+40e^{-2000t})\text{ V}\quad (t>0)$

12. 图 7.21 所示电路中，$R_1=4\Omega$，$R_2=6\Omega$，$R_3=3\Omega$，$R_4=6\Omega$，$I_S=2\text{ A}$，$U_S=12\text{ V}$，$L=0.5\text{ H}$，$C=10^{-3}\text{F}$，流控压源 $U_{CS}=2i_1$。开关 S 闭合前，电路已达稳态，在 $t=0$ 时将 S 闭合。求 S 闭合后电感电流 $i_L(t)$ 和流过开关的电流 $i(t)$。（天津大学 2004 年考研试题）

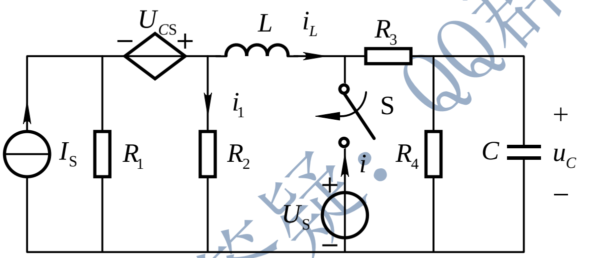
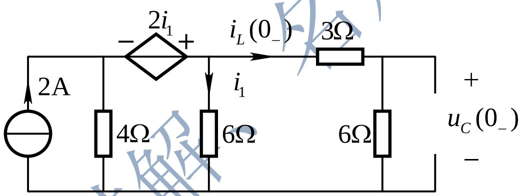


图 7.21

解：开关 S 闭合前，电路已达稳态，等效电路如下图所示。

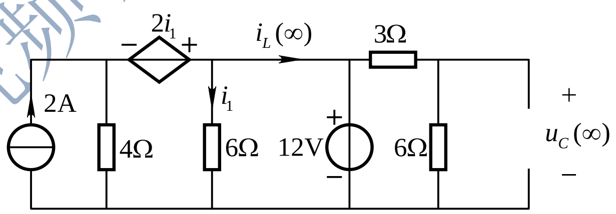


$$\begin{cases}(3+6)i_L(0_-)=6i_1\\ 4\times[2-i_1-i_L(0_-)]=-2i_1+6i_1\end{cases}$$

解得：$i_L(0_-)=0.5\text{A}=i_L(0_+)$

$u_C(0_-)=6\times i_L(0_-)=3\text{V}=u_C(0_+)$

$t\to\infty$ 时电路已达稳态，等效电路如下图所示。



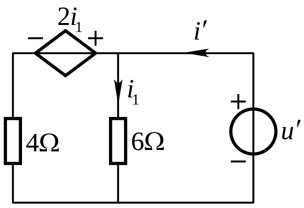
$$u_C(\infty)=\frac{6}{3+6}\times 12=8\text{V}$$

$$\begin{cases}i_1=\dfrac{12}{6}=2\text{A}\\ 4\times[2-i_1-i_L(\infty)]=-2i_1+6i_1\end{cases}$$

解得：$i_L(\infty)=-2\text{A}$

开关闭合后电路等效为两个一阶电路，需分别计算。

换路后，一阶电感电路等效电阻模型如下图所示。



$$\begin{cases}6i_1 = u' \\ 4\times(i'-i_1) = -2i_1 + 6i_1\end{cases} \Rightarrow R'_{eq} = \frac{u'}{i'} = 3\Omega$$

时间常数 $\tau_1 = \dfrac{L}{R'_{eq}} = \dfrac{0.5}{3} = \dfrac{1}{6}\text{s}$

电感电流 $i_L(t) = i_L(\infty) + [i_L(0_+) - i_L(\infty)]e^{-t/\tau_1} = (-2+2.5e^{-6t})\ \text{A}(t>0)$

换路后，一阶电容电路等效电阻 $R''_{eq} = \dfrac{3\times6}{3+6} = 2\Omega$

一阶电容电路时间常数 $\tau_2 = R''_{eq}C = 2\times10^{-3}\text{s}$

电容电压 $u_C(t) = u_C(\infty) + [u_C(0_+) - u_C(\infty)]e^{-t/\tau_2} = (8-5e^{-500t})\ \text{V}(t>0)$

流过开关的电流 $i(t) = \dfrac{U_S - u_C(t)}{R_3} + i_L(t)$，

整理得：$i(t) = \dfrac{10}{3} - 2.5e^{-6t} + \dfrac{5}{3}e^{-500t}\ \text{A}(t>0)$

13.图 7.22 所示电路中，$u_S(t) = 10\sin(4t+\theta)\text{V}$，电感无初始储能，$t=0$ 时将开关 S 闭合。若 S 闭合后电路中不产生过渡过程，则电源的初相角 θ 应为多少？（清华大学 2000 年考研试题）

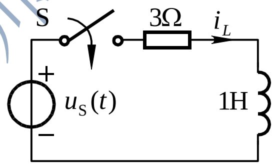


图 7.22

解：电感电流的一般表达式为 $i_L(t) = i_{Lp}(t) + [i_L(0_+) - i_{Lp}(0_+)]e^{-t/\tau}$

由已知电感无初始储能，则 $i_L(0_+) = 0$。所以当 $i_{Lp}(0_+) = 0$ 时，S 闭合后电路中不产生过渡过程。求稳态特解如下。

$$\dot{I}_{Lpm} = \frac{\dot{U}_{Sm}}{3+j\omega L} = \frac{10\angle\theta}{3+j4} = 2\angle(\theta-53.1°)$$

$$i_{Lp}(t) = 2\sin(4t+\theta-53.1°)\ \text{A}$$

当 $\theta = 53.1°$ 时，$i_{Lp}(0_+) = 0$，此时 S 闭合后电路中不产生过渡过程。

14. 图 7.23 所示电路，已知 $R=10\Omega$，$U_S=12\text{V}$，$L=0.2\text{H}$，$C=0.01\text{F}$，$\beta=1/3$，开关闭合已久。求开关打开后的电压 $u_K(t)$ 和电流 $i_L(t)$。（浙江大学 2003 年考研试题）

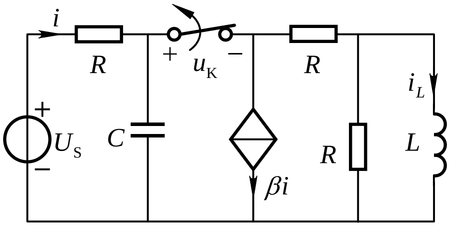


图 7.23

解：电路原处于稳态，此时电感短路，电容开路。

$$\begin{cases} i_L(0_-)=i-\beta i \\ Ri+R(i-\beta i)=U_S \end{cases} \Rightarrow i_L(0_-)=0.48\text{A}=i_L(0_+)$$

$$u_C(0_-)=R\times i_L(0_-)=4.8\text{V}=u_C(0_+)$$

开关打开后电路等效为两个一阶电路，需分别计算。

对一阶电容电路，时间常数 $\tau=RC=10\times0.01=0.1\text{s}$，$u_C(\infty)=U_S=12\text{V}$。

所以电容电压 $u_C(t)=u_C(\infty)+[u_C(0_+)-u_C(\infty)]\text{e}^{-t/\tau_2}=(12-7.2\text{e}^{-10t})\ \text{V}(t\ge0)$

电流 $i(t)=C\dfrac{\text{d}u_C(t)}{\text{d}t}=0.72\text{e}^{-10t}\ \text{A}(t>0)$

对一阶电感电路，$\dfrac{L}{R}\dfrac{\text{d}i_L(t)}{\text{d}t}+i_L(t)=-\beta i$，整理得到 $\dfrac{\text{d}i_L(t)}{\text{d}t}+50i_L(t)=-12\text{e}^{-10t}$

解得 $i_L(t)=(-0.3\text{e}^{-10t}+0.78\text{e}^{-50t})\text{A}\ (t\ge0)$

开关打开后的电压 $u_K(t)=u_C+\beta iR+L\dfrac{\text{d}i_L}{\text{d}t}$

整理得到 $u_K(t)=(12-5.4\text{e}^{-10t}+7.8\text{e}^{-50t})\text{A}\ (t>0)$

15. 图 7.24 所示电路，N_0 为一线性无源零状态网络，已知当 ab 端接电阻 R 时，有 $u(t)=(2/3)(1-\text{e}^{-3t/2})\varepsilon(t)\text{V}$；当 ab 端改接电容 $C=2\text{F}$ 时，有 $u(t)=(1-\text{e}^{-t/3})\varepsilon(t)\text{V}$。如果将上述 R 与 C 同时并接于 ab 端，试求电压 $u(t)$。（浙江大学 2003 年考研试题）

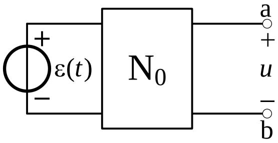
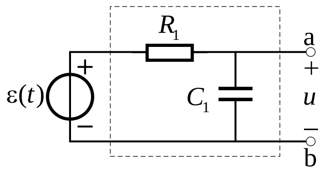


图 7.24

解：由 ab 端接电阻和接电容后，均为一阶动态电路，可判断 N_0 应是 RC 电路。

接电容时，输出电压稳态值为1V 和输入电压相等，由此可判断，电压源与 N_0 中的电阻和电容串联，且 ab 端电压即为电容电压，电路如图所示。



当 ab 端接电阻 R 时，有 $u(t)=(2/3)(1-\mathrm{e}^{-3t/2})\varepsilon(t)\mathrm{V}$

$u(\infty)=\dfrac{2}{3}\mathrm{V} \quad\Rightarrow\quad \dfrac{R}{R_1}=\dfrac{2}{1}$

时间常数 $\tau_1=\dfrac{R_1R}{R_1+R}C_1=\dfrac{2}{3}R_1C_1=\dfrac{2}{3}$

整理得到 $R_1C_1=1$

当 ab 端接电容 $C=2\mathrm{F}$ 时，有 $u(t)=(1-\mathrm{e}^{-t/3})\varepsilon(t)\mathrm{V}$

时间常数 $\tau_2=R_1(C_1+C)=3$，解得 $R_1=1\Omega$， $C_1=1\mathrm{F}$

当 R 与 C 同时并接于 ab 端时， $u(0_+)=0$， $u(\infty)=\dfrac{2}{3}\mathrm{V}$

时间常数 $\tau_3=\dfrac{R_1R}{R_1+R}(C_1+C)=2\mathrm{s}$

则电压 $u(t)=u(\infty)+[u(0_+)-u(\infty)]\mathrm{e}^{-t/\tau_3}=\dfrac{2}{3}(1-\mathrm{e}^{-t/2})\ \mathrm{V}\ (t\geq 0)$

16. 图 7.25 所示电路，N 为线性无源电阻网络，$1-1'$ 端接电容 $C=2\mathrm{F}$ 。开关 S 闭合前 $u_C(0\_)=10\mathrm{V}$， $t=0$ 时将开关 S 闭合， $2-2'$ 端电流 $i_2=2\mathrm{e}^{-0.25t}\mathrm{A}$ 。若 $2-2'$ 端接电压源 $U_S=10\mathrm{V}$，如图(b)所示，且 $1-1'$ 端 $u_C(0\_)=10\mathrm{V}$ 不变，$t=0$ 时 S 闭合，求 $u_C(t)=?$（ $t\geq 0$ ）（天津大学 2000 年考研试题）

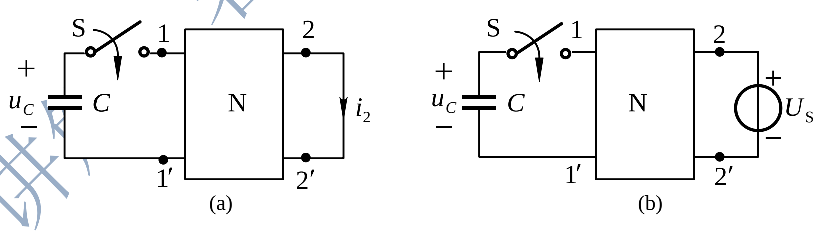


图 7.25

解：图(a)为零输入响应， $u_C(t)=10\mathrm{e}^{-0.25t}\ \mathrm{V}\ (t\geq 0)$，

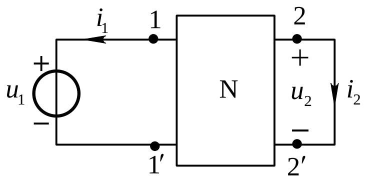
$1-1'$ 端电流 $i_C(t)=C\dfrac{\mathrm{d}u_C(t)}{\mathrm{d}t}=-5\mathrm{e}^{-0.25t}\ \mathrm{A}(t>0)$

在 $t=0_+$ 时刻， $u_C(0_+)=10\ \mathrm{V}$， $i_C(0_+)=-5\mathrm{A}$， $i_2(0_+)=2\mathrm{A}$，

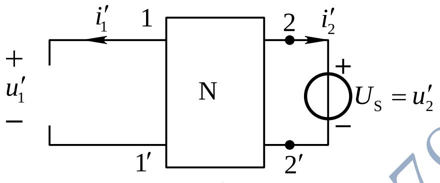
令 $u_1=u_C(0_+)=10\ \mathrm{V}$， $i_1=i_C(0_+)=-5\mathrm{A}$， $i_2=i_2(0_+)=2\mathrm{A}$， $u_2=0\mathrm{V}$，对应的电路如图(c)所示。

图(b)为全响应，$u_C'(t)=u_C(\infty)+\left[10-u_C(\infty)\right]\mathrm{e}^{-0.25t}\ \mathrm{V}\ (t\geq 0)$

在 $t\to\infty$ 时，电容开路，令 $i_1'=0$，$u_C(\infty)=u_1'$，对应的电路如图(d)所示。



(c)



(d)

根据特勒根定理可知：$u_1 i_1' + u_2 i_2' = u_1' i_1 + u_2' i_2$

$\Rightarrow\ 10\times 0+0\times i_2' = u_1'\times(-5)+10\times 2$，解得 $u_C(\infty)=u_1'=4\mathrm{V}$

即 $u_C(0_+)=10\ \mathrm{V}$，$u_C(\infty)=4\mathrm{V}$，时间常数 $\tau=4\mathrm{s}$，由三要素公式可得：

电容电压 $u_C(t)=u_C(\infty)+[u_C(0_+)-u_C(\infty)]\mathrm{e}^{-t/\tau}=(4+6\mathrm{e}^{-0.25t})\ \mathrm{V}(t\geq 0)$

第 8 章 线性动态电路的复频域分析

1. 图 8.11 所示电路原处于直流稳态，$t=0$ 时开关由闭合突然断开。试用拉普拉斯变换方法求 $t>0$ 时的电压 u_C。（哈尔滨工业大学 2004 年考研试题）

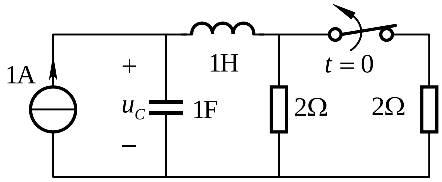
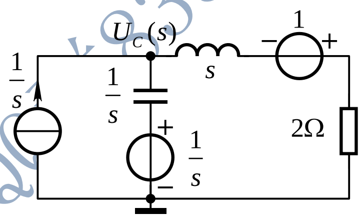


图 8.11

解：$u_C(0\_)=1\text{V}$，$i_L(0\_)=1\text{A}$，运算电路如下图所示，列写节点电压方程



$$\left(\frac{1}{s+2}+s\right)U_C(s)=\frac{1}{s}+\frac{1}{s}\times s-\frac{1}{s+2}$$

$$U_C(s)=\frac{s^2+2s+2}{s(s^2+2s+1)}=\frac{A_1}{s}+\frac{A_2}{s+1}+\frac{A_3}{(s+1)^2}$$

$$A_1=\left.\frac{s^2+2s+2}{s(s^2+2s+1)}\right|_{s=0}=2$$

$$A_2=\left.\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}s}\left(\frac{s^2+2s+2}{s}\right)\right|_{s=-1}=-1$$

$$A_3=\left.\frac{s^2+2s+2}{s}\right|_{s=-1}=-1$$

电压 $u_C(t)=\left[2-(1+t)\mathrm{e}^{-t}\right]\text{V}\quad t>0$

2. 图 8.12 所示电路原处于稳态，$t=0$ 时开关突然闭合。用复频域分析法求 $t>0$ 时电压 u_C 的象函数 $U_C(s)$ 和时域函数 $u_C(t)$（哈尔滨工业大学 2001 年考研试题）

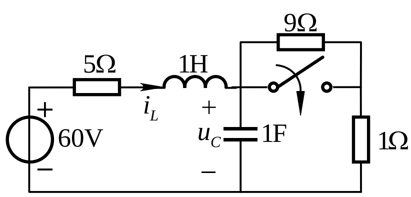
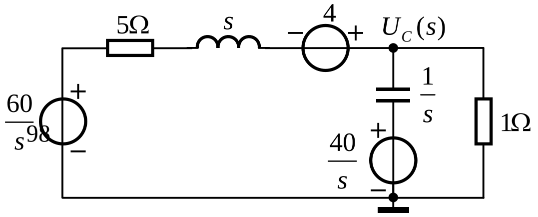


图 8.12

解：$i_L(0\_)=\dfrac{60}{15}=4\text{A}$，$u_C(0\_)=\dfrac{10}{5+10}\times 60=40\text{V}$，运算电路如下图所示，列写节点电压方程：



$$U_C(s)\left(s+1+\frac{1}{s+5}\right)=\frac{\frac{60}{s}+4}{s+5}+\frac{40}{s}\cdot s$$

解得：$U_C(s)=\dfrac{40s^2+204s+60}{s(s^2+6s+6)}$

分母 $s(s^2+6s+6)$ 的根为 $s_1=0$，$s_2=-(3+\sqrt{3})$，$s_3=-(3-\sqrt{3})$

$$U_C(s)=\frac{A}{s}+\frac{B}{s+3+\sqrt{3}}+\frac{C}{s+3-\sqrt{3}}$$

$$A=\lim_{s\to 0}\frac{40s^2+204s+60}{(s^2+6s+6)}=10$$

$$B=\lim_{s\to -(3+\sqrt{3})}\frac{40s^2+204s+60}{3s^2+12s+6}=3(5-3\sqrt{3})=-0.588$$

$$C=\lim_{s\to -(3-\sqrt{3})}\frac{40s^2+204s+60}{3s^2+12s+6}=3(5+3\sqrt{3})=30.588$$

$$u_C(t)=10-0.588\mathrm{e}^{-(3+\sqrt{3})t}+30.588\mathrm{e}^{-(3-\sqrt{3})t}$$

整理得到：$u_C(t)=\left(10-0.588\mathrm{e}^{-4.732t}+30.588\mathrm{e}^{-1.268t}\right)\mathrm{V}\quad(t>0)$

3. 图 8.13 所示电路原已达稳态，在 $t=0$ 时合上开关 S，用拉普拉斯变换方法求流过开关的电流。(大连理工大学 2002 年考研试题）

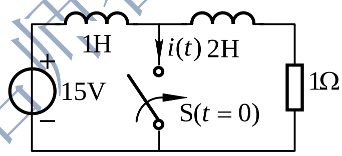
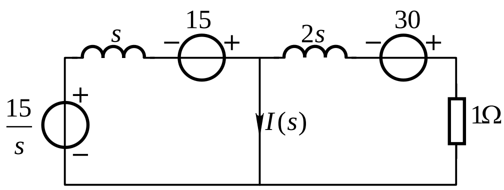


图 8.13

解：$i_{L1}(0_-)=i_{L2}(0_-)=15\mathrm{A}$，运算电路如下图所示，列写方程如下：



$$I(s)=\frac{\frac{15}{s}+15}{s}+\frac{-30}{2s+1}$$

$$I(s)=\frac{15}{s^2}+\frac{15}{s}+\frac{-15}{s+0.5}$$

$$i(t)=15(1+t-\mathrm{e}^{-0.5t})\ \mathrm{A}\ (t>0)$$

4. 图 8.14 所示电路，计算其零状态响应 $u_C(t)$。（东南大学 1999 年考研试题）

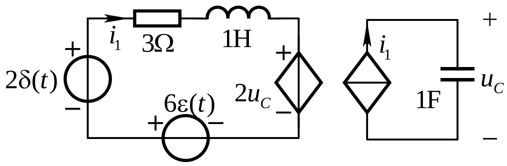
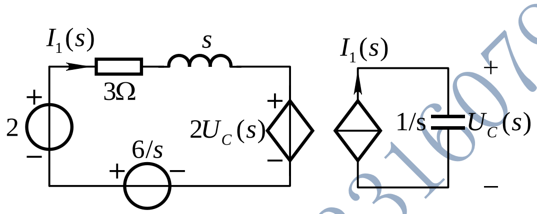


图 8.14

解：运算电路如下图所示。



$$\begin{cases} I_1(s)(3+s)+2U_C(s)=2+\dfrac{6}{s} \\ U_C(s)=\dfrac{1}{s}I_1(s) \end{cases}$$

$$U_C(s)=\frac{6+2s}{s(s^2+3s+2)}=\frac{A}{s}+\frac{B}{s+1}+\frac{C}{s+2}$$

$$A=\lim_{s\to 0}\frac{6+2s}{s^2+3s+2}=3$$

$$B=\lim_{s\to -1}\frac{6+2s}{3s^2+6s+2}=-4$$

$$C=\lim_{s\to -2}\frac{6+2s}{3s^2+6s+2}=1$$

$$u_C(t)=(3-4\mathrm{e}^{-t}+\mathrm{e}^{-2t})\ \mathrm{V}\ (t>0)$$

5.　图 8.15 所示电路，$C_1=C_2=0.2\mathrm{F}$，$u_{C1}(0_-)=10\mathrm{V}$，$u_{C2}(0_-)=0$，求电压 $u_{C1}(t)$ 及 $u_{C2}(t)$，$t>0$。（哈尔滨工业大学 1988 年考研试题）

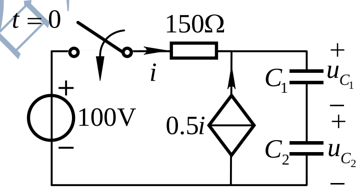
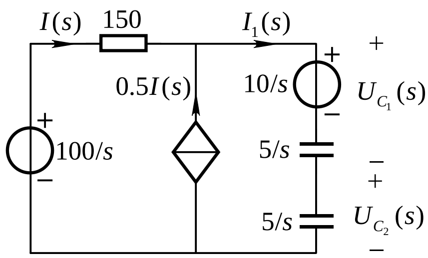


图 8.15

解：运算电路如图所示，列写支路电流方程：



$$\begin{cases} I_1(s)-I(s)-0.5I(s)=0 \\ 150I(s)+\left(\dfrac{5}{s}+\dfrac{5}{s}\right)I_1(s)=\dfrac{100}{s}-\dfrac{10}{s} \end{cases}$$

解得：　$I_1(s)=\dfrac{9}{10s+1}$

$$U_{C_2}(s)=\frac{5}{s}I_1(s)=\frac{45}{s(10s+1)}=\frac{A}{s}+\frac{B}{s+}$$

$$A=\lim_{s\to 0}\frac{45}{20s+1}=45$$

$$B=\lim_{s\to -0.1}\frac{45}{20s+1}=-45$$

$$u_{C_2}(t)=(45-45\mathrm{e}^{-0.1t})\ \mathrm{V}\ (t>0)$$

$$U_{C_1}(s)=\frac{5}{s}I_1(s)+\frac{10}{s}=\frac{45}{s(10s+1)}+\frac{10}{s}$$

$$u_{C_1}(t)=(55-45\mathrm{e}^{-0.1t})\ \mathrm{V}\ (t>0)$$

6. 图 8.16 所示电路原处于稳态，$t=0$ 时开关接通，试求 $u_{\mathrm{o}}(t)$，$t>0$。（哈尔滨工业大学 1989 年考研试题）

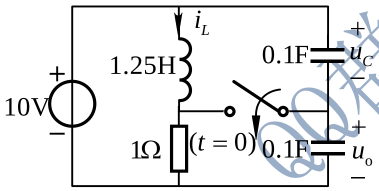
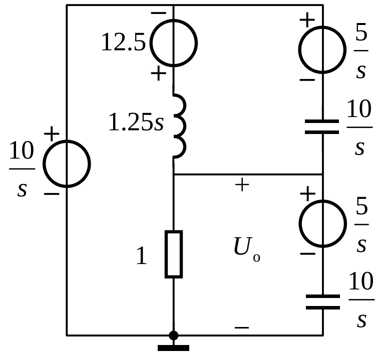


图 8.16

解：$i_L(0_-)=10\mathrm{A}$，$u_C(0_-)=u_{\mathrm{o}}(0_-)=5\mathrm{V}$，运算电路如下图所示，列写节点电压方程：



$$\left(\frac{1}{1.25s}+1+\frac{s}{10}+\frac{s}{10}\right)U_{\mathrm{o}}(s)-\left(\frac{1}{1.25s}+\frac{s}{10}\right)\frac{10}{s}$$

$$=\frac{12.5}{1.25s}-\frac{5/s}{10/s}+\frac{5/s}{10/s}$$

解得：$U_{\mathrm{o}}(s)=\dfrac{s^2+10s+8}{s(0.2s^2+s+0.8)}=\dfrac{A}{s}+\dfrac{B}{s+1}+\dfrac{C}{s+4}$

$$A=\lim_{s\to 0}\frac{s^2+10s+8}{0.6s^2+2s+0.8}=10$$

$$B=\lim_{s\to -1}\frac{s^2+10s+8}{0.6s^2+2s+0.8}=1.67$$

$$C=\lim_{s\to -4}\frac{s^2+10s+8}{0.6s^2+2s+0.8}=-6.67$$

$$u_{\mathrm{o}}(t)=(10+1.67\mathrm{e}^{-t}-6.67\mathrm{e}^{-4t})\ \mathrm{V}\ (t>0)$$

7. 图 8.17 所示电路，$t<0$ 时处于稳态。求象函数 $U_1(s)$，$U_2(s)$ 和响应 $u_1(t)$。（哈尔滨工业大学 1993 年考研试题）

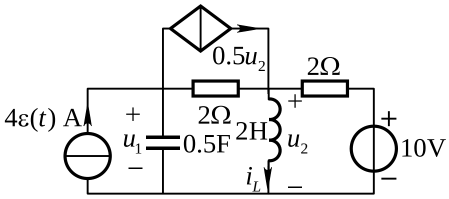
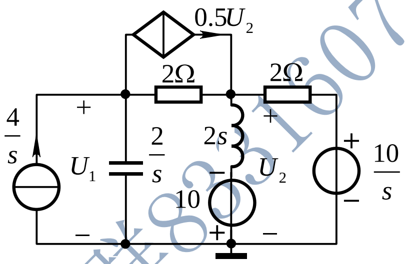


图 8.17

解：$i_L(0\_)=5\text{A}$，$u_1(0\_)=0$，运算电路如下图所示，列写节点电压方程：

$$\begin{cases}\left(\dfrac{1}{2}+\dfrac{s}{2}\right)U_1(s)-\dfrac{1}{2}U_2(s)=\dfrac{4}{s}-\dfrac{1}{2}U_2(s)\\ -\dfrac{1}{2}U_1(s)+\left(\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2s}\right)U_2(s)=\dfrac{1}{2}U_2(s)+\dfrac{10}{2s}-\dfrac{10}{2s}\end{cases}$$



解得：$$\begin{cases}U_1(s)=\dfrac{8}{s(s+1)}\\ U_2(s)=\dfrac{8}{(s+1)^2}\end{cases}$$

$$u_1(t)=L^{-1}\left[\frac{8}{s(s+1)}\right]=(8-8\mathrm{e}^{-t})\text{ V }(t>0)$$

8. 图 8.18 所示电路原为稳态，$u_C(0\_)=10\text{V}$，求 $U_C(s)$ 和 $u_C(t)$。（哈尔滨工业大学 1994 年考研试题）

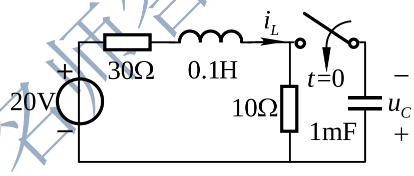
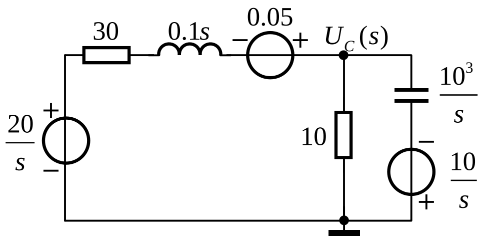


图 8.18

解：$i_L(0\_)=\dfrac{20}{30+10}=0.5\text{A}$，$u_1(0\_)=0$，运算电路如下图所示，列写节点电压方程：

$$U_C(s)\left(\frac{1}{30+0.1s}+\frac{1}{10}+\frac{s}{10^3}\right)=\frac{10/s}{10^3/s}-\frac{0.05+20/s}{30+0.1s}$$



解得：$$U_C(s)=\frac{10^{-3}s^2+2.5\times10^{-1}s-20}{s(10^{-4}s^2+4\times10^{-2}s+4)}$$

$$U_C(s)=\frac{10s^2+2500s-2\times10^5}{s(s^2+4\times10^2s+4\times10^4)}$$

$$U_C(s)=\frac{A}{s}+\frac{B}{(s+200)^2}+\frac{C}{s+200}$$

$$A=\lim_{s\to 0}\frac{10s^2+2500s-2\times10^5}{(s^2+4\times10^2s+4\times10^4)}=-5$$

$$B=\lim_{s\to -200}\left(\frac{10s^2+2500s-2\times10^5}{s}\right)=1500$$

$$C=\lim_{s\to -200}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}s}\left(\frac{10s^2+2500s-2\times10^5}{s}\right)=15$$

$$u_C(t)=\left[-5+(15+1500t)\mathrm{e}^{-200t}\right]\ \mathrm{V}\ (t>0)$$

9.　图 8.19 所示电路，在 $t<0$ 时处于稳态，当 $t=0$ 时开关接通。（1）求 u_1 和 u_2 的象函数；（2）求时域函数 $u_1(t)$，$t>0$。（哈尔滨工业大学 1995 年考研试题）

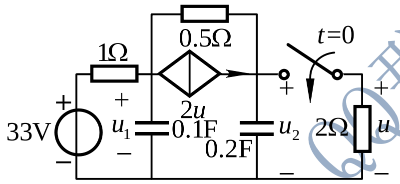
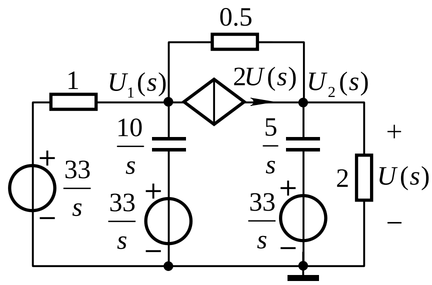


图 8.19

解：$u_1(0_-)=u_2(0_-)=30\mathrm{V}$，运算电路如下图所示，列写节点电压方程：

$$\begin{cases}(1+2+0.1s)U_1(s)-2U_2(s)=\dfrac{33}{s}+0.1\times33-2U(s)\\ -2U_1(s)+(2+0.5+0.2s)U_2(s)=0.2\times33+2U(s)\\ U(s)=U_2(s)\end{cases}$$



解得：$U_1(s)=\dfrac{33s+330}{s(s+30)}$

$$U_2(s)=\frac{33s^2+132s0\quad 3}{s(s+2.5)(s+30)}$$

时域函数 $u_1(t)=L^{-1}\left[\dfrac{33s+330}{s(s+30)}\right]=(11+22\mathrm{e}^{-30t})\ \mathrm{V}\ (t>0)$

10.　图 8.20 所示电路，已知 $R_1=3\Omega$，$R_2=2\Omega$，$L_1=0.3\mathrm{H}$，$L_2=0.5\mathrm{H}$，$M=0.1\mathrm{H}$，$C=1\mathrm{F}$，$u_S=30\varepsilon(-t)+15\varepsilon(t)(\mathrm{V})$，求 $t>0$ 时的电流 $i(t)$。（哈尔滨工业大学 2000 年考研试题）

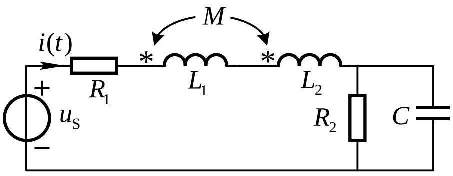


图 8.20

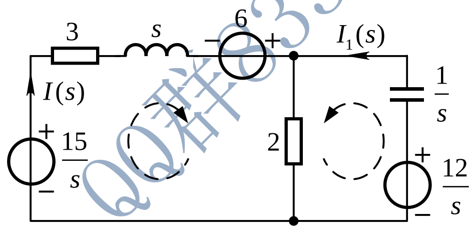
解：换路前的初始条件：

$$i_L(0_-)=\frac{u_s(0_-)}{R_1+R_2}=6\text{A}，\quad u_C(0_-)=R_2 i(0_-)=12\text{V}$$

等效电感 $L=L_1+L_2+2M=1\text{H}$

复频域电路模型如下图所示，对其列回路法方程得

$$\begin{cases}(3+s+2)I(s)+2I_1(s)=\dfrac{15}{s}+6\\[2mm] 2I(s)+(2+\dfrac{1}{s})I_1(s)=\dfrac{12}{s}\end{cases}$$



解得：$I(s)=\dfrac{12s^2+12s+15}{s(2s^2+7s+5)}$

整理：$I(s)=\dfrac{3}{s}-\dfrac{5}{s+1}+\dfrac{8}{s+2.5}$

所以 $i(t)=\mathcal{L}^{-1}\{I(s)\}=(3-5\text{e}^{-t}+8\text{e}^{-2.5t})\ \text{A}\ (t>0)$

11. 图 8.21 所示电路，开关 S 闭合已久，$t=0$ 时 S 断开，试用拉普拉斯变换分析法求电流 $i(t)$，$t\geq 0$。（华南理工大学 2000 年考研试题）

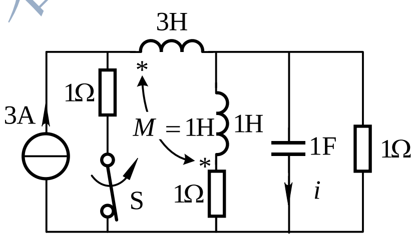


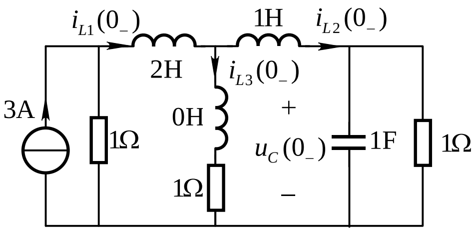
图 8.21

解：换路前处于稳态，消互感等效电路如图所示，则初始条件为

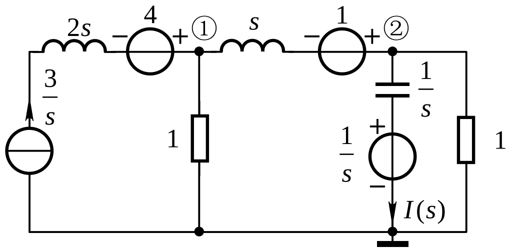
$i_{L1}(0_-)=2\text{A}$

$i_{L3}(0_-)=i_{L2}(0_-)=1\text{A}$

$u_C(0_-)=1\text{V}$



复频域电路模型如下图所示，对其列节点方程得



$$\begin{cases}(1+\dfrac{1}{s})U_1(s)-\dfrac{1}{s}U_2(s)=\dfrac{3}{s}-\dfrac{1}{s}\\ -\dfrac{1}{s}U_1(s)+(1+s+\dfrac{1}{s})U_2(s)=\dfrac{1}{s}+1\end{cases}$$

解得：$U_2(s)=\dfrac{s^2+2s+3}{s(s^2+2s+2)}$

$$I(s)=\frac{U_2(s)-\frac{1}{s}}{\frac{1}{s}}=\frac{1}{s^2+2s+2}=\frac{1}{(s+1)^2+1}$$

所以 $i(t)=\mathcal{L}^{-1}\{I(s)\}=\mathrm{e}^{-t}\sin t\ \ \mathrm{A}\ (t>0)$

12. 图 8.22 所示电路，当 $t<0$ 时电路已达稳态，在 $t=0$ 时开关 S 断开，试用拉普拉斯变换分析方法求电压 $u_2(t)$。（清华大学 2001 年考研试题）

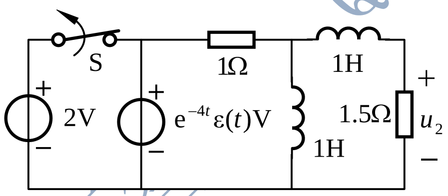
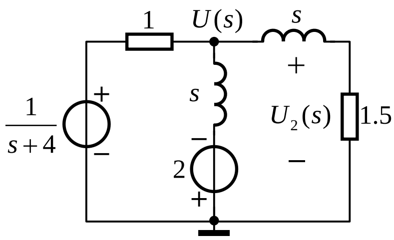


图 8.22

解：当 $t<0$ 时电路已达稳态，$i_{L1}(0_-)=2\mathrm{A}$，$i_{L2}(0_-)=0$

复频域电路模型如下图所示，对其列节点方程得



$$U(s)\left(1+\frac{1}{s}+\frac{1}{s+1.5}\right)=\frac{1}{s+4}-\frac{2}{s}$$

解得：$U(s)=\dfrac{-(s+8)(s+1.5)}{(s+4)(s^2+3.5s+1.5)}$

$$U_2(s)=\frac{1.5}{s+1.5}U(s)=\frac{-1.5(s+8)}{(s+4)(s^2+3.5s+1.5)}$$

整理：$U_2(s)=\dfrac{\mathrm{A}}{(s+4)}+\dfrac{\mathrm{B}}{(s+3)}+\dfrac{\mathrm{C}}{(s+0.5)}$

$$A=\lim_{s\to-4}\frac{-1.5(s+8)}{(s^2+3.5s+1.5)}=-\frac{12}{7}$$

$$B=\lim_{s\to-3}\frac{-1.5(s+8)}{(s+4)(s+0.5)}=3$$

$$C=\lim_{s\to-0.5}\frac{-1.5(s+8)}{(s+3)(s+0.5)}=-\frac{9}{7}$$

$$u_2(t)=(-\frac{12}{7}e^{-4t}+3e^{-3t}-\frac{9}{7}e^{-0.5t})\varepsilon(t)\ \text{V}$$

13. 图 8.23 所示运算电路，若转移电压比 $H(s)=U_2(s)/U_1(s)=2/(s^2+2s+2)$，试求电感 L 和电容 C。（南京航空航天大学 2002 年考研试题）

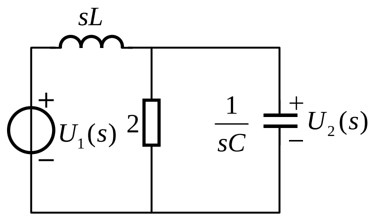


图 8.23

解：令 $Z(s)=\dfrac{\frac{2}{sC}}{2+\frac{1}{sC}}=\dfrac{2}{1+2sC}$

$$H(s)=\frac{U_2(s)}{U_1(s)}=\frac{Z(s)}{sL+Z(s)}=\frac{2}{2s^2LC+sL+2}$$

比较系数可得：$L=2\text{H}$，$C=0.25\text{F}$

14. 图 8.24 所示电路，不含独立电源二端口网络 N 的导纳参数矩阵为 $Y(s)=\begin{bmatrix}0.5+0.5s & 0.5\\ -1 & 1+0.5s\end{bmatrix}\Omega^{-1}$。试求（1）电路的转移函数 $H(s)=U_2(s)/I_S(s)$；（2）单位冲激响应 $u_2(t)$。（华中科技大学 2002 年考研试题）

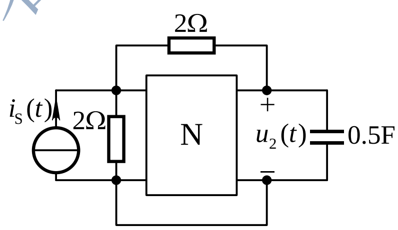


图 8.24

解：列节点电压方程可得：

$$\begin{cases}(\frac{1}{2}+\frac{1}{2})U_1(s)-\frac{1}{2}U_2(s)=I_S(s)-I_1(s)\\ -\frac{1}{2}U_1(s)+(\frac{1}{2}+\frac{s}{2})U_2(s)=-I_2(s)\end{cases}$$

由已知二端口网络导纳参数方程为：

$$\begin{cases} I_1(s)=(0.5+0.5s)U_1(s)+0.5U_2(s) \\ I_2(s)=-U_1(s)+(1+0.5s)U_2(s) \end{cases}$$

联立求解可得：$H(s)=\dfrac{U_2(s)}{I_S(s)}=\dfrac{3}{(s+3)(s+1.5)}$

单位冲激响应：$u_2(t)=\mathcal{L}^{-1}\{H(s)\}=2(e^{-1.5t}-e^{-3t})\varepsilon(t)\ \text{V}$

15. 已知电路的输入 $u_S(t)=5e^{-2t}$ 时，零状态响应 $u(t)=(5e^{-t}-e^{-2t})\varepsilon(t)$。试求输入 $u_S(t)=2\cos 2t$ 时，电路的零状态响应 $u(t)$。（东南大学 2002 年考研试题）

解：电路的网络函数为：

$$H(s)=\frac{U(s)}{U_S(s)}=\frac{\dfrac{5}{s+1}-\dfrac{1}{s+2}}{\dfrac{5}{s+2}}=0.8+\frac{1}{s+1}$$

当输入 $u_S(t)=2\cos 2t$ 时，电路的零状态响应象函数 $U(s)$ 为

$$U(s)=H(s)U_S(s)=\left(0.8+\frac{1}{s+1}\right)\left(\frac{s}{s^2+4}\right)=\frac{-0.4}{s+1}+\frac{2s}{s^2+4}+\frac{0.8\times 2}{s^2+4}$$

电路的零状态响应 $u(t)=\mathcal{L}^{-1}\{H(s)\}=(-0.4e^{-t}+2\cos 2t+0.8\sin 2t)\ \text{V}$

16. 图 8.25 所示理想运算放大器电路，以 u_i 为激励，u_o 为响应，求其网络函数 $H(s)$。（哈尔滨工业大学 1995 年考研试题）

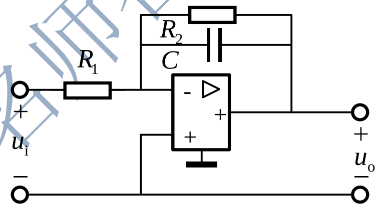


图 8.25

解：令 $Z_f=\dfrac{R_2\cdot\dfrac{1}{sC}}{R_2+\dfrac{1}{sC}}$，$H(s)=\dfrac{U_o(s)}{U_i(s)}=-\dfrac{Z_f}{R_1}=-\dfrac{R_2}{R_1(1+R_2Cs)}$

17. 图 8.26 所示电路为双 T 形网络，试求（1）该双口网络的 $Y(s)$ 矩阵；（2）电压比 $H(s)=U_2(s)/U_1(s)$；（3） $H(s)$ 的零点与极点。（上海交通大学 2002 年考研试题）

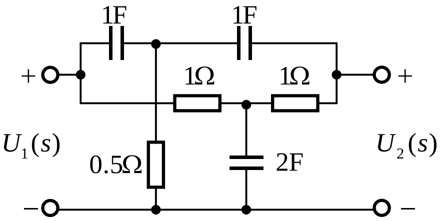


图 8.26

解：(1) 列节点电压方程可得：

$$\begin{cases}(s+1)U_1(s)-sU_3(s)-U_4(s)=I_1(s)\\(s+1)U_2(s)-sU_3(s)-U_4(s)=I_2(s)\\-sU_1(s)+(s+s+2)U_3(s)-sU_2(s)=0\\-U_1(s)-U_2(s)+(1+1+2s)U_4(s)=0\end{cases}$$

整理得到：$\begin{bmatrix}I_1(s)\\I_2(s)\end{bmatrix}=\dfrac{1}{2(s+1)}\begin{bmatrix}s^2+4s+1 & -(s^2+1)\\-(s^2+1) & s^2+4s+1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}U_1(s)\\U_2(s)\end{bmatrix}$

该双口网络的导纳矩阵为 $Y(s)=\dfrac{1}{2(s+1)}\begin{bmatrix}s^2+4s+1 & -(s^2+1)\\-(s^2+1) & s^2+4s+1\end{bmatrix}$

(2) 终端开路 $H(s)=\dfrac{U_2(s)}{U_1(s)}=-\dfrac{Y_{21}}{Y_{22}}=\dfrac{s^2+1}{s^2+4s+1}$

(3) 网络函数的零点 $Z_{1,2}=\pm\mathrm{j}$，网络函数的极点 $p_{1,2}=-2\pm\sqrt{3}$

18. 图 8.27 所示电路，N 为线性无独立源、零初始状态的动态网络。当输入 $u_1(t)=\varepsilon(t)$V 时，输出 $u_2(t)$ 稳态值为零。当 $u_1(t)=\delta(t)$V 时 $u_2(t)=(A_1e^{-2t}+A_2e^{-t})\varepsilon(t)$V，且 $u_2(0_+)=3$V。求（1）动态网络的传递函数 $H(s)=U_2(s)/U_1(s)$；（2）当 $u_1(t)=e^{-3t}\varepsilon(t)$V 时输出电压 $u_2(t)$ 的表达式。（浙江大学 2002 年考研试题）

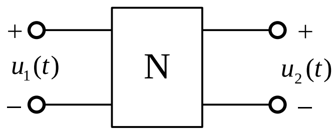


图 8.27

解：(1) 当 $u_1(t)=\delta(t)$V 时 $u_2(t)=(A_1e^{-2t}+A_2e^{-t})\varepsilon(t)$V，则 $u_2(0_+)=A_1+A_2=3$V

网络函数为：

$$H(s)=\frac{U_2(s)}{U_1(s)}=\frac{U_2(s)}{1}=\mathcal{L}\{u_2(t)\}=\frac{A_1}{s+2}+\frac{A_2}{s+1}$$

当输入 $u_1(t)=\varepsilon(t)\mathrm{V}$ 时，输出 $U_2(s)$ 为

$$U_2(s)=H(s)U_1(s)=\frac{A_1}{s(s+2)}+\frac{A_2}{s(s+1)}=\left(\frac{A_1}{2}+A_2\right)\frac{1}{s}-\frac{A_1}{2}\left(\frac{1}{s+2}\right)-\frac{A_2}{s+1}$$

则输出 $u_2(t)=\left(\frac{A_1}{2}+A_2\right)-\frac{A_1}{2}\mathrm{e}^{-2t}-A_2\mathrm{e}^{-t}$

输出 $u_2(t)$ 的稳态值为零，则 $\frac{A_1}{2}+A_2=0$

由 $\begin{cases}A_1+A_2=3\\ \frac{A_1}{2}+A_2=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}A_1=6\\ A_2=-3\end{cases}$

所以网络函数 $H(s)=\frac{3s}{(s+2)(s+1)}$

(2) 当 $u_1(t)=\mathrm{e}^{-3t}\varepsilon(t)\mathrm{V}$ 时，$U_1(s)=\frac{1}{s+3}$，输出电压 $U_2(s)$ 的表达式为

$$U_2(s)=H(s)U_1(s)=\frac{3s}{(s+2)(s+1)(s+3)}=\frac{A}{s+1}+\frac{B}{s+2}+\frac{C}{s+3}$$

$$A=\lim_{s\to-1}\frac{3s}{(s+2)(s+3)}=-\frac{3}{2}$$

$$B=\lim_{s\to-2}\frac{3s}{(s+1)(s+3)}=$$

$$C=\lim_{s\to-3}\frac{3s}{(s+2)(s+1)}=-\frac{9}{2}$$

输出电压 $u_2(t)=\left(-\frac{3}{2}\mathrm{e}^{-t}+6\mathrm{e}^{-2t}-\frac{9}{2}\mathrm{e}^{-3t}\right)\varepsilon(t)\quad\mathrm{V}$

9.3 考研试题精选

1. 某网络有 6 条支路，已知 3 条支路的电阻分别为 $R_1 = 2\Omega$，$R_2 = 5\Omega$，$R_3 = 10\Omega$；其余 3 条支路的电压分别为 $U_4 = 8\text{V}$，$U_5 = 6\text{V}$，$U_6 = -12\text{V}$。又知该网络的基本割集矩阵为 $\boldsymbol{C}$，试求全部支路电流。（哈尔滨工业大学 1989 年考研试题）

$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{cccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \end{array} \\ \boldsymbol{C} = & \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{array}$$

解：由已知可知，支路 1、2、3 为连支，支路 4、5、6 为树支，树支电压已知，可求得连支电压。由

$$\boldsymbol{BC}^{\mathrm{T}} = \boldsymbol{0}$$

得 $\boldsymbol{B} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{1} & \boldsymbol{B}_{\mathrm{t}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{1} & -\boldsymbol{C}_{\mathrm{l}}^{\mathrm{T}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & -1 \end{bmatrix}$

由 $\boldsymbol{BU} = \boldsymbol{0}$

解得 $U_1 = -U_4 - U_6 = -8 + 12 = 4\text{V}$

$U_2 = U_4 + U_5 + U_6 = 8 + 6 - 12 = 2\text{V}$

$U_3 = U_5 + U_6 = 6 - 12 = -6\text{V}$

所以

$I_1 = \dfrac{U_1}{R_1} = \dfrac{4}{2} = 2\text{A}$，$I_2 = \dfrac{U_2}{R_2} = \dfrac{2}{5} = 0.4\text{A}$，$I_3 = \dfrac{U_3}{R_3} = \dfrac{-6}{10} = -0.6\text{A}$

由 $\boldsymbol{CI} = \boldsymbol{0}$ 得

$I_4 = I_1 - I_2 = 2 - 0.4 = 1.6\text{A}$

$I_5 = -I_2 - I_3 = -0.4 + 0.6 = 0.2\text{A}$

$I_6 = I_1 - I_2 - I_3 = 2 - 0.4 + 0.6 = 2.2\text{A}$

2. 已知某网络的基本回路矩阵为

$$\boldsymbol{B} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

试写出此网络的基本割集矩阵。（哈尔滨工业大学 1995 年考研试题）

解：由已知支路 1、2、3、4 为连支，支路 5、6、7、8 为树支

另 $\boldsymbol{B} = [\boldsymbol{1} \quad \boldsymbol{B}_{\mathrm{t}}]$，$\boldsymbol{C} = [\boldsymbol{C}_{\mathrm{l}} \quad \boldsymbol{1}]$

由 $\boldsymbol{CB}^{\mathrm{T}} = \boldsymbol{0}$ 得 $\boldsymbol{C}_{\mathrm{l}} = -\boldsymbol{B}_{\mathrm{t}}^{\mathrm{T}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$

即 $\boldsymbol{C} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

3. 如图 9.6 所示有向图，实线为树支，虚线为连支。（1）按先连支后树支编号，写出单连支

回路矩阵 $\boldsymbol{B}$；（2）按先树支后连支编号，写出单树支割集矩阵 $\boldsymbol{C}$ 。(大连理工大学 2004 年考研试题)

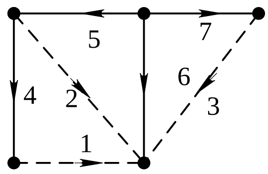


图 9.6

解：（1）由已知 $\boldsymbol{B}=\begin{bmatrix}1&0&0&1&1&-1&0\\0&1&0&0&1&-1&0\\0&0&1&0&0&-1&1\end{bmatrix}$，

（2）由已知 $\boldsymbol{C}=\begin{bmatrix}1&0&0&0&-1&0&0\\0&1&0&0&-1&-1&0\\0&0&1&0&1&1&1\\0&0&0&1&0&0&-1\end{bmatrix}$

4. 电路及其对应的有向图如图 9.7 所示。求：

（1）以节点 d 为参考点，写出节点关联矩阵 $\boldsymbol{A}$；

（2）以 T = {1，3，4}为树，写出基本回路矩阵 $\boldsymbol{B}$ 和基本割集矩阵 $\boldsymbol{C}$;

（3）写出支路阻抗矩阵 $\boldsymbol{Z}$;

（4）写出对应此 $\boldsymbol{B}$ 的回路阻抗矩阵 $\boldsymbol{Z}_l$。（天津大学 2003 年考研试题）

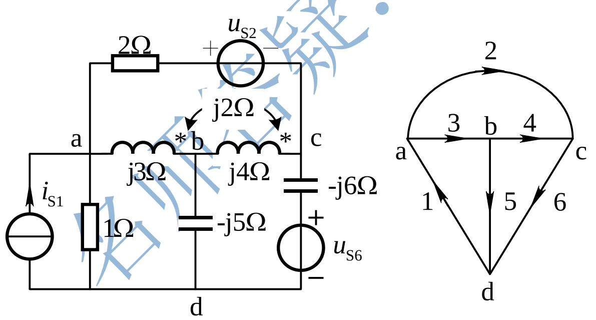


图 9.7

解：（1）以节点 d 为参考点的节点关联矩阵 $\boldsymbol{A}$

$$\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix}-1&1&1&0&0&0\\0&0&-1&1&1&0\\0&-1&0&-1&0&1\end{bmatrix}$$

（2）以 T = {1，3，4}为树基本回路矩阵为

$$\boldsymbol{B}=\begin{bmatrix}0&1&-1&-1&0&0\\1&0&1&0&1&0\\1&0&1&1&0&1\end{bmatrix}$$

基本割集矩阵为

$$\boldsymbol{C}=\begin{bmatrix}1&0&0&0&-1&-1\\0&1&1&0&-1&-1\\0&1&0&1&0&-1\end{bmatrix},$$

（3）支路阻抗矩阵为

$$
\boldsymbol{Z}=\begin{bmatrix}1&0&0&0&0&0\\0&2&0&0&0&0\\0&0&\mathrm{j}3&\mathrm{j}2&0&0\\0&0&\mathrm{j}2&\mathrm{j}4&0&0\\0&0&0&0&-\mathrm{j}5&0\\0&0&0&0&0&-\mathrm{j}6\end{bmatrix}
$$

（4）$\boldsymbol{Z}_l=\boldsymbol{BZB}^{\mathrm{T}}=\begin{bmatrix}2+\mathrm{j}11&-\mathrm{j}5&-\mathrm{j}11\\-\mathrm{j}5&1-\mathrm{j}2&1+\mathrm{j}5\\-\mathrm{j}11&1+\mathrm{j}5&1+\mathrm{j}5\end{bmatrix}$

5. 某电阻性电路的有向图如图 9.8 所示，已知该图的基本割集矩阵为 $\boldsymbol{C}$ 和割集导纳矩阵为 $\boldsymbol{Y}$ 分别为

$$
\begin{array}{cc}
 & \begin{array}{cccccc}1&2&3&4&5&6\end{array}\\
\boldsymbol{C}=\begin{array}{c}\boldsymbol{C}_1\\\boldsymbol{C}_2\\\boldsymbol{C}_3\end{array} & \begin{bmatrix}0&1&1&1&0&0\\-1&1&1&0&1&0\\1&-1&0&0&0&1\end{bmatrix}
\end{array}
\qquad
\boldsymbol{Y}=\begin{bmatrix}1.25&1&-0\\1&3&-1.\\-0.5&-1.5&1\end{bmatrix}
$$

求：（1）指出基本割集矩阵 $\boldsymbol{C}$ 对应的树支；（2）试确定该网络各支路的电阻参数；

（3）写出对应该树支的基本回路阻抗矩阵 $\boldsymbol{Z}$ 。（天津大学 2000 年考研试题）

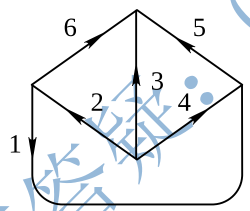


图 9.8

解：（1）基本割集矩阵为单树支割集，由已知 $\boldsymbol{C}$ 对应的树支应为 4，5，6 三条支路。

（2）由已知设支路导纳矩阵为

$$
\boldsymbol{Y}_{\mathrm{b}}=\begin{bmatrix}\frac{1}{R_1}&0&0&0&0&0\\0&\frac{1}{R_2}&0&0&0&0\\0&0&\frac{1}{R_3}&0&0&0\\0&0&0&\frac{1}{R_4}&0&0\\0&0&0&0&\frac{1}{R_5}&0\\0&0&0&0&0&\frac{1}{R_6}\end{bmatrix}
$$

则 $\boldsymbol{Y}=\boldsymbol{CY}_{\mathrm{b}}\boldsymbol{C}^{\mathrm{T}}$

解得 $R_1=1\Omega$, $R_2=2\Omega$, $R_3=2\Omega$, $R_4=4\Omega$, $R_5=1\Omega$, $R_6=4\Omega$

（3）写出对应该树支的基本回路矩阵为

$\boldsymbol{BC}^{\mathrm{T}}=\boldsymbol{0}$

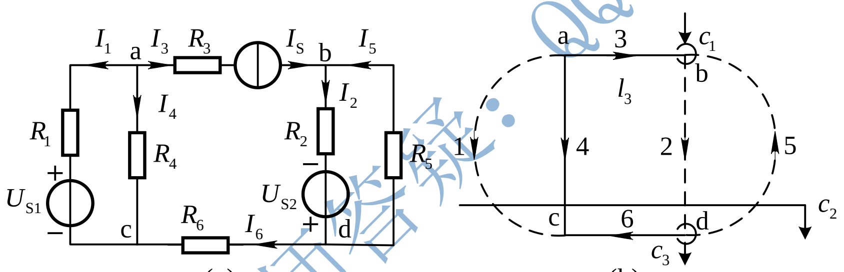
得 $\boldsymbol{B}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{1} & \boldsymbol{B}_{\mathrm{t}}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{1} & -\boldsymbol{C}_{\mathrm{l}}^{\mathrm{T}}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1\\ 0 & 1 & 0 & -1 & -1 & 1\\ 0 & 0 & 1 & -1 & -1 & 0\end{bmatrix}$

由（2）得支路导纳矩阵为

$$\boldsymbol{Z}_{\mathrm{b}}=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 4 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 4\end{bmatrix}\Omega$$

基本回路阻抗矩阵 $\boldsymbol{Z}=\boldsymbol{B}\boldsymbol{Z}_{\mathrm{b}}\boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}=\begin{bmatrix}6 & -5 & -1\\ -5 & 11 & 5\\ -1 & 5 & 7\end{bmatrix}\Omega$

6. 电路中各支路电流如图 9.9 所示，试求：（1）画出其有向图；（2）以 c 点为参考点写出其节点关联矩阵 $\boldsymbol{A}$ 及节点导纳矩阵 $\boldsymbol{Y}$；（3）已知按此图的某个树列写的基本回路矩阵为 $\boldsymbol{B}$。试求此树，并按此树写出基本割集矩阵 $\boldsymbol{C}$。（天津大学 1996 年考研试题）



$$\begin{array}{c} \\ \boldsymbol{B}_1 \\ \boldsymbol{B}=\boldsymbol{B}_2 \\ \boldsymbol{B}_3 \end{array}\begin{array}{c} \begin{matrix}1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6\end{matrix} \\ \begin{bmatrix}1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 1 & -1 & 0 & 1\\ 0 & 0 & -1 & 1 & 1 & -1\end{bmatrix}\end{array}$$

图 9.9

解：（1）画出其有向图如（b）所示

（2）以 c 点为参考点写出其节点关联矩阵 $\boldsymbol{A}$ 为

$$\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix}1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & -1 & 0 & -1 & 0\\ 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 1\end{bmatrix}$$

支路导纳矩阵为

$$\boldsymbol{Y}_{\mathrm{b}}=\begin{bmatrix}\frac{1}{R_1}&0&0&0&0&0\\0&\frac{1}{R_2}&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0\\0&0&0&\frac{1}{R_4}&0&0\\0&0&0&0&\frac{1}{R_5}&0\\0&0&0&0&0&\frac{1}{R_6}\end{bmatrix}$$

则

$$\boldsymbol{Y}=\boldsymbol{A}\boldsymbol{Y}_{\mathrm{b}}\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}=\begin{bmatrix}\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_4}&0&0\\0&\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_5}&-\frac{1}{R_2}-\frac{1}{R_5}\\0&-\frac{1}{R_2}-\frac{1}{R_5}&\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_5}+\frac{1}{R_6}\end{bmatrix}$$

(3)树的集合为{3, 4, 6}，如图选取割集得 $\boldsymbol{C}=\begin{bmatrix}0&-1&1&0&1&0\\1&1&0&1&-1&0\\0&-1&0&0&1&1\end{bmatrix}$

7. 电路及其对应的有向图如图 9.10 所示。求：（1）以 T = {2，4，6}为树，写出基本回路矩阵 $\boldsymbol{B}$ 和基本割集矩阵 $\boldsymbol{C}$；（2）写出其降阶节点关联矩阵 $\boldsymbol{A}$；（3）写出节点导纳矩阵 $\boldsymbol{Y}$；（4）写出矩阵形式的节点方程。（天津大学 1999 年考研试题）

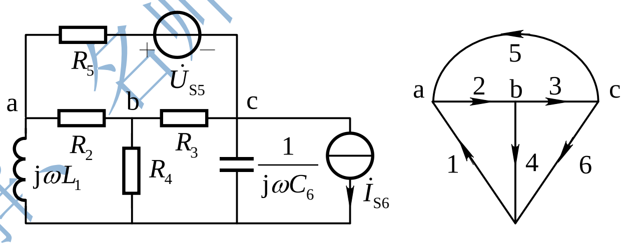


图 9.10

解：(1) 以 T = {2，4，6}为树时，基本回路矩阵 $\boldsymbol{B}$ 为

$$\boldsymbol{B}=\begin{bmatrix}1&1&0&1&0&0\\0&0&1&-1&0&1\\0&1&0&1&1&-1\end{bmatrix}$$

基本割集矩阵 $\boldsymbol{C}$ 为 $\boldsymbol{C}=\begin{bmatrix}-1&1&0&0&-1&0\\-1&0&1&1&-1&0\\0&0&-1&0&1&1\end{bmatrix}$

(2) 以下面节点为参考，降阶节点关联矩阵 $\boldsymbol{A}$ 为 $\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix}-1&1&0&0&-1&0\\0&-1&1&1&0&0\\0&0&-1&0&1&1\end{bmatrix}$

(3) 支路导纳矩阵为

$$\boldsymbol{Y}_{\mathrm{b}}=\begin{bmatrix}\dfrac{1}{\mathrm{j}\omega L_1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & \dfrac{1}{R_2} & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & \dfrac{1}{R_3} & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & \dfrac{1}{R_4} & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dfrac{1}{R_5} & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mathrm{j}\omega C_6\end{bmatrix}$$

则

$$\boldsymbol{Y}=\boldsymbol{A}\boldsymbol{Y}_{\mathrm{b}}\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}=\mathbf{Y}=\begin{bmatrix}\dfrac{1}{\mathrm{j}\omega L_1}+\dfrac{1}{R_2}+\dfrac{1}{R_5} & -\dfrac{1}{R_2} & -\dfrac{1}{R_5}\\ -\dfrac{1}{R_2} & \dfrac{1}{R_2}+\dfrac{1}{R_3}+\dfrac{1}{R_4} & -\dfrac{1}{R_3}\\ -\dfrac{1}{R_5} & -\dfrac{1}{R_3} & \dfrac{1}{R_3}+\dfrac{1}{R_5}+\mathrm{j}\omega C_6\end{bmatrix}$$

(4)矩阵形式的节点方程为 $\boldsymbol{Y}\dot{\boldsymbol{U}}_{\mathrm{n}}=\begin{bmatrix}\dfrac{\dot{U}_{\mathrm{S5}}}{R_5} & 0 & -\dfrac{\dot{U}_{\mathrm{S5}}}{R_5}-\dot{I}_{\mathrm{S6}}\end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$

其中 $\dot{\boldsymbol{U}}_{\mathrm{n}}=\begin{bmatrix}\dot{U}_{\mathrm{na}} & \dot{U}_{\mathrm{nb}} & \dot{U}_{\mathrm{nc}}\end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$

8. 图 9.11 所示电路，若以 u_C，i_L 为状态变量，试求其状态方程的标准矩阵形式。（南京航空航天大学 2001 年考研试题）

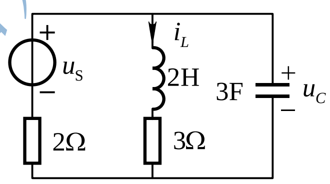


图 9.11

解：如图上端节点列 KCL 方程和对右端回路列 KVL 方程得

$$3\times\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}+i_L+\frac{u_C-u_{\mathrm{S}}}{2}=0$$

$$2\frac{\mathrm{d}i_L}{\mathrm{d}t}=u_C-3i_L$$

整理得

$$\begin{bmatrix}\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}\\ \dfrac{\mathrm{d}i_L}{\mathrm{d}t}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-\dfrac{1}{6} & -\dfrac{1}{3}\\ 0.5 & -1.5\end{bmatrix}\begin{bmatrix}u_C\\ i_L\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}\dfrac{1}{6}\\ 0\end{bmatrix}u_{\mathrm{S}}$$

9. 图 9.12 所示电路，试求电路标准矩阵形式的状态方程。（南京航空航天大学 2002 年考研试题）

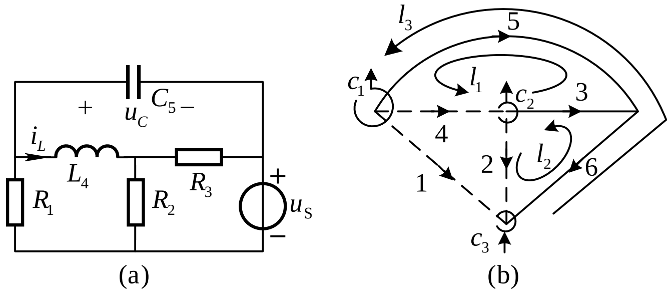


图 9.12

解：如图选取专用树，列写单树支割集的 KCL 方程和单连支回路的 KVL 方程得

$c_1 \quad C_5\dfrac{du_C}{dt}+i_1+i_L=0$

$c_2 \quad i_L=i_2+i_3$

$c_3 \quad i_1+i_2+i_6=0$

$l_1 \quad L_4\dfrac{di_L}{dt}=u_C-R_3i_3$

$l_2 \quad u_S+R_3i_3=R_2i_2$

$l_3 \quad u_S+u_C=R_1i_1$

消去中间变量 i_1， u_2， 整理得

$$\begin{bmatrix}\dfrac{du_C}{dt}\\ \dfrac{di_L}{dt}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-\dfrac{1}{R_1C_5} & -\dfrac{1}{C_5}\\ \dfrac{1}{L_4} & -\dfrac{R_2R_3}{L_4(R_2+R_3)}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}u_C\\ i_L\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}-\dfrac{1}{R_1C_5}\\ \dfrac{R_3}{L_4(R_2+R_3)}\end{bmatrix}u_S$$

10. 对于图 9.13 所示电路，若以 i_L 和 u_C 为状态变量，写出电路的状态方程。(重庆大学 2003 年考研试题)

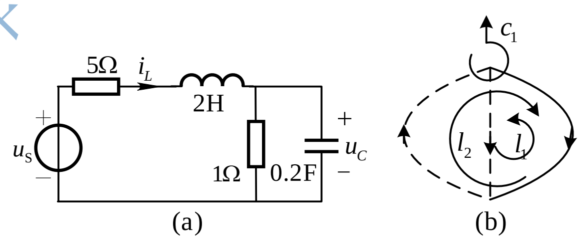


图 9.13

解：如图选取专用树，列写单树支割集的 KCL 方程和单连支回路的 KVL 方程得

$c_1 \quad 0.2\times\dfrac{du_C}{dt}=i_L-\dfrac{u_C}{1}$

$l_2 \quad 2\dfrac{di_L}{dt}=-u_C-5i_L+u_S$

整理得

$$\begin{bmatrix}\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}\\ \dfrac{\mathrm{d}i_L}{\mathrm{d}t}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-5 & 5\\ -0.5 & -2.5\end{bmatrix}\begin{bmatrix}u_C\\ i_L\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0\\ 0.5\end{bmatrix}u_S$$

11. 图 9.14 所示电路，以 u_C 和 i_L 为状态变量，列写电路的状态方程。（哈尔滨工业大学 1994 年考研试题）

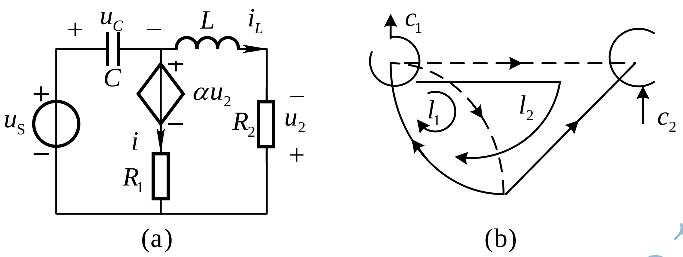


图 9.14

解：如图选取专用树，列写单树支割集的 KCL 方程和单连支回路的 KVL 方程得

c_1　$C\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}=i_1+i_L$

c_2　$\dfrac{u_2}{R_2}=-i_L$

l_1　$u_S-u_C=R_1i_1+\alpha u_2$

l_2　$L\dfrac{\mathrm{d}i_L}{\mathrm{d}t}=-u_C+u_2+u_S$

消去中间变量 i_1，u_2，整理得

$$\begin{bmatrix}\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}\\ \dfrac{\mathrm{d}i_L}{\mathrm{d}t}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-\dfrac{1}{R_1C} & \dfrac{1}{C}(1+\alpha\dfrac{R_2}{R_1})\\ -\dfrac{1}{L} & -\dfrac{R_2}{L}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}u_C\\ i_L\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}\dfrac{1}{R_1C}\\ \dfrac{1}{L}\end{bmatrix}u_S$$

10.3 考研试题精选

1．求图 10.13 所示二端口电路的导纳参数矩阵 $\boldsymbol{Y}$ 。（大连理工大学 2004 年考研题）

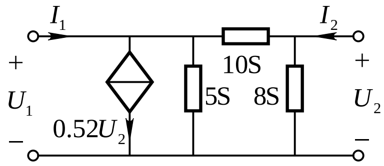


图 10.13

解：取下面节点为参考，列写节点法方程得

$$\begin{cases}(5\text{S}+10\text{S})U_1-10\text{S}U_2+0.52U_2=I_1\\ -10\text{S}U_1+(8\text{S}+10\text{S})U_2=I_2\end{cases}$$

整理得 $\boldsymbol{Y}=\begin{bmatrix}15 & -9.48\\ -10 & 18\end{bmatrix}\text{S}$

2．求图 10.14 所示二端口电路的导纳参数矩阵 $\boldsymbol{Y}$ 。（大连理工大学 2003 年考研题）

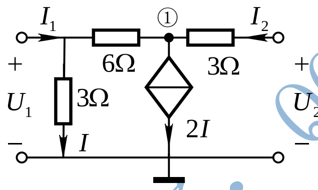


图 10.14

解：列写节点法方程得

$$\begin{cases}(\frac{1}{3}+\frac{1}{6})U_1-\frac{1}{6}U_{n1}=I_1\\ -\frac{1}{6}U_1+(\frac{1}{3}+\frac{1}{6})U_{n1}-\frac{1}{3}U_2=-2I\\ -\frac{1}{3}U_{n1}+\frac{1}{3}U_2=I_2\end{cases}$$

补充方程 $I=\dfrac{U_1}{3}$

整理得 $\boldsymbol{Y}=\dfrac{1}{9}\begin{bmatrix}6 & -1\\ 3 & 1\end{bmatrix}\text{S}$

3．求图 10.15 所示二端口网络的 $\boldsymbol{Z}$ 参数和 $\boldsymbol{Y}$ 参数。

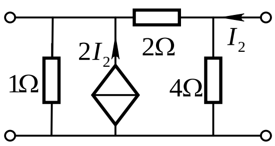


图 10.15

解：取下面节点为参考，列写节点法方程得

$$\begin{cases}(1+\frac{1}{2})U_1-\frac{1}{2}U_2-2I_2=I_1\\ -\frac{1}{2}U_1+(\frac{1}{2}+\frac{1}{4})U_2=I_2\end{cases}$$

整理得 $\boldsymbol{Y}=\begin{bmatrix}2.5 & -2\\ -0.5 & 0.75\end{bmatrix}\text{S}$

又 $\boldsymbol{Z}=\boldsymbol{Y}^{-1}$

解得 $\boldsymbol{Z}=\dfrac{1}{7}\begin{bmatrix}6 & 16\\ 4 & 20\end{bmatrix}\Omega$

4．求图 10.16 所示电路的开路阻抗矩阵。

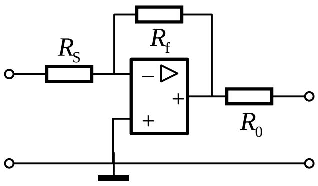


图 10.16

解：由已知

$$Z_{11}=\left.\frac{U_1}{I_1}\right|_{I_2=0}=R_S$$

$$Z_{12}=\left.\frac{U_1}{I_2}\right|_{I_1=0}=0$$

$$Z_{21}=\left.\frac{U_2}{I_1}\right|_{I_2=0}=-R_f$$

$$Z_{22}=\left.\frac{U_2}{I_2}\right|_{I_1=0}=R_0$$

综上

$$\boldsymbol{Z}=\begin{bmatrix}R_S & 0\\ -R_f & R_0\end{bmatrix}$$

5．求图 10.17(a)所示网络的 ***A*** 参数矩阵和图(b)所示网络的 ***H*** 参数矩阵。

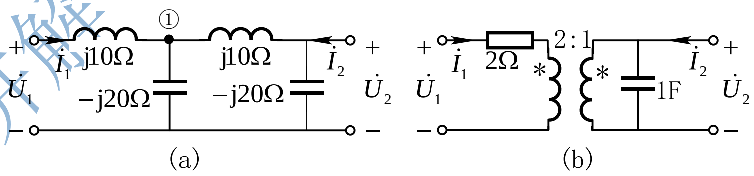


图 10.17

解：（a）方法一：列写节点法方程得

$$\begin{cases}\dfrac{1}{\text{j}10}\dot{U}_1-\dfrac{1}{\text{j}10}U_{n1}=\dot{I}_1\\ -\dfrac{1}{\text{j}10}\dot{U}_1+(\dfrac{1}{\text{j}10}-\dfrac{1}{\text{j}20}+\dfrac{1}{\text{j}10})\dot{U}_{n1}-\dfrac{1}{\text{j}10}\dot{U}_2=0\\ -\dfrac{1}{\text{j}10}\dot{U}_{n1}+(-\dfrac{1}{\text{j}20}+\dfrac{1}{\text{j}10})\dot{U}_2=\dot{I}_2\end{cases}$$

整理得 $\begin{cases}\dot{U}_1=-0.25\dot{U}_2+\text{j}15(-\dot{I}_2)\\ \dot{I}_1=\text{j}0.075\dot{U}_2+0.5(-\dot{I}_2)\end{cases}$

可得 $\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix}-0.25 & \mathrm{j}15\Omega \\ \mathrm{j}0.075\mathrm{S} & 0.5\end{bmatrix}$

方法二 将二端口分为左右两个完全相同的两个二端口级联

则对一个二端口有 $A_{11}'=\left.\dfrac{\dot{U}_1}{\dot{U}_2}\right|_{-\dot{I}_2=0}=0.5$

$$A_{12}'=\left.\frac{\dot{U}_1}{-\dot{I}_2}\right|_{\dot{U}_2=0}=\mathrm{j}10$$

$$A_{21}'=\left.\frac{\dot{I}_1}{\dot{U}_2}\right|_{-\dot{I}_2=0}=\mathrm{j}0.05$$

$$A_{22}'=\left.\frac{\dot{I}_1}{-\dot{I}_2}\right|_{\dot{U}_2=0}=1$$

综上

$\boldsymbol{A}'=\begin{bmatrix}0.5 & \mathrm{j}10\Omega \\ \mathrm{j}0.05\mathrm{S} & 1\end{bmatrix}$

所以 $\boldsymbol{A}=(\boldsymbol{A}')^2=\begin{bmatrix}-0.25 & \mathrm{j}15\Omega \\ \mathrm{j}0.075\mathrm{S} & 0.5\end{bmatrix}$

（b）采用定义法

$$H_{11}=\left.\frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1}\right|_{\dot{U}_2=0}=2\Omega$$

$$H_{12}=\left.\frac{\dot{U}_1}{\dot{U}_2}\right|_{\dot{I}_1=0}=2$$

$$H_{21}=\left.\frac{\dot{I}_2}{\dot{I}_1}\right|_{\dot{U}_2=0}=-2$$

$$H_{22}=\left.\frac{\dot{I}_2}{\dot{U}_2}\right|_{\dot{I}_1=0}=\mathrm{j}\omega C=\mathrm{j}\omega\mathrm{S}$$

综上

$\boldsymbol{H}=\begin{bmatrix}2\Omega & 2 \\ -2 & \mathrm{j}\omega\mathrm{S}\end{bmatrix}$

6．电路如图 10.18 所示，已知 $U_\mathrm{S}=80\mathrm{V}, R_1=5\Omega, R_2=15\Omega$，$\mathrm{N}_1$ 为无源二端口网络，其传输参数 $\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix}5/4 & 45/4\Omega \\ 1/20\mathrm{S} & 5/4\end{bmatrix}$，电流 $I_1=2\mathrm{A}$，电压 $U_2=15\mathrm{V}$，试设计以最简的“T”型电阻网络来等效无源网络 N_2，使其余电路中支路电压，电流均保持不变。（浙江大学 2002 年考研题）

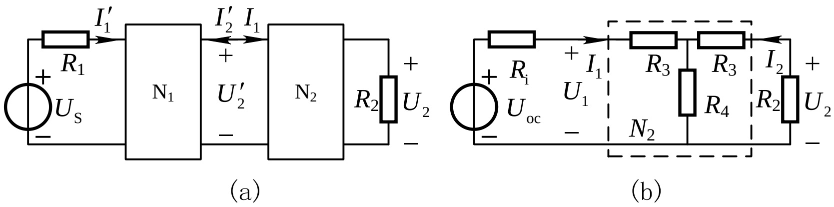


图 10.18

解：从 N_2 向左进行戴维南等效

$$U_{oc}=\frac{U_S}{R_1A_{21}+A_{11}}=\frac{80}{5\times\frac{1}{20}+\frac{5}{4}}=\frac{160}{3}\text{V}$$

$$R_i=\frac{R_1A_{22}+A_{12}}{R_1A_{21}+A_{11}}=\frac{5\times\frac{5}{4}+\frac{45}{4}}{5\times\frac{1}{20}+\frac{5}{4}}=\frac{35}{3}\Omega$$

将 N_2 用对称 T 型电路等效

由已知 $U_1=U_S-R_iI_1=\frac{160}{3}-\frac{35}{3}\times 2=30\text{V}$

$$I_2=-\frac{U_2}{R_2}=-1\text{A}$$

对 N_2 列两端口 KVL

$U_1=R_3I_1+R_4(I_1+I_2)=2R_3+R_4=30\text{V}$

$U_2=R_3I_2+R_4(I_1+I_2)=-R_3+R_4=15\text{V}$

解得 $R_3=5\Omega$， $R_4=20\Omega$

7．已知图 10.19 所示电路中正弦电压源 $\dot{U}_S=20\text{V}$，二端口网络的导纳参数矩阵 $\boldsymbol{Y}=\begin{bmatrix}\text{j}0.1 & \text{j}0.1\\ \text{j}0.1 & \text{j}0.1\end{bmatrix}\text{S}$，问负载 Z 为多少时能获得最大功率，并求此最大功率。（哈尔滨工业大学 1988 年考研题）

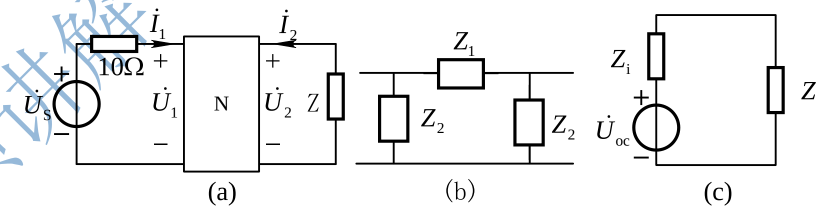


图 10.19

解：由已知二端口网络为对称二端口，可用Π 型电路等效

可得 $Z_1=-\frac{1}{Y_{12}}=\text{j}10\Omega$， $Z_2=\frac{1}{Y_{11}+Y_{12}}=-\text{j}5\Omega$

由 Z 向左进行戴维南等效，此时 Z_1 与 Z_1 串 Z_2 的并联部分发生谐振，相当于开路，得

$$\dot{U}_{oc}=\frac{Z_2}{Z_1+Z_2}\dot{U}_S=-\dot{U}_S=-20\text{V}$$

$Z_i=(R\,||\,Z_2+Z_1)\,||\,Z_2=(10\,||-\text{j}5+\text{j}10)\,||-\text{j}5=(10-\text{j}10)\Omega$

由最大功率传输定理

当 $Z=\overset{*}{Z_i}=(10+j10)\Omega$ 时可以获得最大功率，此时

$$P_{max}=\frac{U_{oc}^2}{4R_i}=\frac{20^2}{4\times10}=10W$$

8．已知图 10.20 所示二端口 N 的阻抗矩阵 $\boldsymbol{Z}=\begin{bmatrix}9&6\\6&8\end{bmatrix}\Omega$，求 $I_1=?U_2=?$（哈尔滨工业大学 1993 年考研题）

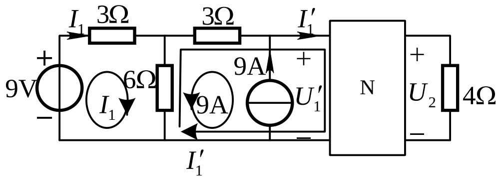


图 10.20

解：如图选取回路列回路法方程

$9I_1-6I_1'+6\times9=9$

$-6I_1+9I_1'+9\times9=U_1'$

另外有 $U_2+4I_2=0$

$U_1'=9I_1'+6I_2$

$U_2=6I_1'+8I_2$

联立各式解得

$I_1=-1.91\text{A}$， $U_2=9.27\text{V}$

9．电路如图 10.21 所示，N 为电阻性二端口网络，已知 $R=\infty$ 时， $U_2=7.5\text{V}$； $R=0$ 时，$I_1=3\text{A},I_2=-1\text{A}$。（1）求该二端口网络的 **Z** 参数；（2）当 $R=2.5\Omega$ 时， $I_1=?I_2=?$（天津大学 1992 年考研题）

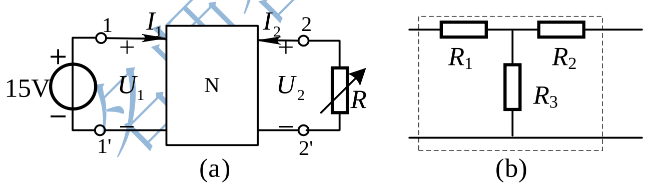


图 10.21

解：（1）由 N 为电阻性二端口网络，则其应互易，可等效为（b）图所示 T 型电路，

已知 $R=\infty$ 时

$U_1=I_1(R_1+R_3)=15\text{V}$

$U_2=I_1R_3=7.5\text{V}$

所以得 $R_1=R_3$

$R=0$ 时

$U_1=I_1R_1+(I_1+I_2)R_3=15\text{V}$

解得 $R_1=R_3=3\Omega$

又由 KVL： $I_2R_2+(I_1+I_2)R_3=0$

得 $R_2=6\Omega$

得 $\boldsymbol{Z}=\begin{bmatrix}R_1+R_3&R_3\\R_3&R_2+R_3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}6&3\\3&9\end{bmatrix}\Omega$

（2）当 $R=2.5\Omega$ 时

$$I_1=\frac{U_1}{R_1+R_3\,||\,(R_2+R)}=\frac{15}{3+3\,||\,(6+2.5)}=2.875\text{A}$$

$$I_2=-\frac{R_3}{R_3+R_2+R}\times I_2=-\frac{3}{3+6+2.5}\times 2.875=-0.75\text{A}$$

10．图 10.22 所示电路中，已知 N_1 的电阻参数矩阵为 $\boldsymbol{Z}=\begin{bmatrix}6 & 2\\ 2 & 8\end{bmatrix}\Omega$，$N_2$ 的传输参数矩阵为 $\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix}1.5 & 5\Omega\\ 0.25\text{S} & 1.5\end{bmatrix}$，$U_3$ 处开路。（哈尔滨工业大学 1998 年考研题）

（1） 求 N_1 的 T 形等效电路和 N_2 的等效输入电阻 R_i；（2）求 U_2 和 U_3 的值。

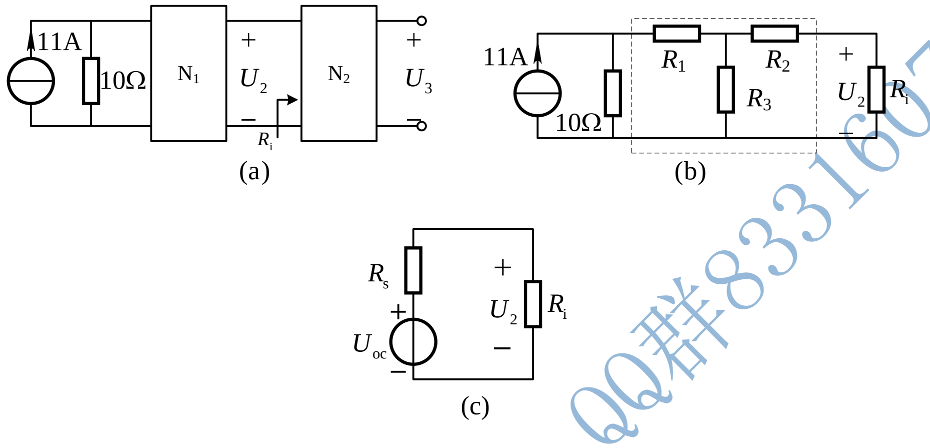


图 10.22

解：（1）U_3 处开路，所以 $R_i=\dfrac{A_{11}}{A_{21}}=\dfrac{1.5}{0.25}=6\Omega$

又 N_1 为互易二端口，由已知可得

$R_3=Z_{12}=2\Omega$

$R_1=Z_{11}-Z_{12}=4\Omega$

$R_2=Z_{22}-Z_{12}=6\Omega$

（2）由 R_i 向左等效得

$R_s=R_2+(R_1+10)\,||\,R_3=6+(4+10)\,||\,2=7.75\Omega$

$$U_{oc}=\frac{10}{10+R_1+R_3}\times 11\times R_3=\frac{10}{10+4+2}\times 11\times 2=13.75\text{V}$$

所以 $U_2=\dfrac{R_i}{R_i+R_s}\times U_{oc}=\dfrac{6}{6+7.75}\times 13.75\text{V}=6\text{V}$

由传输参数方程

$U_2=A_{11}\times U_3$

解得 $U_3=\dfrac{U_2}{A_{11}}=4\text{V}$

11．图 10.23 所示电路中，二端口网络 N 的传输参数矩阵为 $\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix}2.5 & 6\Omega\\ 0.5\text{S} & 1.6\end{bmatrix}$，求 R_L 获得最大功率时，9V 电压源提供的功率。（华北电力大学 2003 年考研题）

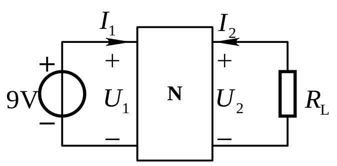


图 10.23

解：由已知，将线性部分进行戴维南等效，由已知

$$U_{oc}=U_2\big|_{-I_2=0}=\frac{U_1}{A_{11}}=\frac{9}{2.5}=3.6\text{V}$$

$$I_{sc}=-I_2\big|_{U_2=0}=\frac{U_1}{A_{12}}=\frac{9}{6}=1.5\text{A}$$

所以 $R_i=\dfrac{U_{oc}}{I_{sc}}=2.4\Omega$

由最大功率传输定理

当 $R_L=R_i=2.4\Omega$ 时可以获得最大功率，此时

$U_{oc}=U_2\big|_{-I_2=0}=\dfrac{U_1}{A_{11}}=\dfrac{9}{2.5}=3.6\text{V}$ $P_{max}=\dfrac{U_{oc}^2}{4R_i}=\dfrac{3.6^2}{4\times 2.4}=2.25\text{W}$

$-I_2=\dfrac{U_{oc}}{R_i+R_L}=\dfrac{3.6}{2.4+2.4}=0.75\text{A}$

$U_2=-I_2R_L=0.75\times 2.4=1.8\text{V}$

$I_1=A_{21}U_2+A_{22}(-I_2)=0.5\times 1.8+1.6\times 0.75=2.1\text{A}$

所以 9V 电压源提供的功率为

$P=9I_1=18.9\text{W}$

12. 图 10.24 所示电路中 $u_S=12\cos\omega t\text{V}$，网络 N 的传输矩阵为 $\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix}1.5 & 2\Omega\\ 0.25\text{S} & 1\end{bmatrix}$，求电流 i_1,i_2,i_3。

（哈尔滨工业大学 1994 年考研题）

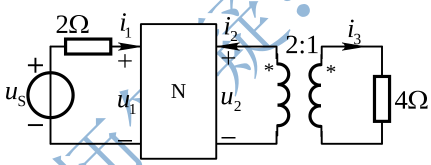


图 10.24

解：将 4Ω 电阻 折算到原边为

$R=n^2R_L=16\Omega$

N 的传输参数方程为

$u_1=1.5u_2-2i_2$

$i_1=0.25u_2-i_2$

N 电源和负载端口方程为

$u_1=u_S-2i_2$

$u_2=-16i_2$

解得：

$i_1=\dfrac{5}{3}\cos(\omega t)\text{A}$

$i_2=-\dfrac{1}{3}\cos(\omega t)\text{A}$

$i_3=\dfrac{2}{3}\cos(\omega t)\text{A}$

13. 已知图 10.25 所示二端口网络 N 的导纳参数矩阵 $\boldsymbol{Y}=\begin{bmatrix}1 & -0.25\\ -0.25 & 0.5\end{bmatrix}$S，求：

（1）R 为何值时可获得最大功率；

（2）此时 R 的最大功率；

（3）此时电源发出的功率。

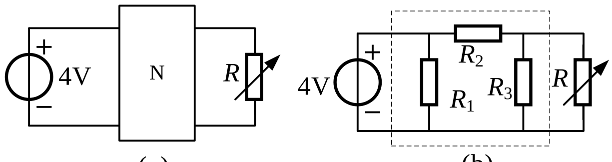


图 10.25

解：（1）由 N 为电阻性二端口网络，则其应互易，可等效为（b）图所示电路，

由已知 $R_2=\dfrac{1}{-Y_{12}}=\dfrac{1}{0.25}=4\Omega$

$$R_1=\frac{1}{Y_{11}+Y_{12}}=\frac{1}{1-0.25}=\frac{4}{3}\Omega$$

$$R_3=\frac{1}{Y_{22}+Y_{12}}=\frac{1}{0.5-0.25}=4\Omega$$

所以 $U_{oc}=\dfrac{R_3}{R_2+R_3}\times 4=\dfrac{4}{4+4}\times 4=2\text{V}$

$$R_i=R_2\,||\,R_3=\frac{4\times 4}{4+4}=2\Omega$$

由最大功率传输定理

（1）当 $R=R_i=2\Omega$ 时可以获得最大功率

（2）此时

$$P_{max}=\frac{U_{oc}^2}{4R_i}=\frac{2^2}{4\times 2}=0.5\text{W}$$

（3）当 $R=R_i=2\Omega$ 时

从电压源向右侧的等效电阻为

$$R_i'=R_1\,||\,(R_2+R\,||\,R_3)=\frac{4}{3}\,||\,(4+2\,||\,4)=\frac{16}{15}\Omega$$

此时电压源发出功率为

$$P=\frac{U^2}{R_i'}=\frac{4^2}{\frac{16}{15}}=15\text{W}$$

14. 图 10.26 所示电路中，已知二端口电阻网络 N 的阻抗参数矩阵 $\boldsymbol{Z}=\begin{bmatrix}4 & 2\\ 3 & 4\end{bmatrix}\Omega$，电路在开关闭合前已处于稳态，$t=0$ 时开关闭合，用三要素法求 $t>0$ 时的电阻电压 $u(t)$。（重庆大学 2003 年考研题）

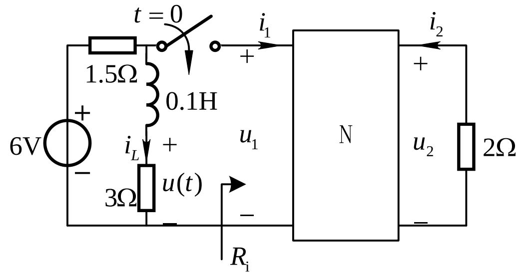


图 10.26

解：（1） $t=0_-$ 时电路达直流稳态，可得

$$i_L(0_-)=\frac{6}{1.5+3}=\frac{4}{3}\text{A}$$

换路后 $i_L(0_+)=i_L(0_-)=\frac{4}{3}\text{A}$

所以 $u(0_+)=i_L(0_+)\times 3=\frac{4}{3}\times 3=4\text{V}$

（2）换路后二端口及右侧 2Ω 电阻的等效电阻可由阻抗参数方程和端口方程得到

$$u_1=4i_1+2i_2$$
$$u_2=3i_1+4i_2$$
$$u_2=-2i_2$$

解得 $R_i=\frac{u_1}{i_1}=3\Omega$

所以 $t\to\infty$ 时电路达直流稳态，可得

$$u(\infty)=\frac{3\,||\,3}{1.5+3\,||\,3}\times 6=3\text{V}$$

（3）换路后由电感看进去的等效电阻为

$$R=1.5\,||\,3+3=4\Omega$$

$$\tau=\frac{L}{R}=\frac{0.1}{4}=\frac{1}{40}\text{s}$$

由三要素公式得 $t>0$ 时

$$u(t)=u(\infty)+[u(0_+)-u(\infty)]\mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}}=u(\infty)=(3+\mathrm{e}^{-40t})\text{V}$$

15．图 10.27 所示电路中含有理想运算放大器，试求该电路的传输参数矩阵。（西安交通大学 2004 年考研题）

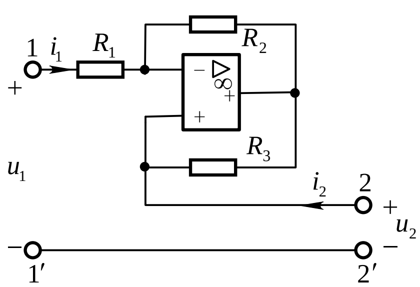


图 10.27

解：由运放的虚短、虚断特点可得

$$u_1=R_1i_1+u_2$$

$R_2 i_1 = R_3 i_2$

由此可得

$$A_{11} = \left.\frac{u_1}{u_2}\right|_{-i_2=0} = \left.\frac{R_1 i_1 + u_2}{u_2}\right|_{-i_2=0} = 1$$

$$A_{12} = \left.\frac{u_1}{-i_2}\right|_{u_2=0} = \frac{R_1 i_1}{-i_2} = \frac{R_1 \dfrac{R_3}{R_2} i_2}{-i_2} = -\frac{R_1 R_3}{R_2}$$

$$A_{21} = \left.\frac{i_1}{u_2}\right|_{-i_2=0} = \frac{0}{u_2} = 0$$

$$A_{22} = \left.\frac{i_1}{-i_2}\right|_{u_2=0} = -\frac{R_3}{R_2}$$

综上

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} 1 & -\dfrac{R_1 R_3}{R_2} \\ 0 & -\dfrac{R_3}{R_2} \end{bmatrix}$$

16．如图 10.28 所示电路，已知 $R_1 = R_2 = 1\Omega$，压控电流源的控制系数 $g = 2\,\text{S}$，虚线方框内的复合二端口网络是对称的。当 $I_3 = 0$ 时，$\dfrac{U_1}{I_1} = \dfrac{8}{5}$；当 $U_3 = 0$ 时，$\dfrac{U_1}{I_1} = \dfrac{3}{2}$。

求：（1）虚线方框内的复合二端口网络的传输参数矩阵 $\boldsymbol{A}$（设各参数均大于等于零）；

（2）二端口网络 N_b 的传输参数矩阵 $\boldsymbol{A}_\text{b}$；

（3）若 $R_\text{S} = 2.5\Omega$，则当 R_L 为何值时可获得最大功率。（天津大学 2003 年考研题）

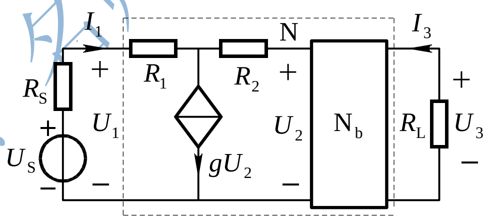


图 10.28

解：（1）列虚线方框内的复合二端口网络传输参数方程

$U_1 = A_{11} U_3 + A_{12}(-I_3)$

$I_1 = A_{21} U_3 + A_{22}(-I_3)$

由已知可得

$$\left.\frac{U_1}{I_1}\right|_{I_3=0} = \frac{A_{11}}{A_{21}} = \frac{8}{5}$$

$$\left.\frac{U_1}{I_1}\right|_{U_3=0} = \frac{A_{12}}{A_{22}} = \frac{3}{2}$$

且 $A_{11} = A_{22}$，$A_{11}A_{22} - A_{12}A_{21} = 1$

解得 $A_{11}=A_{22}=4$；　$A_{21}=\dfrac{5}{8}A_{11}=2.5\text{S}$；　$A_{12}=\dfrac{3}{2}A_{22}=6\Omega$

即 $\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix}4 & 6\Omega\\ 2.5\text{S} & 4\end{bmatrix}$

（2）求虚框内除 N_b 外的二端口传输参数

$$A'_{11}=\left.\frac{U_1}{U_2}\right|_{-I_2=0}=\frac{R_1 gU_2+U_2}{U_2}=3$$

$$A'_{12}=\left.\frac{U_1}{-I_2}\right|_{U_2=0}=\frac{(R_1+R_2)\times(-I_2)}{-I_2}=R_1+R_2=2\Omega$$

$$A'_{21}=\left.\frac{I_1}{U_2}\right|_{-I_2=0}=\frac{gU_2}{U_2}=2\text{S}$$

$$A_{22}=\left.\frac{I_1}{-I_2}\right|_{U_2=0}=1$$

综上

$$\boldsymbol{A}'=\begin{bmatrix}3 & 2\Omega\\ 2\text{S} & 1\end{bmatrix}$$

由两二端口级联可得

$$\boldsymbol{A}'\boldsymbol{A}_\text{b}=\boldsymbol{A}$$

所以 $\boldsymbol{A}_\text{b}=\boldsymbol{A}'^{-1}\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix}1 & 2\Omega\\ 0.5\text{S} & 0\end{bmatrix}$

17．图 10.29 所示二端口级联电路，其中二端口 N_a 的传输参数矩阵为 $\boldsymbol{A}_\text{a}=\begin{bmatrix}1.5 & 6\Omega\\ 1/6\text{S} & 4/3\end{bmatrix}$，虚线框内的复合二端口为对称二端口，$U_\text{S}=21\text{V}$，$R_\text{S}=4\Omega$。当负载电阻 $R_\text{L}=\infty$ 时，图中所示输入阻抗 $Z_\text{in}=7\Omega$，当 $R_\text{L}=0$ 时，$Z_\text{in}=\dfrac{45}{7}\Omega$。

试求 （1）N_b 的传输参数矩阵 $\boldsymbol{A}_\text{b}$；（2）若电压源 U_S 供出功率 42W，则 $R_\text{L}=?$（天津大学 2004 年考研题）

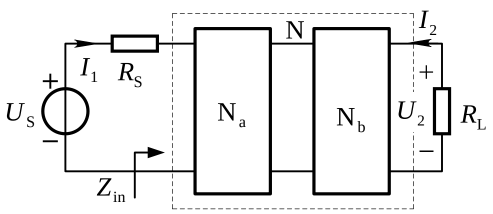


图 10.29

解：（1）列虚线方框内的复合二端口网络传输参数方程

$U_1=A_{11}U_2+A_{12}(-I_2)$

$I_1=A_{21}U_2+A_{22}(-I_2)$

电源负载端口方程

$U_\text{S}=R_\text{S}I_1+U_1$

$U_2=-R_\text{L}I_2$

所以

$$Z_{in}=\frac{U_1}{I_1}=\frac{A_{11}R_L+A_{12}}{A_{21}R_L+A_{22}} \qquad (1)$$

由已知可得

$$\left.\frac{U_1}{I_1}\right|_{I_2=0}=\frac{A_{11}}{A_{21}}=7\Omega$$

$$\left.\frac{U_1}{I_1}\right|_{U_2=0}=\frac{A_{12}}{A_{22}}=\frac{45}{7}\Omega$$

且 $A_{11}=A_{22}$， $A_{11}A_{22}-A_{12}A_{21}=1$

解得 $A_{11}=A_{22}=3.5$； $A_{21}=\frac{1}{7}A_{11}=0.5\text{S}$； $A_{12}=\frac{45}{7}A_{22}=22.5\Omega$

即 $\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix}3.5 & 22.5\Omega\\0.5\text{S} & 3.5\end{bmatrix}$

由两二端口级联可得

$\boldsymbol{A}_a\boldsymbol{A}_b=\boldsymbol{A}$

所以 $\boldsymbol{A}_b=\boldsymbol{A}_a{}^{-1}\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix}5/3 & 9\Omega\\1/6\text{S} & 1.5\end{bmatrix}$

（2）若电压源 U_S 供出功率 42W，则

$$P=\frac{U_S^2}{R_S+Z_{in}}=\frac{21^2}{4+Z_{in}}=42$$

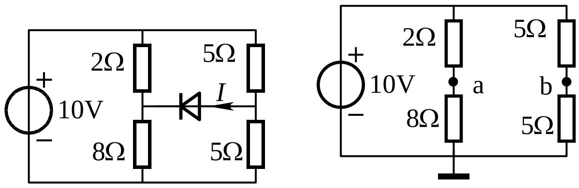
得 $Z_{in}=6.5\Omega$

由式（1）得

$R_L=1\Omega$

11.3 考研试题精选

1．图 11.11 所示电路，求图示理想二极管中的电流 I。（北京理工大学 1999 年考研试题）



(a)　　　　　　　　(b)

图 11.11

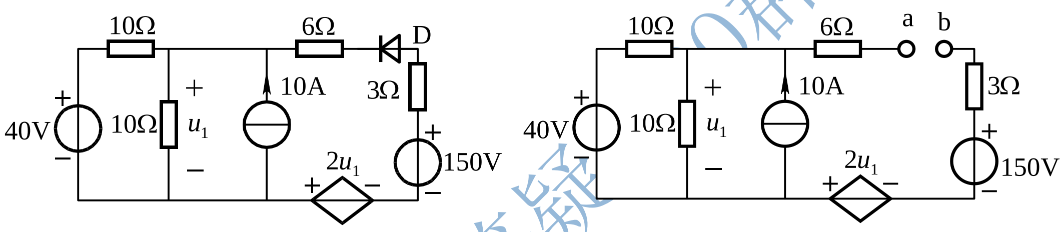
解：如图(b)所示，未连接二极管时，a、b 点电位分别为

$$U_{\mathrm{a}}=\frac{8}{8+2}\times 10=8\mathrm{V}$$

$$U_{\mathrm{b}}=\frac{5}{5+5}\times 10=5\mathrm{V}$$

显然 a 点电位高于 b 点电位，所以二极管不能导通，故 $I=0$

2．电路如图 11.12 所示，D 为理想二极管，求 u_1。（华北电力大学 2000 年考研试题）



(a)　　　　　　　　(b)

图 11.12

解:将二极管开路,从 ab 端口看进去的开路电压为

$$U_{\mathrm{ba}}=150-3u_1$$

对左边三个并联支路部分列写节点法方程得

$$(\frac{1}{10}+\frac{1}{10})u_1=10+\frac{40}{10}$$

解得

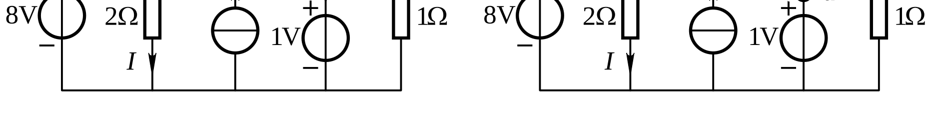
$$u_1=70\mathrm{V}$$

进而可得

$U_{\mathrm{ba}}=150-3u_1=-60\mathrm{V}$

可见二极管应处于截止状态，相当于开路所以 $u_1=70\mathrm{V}$

3．图 11.13 所示电路，D 为理想二极管，求电流 I。（华北电力大学 2003 年考研试题）



(a)　　　　　　　　(b)

图 11.13

解:从二极管支路向左进行戴维南等效，可得

$$U_{oc}=8\times\frac{2}{2+2}+1\times(2+2\,||\,2)=7\text{V}$$

等效电阻 $R_{in}=1+1\times(2+2\,||\,2)=4\Omega$

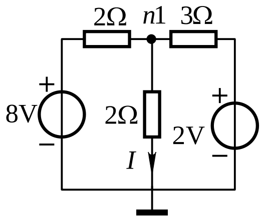
所以将二极管开路后，二极管处开路电压为

$$U_{ab}=U_{oc}\times\frac{1}{R_{in}+1}-1=0.4\text{V}$$

可见二极管承受正向压降导通，将二极管短路后，从待求电流支路向右进行戴维南等效得

$$U'_{oc}=1\text{V}+1\text{A}\times1\Omega=2\text{V}$$

等效电阻 $R'_{in}=2+1=3\Omega$



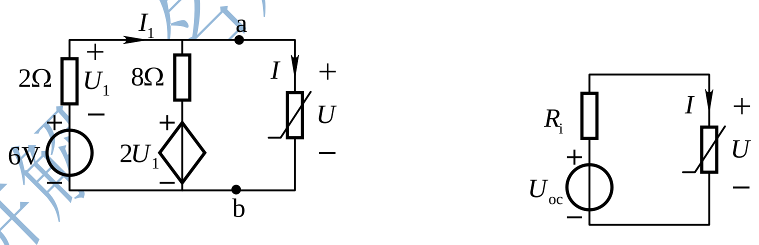
由节点法得

$$\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right)u_{n1}=\frac{8}{2}+\frac{2}{3}$$

解得 $u_{n1}=\frac{7}{2}\text{V}$

所以 $I=\frac{u_{n1}}{2}=\frac{7}{4}=1.75\text{A}$

4．图 11.14 所示电路中的非线性电阻的伏安特性为 $I=0.1U^2$（$U>0$，单位：A，V）求电压 U。（哈尔滨工业大学 1999 年考研试题）



(a)　　　　　　　　　　(b)

图 11.14

解：将线性部分进行戴维南等效，ab 端开路时

$$I_1\times(2+8)\Omega+2U_1=6\text{V}$$
$$U_1=-I_1\times2\Omega$$

解得　$U_1=-2\text{V}$，　$I_1=1\text{A}$

所以　$U_{oc}=U_1+6\text{V}=4\text{V}$

ab 端短路时

$$I_{sc}=\frac{6\text{V}}{2\Omega}+\frac{2U_1}{8\Omega}$$
$$U_1=-6\text{V}$$

解得 $I_{sc}=1.5\text{A}$

所以等效电阻为 $R_{\mathrm{i}}=\dfrac{U_{\mathrm{oc}}}{I_{\mathrm{sc}}}=\dfrac{8}{3}\Omega$

对等效电路列写 KVL 方程得

$$R_{\mathrm{i}}\times I+U=U_{\mathrm{oc}}$$

即 $\dfrac{8}{3}\times 0.1U^2+U=4$

解得 $U=\begin{cases}2.428\mathrm{V}\\ -6.168\mathrm{V}<0(\text{舍去})\end{cases}$

5．图 11.15 (a)所示电路中的非线性电阻具有方向性，其特性如图 11.15 (b)所示。当正向连接（a 与 c 连接，b 与 d 连接）时测得 $I=2\mathrm{A}$。求反向连接（a 与 d 连接，b 与 c 连接）时电流 $I=?$（哈尔滨工业大学 2000 年考研试题）

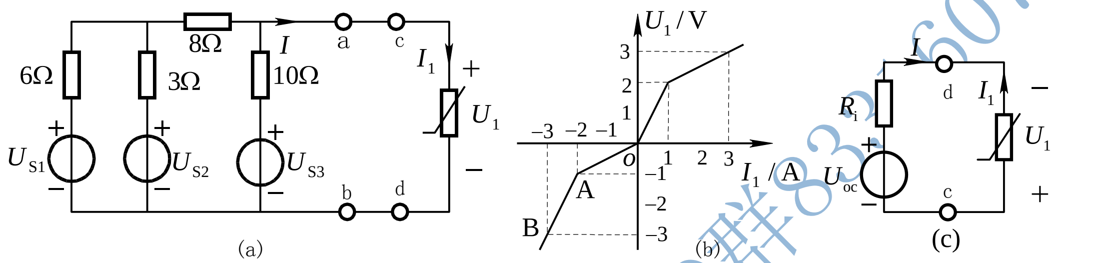


图 11.15

解：将 ab 端左侧进行戴维南等效，等效电阻为

$$R_{\mathrm{i}}=(6\,||\,3+8)\,||\,10=5\Omega$$

正向连接时，由 $I=2\mathrm{A}$ 及非线性电阻的特性曲线可得，$U_1=2.5\mathrm{V}$，所以开路电压为

$$U_{\mathrm{oc}}=R_{\mathrm{i}}\times I+U_1=5\times 2+2.5=12.5\mathrm{V}$$

反向连接时，$U_1=-U_{\mathrm{oc}}-R_{\mathrm{i}}\times I_1=-12.5-5I_1$ (1)

此时非线性电阻工作在 AB 段，该段的特性方程为 $U_1=3+2I_1$ (2)

联立(1)、(2)两式解得 $I_1\approx-2.214\mathrm{A}$ $U_1\approx-1.4286\mathrm{V}$

所以反接后 $I=-I_1\approx 2.214\mathrm{A}$

6．图 11.16 (a)所示电路中，非线性电阻的伏安特性如图 11.16 (b)所示，试求其电流 I 和电压 U。（天津大学 1991 年考研试题）

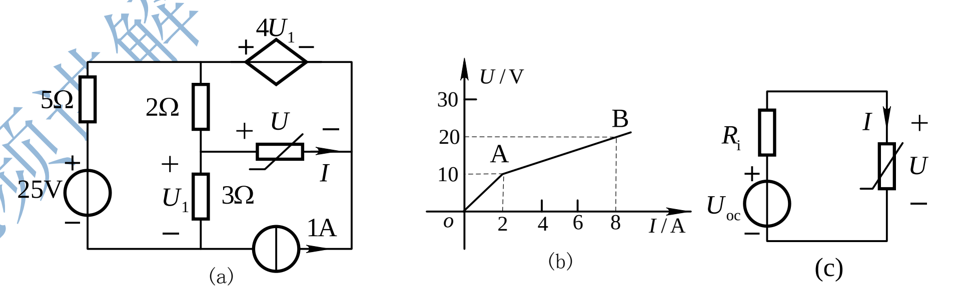
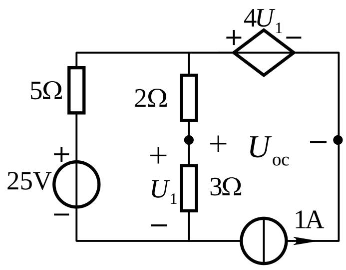


图 11.16

解：从非线性电阻看进去进行戴维南等效，非线性电阻开路时，先求开路电压



由叠加定理可得

电压源单独作用时

$$U_1'=\frac{3}{5+2+3}\times 25=7.5\text{V}$$

$$U_{oc}'=4U_1'-\frac{U_1'}{3}\times 2=25\text{V}$$

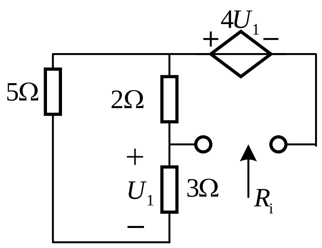
电流源单独作用时

$$U_1''=\frac{5}{5+2+3}\times 1\times 3=1.5\text{V}$$

$$U_{oc}''=4U_1''-\frac{U_1''}{3}\times 2=5\text{V}$$

所以$U_{oc}=U_{oc}'+U_{oc}''=30\text{V}$

将独立源置零求等效电阻



$$R_i=\frac{\frac{U_1}{3}\times(3+5)+4U_1}{\frac{U_1}{3}\times\frac{5+3+2}{2}}=4\Omega$$

得等效电路如图（c）所示

由于线性部分开路电压为 30V，短路电流为 7.5A，所以此时非线性电阻工作在 AB 段，该段的特性方程为$U=\frac{20}{3}+\frac{5}{3}I$

而$U_{oc}=R_iI+U$

解得$I=\frac{70}{17}\approx 4.117\text{V}$，$U_{oc}\approx 13.529\text{V}$

7．已知图 11.17(a)所示电路中二端口 N 的传输参数矩阵为$\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix}1.5 & 2.5\Omega\\ 0.5\text{S} & 1.5\end{bmatrix}$，非线性电阻的伏安特性如图(b)所示，求非线性电阻上的电压和电流。（清华大学 1999 年考研试题）

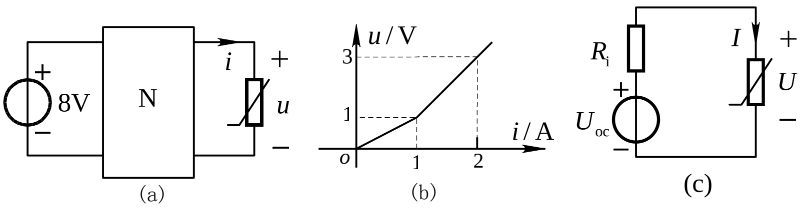


图 11.17

解：由已知，将线性部分进行戴维南等效，由已知

$$U_{oc}=U_2\big|_{-I_2=0}=\frac{U_1}{A_{11}}=\frac{8}{1.5}=\frac{16}{3}\text{V}$$

$$I_{sc}=-I_2\big|_{U_2=0}=\frac{U_1}{A_{12}}=\frac{8}{2.5}=\frac{16}{5}\text{A}$$

所以 $R_i=\dfrac{U_{oc}}{I_{sc}}=\dfrac{5}{3}\Omega$

等效电路如图（c）所示，显然非线性电阻应工作在 $I>1\text{A}$ 的区段，此时的特性方程为

$$U=-1+2I$$

而 $U_{oc}=R_iI+U$

代入数值解得 $I=\dfrac{19}{11}\text{A}$， $U=\dfrac{27}{11}\text{V}$

8．图 11.18 所示电路中非线性电阻的伏安特性为 $u=i^2$（$i>0$），试用解析法求该电路的静态工作点，并求工作点处的动态电阻 R_d。（西安交通大学 1998 年考研试题）

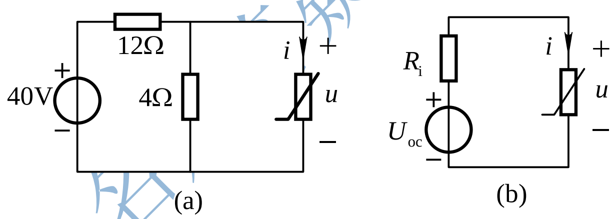


图 11.18

解：先将线性部分进行戴维南等效得

$$U_{oc}=\frac{4}{12+4}\times 40=10\text{V}$$

$$R_i=12\,||\,4=3\Omega$$

列写 KVL 方程得

$$U_{oc}=R_ii+u$$

代入数值得 $i^2+3i-10=0$

解得 $i=2\text{A}$ （$i=-5\text{A}<0$ 舍去）

此时 $u=i^2=4\text{V}$

即静态工作点为 $U=4\text{V}$， $I=2\text{A}$

此时 $R_d=\dfrac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}i}\bigg|_{i=I=2\text{A}}=2i=4\Omega$

9．如图 11.19 所示电路，非线性电阻的电压、电流关系为 $u=4i^2$（单位：V，A）（$i\geq 0$）。电压源 $u_S=(36+\sqrt{2}\cos 10t)\,\text{V}$，用小信号法求电感电流 i_L。（哈尔滨工业大学 1994 年考研试题）

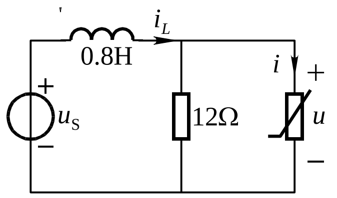


图 11.19

解：先求直流工作点：

$$U = 4I^2 = 36\text{V}$$

解得 $I = 3\text{A}$

动态电阻 $R_d = \left.\dfrac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}i}\right|_{i=3} = 8i|_{i=3} = 24\Omega$

正弦小信号作用时等效阻抗为 $Z = \mathrm{j}10\times 0.8 + 12 \,||\, 24 = (8+\mathrm{j}8)\Omega$

$$\dot{I}_L = \frac{\dot{U}_S}{Z} = \frac{1}{(8+\mathrm{j}8)} = \frac{1}{8\sqrt{2}}\angle -45°\text{A}$$

所以电感电流 $i_L = 3 + \dfrac{36}{12} + \dfrac{1}{8}\cos(10t-45°) = 6 + 0.125\cos(10t-45°)\text{A}$

10．图 11.20 所示电路中，已知非线性电阻的伏安特性为 $i = 0.02u^2\text{A}, u>0$，直流电压源 $U_S = 4\text{V}$，小信号电压源 $u_S(t) = 15\cos\omega t\ \text{mV}$，试求工作点和在工作点处由小信号电压源产生的电压和电流。（西安交通大学 1999 年考研试题）

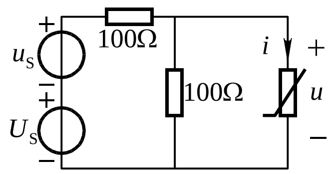


图 11.20

解：先求直流工作点：

$$U_S = 100\times(I + \frac{U}{100}) + U$$

代入数值得 $U^2 + U - 2 = 0$

解得 $U = 1\text{V}$ （$U = -2\text{V}<0$ 舍去）

此时 $I = 0.02U^2 = 0.02\text{A}$

即直流工作点为 $U = 1\text{V}$， $I = 0.02\text{A}$

动态电导 $G_d = \left.\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}u}\right|_{u=1} = 0.04u|_{u=1} = 0.04\text{S}$

动态电阻 $R_d = \dfrac{1}{G_d} = 25\Omega$

正弦小信号作用时

$$\Delta u = \frac{100\,||\,25}{100 + 100\,||\,25}\times u_S = 2.5\cos(\omega t)\text{mV}$$

$$\Delta i = \frac{\Delta u}{25} = 0.1\cos(\omega t)\text{mA}$$

11. 如图 11.21(a)所示电路，已知 $u_C(0_-) = 5\text{V}$，非线性电阻的电压、电流关系曲线如图 11.21(b)所示，当 $t=0$ 时开关闭合，求 $t>0$ 时的电压 $u_C(t)$。（哈尔滨工业大学 1995 年考研试题）

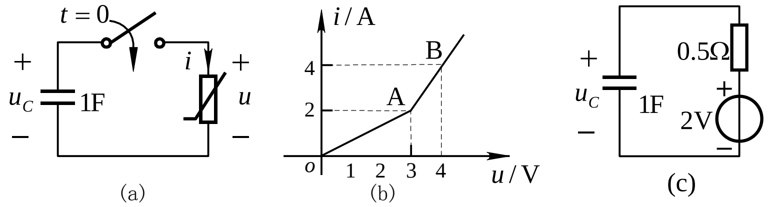


图 11.21

解：$0 \le t < t_1$ 时，非线性电阻工作在 AB 段，特性方程为 $u = 0.5i + 2$，等效电路如图（c）所示，由三要素公式得

$$u_C(t) = u_C(\infty) + [u_C(0+) - u_C(\infty)]\mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}} = (2 + 3\mathrm{e}^{-2t})\mathrm{V} \quad (0 \le t < t_1)$$

令 $u_C(t_1) = 3\mathrm{V}$

得 $t_1 = 0.549\mathrm{s}$

$t \ge t_1$ 时，非线性电阻工作在 OA 段，特性方程为 $u = 1.5i$，对应为 $R = 1.5\Omega$ 电阻

由三要素公式得

$$u_C(t) = u_C(\infty) + [u_C(0+) - u_C(\infty)]\mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}} = 3\mathrm{e}^{-\frac{2}{3}(t-t_1)}\mathrm{V} \quad (t \ge t_1)$$

所以 $u_C(t) = \begin{cases} (2 + 3\mathrm{e}^{-2t})\mathrm{V}\ （0 \le t \le t_1, t_1 = 0.549\mathrm{s}） \\ 3\mathrm{e}^{-\frac{2}{3}(t-t_1)}\mathrm{V}\ （t_1 \le t） \end{cases}$

12．如图 11.22(a)所示电路，电压源 $u_S = [10 + 2\sqrt{2}\cos(100t)]\mathrm{V}$，$C = 1.25 \times 10^{-2}\mathrm{F}$，非线性电阻的电压、电流关系如图 11.22 (b)所示。求电压 u 及其有效值。（哈尔滨工业大学 1996 年考研试题）

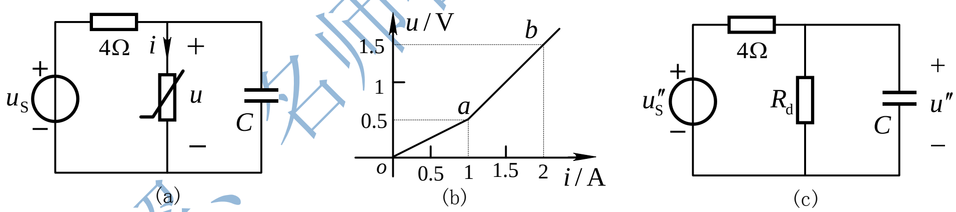


图 11.22

解：先求直流工作点：

$u_S' = 10\mathrm{V}$ 单独作用时，直流稳态电容开路，此时短路为 2.5A，显然非线性电阻工作在 ab 段，

此段特性方程为 $u = i - 0.5$

代入数值 $u_S' = 4i' + u' = 4i' + i' - 0.5$

解得 $i' = 2.1\mathrm{A}$， $u' = 1.6\mathrm{V}$

此时动态电阻 $R_d = 1\Omega$

正弦小信号作用时等效电路如图（c）所示

此时 $X_C = \dfrac{1}{100 \times 1.25 \times 10^{-2}} = 0.8\Omega$

$$\dot{U}'' = \frac{1 \| (-\mathrm{j}X_C)}{4 + 1 \| (-\mathrm{j}X_C)} \times \dot{U}_S'' = \frac{2}{5 + \mathrm{j}5} = 0.2\sqrt{2}\angle -45°\mathrm{V}$$

即 $u''(t) = 0.4\cos(100t - 45°)\mathrm{V}$

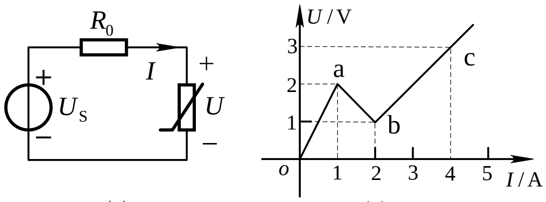
所以 $u(t) = 1.6 + 0.4\cos(100t - 45°)\mathrm{V}$

有效值：$U=\sqrt{1.6^2+0.4^2}=1.686\text{V}$

13．图 11.23(a)所示电路中，非线性电阻的伏安特性曲线如图 11.23 (b)所示。

（1）若 $U_S=2.5\text{V}$，问 R_0 在何取值范围内电路具有多个解？

（2）若 $R_0=0.5\Omega$，问 U_S 在何取值范围内电路具有多个解？（西北工业大学 2001 年考研试题）



(a)　　　　　　(b)

图 11.23

解：（1）若 $U_S=2.5\text{V}$，若电路具有多个解，则线性部分外特性与非线性电阻特性曲线交点有两个及以上，可见仅需考虑电源外特性与 ab 及 bc 段同时相交的情况

相交于 a 点时

$$R_0=\frac{U_S-U}{I}=\frac{2.5-2}{1}=0.5\Omega$$

相交于 b 点时

$$R_0=\frac{U_S-U}{I}=\frac{2.5-1}{2}=0.75\Omega$$

即 R_0 的取值范围为 $R_0\in[0.5\Omega\quad 0.75\Omega]$

（2）各段特性方程为：oa 段：$U=2I$　　　　（1）

ab 段：$U=3-I$

bc 段：$U=-1+I$　　　　（2）

而此时，线性部分端口特性为 $U=U_S-0.5I$　　　　（3）

电源外特性与 oa 段交于 a 点时须满足 $I<1\text{A}$，将式（1）代入（3），得

$$U_S=U+0.5I=2.5I<2.5\text{V}$$

电源外特性与 bc 段交于 b 点时须满足 $I>2\text{A}$，将式（2）代入（3），得

$$U_S=U+0.5I=1.5I-1>2\text{V}$$

即 U_S 的取值范围为 $U_S\in[2\text{V}\ 3\text{V}]$

14．图 11.24 所示电路，已知 D 为理想二极管，$u_C(0\_)=0$。开关在 $t=0$ 时闭合。求 $t\geq 0$ 时的电压 $u_C(t)$。（北京理工大学 1999 年考研试题）

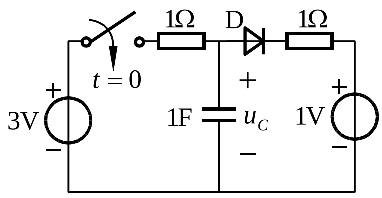


图 11.24

解：换路后到电容电压为 1V 期间，二极管截止，由三要素法得

$$u_C(t)=u_C(\infty)+[u_C(0+)-u_C(\infty)]\text{e}^{-\frac{t}{\tau}}=(3\text{-}3\text{e}^{-t})\text{V}$$

由 $u_C(t_1)=(3\text{-}3\text{e}^{-t_1})\text{=1V}$

得 $t_1 = 0.405\text{s}$

$t_1 > 0.405\text{s}$ 时二极管导通，稳态时

$$u_C(\infty) = \frac{3-1}{1+1} \times 1 + 1 = 2\text{V}$$

时间常数为

$$\tau = \frac{1\times 1}{1+1} \times 1 = 0.5\text{s}$$

由三要素公式得 $t_1 > 0.405\text{s}$ 时

$$u_C(t) = u_C(\infty) + [u_C(t_{1+}) - u_C(\infty)]\mathrm{e}^{-\frac{t-t_1}{\tau}} = 2 - \mathrm{e}^{-2(t-t_1)}\ \text{V}$$

综上

$$u_C(t) = \begin{cases} (3+3\mathrm{e}^{-t})\text{V} \ \ (0 \le t \le t_1,\ t_1 = 0.405\text{s}) \\ 2 - \mathrm{e}^{-2(t-t_1)}\ \text{V} \quad (t \ge t_1) \end{cases}$$

15．图 11.25 所示电路中，$q_1 = \alpha_1 u_1 + \beta_1 u_1^2$，$\psi_2 = \alpha_2 i_2 + \beta_2 i_2^2$，列写电路的状态方程。

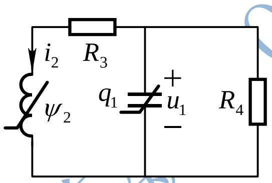


图 11.25

解：对上面节点列 KCL 方程得

$$\frac{\mathrm{d}q_1}{\mathrm{d}t} + i_2 + \frac{u_1}{R_4} = 0$$

对左侧网孔列写 KVL 方程得

$$\frac{\mathrm{d}\psi_2}{\mathrm{d}t} = u_1 - R_3 i_2$$

将非线性元件特性方程代入整理得

$$\begin{cases} \dfrac{\mathrm{d}u_1}{\mathrm{d}t} = -\dfrac{1}{\alpha_1 + 2\beta_1 u_1}\left(\dfrac{u_1}{R_4} + i_2\right) \\ \dfrac{\mathrm{d}i_2}{\mathrm{d}t} = \dfrac{1}{\alpha_2 + 2\beta_2 i_2}(u_1 - R_3 i_2) \end{cases}$$

12.3 考研试题精选

1．无损架空线的波阻抗为400Ω（终端开路），电源频率为100MHz，若要使输入端相当于100pF的电容，问线长l最短应为多少？（哈尔滨工业大学 1991 年考研试题）

解：终端开路无损线方程为

$$\begin{cases}\dot{U}_1=\dot{U}_2\cos\dfrac{2\pi}{\lambda}l\\ \dot{I}_1=\mathrm{j}\dfrac{\dot{U}_2}{Z_\mathrm{c}}\sin\dfrac{2\pi}{\lambda}l\end{cases}$$

无损架空线波速按光速计算，则波长

$$\lambda=\frac{c}{f}=\frac{3\times10^8}{100\times106}=3\text{m}$$

由已知计算输入阻抗得

$$Z_\mathrm{in}=\frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1}=-\mathrm{j}Z_\mathrm{c}\arctan(\frac{2\pi}{\lambda}l)=\frac{1}{\mathrm{j}\omega C}=-\mathrm{j}\frac{100}{2\pi}$$

解得

$$l=0.731\text{m}$$

2．已知某均匀无损线的长度$l=1.75\text{m}$，特性阻抗$Z_\mathrm{c}=300\Omega$，相速$v_\mathrm{p}=3\times10^8\text{m/s}$，均匀线始端电压$u_1(t)=3\sqrt{2}\cos(3\pi\times10^8t)\text{V}$，终端开路，电路已建立稳态。求终端电压$u_2(t)$及始端电流$i_1(t)$。

解：终端开路时，无损线方程为

$$\begin{cases}\dot{U}_1=\dot{U}_2\cos\dfrac{2\pi}{\lambda}l\\ \dot{I}_1=\mathrm{j}\dfrac{\dot{U}_2}{Z_\mathrm{c}}\sin\dfrac{2\pi}{\lambda}l\end{cases}$$

由已知可得波长为

$$\lambda=\frac{v_\mathrm{p}}{f}=\frac{3\times10^8}{1.5\times10^8}=2\text{m}$$

则 $\dfrac{2\pi}{\lambda}l=1.75\pi$， $\cos\dfrac{2\pi}{\lambda}l=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$， $\sin\dfrac{2\pi}{\lambda}=-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

代入无损线方程得 $u_2(t)=\sqrt{2}u_1(t)=6\cos(3\pi\times10^8t)\text{V}$

$$\dot{I}_1=\mathrm{j}\frac{\dot{U}_2}{Z_\mathrm{c}}\sin\frac{2\pi}{\lambda}l=-\mathrm{j}\frac{6/\sqrt{2}}{300\sqrt{2}}=0.01\angle-90°\text{A}$$

即

$$i_1(t)=0.01\sqrt{2}\cos(3\pi\times10^8t-90°)\text{A}$$

3．某一均匀无损线，长度$l=9\text{m}$，特性阻抗$Z_\mathrm{c}=50\Omega$，相速$v_\mathrm{p}=3\times10^8\text{m/s}$，始端接有内阻$R_\mathrm{S}=10\Omega$的电压源，其电压$u_\mathrm{S}(t)=6\sqrt{2}\cos(10^8\pi t)\text{V}$，终端负载与传输线匹配，电路已建立稳态。（1）计算波长λ；（2）计算传输线始端电压$u_1(t)$及终端电压$u_2(t)$。

解：　由已知可得波长为

$$\lambda=\frac{v_\mathrm{p}}{f}=\frac{3\times10^8}{0.5\times10^8}=6\text{m}$$

则 $\dfrac{2\pi}{\lambda}l=3\pi$， $\cos\dfrac{2\pi}{\lambda}l=-1$， $\sin\dfrac{2\pi}{\lambda}=0$

终端负载与传输线匹配时，从传输线任一点向终端看进去的等效阻抗均为特性阻抗

$$Z_{\rm in}=Z_{\rm c}=50\Omega$$

所以传输线始端输入电压为

$$u_1(t)=\frac{Z_{\rm in}}{R_{\rm S}+Z_{\rm in}}u_{\rm S}(t)=5\sqrt{2}\cos(10^8\pi t){\rm V}$$

传输线终端电压为

$$\dot{U}_2=\dot{U}_1\cos\frac{2\pi}{\lambda}l-{\rm j}\dot{I}_1Z_{\rm c}\sin\frac{2\pi}{\lambda}l=-\dot{U}_1$$

即 $u_2(t)=5\sqrt{2}\cos(10^8\pi t-180°){\rm V}$

4. 图 12.8 所示一段均匀无损线，其特性阻抗 $Z_{\rm c}=300\Omega$，线长 $l=\lambda/4$（λ 为波长）。始端 $1-1'$ 接有电阻 $R=600\Omega$，终端 $2-2'$ 短路。求 $1-1'$ 的入端阻抗 $Z_{\rm in}$。（天津大学 1992 年考研试题）

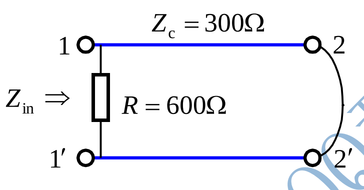


图 12.8

解：由传输线始端向终端看进去的等效阻抗为

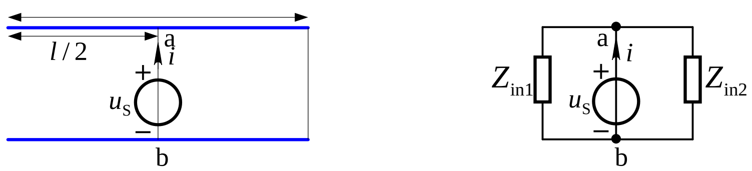
$$Z_{\rm i}=Z_{\rm c}\frac{Z_{\rm L}\cos\frac{2\pi}{\lambda}l+{\rm j}Z_{\rm c}\sin\frac{2\pi}{\lambda}l}{{\rm j}Z_{\rm L}\sin\frac{2\pi}{\lambda}l+Z_{\rm c}\cos\frac{2\pi}{\lambda}l}$$

由已知 $Z_{\rm L}$=0， $\dfrac{2\pi}{\lambda}l=\dfrac{\pi}{2}$， $\cos\dfrac{2\pi}{\lambda}l$=0， $\sin\dfrac{2\pi}{\lambda}=1$

代入公式得 $Z_{\rm i}\to\infty$

所以 $Z_{\rm in}=Z_{\rm i}\,||\,R=R=600\Omega$

5. 图 12.9 所示无损传输线，长度为 $l=50{\rm m}$，特性阻抗为 $Z_{\rm c}=100\sqrt{3}\Omega$，传输线一端开路，一端短路，线路中点处接一电压源 $u_{\rm S}(t)=3\sqrt{2}\cos(\omega t+30°){\rm V}$，工作波长 $\lambda=300{\rm m}$，求流过电压源的电流 $i(t)$。



(a)　　　　　　　　(b)

图 12.9

解：如图(b)所示，从 a-b 端向左看，令其等效阻抗为 $Z_{\rm in1}$，其大小为

$$Z_{\rm in1}=-{\rm j}Z_{\rm c}\cot(\frac{2\pi}{\lambda}\times\frac{l}{2})=-{\rm j}300\ \Omega$$

从 a-b 端向右看，令其等效阻抗为 $Z_{\rm in2}$，其大小为

$$Z_{\text{in2}} = \text{j}Z_{\text{c}}\tan(\frac{2\pi}{\lambda}\times\frac{l}{2}) = \text{j}100\ \Omega$$

则电流 $\dot{I} = \dfrac{\dot{U}_{\text{S}}}{Z_{\text{in1}} \parallel Z_{\text{in2}}} = \dfrac{3\angle 30^\circ\ \text{V}}{\text{j}150\ \Omega}$=0.02∠−60° A

则 $i(t) = 0.02\sqrt{2}\cos(\omega t - 60^\circ)$ A

6. 图 12.10 所示电路中无损均匀传输线 l_1、l_2、l_3，其长度均为 0.75m，特性阻抗 $Z_{\text{c}} = 100\Omega$，$u_{\text{S}} = 10\cos(2\pi\times10^8 t)$ V，相位速度 $v = 3\times10^8$ m/s，终端 $3-3'$ 接负载 $Z_2 = 10\Omega$，终端 $4-4'$ 短路，求电源端的电流 $i_1(t)$（浙江大学 2002 年考研试题）

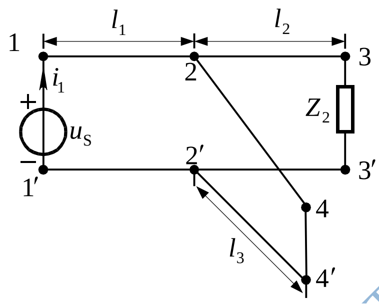


图 12.10

解： $\lambda = v/f = 3$m， 三段无损线长度均为四分之一波长

根据 $Z_{\text{i}}(x') = Z_{\text{c}}\dfrac{Z_{\text{L}}\cos\beta x' + \text{j}Z_{\text{c}}\sin\beta x'}{\text{j}Z_{\text{L}}\sin\beta x' + Z_{\text{c}}\cos\beta x'}$， 并且 $\beta x' = \pi/2$， 可得 $Z_{\text{i}} = \dfrac{Z_{\text{c}}^2}{Z_{\text{L}}}$

由 2 端向 4 端看等效输入阻抗 $Z_{2\text{-}4} \to \infty$

由 2 端向 3 端看等效输入阻抗 $Z_{2\text{-}3} = \dfrac{Z_{\text{c}}^2}{Z_2} = 1000\Omega$

$2-2'$ 端的等效阻抗 $Z_{2\text{-}2'} = Z_{2\text{-}3} = 1000\Omega$

由 1 端向 2 端看等效输入阻抗 $Z_{1\text{-}2} = \dfrac{Z_{\text{c}}^2}{Z_{2\text{-}2'}} = 10\Omega$

$\dot{U}_{\text{Sm}} = 10\angle 0^\circ\text{V}$， $\dot{I}_{1\text{m}} = \dot{U}_{\text{Sm}}/Z_{12} = 1\angle 0^\circ\text{A}$

则 $i_1(t) = \cos(2\pi\times10^8 t)$ A

7. 图 12.11 所示两条架空均匀无损线的波阻抗 $Z_{\text{c1}} = 300\Omega$，$Z_{\text{c2}} = 200\Omega$，长度 $l_1 = \lambda/4$，$l_2 = \lambda/8$。$1-1'$ 端接电压源 $\dot{U}_{\text{S}} = 600\angle 0^\circ\text{V}$， $2-2'$ 端接有集中参数 $R = 300\Omega$， $X_C = 200\Omega$， 终端 $3-3'$ 短路。求：(1)从 $1-1'$ 端看入的入端阻抗 Z_{in}；(2)始端电流 I_1；　(3)　$2-2'$ 端电压 U_2。（天津大学 2004 年考研试题）

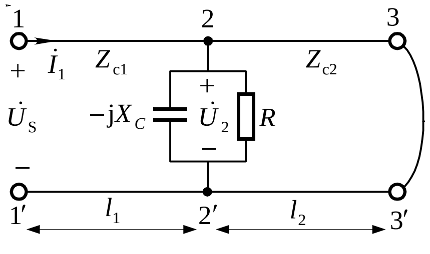


图 12.11

解：(1) 由 $2-2'$ 端向 $3-3'$ 端看等效输入阻抗

$$Z_{2\text{-}3} = \mathrm{j}Z_{c2}\tan(\frac{2\pi}{\lambda}\times\frac{\lambda}{8}) = \mathrm{j}Z_{c2} = \mathrm{j}200\,\Omega$$

$2-2'$ 端的等效阻抗

$$Z_{2\text{-}2'} = Z_{2\text{-}3}\,||\,(-\mathrm{j}X_C)\,||\,R = \mathrm{j}200\Omega\,||\,(-\mathrm{j}200\Omega)\,||\,R = R$$

从 $1-1'$ 端看入的入端阻抗 $Z_{in} = Z_{c1}\dfrac{R\cos\beta l_1 + \mathrm{j}Z_{c1}\sin\beta l_1}{\mathrm{j}R\sin\beta l_1 + Z_{c1}\cos\beta l_1}$，且 $\beta l_1 = \dfrac{2\pi}{\lambda}\times\dfrac{\lambda}{4} = \dfrac{\pi}{2}$

得 $Z_{in} = \dfrac{Z_{c1}^2}{R} = \dfrac{300^2}{300} = 300\,\Omega$

(2) 始端电流 $I_1 = \dfrac{U_S}{Z_{in}} = \dfrac{600\text{ V}}{300\,\Omega} = 2\text{ A}$

(3) $\dot{U}_2 = (\cos\beta x)\dot{U}_S - (\mathrm{j}Z_{c1}\sin\beta x)\dot{I}_1 = -\mathrm{j}Z_{c1}\dot{I}_1 = -\mathrm{j}600\text{ V} = 600\angle-90°\text{ V}$

即 $U_2 = 600\text{ V}$

8．图 12.12 所示电路为无损均匀传输线，三条线段 AB，BC 和 BD 在 B，B′ 处分叉，A，A′ 端接信号源，线上工作波长 $\lambda = 60\text{m}$，$u_S = 0.6\cos\omega t$ V，$R_S = 150\sqrt{3}\Omega$，CC′ 端间开路，DD′ 端间短路。已知，$l_1 = 7.5\text{m}$，$l_2 = 5\text{m}$，$l_3 = 10\text{m}$ 线段 AB 的特性阻抗 $Z_{c1} = 150\Omega$，而 BC 和 BD 段的特性阻抗均为 $Z_c = 300\Omega$。试求：（1）AA′ 端电流 $i_A(t)$；（2）BD 段终点电流 $i_{DD'}(t)$

（浙江大学 1998 年考研试题）

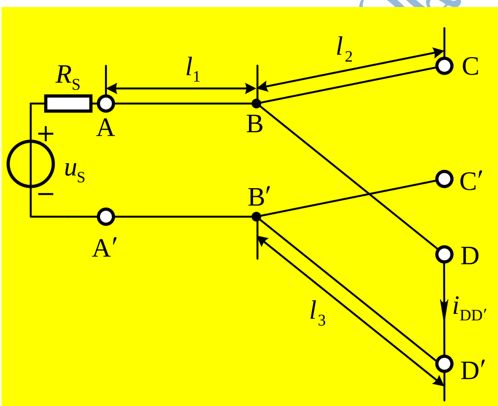


图 12.12

解：（1）根据输入阻抗公式 $Z_i(x') = Z_c\dfrac{Z_L\cos\beta x' + \mathrm{j}Z_c\sin\beta x'}{\mathrm{j}Z_L\sin\beta x' + Z_c\cos\beta x'}$，其中 $\beta = \dfrac{2\pi}{\lambda}$，可得：

由 BB′ 端向 CC′ 端看的等效输入阻抗 $Z_{B\text{-}C} = -\mathrm{j}Z_c c\tan(\dfrac{2\pi l_2}{\lambda}) = -\mathrm{j}300\sqrt{3}\Omega$

由 BB′ 端向 DD′ 端看的等效输入阻抗 $Z_{B\text{-}D} = \mathrm{j}Z_c\tan(\dfrac{2\pi l_3}{\lambda}) = \mathrm{j}300\sqrt{3}\Omega$

BB′ 端等效阻抗 $Z_{B\text{-}B'} = Z_{B\text{-}C}\,||\,Z_{B\text{-}D} \to \infty$，并联谐振相当于开路

由 AA′ 端向 BB′ 端看的等效输入阻抗 $Z_{A\text{-}B} = -\mathrm{j}Z_c c\tan(\dfrac{2\pi l_1}{\lambda}) = -\mathrm{j}150\Omega$

AA′ 端电流为

$$\dot{I}_{Am} = \frac{\dot{U}_{Sm}}{R + Z_{A\text{-}B}} = \frac{0.6}{150\sqrt{3} - \mathrm{j}150} = 2\angle 30°\text{mA}$$

$i_A(t) = 2\cos(\omega t + 30°)\text{mA}$

（2）$\dot{U}_{\mathrm{Am}}=\dot{I}_{\mathrm{Am}}Z_{\mathrm{A\text{-}B}}=0.3\angle-60°\mathrm{V}$

BB′ 端电压为$\dot{U}_{\mathrm{B}}=(\cos\dfrac{2\pi l_1}{\lambda})\dot{U}_{\mathrm{A}}-(\mathrm{j}Z_{\mathrm{c1}}\sin\dfrac{2\pi l_1}{\lambda})\dot{I}_{\mathrm{A}}=0.3\angle-60°\ \mathrm{V}$

DD′ 端入射电流为$\dot{I}_{\mathrm{B\text{-}D}}=\dfrac{\dot{U}_{\mathrm{B}}}{Z_{\mathrm{B\text{-}D}}}=\dfrac{0.3\angle-60°}{\mathrm{j}300\sqrt{3}}=\dfrac{1}{\sqrt{3}}\angle-150°\ \mathrm{mA}$

BD 段终点电流$\dot{I}_{\mathrm{DD'}}=(-\mathrm{j}\dfrac{1}{Z_{\mathrm{c3}}}\sin\dfrac{2\pi l_3}{\lambda})\dot{U}_{\mathrm{B}}+(\cos\dfrac{2\pi l_3}{\lambda})\dot{I}_{\mathrm{B\text{-}D}}=\dfrac{2}{3}\sqrt{3}\angle-150°\ \mathrm{mA}$

所以$i_{\mathrm{DD'}}(t)=\dfrac{2}{3}\sqrt{6}\cos(\omega t-150°)\approx1.633\cos(\omega t-150°)\mathrm{mA}$

9．图 12.13 中设已知正弦交流电源的频率 $f=1.5\times10^8\mathrm{Hz}$，某无损架空线的特性阻抗 $Z_{\mathrm{c}}=100\Omega$，线的长度 $l_1=1\mathrm{m}$，线的终端接以电阻 $R_{\mathrm{L}}=100\Omega$

（1）试求从$1-1'$端看进去的线路入端复阻抗。

（2）如将此架空线路的$1-1'$端接至另一条 $Z_{\mathrm{c}}=100\Omega$ 且终端开路的无损架空线中间，与其始端和终端的距离分别为$l_2'=0.75\mathrm{m}$，$l_2''=0.5\mathrm{m}$，如图所示，求从$2-2'$端看进去的入端复阻抗。（天津大学 1995 年考研试题）

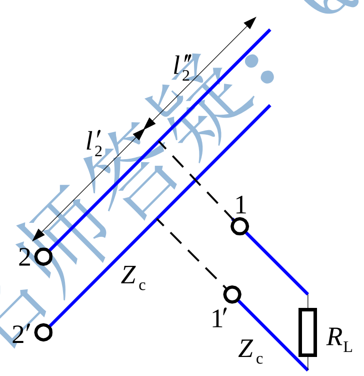


图 12.13

解：（1）无损架空线的波速按光速计算，由已知得

$$\lambda=c/f=2\mathrm{m}$$

根据输入阻抗公式$Z_{\mathrm{i}}(x')=Z_{\mathrm{c}}\dfrac{Z_{\mathrm{L}}\cos\beta x'+\mathrm{j}Z_{\mathrm{c}}\sin\beta x'}{\mathrm{j}Z_{\mathrm{L}}\sin\beta x'+Z_{\mathrm{c}}\cos\beta x'}$，其中$\beta=\dfrac{2\pi}{\lambda}$，可得：

从$1-1'$端看进去的线路入端复阻抗

$$Z_{\mathrm{in1}}(l_1)=Z_{\mathrm{c}}\frac{R_{\mathrm{L}}\cos\beta l_1+\mathrm{j}Z_{\mathrm{c}}\sin\beta l_1}{\mathrm{j}R_{\mathrm{L}}\sin\beta l_1+Z_{\mathrm{c}}\cos\beta l_1}=100\Omega$$

（2）由接入端向终端看的等效输入阻抗$Z_{\mathrm{in2}}'=-\mathrm{j}Z_{\mathrm{c}}\mathrm{c}\tan(\dfrac{2\pi l_2''}{\lambda})=0\Omega$

则接入点相当于短路

从$2-2'$端看进去的入端复阻抗$Z_{\mathrm{in2}}=\mathrm{j}Z_{\mathrm{c}}\tan(\dfrac{2\pi l_2'}{\lambda})=-\mathrm{j}100\Omega$

10．一无损均匀线经电感 L 与另一无损均匀线相联，如图 12.14 所示。已知特性阻抗 $Z_{\mathrm{c1}}=600\Omega$，$Z_{\mathrm{c2}}=900\Omega$，集中参数电感 $L=0.18\mathrm{H}$。现由始端$1-1'$传来一波前为矩形的电

压波 $U_0=150\text{kV}$。求传到后一传输线中的电压波 $u_{\varphi2}$（尚未传到 $3-3'$）。（天津大学 1994 年考研试题）

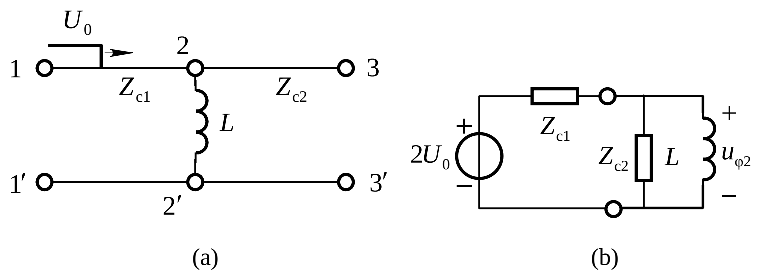


图 12.14

解：根据彼德生法则，得到电感处等效电路如图(b)所示。

$t=0_+$ 时，初始值：

$$u_{\varphi2}(0_+)=\frac{Z_{c2}}{Z_{c1}+Z_{c2}}\times 2U_0=180\text{kV}$$

稳态值：$u_{\varphi2}(\infty)=0$

从电感两端看的等效电阻

$$R=\frac{Z_{c1}Z_{c2}}{Z_{c1}+Z_{c2}}=360\Omega$$

时间常数　$\tau=\dfrac{L}{R}=0.5\text{ms}$

由三要素公式，传到后一传输线中的电压波

$$u_{\varphi2}(t)=180\text{e}^{-2000t}\text{kV}$$

11．图 12.15 所示无损均匀传输线长 $l=300\text{m}$，波阻抗 $Z_c=200\Omega$，$R_S=50\Omega$，波速 $v=3\times10^8\text{m/s}$。又已知 R=300Ω，$C=0.1\text{F}$，$u_S=10\,\varepsilon(t)\,\text{V}$。求 $0<t<3\mu\text{s}$ 时的终端电压 $u(t)$。

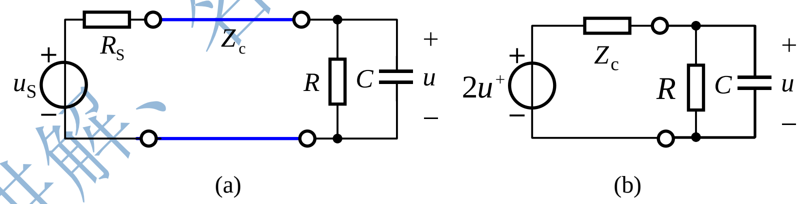


图 12.15

解：入射波从始端传到终端的时间为 $t_d=\dfrac{l}{v}=1\mu\text{s}$

$0<t<1\mu\text{s}$ 时，入射波电压尚未传播到终端，所以 $u(t)=0$；

$t>1\mu\text{s}$ 时，入射波到达终端并产生反射波；$2\mu\text{s}<t<3\mu\text{s}$ 时，反射波到达始端并产生二次反射，但反射波还没到达终端。根据彼德生法则，得到 $2\mu\text{s}<t<3\mu\text{s}$ 时的终端等效电路如图(b)所示。其中

$$u^+=\frac{Z_c}{R_S+Z_c}\times u_S=8\varepsilon(t)\text{V}$$

从电容两端看的等效电阻

$$R_i=\frac{RZ_c}{R+Z_c}=\frac{300\times200}{300+200}=120\Omega$$

时间常数　$\tau=R_iC=120\times0.1\,\text{s}=12\,\text{s}$

初始值：$u_2(t_{0+}) = 0$

稳态值：$u_2(\infty) = \dfrac{R}{R+Z_c} \times 2u^+ = \dfrac{300}{300+200} \times 2 \times 8 = 9.6\text{V}$

终端电压 $u(t) = [9.6(1-\text{e}^{-(t-10^{-6})/12})\varepsilon(t-10^{-6})]\text{V}$，$0 < t < 3\mu\text{s}$

哈尔滨工业大学 2007 年硕士研究生考试电路部分试题解答

一 （每题 10 分，共 20 分）

1 图 1 所示电路中，当 $R\to\infty$ 时，$I=1.6\text{A}$，当 $R=12\Omega$ 时，$I=2.5\text{A}$。求当 $R=3\Omega$ 时，电流 $I=?$

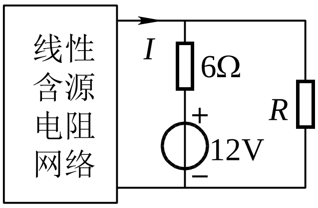
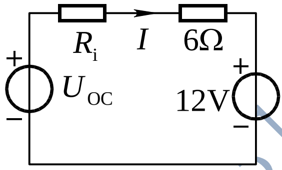
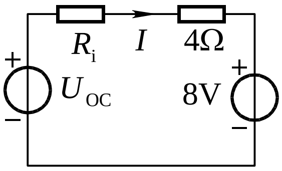


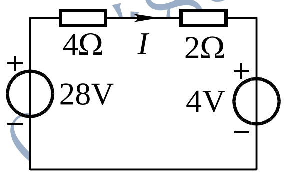
图 1



图（a）



图（b）



图（c）

解：将线性含源网络用戴维南电路等效，当 $R\to\infty$ 时，等效电路如图（a）所示

$$I=\frac{U_{\text{OC}}-12}{R_{\text{i}}+6}=1.6 \qquad (1)$$

当 $R=12\Omega$ 时，将右端电路也用戴维南电路等效，等效电路如图（b）所示。

$$I=\frac{U_{\text{OC}}-8}{R_{\text{i}}+4}=2.5 \qquad (2)$$

由式（1）和（2）解得　$U_{\text{OC}}=28\text{V}$，$R_{\text{i}}=4\Omega$

当 $R=3\Omega$ 时，等效电路如图（c）所示，

$$I=\frac{28-4}{4+2}=4\text{A}$$

2 图 2 所示电路中，已知阻抗 Z_1 端电压的有效值为 $U_1=100\text{V}$，Z_1 吸收的平均功率为 $P_1=100\text{W}$，其功率因数 $\lambda_1=0.707$（感性）。求输入端电压 U 和电流 I。

解：$I_1=\dfrac{P_1}{U_1\lambda_1}=\dfrac{100}{100\times0.707}=\sqrt{2}\text{A}$.

设 $\dot{U}_1=100\angle0°\text{V}$，则 $\dot{I}_1=\sqrt{2}\angle-45°\text{A}=(1-\text{j})\text{A}$

$\dot{U}_2 = \dot{U}_1 + \text{j}100 \times \dot{I}_1 = 100 + \text{j}100(1-\text{j}) = (200+\text{j}100)\text{V}$

$\dot{I}_2 = \dfrac{\dot{U}_2}{-\text{j}100} = \dfrac{200+\text{j}100}{-\text{j}100} = (-1+\text{j}2)\text{A}$

$\dot{I} = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 = 1-\text{j}+(-1+\text{j}2) = 1\angle 90^\circ \text{A}$

$\dot{U} = 100\dot{I} + \dot{U}_2 = \text{j}100 + 200 + \text{j}100 = 200\sqrt{2}\angle 45^\circ \text{V}$

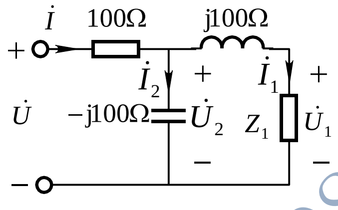


图 2

所以端电压 $U = 200\sqrt{2} = 282.84\text{V}$，电流 $I = 1\text{A}$

二（每题 10 分，共 20 分）

1 图 3 所示二端口 N 中含有理想变压器，求二端口网络 N 的阻抗参数矩阵 **Z**。

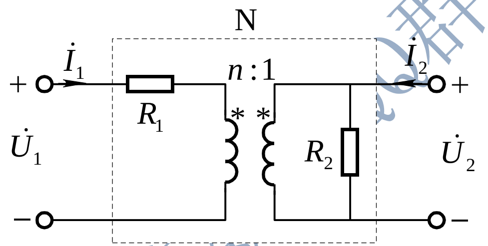


图 3

解：　$\dot{U}_1 = R_1\dot{I}_1 + n\dot{U}_2$

　　$\dot{U}_2 / R_2 = n\dot{I}_1 + \dot{I}_2$

整理得：$\begin{cases} \dot{U}_1 = (R_1 + n^2 R_2)\dot{I}_1 + nR_2\dot{I}_2 \\ \dot{U}_2 = nR_2\dot{I}_1 + R_2\dot{I}_2 \end{cases}$　所以阻抗参数矩阵 $\mathbf{Z} = \begin{bmatrix} R_1 + n^2R_2 & nR_2 \\ nR_2 & R_2 \end{bmatrix}$

2 图 4 所示电路原处于稳态，$I_S = 1\text{A}$，$u_S = 20\cos(10t)\text{V}$，$C = 0.02\text{F}$。$t=0$ 时开由闭合突然断开，用三要素法求 $t>0$ 时的电压 $u_C(t)$。

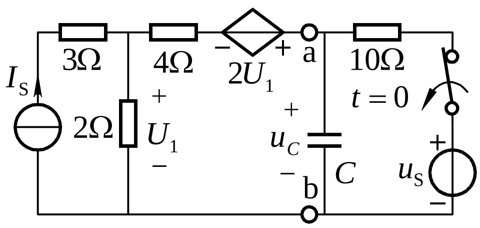


图 4

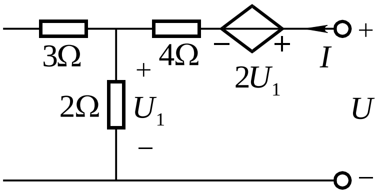
解：先求 ab 端左侧的戴维南等效电路。当 ab 端开路时，

$U_1 = 2\Omega \times I_S = 2\text{V}$，开路电压 $U_{OC} = 2U_1 + U_1 = 6\text{V}$

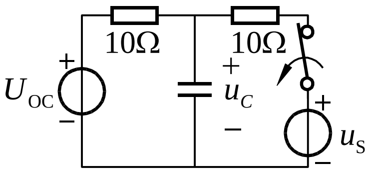
求等效电阻的电路如图（a）所示。

$$U_1 = 2\Omega \times I\text{，}\quad U = 2U_1 + 4\Omega I + U_1 = 10\Omega I$$

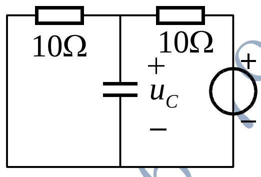
所以，等效电阻 $R_{\text{i}} = \dfrac{U}{I} = 10\Omega$。所示电路的等效电路如图(b)所示。



图(a)



图(b)



图(c)

当 $t<0$，直流单独作用时，$U_{C(0)} = \dfrac{10}{10+10} \times U_{\text{OC}} = 3\text{V}$

当 $t<0$，交流 $u_{\text{S}} = 20\cos(10t)\text{V}$ 单独作用时，等效电路如图（c）所示。列写节点方程

$$\left(\frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \text{j}0.2\right)\dot{U}_{C(1)} = \frac{\dot{U}_{\text{S}}}{10} = \frac{10\sqrt{2}\angle 0^\circ}{10}$$

解得 $\dot{U}_{C(1)} = 5\angle -45^\circ\text{V}$

所以在 $t<0$ 电容电压的瞬时值表达式为 $u_C = [3 + 5\sqrt{2}\cos(10t - 45^\circ)]\text{V}$

$$u_C(0_-) = 3 + 5\sqrt{2}\cos(-45^\circ) = 8\text{V}$$

当 $t \to \infty$ 时，稳态值 $u_C(\infty) = U_{OC} = 6\text{V}$

时间常数 $\tau = R_{\text{i}}C = 10 \times 0.02 = 0.2\text{s}$

由三要素公式得：$u_C(t) = [6 + 2\text{e}^{-5t}]\text{V}\quad t \ge 0$

三　（每题 12 分，共 24 分）

1　图 5 所示线性直流电路中，$U_{\text{S}} = 40\text{V}$。试求独立电源和两个受控电源各自发出的功率。

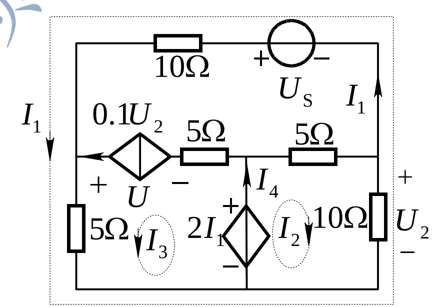
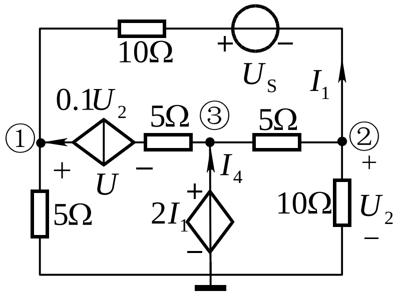


图 5



图（a）

解：方法一，用回路电流法求解。选回路如图 5 所示，列写回路电流方程如下

$$(10+5+10)I_1-10I_2+5I_3=U_S$$
$$-10I_1+(10+5)I_2=2I_1$$
$$I_3=0.1U_2=0.1\times10(I_2-I_1)=I_2-I_1$$

代入数据整理得：$20I_1-5I_2=40$

$$15I_2=12I_1$$

解得：$I_1=2.5\text{A}$，$I_2=2\text{A}$，$I_3=I_2-I_1=-0.5\text{A}$

$$I_4=I_2+I_3=2+(2-2.5)=1.5\text{A}，$$
$$U=5(I_1+I_3)-2I_1+5I_3=5(2.5-0.5)-2\times2.5+5(-0.5)=2.5\text{V}$$

所以独立电压源发出的功率为 $P_{U_S}=U_S\times I_1=100\text{W}$

电流控制电压源发出的功率为 $P_{CCVS}=2I_1\times I_4=2\times2.5\times1.5=7.5\text{W}$

电压控制电流源发出的功率为 $P_{VCCS}=U\times0.1U_2=2.5\times(-0.5)=-1.25\text{W}$

方法二，用节点电压法求解。选节点和参考节点如图(a)所示，列写节点电压方程如下

$$\begin{cases}(\frac{1}{5}+\frac{1}{10})U_{n1}-\frac{1}{10}U_{n2}=0.1U_{n2}+\frac{U_S}{10}\\-\frac{1}{10}U_{n1}+(\frac{1}{5}+\frac{1}{10}+\frac{1}{10})U_{n2}-\frac{1}{5}U_{n3}=-\frac{U_S}{10}\\U_{n3}=2I_1=2\times\frac{U_{n2}+U_S-U_{n1}}{10}\end{cases}$$

整理得 $\begin{cases}3U_{n1}-2U_{n2}=40\\U_{n1}-6U_{n2}=40\end{cases}$ 解得 $U_{n1}=10\text{V}$，$U_{n2}=-5\text{V}$，$U_{n3}=5\text{V}$

$$I_1=\frac{U_{n2}+U_S-U_{n1}}{10}=2.5\text{A}，\quad I_4=0.1U_{n2}+\frac{U_{n3}-U_{n2}}{5}=1.5\text{A}$$

$$U=U_{n1}-U_{n3}+0.1U_{n2}\times5=10-5+0.1\times(-5)\times5=2.5\text{V}$$

求功率同上。

2 图 6 所示对称三相电路接于对称三相电源，电源端的线电压为 $150\sqrt{3}\text{V}$。线路每相阻抗 $Z_1=\text{j}5\Omega$，三角形联结的负载每相阻抗 $Z_2=30\Omega$，星形联结的负载每相阻抗 $Z_3=(10+\text{j}20)\Omega$。求星形和三角形联结的负载各自吸收的平均功率 P_Y 和 P_Δ。

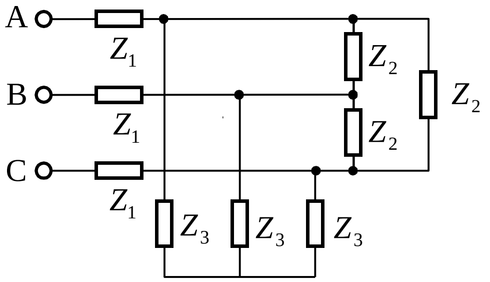
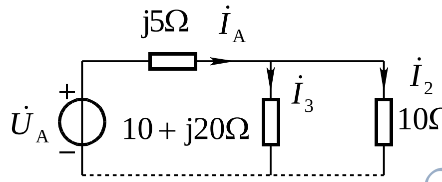


图 6



(a)

解：设$\dot{U}_A = 150\angle 0°\text{V}$，取 A 相计算，如图(a)所示。

$$\dot{I}_A = \frac{\dot{U}_A}{\text{j}5 + \dfrac{10(10+\text{j}20)}{10+10+\text{j}20}} = \frac{150\angle 0°}{\text{j}5 + 2.5(3+\text{j}1)} = 10\sqrt{2}\angle -45°\text{A}$$

$$\dot{I}_3 = \frac{10}{10+10+\text{j}20}\times \dot{I}_A = 5\angle -90°\text{A}，$$

$$\dot{I}_2 = \frac{10+\text{j}20}{10+10+\text{j}20}\times \dot{I}_A = 5(2-\text{j}1) = 5\sqrt{5}\angle -26.56°\text{A}$$

星形负载吸收的平均功率为$P_Y = 3\times I_3^2 \times 10 = 3\times 5^2\times 10 = 750\text{W}$

三角形负载吸收的平均功率为$P_\Delta = 3\times I_2^2\times 10 = 3\times(5\sqrt{5})^2\times 10 = 3750\text{W}$。

四　（每题 13 分，共 26 分）

1　图 7 所示非正弦电路中，$u_S = [80 + 60\sqrt{2}\cos(\omega t) + 80\sqrt{2}\cos(2\omega t)]\text{V}$，$R = 80\Omega$，$\omega L_1 = 60\Omega$，$\omega L_2 = 80\Omega$，$\omega M = 20\Omega$，$1/(\omega C) = 80\Omega$。求电压$u_C$和电流$i_2$的瞬时值以及电压源发出的平均功率。

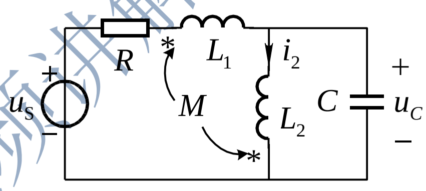
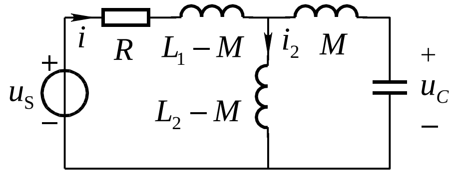


图 7



图(a)

解：当直流$U_{S(0)} = 80\text{V}$单独作用时，电感短路，电容开路。

$$I_{(0)} = I_{2(0)} = \frac{U_{S(0)}}{R} = \frac{80}{80} = 1\text{A}，\qquad U_{C(0)} = 0$$

当基波$\dot{U}_{S(1)}=60\angle 0°\text{V}$单独作用时，消去互感，等效电路如图(a)所示。

$$\omega(L_2-M)=60\Omega，\quad \omega M-1/(\omega C)=-60\Omega$$

等效电路中并联部分发生并联谐振，并联部分相当于开路。

$$\dot{I}_{2(1)}=\frac{\dot{U}_{S(1)}}{\mathrm{j}\omega(L_2-M)}=\frac{60\angle 0°}{\mathrm{j}60}=1\angle -90°\text{A}$$

$$\dot{U}_{C(1)}=\frac{-\mathrm{j}/\omega C}{\mathrm{j}\omega M-\mathrm{j}/\omega C}\times\dot{U}_{S(1)}=\frac{-\mathrm{j}80}{\mathrm{j}20-\mathrm{j}80}\times 60\angle 0°=80\angle 0°\text{V}$$

当二次谐波$\dot{U}_{S(2)}=80\angle 0°\text{V}$单独作用时，消去互感，等效电路如图(a)所示。

$$2\omega(M)=40\Omega，\quad 1/(2\omega C)=40\Omega$$

等效电路中M和C发生串联谐振，相当于短路。

$$\dot{I}_{2(2)}=0，\quad \dot{I}_{(2)}=\frac{\dot{U}_{S(2)}}{R+\mathrm{j}2\omega(L_1-M)}=\frac{80\angle 0°}{80+\mathrm{j}80}=\frac{\sqrt{2}}{2}\angle -45°\text{A}$$

$$\dot{U}_{C(2)}=\dot{I}_{(2)}\times(-\mathrm{j}/2\omega C)=0.5\sqrt{2}\angle -45°\times(-\mathrm{j}40)=20\sqrt{2}\angle -135°\text{V}$$

所以电压u_C和电流i_2的瞬时值分别为：

$$u_C=[80\sqrt{2}\cos\omega t+40\cos(2\omega t-135°)]\text{V}，\quad i_2=[1+\sqrt{2}\cos(\omega t-90°)]\text{A}，$$

电压源发出的平均功率等于电阻吸收的功率，为

$$P=I_{(0)}^2\times R+I_{(2)}^2\times R=1^2\times 80+(0.5\sqrt{2})^2\times 80=120\text{W}$$

2　图 8 所示电路原处于直流稳态，$t=0$时开关由断开突然闭合。试用拉普拉斯变换方法求$t>0$时的电压$u_C(t)$。

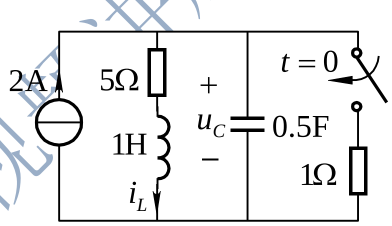
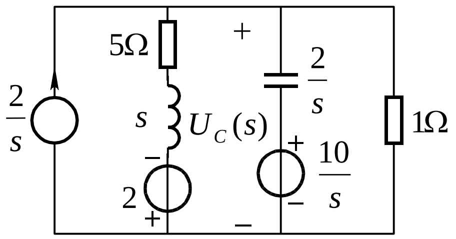


图 8



(a)

解：当$t<0$时，电路处于稳态。电感短路，电容开路。

$$i_L(0_-)=I_S=2\text{A}，\quad u_C(0_-)=5\Omega\times 2\text{A}=10\text{V}$$

当$t>0$时，画出运算电路如图(a)所示。列写节点电压方程如下：

$$(\frac{1}{1}+0.5s+\frac{1}{s+5})U_C(s)=\frac{2}{s}+\frac{10}{s}\times 0.2s-\frac{2}{s+5}$$

化简得 $$U_C(s)=\frac{10(s^2+5s+2)}{s(s^2+7s+12)}=\frac{A_1}{s}+\frac{A_2}{s+3}+\frac{A_3}{s+4}$$

其中 $A_1=\frac{10(s^2+5s+2)}{(s+3)(s+4)}\Big|_{s=0}=\frac{5}{3}$， $A_2=\frac{10(s^2+5s+2)}{s(s+4)}\Big|_{s=-3}=\frac{40}{3}$，

$$A_3=\frac{10(s^2+5s+2)}{s(s+3)}\Big|_{s=-4}=-5$$

取拉氏反变换得

$$u_C(t)=[\frac{5}{3}+\frac{40}{3}\mathrm{e}^{-3t}-5\mathrm{e}^{-4t}]\mathrm{V} \quad （t>0）$$

哈尔滨工业大学 2008 年硕士研究生考试电路部分试题解答

一　（每题 10 分，共 20 分）

1 图 1 所示直流电路中，求负载 R_L 为何值时它可以获得最大功率，获得的最大功率 P_{max} 为多少？

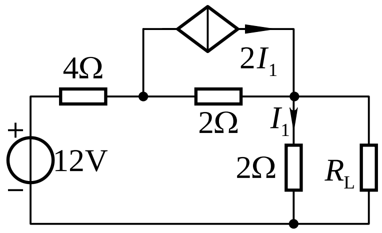


图 1

解：当负载 R_L 开路时，　$(4+2+2)I_1-2\times 2I_1=12$　　得 $I_1=3\text{A}$

开路电压为　　$U_{OC}=2I_1=6\text{V}$

当负载 R_L 短路时，$I_1=0$，受控源 $2I_1=0$，所以短路电流为

$$I_{SC}=\frac{12}{4+2}=2\text{A}$$

戴维南等效电阻为　$R_i=U_{OC}/I_{SC}=6/2=3\Omega$

当 $R_L=R_i=3\Omega$ 时，负载 R_L 可以获得最大功率，最大功率为

$$P_{max}=\frac{U_{OC}^2}{4R_i}=\frac{6^2}{4\times 3}=3\text{W}$$

2 图 2 所示直流电路中，已知二端口网络 N 的导纳参数矩阵为 $Y=\begin{bmatrix}\frac{5}{12} & -\frac{1}{4}\\ -\frac{1}{4} & \frac{7}{12}\end{bmatrix}\text{S}$，

当 $R=2\Omega$ 时，电压 $U_2=4\text{V}$，求当 $R=6\Omega$ 时端口电流 I_1 和电压 U_2 为多少？

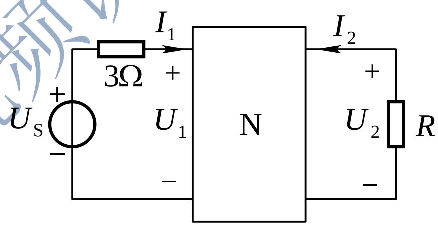


图 2

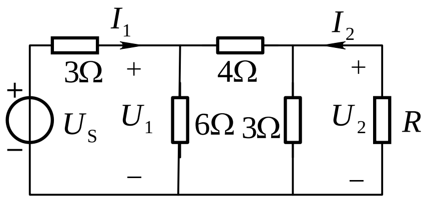


图 2(a)

解：将二端口网络 N 用 Π 型电路等效，如图 2(a)所示。二端口输出端的戴维南等效电路为：等效电阻 $R_i=(6\parallel 3+4)\parallel 3=2\Omega$　　（$\parallel$ 表示并联）

$$\text{开路电压} U_{OC} = \frac{6}{6+3} \times \frac{3}{6 \| 3+4+3} \times U_S = \frac{2}{9} U_S$$

当 $R = 2\Omega$ 时，$U_2 = \dfrac{R}{R+R_i} U_{OC} = \dfrac{2}{2+2} U_{OC} = 0.5 U_{OC} = 4$

所以 $U_{OC} = 8\text{V}$, $U_S = \dfrac{9}{2} U_{OC} = 36\text{V}$

求当 $R = 6\Omega$ 时，$U_2 = \dfrac{R}{R+R_i} U_{OC} = \dfrac{6}{6+2} \times 8 = 6\text{V}$

当 $R = 6\Omega$ 时，二端口始端输入电阻为 $R_{in} = 6 \| (4+3 \| 6) = 3\Omega$

电流 $I_1 = \dfrac{U_S}{3+R_{in}} = \dfrac{36}{3+3} = 6\text{A}$

二（每题 10 分，共 20 分）

1．图 3 所示对称三相电路，电源端的线电压为 $120\sqrt{3}\text{V}$。对称三相感性负载是由三个相等的单相阻抗组成，每相阻抗为 $Z = R + \text{j}X$。当三相负载为星形联结时，电流 $I_A = 4\text{A}$，当三相负载为三角形联结时，电流 $I_A = 7.5\sqrt{2}\text{A}$，求负载每相阻抗 Z。

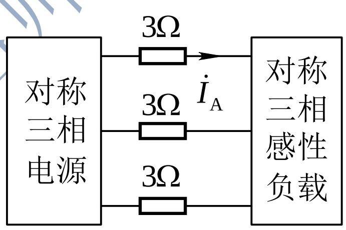


图 3

解： 取 A 相计算，设 $\dot{U}_A = 120\angle 0°\text{V}$，当负载为星形（Y）连接时

$$\sqrt{(R+3)^2 + X^2} = \frac{U_A}{I_A} = \frac{120}{4} = 30 \qquad (1)$$

当负载为三角形（Δ）连接时

$$\sqrt{(R/3+3)^2 + (X/3)^2} = \frac{U_A}{I_A} = \frac{120}{7.5\sqrt{2}} = 8\sqrt{2} \qquad (2)$$

由（1）和（2）解得 $R = 15\Omega$，$X = 24\Omega$，所以 $Z = 15 + \text{j}24\Omega$

2 图 4 所示正弦交流电路中，电压源发出的有功功率 $P = 64\text{W}$，求电源电压有效值 U_S 和它发出的无功功率 Q。

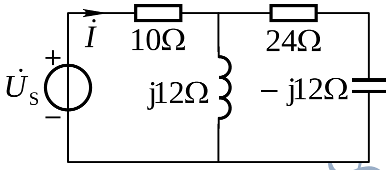


图 4

解：电路总阻抗为

$$Z = 10 + \frac{\text{j}12 \times (24 - \text{j}12)}{\text{j}12 + 24 - \text{j}12} = (16 + \text{j}12)\Omega$$

电压源发出的有功功率等于等效电阻吸收的功率，即

$$P = I^2 \,\text{Re}[Z] = I^2 \times 16 = 64，\quad I = 2\text{A}$$

$$U_S = I|Z| = 2 \times \sqrt{16^2 + 12^2} = 40\text{V}$$

电源发出的无功功率为 $Q = I^2\,\text{Im}[Z] = 4 \times 12 = 48\,\text{var}$

三　（每题 12 分，共 24 分）

1. 图 5 所示电路原处于稳态，$u_{S1} = 30\sqrt{2}\cos(100t + 45°)\text{V}$，$U_{S2} = 20\text{V}$，$C = 10^{-3}\text{F}$，$L = 0.1\text{H}$。$t = 0$ 时开关由闭合突然断开，用三要素法求 $t > 0$ 时的电压 $u_C(t)$ 和电流 $i_L(t)$。

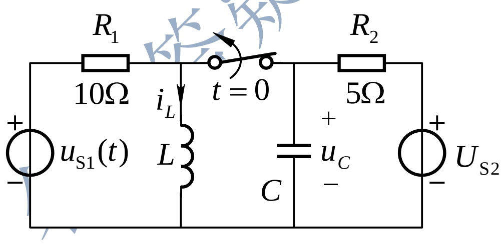


图 5

解：　$t < 0$ 时，当直流 U_{S2} 单独作用时，电感相当于短路，电容相当于开路。

$$I_{L(0)} = \frac{U_{S2}}{R_2} = \frac{20}{5} = 4\text{A}\,,\ U_{C(0)} = 0$$

当交流 u_{S1} 单独作用时，$\omega L = 1/\omega C = 10\Omega$，$L$ 和 C 发生并联谐振，相当于开路

$$\dot{U}_{C(1)} = \frac{R_2}{R_1 + R_2}\dot{U}_{S1} = \frac{5}{10+5} \times 30\angle 45° = 10\angle 45°\text{V}$$

$$\dot{I}_{L(1)} = \frac{\dot{U}_{C(1)}}{\text{j}\omega L} = \frac{10\angle 45°}{\text{j}10} = 1\angle -45°\text{A}$$

所以 $t<0$ 时， $u_C(t)=10\sqrt{2}\cos(100t+45°)\text{V}$ ，$i_L(t)=4+\sqrt{2}\cos(100t-45°)\text{A}$

换路后，变为两个一阶电路，电感电流和电容电压不能跃变，即

$u_C(0_+)=u_C(0_-)=10\sqrt{2}\cos45°=10\text{V}$ ，$i_L(0_+)=i_L(0_-)=4+\sqrt{2}\cos(-45°)=5\text{A}$

当换路后电路达到稳态时

$$u_C(\infty)=U_{S2}=20\text{V}$$

$$\dot{I}_L=\frac{\dot{U}_{S1}}{R_1+\text{j}\omega L}=\frac{30\angle45°}{10+\text{j}10}=1.5\sqrt{2}\angle0°\text{A}$$

特解 $i_{LP}(t)=3\cos100t\text{A}$，特解初值 $i_{LP}(0_+)=3\text{A}$

时间常数　$\tau_L=L/R_1=0.01\text{s}$，$\tau_C=R_2C=0.005\text{s}$

由三要素公式可得

$$u_C(t)=20-10\text{e}^{-200t}\ \text{V},\quad t\geq0,\quad i_L(t)=3\cos100t+2\text{e}^{-100t}\ \text{A},\quad t\geq0$$

2．图 6 所示线性直流电路中，$U_S=17\text{V}$，$I_S=3\text{A}$。试求两个独立电源和受控电源各自发出的功率。

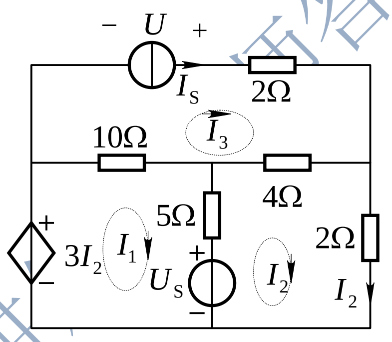


图 5

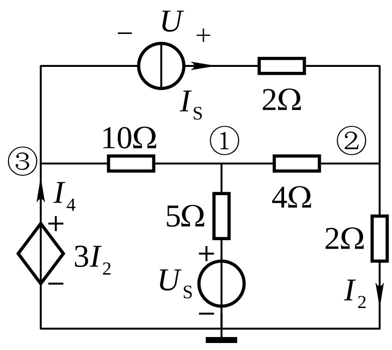


图 5(a)

解：方法一，用回路电流法求解。选回路如图 5 所示，列写回路电流方程如下

$$(10+5)I_1-5I_2-10I_3=3I_2-U_S$$
$$-5I_1+(5+4+2)I_2-4I_3=U_S$$
$$I_3=I_S=3$$

代入数据整理得：$15I_1-8I_2=13$

$$-5I_1+11I_2=29$$

解得：$I_1=3\text{A}$，$I_2=4\text{A}$

$$U = 2\Omega \times I_S + 2\Omega \times I_2 - 3I_2 = 2\times3 + 2\times4 - 3\times4 = 2\text{V}$$

所以独立电压源发出的功率为 $P_{U_S} = U_S \times (I_2 - I_1) = 17\text{W}$

独立电流源发出的功率为 $P_{I_S} = I_S \times U = 6\text{W}$

电流控制电压源发出的功率为 $P_{CCVS} = 3I_2 \times I_1 = 3\times4\times3 = 36\text{W}$

方法二，用节点电压法求解。选节点和参考节点如图 5(a)所示，列写节点电压方程如下

$$\begin{cases} (\dfrac{1}{5}+\dfrac{1}{10}+\dfrac{1}{4})U_{n1} - \dfrac{1}{4}U_{n2} - \dfrac{1}{10}U_{n3} = \dfrac{U_S}{5} \\ -\dfrac{1}{4}U_{n1} + (\dfrac{1}{4}+\dfrac{1}{2})U_{n2} = I_S \\ U_{n3} = 3I_2 = 3\times\dfrac{U_{n2}}{2} = 1.5U_{n2} \end{cases}$$

整理得 $\begin{cases} 11U_{n1} - 8U_{n2} = 68 \\ -U_{n1} + 3U_{n2} = 12 \end{cases}$　解得 $U_{n1} = 12\text{V}$，$U_{n2} = 8\text{V}$，$U_{n3} = 12\text{V}$

$$U = 2\Omega \times I_S + U_{n2} - U_{n3} = 2\times3 + 8 - 12 = 2\text{V}$$

$I_1 = I_S + \dfrac{U_{n3} - U_{n1}}{10} = 3\text{A}$，$I_4 = \dfrac{U_S - U_{n1}}{5} = 1\text{A}$,求功率同上。

四　（每题 13 分，共 26 分）

1．图 7 所示正弦交流电路中，$u_S = 30\sqrt{2}\cos(10^3 t)\text{V}$，$R = 100\Omega$，$L_1 = 0.1\text{H}$，$L_2 = 0.2\text{H}$，$M = 0.1\text{H}$，电容 C 可变。

(1)电容 C 为何值时电流 i 的有效值为最小，最小值 I_{min} 为多少？并求此时电压 u_C；

(2)电容 C 为何值时电流 i 的有效值为最大，最大值 I_{max} 为多少？并求此时电压 u_C。

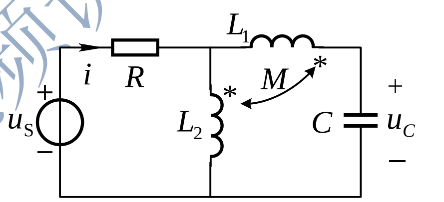
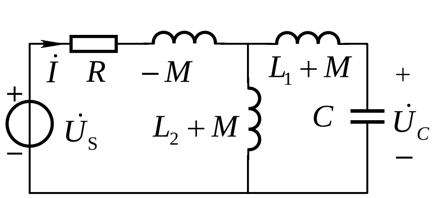


图 7



图(a)

解：消去互感，等效电路如图(a)所示。

(1)当等效电路中并联部分发生并联谐振时，并联部分相当于开路。则电流 i 的有效值为最小，I_{min} =0, 此时

$$Y_{并}=\frac{1}{\mathrm{j}\omega(L_2+M)}+\frac{1}{\mathrm{j}\omega(L_1+M)-\mathrm{j}/\omega C}=0$$

$$C=\frac{1}{\omega^2(L_1+L_2+2M)}=2\times10^{-6}\mathrm{F}=2\mu\mathrm{F}$$

$$\dot U_C=\frac{-\mathrm{j}(1/\omega C)\dot U_{\mathrm{S}}}{\mathrm{j}\omega(L_1+M)-\mathrm{j}/\omega C}=\frac{-\mathrm{j}500\times30\angle0^\circ}{\mathrm{j}200-\mathrm{j}500}=50\angle0^\circ\mathrm{V}$$

$$u_C=50\sqrt{2}\cos(10^3t)\mathrm{V}$$

(2)电路的总阻抗为

$$Z=R-j\omega M+\frac{\mathrm{j}\omega(L_2+M)[(\mathrm{j}\omega(L_1+M)-\mathrm{j}/(\omega C)]}{\mathrm{j}\omega(L_2+M)+\mathrm{j}\omega(L_1+M)-\mathrm{j}/(\omega C)}$$

当电路发生串联谐振时，阻抗 Z 为最小等于 R,则电流 i 的有效值为最大。由谐振时阻抗 Z 的虚部为零得

$$C=\frac{L_2}{\omega^2(L_1L_2-M^2)}=20\times10^{-6}\mathrm{F}=20\mu\mathrm{F}$$

$$I_{\max}=\frac{U_{\mathrm{S}}}{R}=\frac{30}{100}=0.3\mathrm{A}$$

$$\dot U_C=\frac{\mathrm{j}\omega(L_2+M)}{\mathrm{j}\omega(L_2+M)+\mathrm{j}\omega(L_1+M)-\mathrm{j}/\omega C}\times\frac{\dot U_{\mathrm{S}}}{R}\times(-\mathrm{j}\frac{1}{\omega C})$$

$$=\frac{\mathrm{j}300}{\mathrm{j}500-\mathrm{j}50}\times\frac{30}{100}\times(-\mathrm{j}50)=10\angle-90^\circ\mathrm{V}$$

$$u_C=10\sqrt{2}\cos(10^3t-90^\circ)\mathrm{V}$$

2 图 8 所示电路原处于直流稳态，$t=0$ 时开关由断开突然闭合。试用拉普拉斯变换方法求 $t>0$ 时的电流 $i_L(t)$。

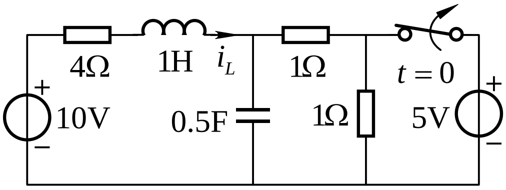
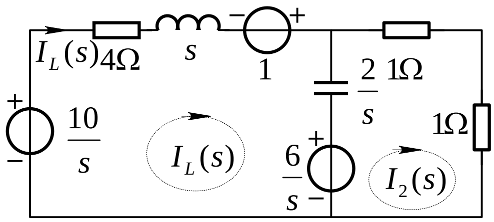


图 8



(a)

解：当$t<0$时，电路处于稳态。电感短路，电容开路。

$$i_L(0_-)=\frac{10-5}{4+1}=1\text{A}，\quad u_C(0_-)=i_L(0_-)\times 1\Omega+5\text{V}=6\text{V}$$

当$t>0$时，画出运算电路如图(a)所示。列写回路电流方程如下：

$$(4+s+\frac{2}{s})I_L(s)-\frac{2}{s}\times I_2(s)=\frac{10}{s}+1-\frac{6}{s}$$

$$-\frac{2}{s}I_L(s)+(2+\frac{2}{s})\times I_2(s)=\frac{6}{s}$$

化简得　$$I_L(s)=\frac{s^2+5s+10}{s(s^2+5s+6)}=\frac{A_1}{s}+\frac{A_2}{s+2}+\frac{A_3}{s+3}$$

其中 $A_1=\left.\frac{s^2+5s+10}{(s+2)(s+3)}\right|_{s=0}=\frac{5}{3}$，$A_2=\left.\frac{s^2+5s+10}{s(s+3)}\right|_{s=-2}=-2$，

$$A_3=\left.\frac{s^2+5s+10}{s(s+2)}\right|_{s=-3}=\frac{4}{3}$$

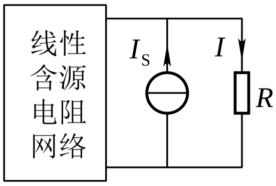
取拉氏反变换得

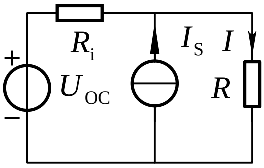
$$i_L(t)=[\frac{5}{3}-2e^{-2t}+\frac{4}{3}e^{-3t}]\text{A}\quad（t\geq 0）$$

哈尔滨工业大学 2009 年硕士研究生考试电路部分试题解答

一（每题 10 分，共 20 分）

1．图 1 所示电路中，当 $R=3\Omega$，$I_S=1\text{A}$ 时，$I=2.5\text{A}$；当 $R=3\Omega$，$I_S=2\text{A}$ 时，$I=3\text{A}$。求当 $R=7\Omega$，$I_S=3\text{A}$ 时，电流 $I=?$





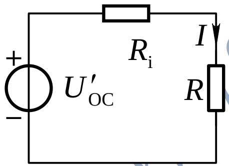


图 1　　　　图（a）　　　　图（b）

解：将线性含源网络用戴维南电路等效，等效电路如图（a）所示，在图（a）所示电路中，将除 R 以外的电路再用戴维南电路等效，等效电路如图（b）所示。在图（b）所示电路中

$$U'_{OC}=R_iI_S+U_{OC}，\qquad I=\frac{U'_{OC}}{R_i+R}=\frac{R_iI_S+U_{OC}}{R_i+R}$$

当 $R=3\Omega$，$I_S=1\text{A}$ 时，有

$$I=\frac{U_{OC}+R_i}{R_i+3}=2.5 \qquad （1）$$

当 $R=3\Omega$，$I_S=2\text{A}$ 时，有

$$I=\frac{U_{OC}+2R_i}{R_i+3}=3 \qquad （2）$$

由式（1）和（2）解得　$U_{OC}=12\text{V}$，$R_i=3\Omega$

当 $R=7\Omega$，$I_S=3\text{A}$ 时，$I=\dfrac{12+3\times3}{3+7}=2.1\text{A}$

2．图 2 所示电路中，$u=80\cos(100t)\text{V}$。当开关 K_1 闭合，K_2 断开（即只有线圈）时，电流 $I=2\sqrt{2}\text{A}$；当开关 K_1 断开，K_2 断开（即电阻 R_1 和线圈串联）时，电流 $I=2.5\text{A}$；当开关 K_1 闭合，K_2 闭合（即电阻 R_1 和线圈并联）时，电流 $I=16\text{A}$；求电阻 R 和电感 L。

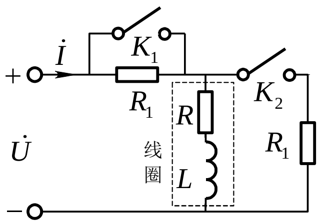


图 2

解:当只有线圈时，端口阻抗的模为：

$$|Z|=\sqrt{R^2+X_L^2}=\frac{U}{I}=\frac{40\sqrt{2}}{2\sqrt{2}}=20 \qquad (1)$$

当电阻 R_1 和线圈串联时，端口阻抗的模为：

$$|Z|=\sqrt{(R_1+R)^2+X_L^2}=\frac{U}{I}=\frac{40\sqrt{2}}{2.5}=16\sqrt{2} \qquad (2)$$

当电阻 R_1 和线圈并联时,端口阻抗的模为:

$$|Z|=\frac{R_1\sqrt{R^2+X_L^2}}{\sqrt{(R_1+R)^2+X_L^2}}=\frac{U}{I}=\frac{40\sqrt{2}}{16}=2.5\sqrt{2} \qquad (3)$$

由式（1）、（2）和（3）解得 $R_1=4\Omega$　$R=12\Omega$，$X_L=16\Omega$，$L=X_L/100=0.16\mathrm{H}$

二（每题 10 分，共 20 分）

1．图 3 所示对称三相电路接对称三相电源，负载 1 的每相阻抗 $Z_1=60\Omega$；负载 2 的额定功率为 $P_2=3\mathrm{kW}$，额定线电压为 $200\sqrt{3}\mathrm{V}$，功率因数 $\lambda_2=0.707$（感性）。线路阻抗为 $Z_3=(2-\mathrm{j}1)\Omega$。若使负载 2 在额定电压下工作，求电源端线电压的有效值和三相电源实际发出的平均功率。

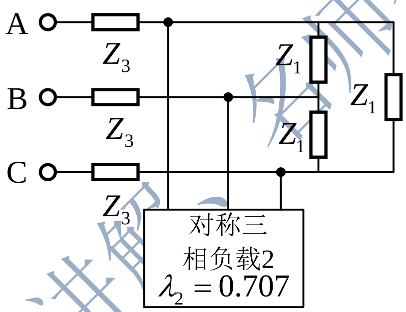
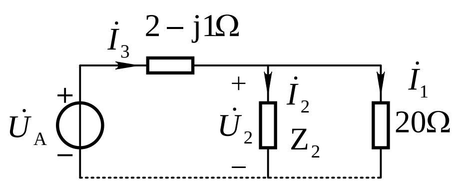


图 3



图（a）

解：取 A 相计算，如图(a)所示。设负载 2 为 Y 接，取它的相电压为参考正弦量即设 $\dot{U}_2=200\angle 0°\mathrm{V}$，负载 2 的线电流为

$$I_2=\frac{P_2}{\sqrt{3}U_{2l}\lambda_2}=\frac{3000}{\sqrt{3}\times 200\sqrt{3}\times 0.707}=5\sqrt{2}\mathrm{A}$$

$\lambda_2=0.707$，则负载 2 相电压与相电流的相位差为 $\varphi_2=45°$，即 $\dot{I}_2=5\sqrt{2}\angle -45°\mathrm{A}$

$$\dot{I}_1=\frac{\dot{U}_2}{20}=\frac{200\angle 0^\circ}{20}=10\angle 0^\circ\text{A}$$

$$\dot{I}_3=\dot{I}_1+\dot{I}_2=10+5\sqrt{2}\angle -45^\circ=15-\text{j}5\text{A}$$

$$\dot{U}_\text{A}=Z_3\dot{I}_3+\dot{U}_2=(2-\text{j}1)\times(15-\text{j}5)+200=225-\text{j}25\text{V}$$

电源端线电压的有效值为$U_L=\sqrt{3}\times\sqrt{225^2+25^2}=392.11\text{V}$

三相电源实际发出的平均功率为

$$P=3\times(I_3^2\times 2+I_1^2\times 20)+3000=3\times[(15^2+5^2)\times 2+10^2\times 20]+3000=10500\text{W}$$

2. 图 4 所示正弦交流电路中，$\dot{U}_\text{S}=20\angle 0^\circ\text{V}$，电源角频率为$\omega$。二端口网络 N 的阻抗参数矩阵 $Z=\begin{bmatrix}\text{j}3 & \text{j}6\\ \text{j}6 & \text{j}6\end{bmatrix}\Omega$，理想变压器的变比为$n=2$。求电流$i_3$。

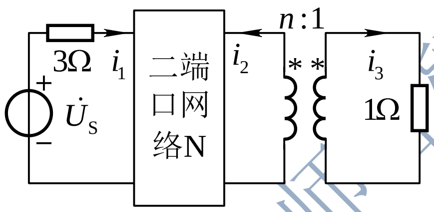
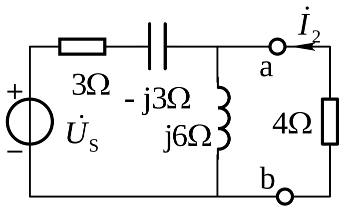


图 4



图（a）

解：将二端口用 T 型电路等效，再将1Ω 电阻等效到原边，等效电路如图（a）所示。先求ab 端左侧的戴维南等效电路。当 ab 端开路时，开路电压为

$$\dot{U}_\text{OC}=\frac{\text{j}6}{\text{j}6+3-\text{j}3}\times\dot{U}_\text{S}=20\sqrt{2}\angle 45^\circ\text{V}$$

等效阻抗为：$Z_i=\dfrac{\text{j}6\times(3-\text{j}3)}{\text{j}6+3-\text{j}3}=6\Omega$

电流$\dot{I}_2=-\dfrac{\dot{U}_\text{OC}}{4+Z_\text{i}}=-\dfrac{20\sqrt{2}\angle 45^\circ}{4+6}=-2\sqrt{2}\angle 45^\circ\text{A}$

$$\dot{I}_3=n(-\dot{I}_2)=4\sqrt{2}\angle 45^\circ\text{A}$$

$$i_3=8\cos(\omega t+45^\circ)\text{A}$$

三 （每题 12 分，共 24 分）

1．图 5 所示正弦交流电路中，$u=100\sqrt{2}\cos(100t)$ V，$R=50\Omega$，$R_1=10\Omega$，$L_1=0.25\text{H}$，$L_2=0.2\text{H}$，$M=0.1\text{H}$，电容 C 可变。求电容 C 为何值时可使电流 I 达到最小？电流 I 的最小值为多少？此时 $i_2=$？

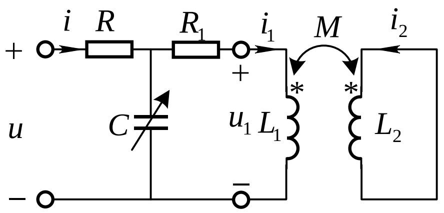
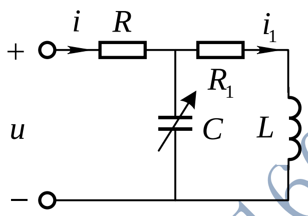


图 5



图（a）

解：先求等效电感。

$$\dot U_1=\mathrm{j}\omega L_1\dot I_1+\mathrm{j}\omega M\dot I_2 \qquad (1)$$

$$0=\mathrm{j}\omega M\dot I_1+\mathrm{j}\omega L_2\dot I_2 \qquad (2)$$

将（2）代入到（1）化简得 $\dot U_1=\mathrm{j}\omega(L_1-\dfrac{M^2}{L_2})\dot I_1$，所以等效电感为

$$L=(L_1-\frac{M^2}{L_2})=0.25-\frac{0.1^2}{0.2}=0.2\text{H}$$，等效电路如图（a）所示。

并联部分的导纳为

$$Y_{并}=\mathrm{j}\omega C+\frac{1}{R_1+\mathrm{j}\omega L}=\frac{R_1}{R_1^2+(\omega L)^2}+\mathrm{j}[\omega C-\frac{\omega L}{R_1^2+(\omega L)^2}]$$

由于电容 C 可变，当电路发生谐振时，导纳为最小，阻抗为最大，电流 I 达到最小。谐振条件为

$$C=\frac{L}{R_1^2+(\omega L)^2}=\frac{0.2}{10^2+(100\times0.2)^2}=4\times10^{-4}\text{F}$$

谐振时总阻抗为

$$Z=R+\frac{1}{Y_{并}}=R+\frac{R_1^2+(\omega L)^2}{R_1}=50+\frac{10^2+20^2}{10}=100\Omega$$

$$\dot I=\frac{\dot U}{Z}=\frac{100\angle0^\circ}{100}=1\angle0^\circ\text{A}，I_{\min}=1\text{A}$$

$$\dot{I}_1=\frac{1/(\mathrm{j}\omega C)}{1/(\mathrm{j}\omega C)+R_1+\mathrm{j}\omega L}\times\dot{I}=\frac{-\mathrm{j}25}{-\mathrm{j}25+10+\mathrm{j}20}\times 1=(1-\mathrm{j}2)\mathrm{A}$$

由式（2）得：

$$\dot{I}_2=-\frac{M}{L_2}\dot{I}_1=-\frac{0.1}{0.2}\times(1-\mathrm{j}2)=0.5(-1+\mathrm{j}2)=0.5\sqrt{5}\angle 116.6^\circ=1.118\angle 116.6^\circ\ \mathrm{A}$$

瞬时值 $i_2=1.118\sqrt{2}\cos(100t+116.6^\circ)\mathrm{A}$；

2．图 6 所示线性直流电路中，$U_{S1}=24\mathrm{V}$，$U_{S2}=10\mathrm{V}$，$I_S=3\mathrm{A}$。试求三个独立电源各自发出的功率。

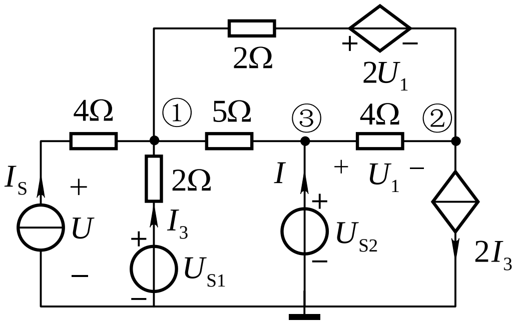
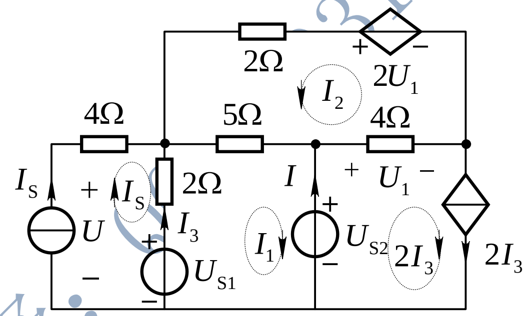


图 6



(a)

解：　方法一，用节点电压法求解。选节点和参考节点如图 6 所示，列写节点电压方程如下

$$\begin{cases}(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{5})U_{n1}-\frac{1}{2}U_{n2}-\frac{1}{5}U_{n3}=I_S+\frac{2U_1}{2}+\frac{U_{S1}}{2}\\ -\frac{1}{2}U_{n1}+(\frac{1}{2}+\frac{1}{4})U_{n2}-\frac{1}{4}U_{n3}=-2I_3-\frac{2U_1}{2}\\ U_{n3}=U_{S2}=10\end{cases}$$

再补充控制量方程：$I_3=\dfrac{24-U_{n1}}{2}$，　　$U_1=10-U_{n2}$

整理得 $\begin{cases}1.2U_{n1}+0.5U_{n2}=27\\ -1.5U_{n1}-0.25U_{n2}=-31.5\end{cases}$

解得 $U_{n1}=20\mathrm{V}$，$U_{n2}=6\mathrm{V}$，$U_{n3}=10\mathrm{V}$

$$I=\frac{U_{n3}-U_{n1}}{5}+\frac{U_{n3}-U_{n2}}{4}=\frac{10-20}{5}+\frac{10-6}{4}=-1\mathrm{A}，$$

$$I_3=\frac{U_{S1}-U_{n1}}{2}=\frac{24-20}{2}=2\text{A}\,,U=I_S\times 4+U_{n1}=3\times 4+20=32\text{V}$$

独立电压源U_{S1}发出的功率为$P_{U_{S1}}=U_{S1}\times I_3=24\times 2=48\text{W}$

独立电压源U_{S2}发出的功率为$P_{U_{S2}}=U_{S2}\times I=10\times(-1)=-10\text{W}$

电流源发出的功率为$P_{IS}=I_S\times U=3\times 32=96\text{W}$

方法二，用回路电流法求解。选回路如图 6(a)所示，列写回路电流方程如下

$$(2+5)I_1+5I_2-2I_S=U_{S1}-U_{S2}$$
$$5I_1+(2+5+4)I_2+4\times 2I_3=2U_1$$
$$I_3=I_1-I_S=I_1-3$$
$$U_1=4\times(I_2+2I_3)=4I_2+8I_1-24$$

代入数据整理得：$7I_1+5I_2=20$

$$I_1-I_2=8$$

解得：$I_1=5\text{A}$，$I_2=-3\text{A}$，$I_3=I_1-3=2\text{A}$

$I=-I_1+2I_3=-5+2\times 2=-1\text{A}$，

$U=I_S\times 4+U_{n1}=3\times 4+20=32\text{V}$

求功率同上。

四　（每题 13 分，共 26 分）

1．图 7 所示电路原处于稳态，$U_{S1}=28\text{V}$，$U_{S2}=12\text{V}$，$I_S=1\text{A}$，$L=0.5\text{H}$。$t=0$ 时开关由闭合突然断开，用三要素法求$t>0$时的电压$u_2(t)$。

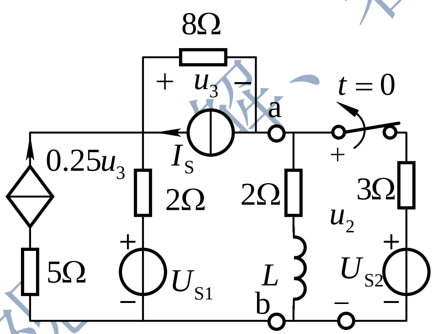
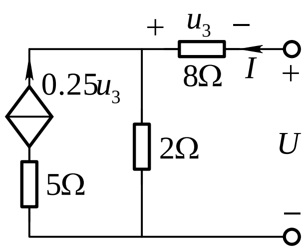
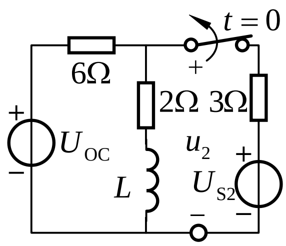


图 7



图(a)



图(b)

解：先求 ab 端左侧的戴维南等效电路。当 ab 端开路时，

$u_3=8\Omega\times I_S=8\text{V}$，开路电压为$U_{OC}=-u_3+3\times 0.25u_3+U_{S1}=24\text{V}$

求等效电阻的电路如图(a) 所示。在图(a)中，$u_3=-8\Omega\times I$

$$U = -u_3 + 2\times(0.25u_3 + I) = -0.5u_3 + 2I = 6I$$

等效电阻 $R_{\mathrm{i}} = \dfrac{U}{I} = 10\Omega$。化简后的等效电路如图(b)所示。

当 $t<0$，　$(\dfrac{1}{6}+\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{3})u_2(0_-) = \dfrac{U_{\mathrm{OC}}}{6} + \dfrac{U_{\mathrm{S2}}}{3} = \dfrac{24}{6} + \dfrac{12}{3} = 8$

$u_2(0_-) = 8\mathrm{V}$，$i_L(0_-) = u_2(0_-)/2 = 4\mathrm{A}$

换路后，$u_2(0_+) = U_{\mathrm{OC}} - 6\times i_L(0_-) = 24-6\times4 = 0$，$u_2(\infty) = \dfrac{2}{6+2}\times U_{\mathrm{OC}} = 6\mathrm{V}$

时间常数 $\tau = \dfrac{L}{R} = \dfrac{0.5}{6+2} = \dfrac{1}{16}\mathrm{s}$

由三要素公式得：$u_2(t) = 6-6\mathrm{e}^{-16t}$　V，$t>0$

2．图 8 所示电路原处于稳态，$U_{\mathrm{S1}} = 6\mathrm{V}$，$u_{\mathrm{S2}} = 8\cos(2t)\mathrm{V}$。$t=0$ 时开关由闭合突然断开。试用拉普拉斯变换方法求 $t>0$ 时的电压 u_C。

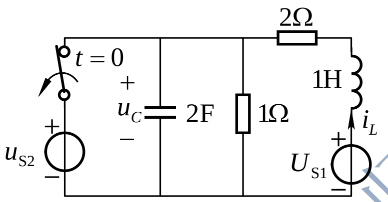
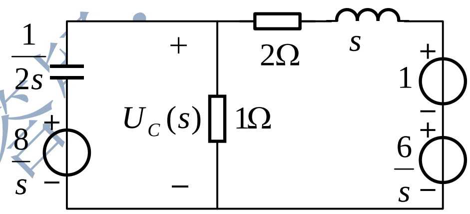


图 8



(a)

解：当 $t<0$ 时，直流电压源 $U_{\mathrm{S1}} = 6\mathrm{V}$ 单独作用时，交流电压源相当于短路，所以

$$i_{L(0)} = \frac{U_{\mathrm{S1}}}{2} = 3\mathrm{A}，\quad u_{C(0)} = 0\mathrm{V}$$

当交流电压源 $u_{\mathrm{S2}} = 8\cos(2t)\mathrm{V}$ 单独作用时

$$u_{C(1)} = u_{\mathrm{S2}} = 8\cos(2t)\mathrm{V}，\quad \dot{I}_{L(1)} = -\frac{\dot{U}_{\mathrm{S1}}}{2+\mathrm{j}2} = -\frac{4\sqrt{2}}{2+\mathrm{j}2} = -2\angle-45°\mathrm{A}$$

所以，当 $t<0$ 时，$u_C = 8\cos(2t)\mathrm{V}$，$i_L = 3-2\sqrt{2}\cos(2t-45°)\,\mathrm{A}$

初值为：$u_C(0_-) = 8\mathrm{V}$，$i_L(0_-) = 3-2\sqrt{2}\times\cos(-45°) = 1\mathrm{A}$

当$t>0$时，画出运算电路如图(a)所示。列写节点电压方程如下：

$$(\frac{1}{1}+2s+\frac{1}{s+2})U_C(s)=\frac{8}{s}\times 2s+\frac{6/s+1}{s+2}$$

化简得　$$U_C(s)=\frac{16s^2+33s+6}{2s(s^2+2.5s+1.5)}=\frac{A_1}{s}+\frac{A_2}{s+1}+\frac{A_3}{s+1.5}$$

其中 $A_1=\frac{16s^2+33s+6)}{2(s+1)(s+1.5)}\Big|_{s=0}=2$，$A_2=\frac{16s^2+33s+6)}{2s(s+1.5)}\Big|_{s=-1}=11$，

$$A_1=\frac{16s^2+33s+6)}{2s(s+1)}\Big|_{s=-1.5}=-5$$

取拉氏反变换得

$$u_C(t)=[2+11\mathrm{e}^{-t}-5\mathrm{e}^{-1.5t}]\mathrm{V}\quad（t>0）$$

天津大学招收 2007 年硕士学位研究生入学考试试题参考解答

说明：本试卷共十一道题，每位考生须答十道题，其中第一题至第九题为必答题，第十题和第十一题任选一题。

一、（18 分）直流电路如图 1 所示，已知 $R_1=R_2=R_4=2\Omega$，$R_3=R_5=1\Omega$，$R_4=2\Omega$，$I_S=4\text{A}$，$U_{S1}=8\text{V}$，$U_{S2}=4\text{V}$，电压控制电流源 $I_{CS}=2U$。求各独立源供出的功率。

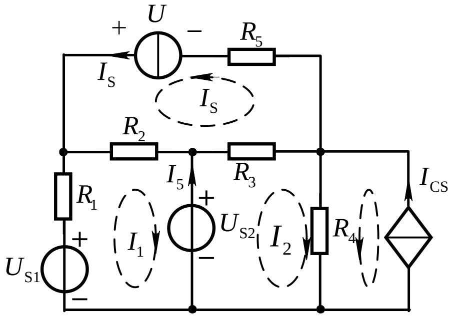


图 1

解：选取回路如图所示，列写回路方程如下：

$$(2+2)I_1+2I_S=8\text{V}-4\text{V} \qquad (1)$$

$$(1+2)I_2+1\times I_S+2\times(2U)=4\text{V} \qquad (2)$$

$$U=2\times(I_S+I_1)+1\times(I_S+I_2)+1\times I_S \qquad (3)$$

由式（1）解得 $I_1=-1\text{A}$，代入式（3）得

$U=14+I_2$　代入式（2）得

$3I_2+4+56+4I_2=4\text{V}$

解得 $I_2=-8\text{A}$，$U=6\text{V}$，$I_5=I_2-I_1=-7\text{A}$

所以独立电压源发出的功率为

$$P_{U_{S1}}=U_{S1}\times I_1=8\times(-1)=-8\text{W}$$

$$P_{U_{S2}}=U_{S2}\times I_5=4\times(-7)=-28\text{W}$$

$$P_{I_S}=I_S\times U=4\times 6=24\text{W}$$

二、（18 分）直流电路如图 2 所示，已知 $R_1=6\Omega$，$R_2=3\Omega$，$R_3=2\Omega$，$R_4=2\Omega$，$R_5=2\Omega$，$I_S=4\text{A}$，$U_S=12\text{V}$，电流控制电压源 $U_{CS}=4I$。用戴维南定理求电流 I。

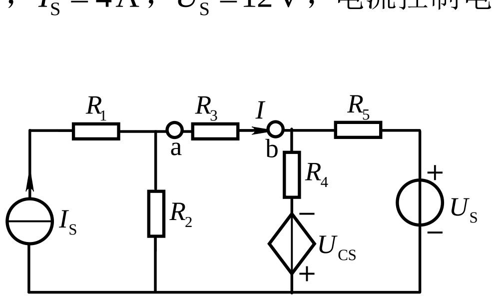
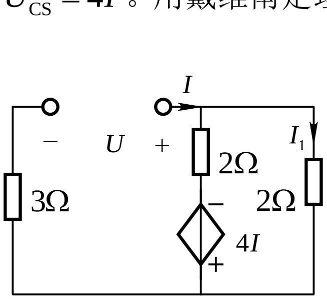


图 2



(a)

解：先求 ab 端除 R_3 以外的戴维南等效电路。

当 ab 端开路时，$I=0$，　受控源 $4I=0$

$$U_{\mathrm{oc}}=R_2I_{\mathrm{S}}-\frac{R_4U_{\mathrm{S}}}{R_4+R_5}=3\times4-\frac{2\times12}{2+2}=6\mathrm{V}$$

求等效电阻的电路如图(a)所示。在图(a)中，

$U=2I_1+3I$

$2I_1=2(I-I_1)-4I$，解得 $I_1=-0.5I$，代入上式得 $U=2(-0.5I)+3I=2\Omega I$

即戴维南等效电阻为　$R_{\mathrm{i}}=2\Omega$

$$I=\frac{U_{\mathrm{oc}}}{R_3+R_i}=\frac{6}{2+2}=1.5\mathrm{A}$$

三、（12 分）图 3 所示 $\mathrm{N_S}$ 为线性含源电阻网络，外接电路如图(a)所示，当 $I_{\mathrm{S}}=4\mathrm{A}$ 时，$I_1=1\mathrm{A}$，$U_2=6\mathrm{V}$；当 $I_{\mathrm{S}}=16\mathrm{A}$ 时，$I_1=7\mathrm{A}$，$U_2=18\mathrm{V}$。求 1.当 $I_{\mathrm{S}}=0$ 时，U_2 等于多少？2.若外接电路换接如图 3(b)所示，则 I_1 等于多少？

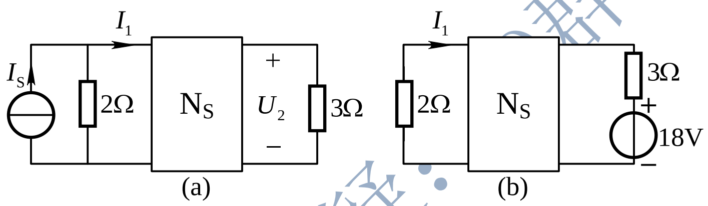


图 3

解：由叠加定理有

$U_2=k_1I_{\mathrm{S}}+k_2$　　　（2）

$I_1=k_3I_{\mathrm{S}}+k_4$　　　（3）

根据给定条件有 $\begin{cases}6=4k_1+k_2\\18=15k_1+k_2\end{cases}$　　解得 $\begin{cases}k_1=1\\k_2=2\end{cases}$

$\begin{cases}1=4k_3+k_4\\7=16k_3+k_4\end{cases}$　　解得 $\begin{cases}k_3=0.5\\k_4=-1\end{cases}$

当 $I_{\mathrm{S}}=0$ 时，　$U_2=2\mathrm{V}$

若外接电路换接如图 3(b)所示时，

当只有 $\mathrm{N_S}$ 内的独立电源单独作用，其它电源不作用时，$I_1'=k_4=-1\mathrm{A}$

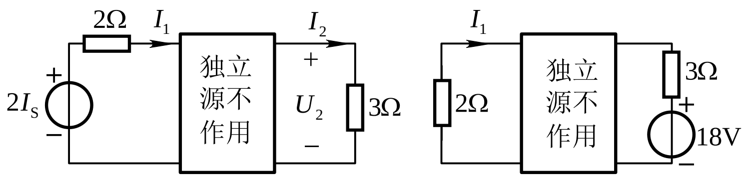
当 $\mathrm{N_S}$ 内的独立电源不作用时，将网络等效如下图所示。

当 $I_{\mathrm{S}}=4\mathrm{A}$ 单独作用时，$U_2=4\mathrm{V}$，此时电流 $I_2=U_2/3=4/3\mathrm{A}$

对图 (d)，由互易定理及齐性定理有：

$$I_1''=-\frac{18\text{V}}{8\text{V}}\times\frac{4}{3}=-3\text{A}$$　　（注意电源的方向和电流的参考方向）

所以对图(b)有 $I=I_1'+I_2''=-4\text{A}$



(c)　　　　(d)

四、（8 分）图 4 所示正弦交流电路，已知电源电压 $\dot{U}=100\angle 0^\circ$ V，ab 两点间开路电压 $\dot{U}_{ab}=50\angle 180^\circ$ V，电路的有功功率 $P=50$ W，且 $\dot{U},\dot{I}$ 同相。求 R_1、R_2、X_L 和 X_C 之值。

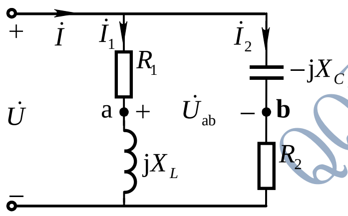


图 4

解：当 $R_1=R_2=R$，　$X_L=X_C=X$ 时，　$\dot{U},\dot{I}$ 同相。

设 $\tan\varphi=X/R$，则 $\dot{I}_1=I_1\angle-\varphi$，$\dot{I}_2=I_1\angle\varphi$

由 $\dot{U},\dot{I}$ 同相得：　$P=UI=100I=50$，解得 $I=0.5\text{A}$

$\dot{I}=I_1\angle-\varphi+I_1\angle\varphi=2I_1\cos\varphi=0.5\text{A}$

$$Z=\frac{(R+\text{j}X)(R-\text{j}X)}{R+\text{j}X+R-\text{j}X}=\frac{R^2+X^2}{2R}=\frac{\dot{U}}{\dot{I}}=\frac{100\angle 0^\circ}{0.5\angle 0^\circ}=200 \qquad (1)$$

$\dot{U}_{ab}=\text{j}X\dot{I}_1-R\dot{I}_2=\text{j}XI_1\angle-\varphi-RI_1\angle\varphi=-50$

化简得：

$$XI_1\cos(90^\circ-\varphi)-RI_1\cos\varphi=(R\tan\varphi)\times(\frac{1}{4\cos\varphi})\sin\varphi-R(\frac{1}{4\cos\varphi})\cos\varphi=-50$$

即 $0.25R\times(\frac{X}{R})^2-0.25R=-50$　　　　（2）

由式（1）和(2)解得 $R_1=R_2=R=300\Omega$，　$X_L=X_C=X=100\sqrt{3}\Omega$

五、(16 分)图 5 所示非正弦周期电流电路，已知 $R=40\Omega$，$\omega L_1=10\Omega$，$1/(\omega C_1)=10\Omega$，$\omega L_2=30\Omega$，$1/(\omega C_2)=120\Omega$，$i_S=2+6\sqrt{2}\sin(\omega t-45^\circ)+1.5\sqrt{2}\sin 2\omega t$ A。求电感电流 i_{L2} 及其有效值 I_{L2}。

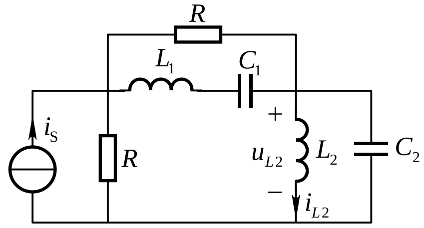


图 5

解：当直流 $I_{S(0)}=2\text{A}$ 单独作用时，电感短路，电容开路。

$$I_{L2(0)}=0.5I_{S(0)}=1\text{A}$$

当基波 $\dot{I}_{S(1)}=6\angle-45°\text{A}$ 单独作用时， L_1 和 C_1 发生串联谐振，相当于短路

$$\dot{U}_{L2(1)}\left(\frac{1}{40}+\frac{1}{\text{j}30}+\frac{1}{-\text{j}120}\right)=6\angle-45° \quad \text{解得}\ \dot{U}_{L2(1)}=120\sqrt{2}\angle0°\text{V}$$

$$\dot{I}_{L2(1)}=\frac{120\sqrt{2}\angle0°}{\text{j}30}=4\sqrt{2}\angle-90°\text{A}$$

当二次谐波 $\dot{I}_{S(2)}=1.5\angle0°\text{A}$ 单独作用时，L_2 和 C_2 发生并联谐振，相当于开路。

$$\dot{U}_{L2(2)}=R\dot{I}_{S(2)}=40\times1.5\angle0°=60\angle0°\text{V},$$

$$\dot{I}_{L2(2)}=\frac{60\angle0°}{\text{j}60}=1\angle-90°\text{A}$$

所以 $i_{L_2}(t)=[1+8\sin(\omega t-90^{\circ})+\sqrt{2}\sin(2\omega t-90^{\circ})]\text{A}$，

有效值 $I_{L_2}=\sqrt{1^2+(4\sqrt{2})^2+1^2}=\sqrt{34}\text{ A}$

六、(16 分)电路如图 6 所示，已知 $R_1=3\Omega$，$R_2=6\Omega$，$R_3=2\Omega$，$L=0.5\text{H}$，$U_{S1}=6\text{V}$，$U_{S2}=3\text{V}$，开关 S 闭合前电路已达稳态，$t=0$ 时 S 闭合。S 闭合后求 1.电感电流 $i_L(t)$；2. R_3 中电流 $i_R(t)$；3.电流 $i(t)$ 。

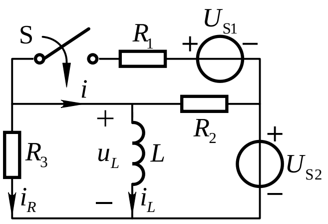


图 6

解：当 $t<0$， 电感短路。 $i_L(0_+)=i_L(0_-)=\dfrac{U_{S2}}{R_2}=\dfrac{3}{6}=0.5\text{A}$

达到稳态后，电感还是短路。

$$i_L(\infty)=\frac{U_{S1}+U_{S2}}{R_1}+\frac{U_{S2}}{R_2}=\frac{6+3}{3}+\frac{3}{6}=3.5\text{A}$$

从电感两端看的等效电阻为 $R_i = R_1 \| R_2 \| R_3 = 1\Omega$　（$\|$表示并联）

时间常数 $\tau = L / R_i = 0.5\text{s}$

由三要素公式得：$i_L(t) = [3.5 - 3\text{e}^{-2t}]\text{A} \quad t \geq 0$

当 $t = 0_+$ 时，将电感用电流源替代，列写节点方程如下：

$$(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3})u_L(0_+)-(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2})U_{S2}=\frac{U_{S1}}{R_1}-i_L(0_+)$$

代入数据解得　$u_L(0_+)=3$

$$i_R(0_+)=\frac{u_L(0_+)}{R_3}=\frac{3}{2}=1.5\text{A}$$

$$i(0_+)=i_L(0_+)+\frac{u_L(0_+)-U_{S2}}{R_2}=0.5+\frac{3-3}{6}=0.5\text{A}$$

稳态时，$i_R(\infty)=0$，$i(\infty)=\dfrac{U_{S1}+U_{S2}}{R_1}=\dfrac{6+3}{3}=3\text{A}$

由三要素公式得：$i_R(t)=1.5\text{e}^{-2t}\text{A} \quad t>0$

$$i(t)=[3-2.5\text{e}^{-2t}]\text{A} \quad t>0$$

七、（16 分）电路如图 7 所示，已知 $R_1=10\Omega$，$R_2=20\Omega$，$R_3=10\Omega$，$L=1\text{H}$，$C=0.05\text{F}$，$U_S=35\text{V}$，$I_S=2\text{A}$，开关 S 打开前电路已达稳态，$t=0$ 时 S 打开。求 S 打开后电容电压 $u_C(t)$。

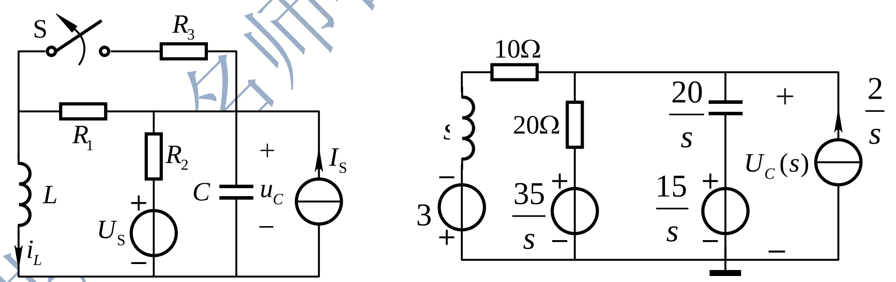


图 7

解：当 $t<0$ 时，电路处于稳态。电感短路，电容开路。

$$u_C(0_-)(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3})=\frac{U_S}{R_2}+I_S$$

代入数据解得 $u_C(0_-)=15\text{V}$

$$i_L(0_-)=\frac{u_C(0_-)}{R_1}+\frac{u_C(0_-)}{R_3}=\frac{15}{10}+\frac{15}{10}=3\text{A},$$

当 $t>0$ 时，画出运算电路如图(a)所示。列写节点电压方程如下：

$$(\frac{1}{20}+0.05s+\frac{1}{s+10})U_C(s)=\frac{35/s}{20}+\frac{15}{s}\times0.05s+\frac{2}{s}-\frac{3}{s+10}$$

化简得　$U_C(s)=\dfrac{15(s^2+11s+50)}{s(s^2+11s+30)}=\dfrac{A_1}{s}+\dfrac{A_2}{s+5}+\dfrac{A_3}{s+6}$

其中 $A_1=\dfrac{15(s^2+11s+50)}{(s+5)(s+6)}\Big|_{s=0}=25$，$A_2=\dfrac{15(s^2+11s+50)}{s(s+6)}\Big|_{s=-5}=-60$，

$$A_3=\frac{15(s^2+11s+50)}{s(s+5)}\Big|_{s=-6}=50$$

取拉氏反变换得

$$u_C(t)=[25-60\mathrm{e}^{-5t}+50\mathrm{e}^{-6t}]\mathrm{V}\quad（t>0）$$

八、（16 分）正弦交流电路及其有向图如图 8 所示，电源角频率为 ω。1.选支路 1，4 为树，写出基本回路矩阵$[B_f]$和基本割集矩阵$[Q_f]$；2.写出降阶节点关联矩阵$[A]$；3.求节点导纳矩阵$[Y_n]$；4.写出该电路的节点电压方程的矩阵形式。

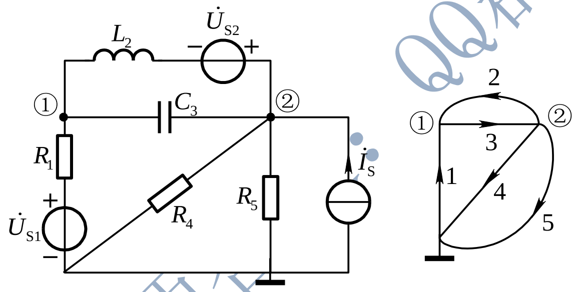


图 8

解：1 根据网络图列写基本回路矩阵如下

$$B_f=\begin{bmatrix}-1&1&0&-1&0\\1&0&1&1&0\\0&0&0&-1&1\end{bmatrix}$$

2 根据网络图列写关联矩阵如下：

$$A=\begin{bmatrix}-1&-1&1&0&0\\0&1&-1&1&1\end{bmatrix}$$

3 根据网络图列写节点导纳矩阵如下

$$Y_n=\begin{bmatrix}\dfrac{1}{R_1}+\dfrac{1}{\mathrm{j}\omega L_2}+\mathrm{j}\omega C_3 & -(\dfrac{1}{\mathrm{j}\omega L_2}+\mathrm{j}\omega C_3)\\ -(\dfrac{1}{\mathrm{j}\omega L_2}+\mathrm{j}\omega C_3) & \dfrac{1}{\mathrm{j}\omega L_2}+\mathrm{j}\omega C_3+\dfrac{1}{R_4}+\dfrac{1}{R_5}\end{bmatrix}$$

4 节点电压方程的矩阵形式

$$Y_n\begin{bmatrix}\dot{U}_{n1}\\ \dot{U}_{n2}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\dfrac{\dot{U}_{S1}}{R_1}-\dfrac{\dot{U}_{S2}}{j\omega L_2}\\ \dfrac{\dot{U}_{S2}}{j\omega L_2}+\dot{I}_S\end{bmatrix}$$

九、（16 分）已知图 9 中虚线所示二端口的传输参数矩阵为$[T]=\begin{bmatrix}15 & 5\\ 6 & 2\end{bmatrix}$，回转器的传输参数矩阵$[T_r]=\begin{bmatrix}0 & 5\\ 0.2 & 0\end{bmatrix}$，$R=5\Omega$，$U_S=30\text{V}$，$R_S=2.5\Omega$。求 1.二端口 N 的传输参数矩阵$[T_N]$；2.$R_L$ 为何值时可获得最大功率？并求此最大功率P_{max}。3.当R_L获得最大功率时U_S供出多少功率？

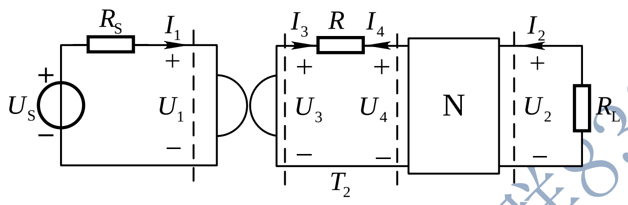


图 9

解：（1）二端口T_2的传输参数矩阵

$$U_3=U_4+R(-I_4)$$

$$I_3=1\times(-I_4)$$

所以二端口T_2的传输参数矩阵为$[T_2]=\begin{bmatrix}1 & R\\ 0 & 1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1 & 5\\ 0 & 1\end{bmatrix}$

总的二端口传输参数矩阵等于三个子二端口传输参数矩阵相乘。

$$[T]=\begin{bmatrix}15 & 5\\ 6 & 2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0 & 5\\ 0.2 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & 5\\ 0 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}T_{11} & T_{12}\\ T_{21} & T_{22}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}5T_{21} & 5T_{22}\\ 0.2T_{11}+T_{21} & 0.2T_{12}+T_{22}\end{bmatrix}$$

比较系数可得$[T_N]=\begin{bmatrix}15 & 5\\ 3 & 1\end{bmatrix}$

（2）由传输参数矩阵有

$$U_S-2.5I_1=15U_2+5(-I_2) \qquad (1)$$
$$I_1=6U_2+2(-I_2) \qquad (2)$$

当$I_2=0$时，由式（1）和（2）有

$$30-2.5\times6U_2=15U_2$$
$$U_{oc}=U_2|_{I_2=0}=1\text{V}$$

当$U_S=0$时，将式（2）代入到式（1）得：

$$-15U_2+5I_2=15U_2-5I_2，\text{解得 } R_o=U_2/I_2=\frac{1}{3}\Omega$$

所以当 $R_L = R_o = \dfrac{1}{3}\Omega$ 时，负载可获得最大功率。

$$P_{\max} = \frac{U_{oc}^2}{4R_o} = \frac{1}{4\times(1/3)} = 0.75\text{W}$$

此时

$$U_2 = \frac{U_{oc}R_L}{R_L+R_o} = 0.5\text{V}，\quad I_2 = -\frac{U_{oc}}{R_L+R_o} = -\frac{1}{2/3} = -1.5\text{A}$$

$$I_1 = 6U_2 + 2(-I_2) = 6\times0.5 + 2\times1.5 = 6\text{A}$$

电压源发出的功率为 $P_{U_S} = U_S I_1 = 30\times6 = 180\text{W}$

十、（14 分）列出图 10 所示电路的状态方程的矩阵形式。

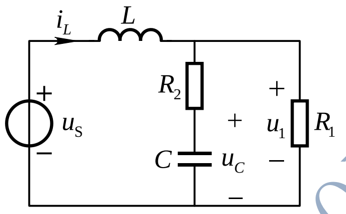


图 10

解：$C\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} = i_L - \dfrac{u_1}{R_1}$ 　　　　（1）

$L\dfrac{\mathrm{d}i_L}{\mathrm{d}t} = -u_1 + u_S$ 　　　　（2）

$u_1 = R_2(i_L - \dfrac{u_1}{R_1}) + u_C$

化简得 $u_1 = \dfrac{R_1R_2}{R_1+R_2}i_L + \dfrac{R_1}{R_1+R_2}u_C$ 　代入式（1）和（2）化简得

$$\begin{bmatrix}\dot{u}_C\\ \dot{i}_L\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\dfrac{-1}{(R_1+R_1)C} & \dfrac{R_1}{(R_1+R_1)C}\\ \dfrac{-R_1}{(R_1+R_1)L} & \dfrac{-R_1R_2}{(R_1+R_1)L}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}u_C\\ i_L\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}0\\ \dfrac{1}{L}\end{bmatrix}u_S$$

十一、（14 分）电路如图 11 所示，两条无损线通过集总参数电容和电阻相连，已知电阻 $R = 100\Omega$，容抗 $X_C = 200\Omega$，无损线波阻抗 $z_{c1} = 400\Omega$，$z_{c2} = 100\Omega$，两条无损线长分别是 $L_1 = \lambda/4$，$L_2 = \lambda/8$，始端电压 $\dot{U}_1 = 600\angle 0^\circ$ V，终端 3—3’短路。求 1. 从 $1-1'$ 端看入的入端阻抗 Z_{in}；2. $2-2'$ 端电压 $\dot{U}_2$；3. 终端短路电流 $\dot{I}_3$。

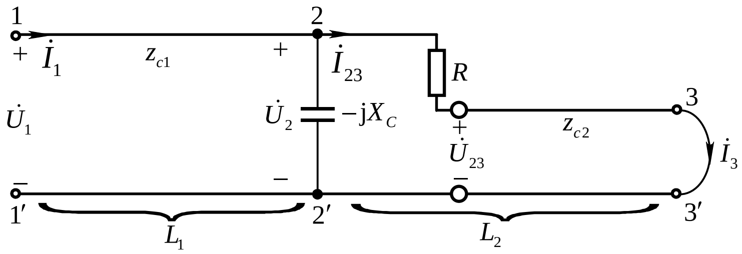


图 11

解：$\beta L_1 = \dfrac{2\pi}{\lambda} \times \dfrac{\lambda}{4} = \dfrac{\pi}{2}$，$\beta L_2 = \dfrac{2\pi}{\lambda} \times \dfrac{\lambda}{8} = \dfrac{\pi}{4}$

从电阻向 3 端看的等效阻抗为 $Z_{23} = \mathrm{j}Z_{c2}\tan(\beta L_2) = \mathrm{j}100\Omega$

设在 2 端总的等效阻抗为 Z_L，则为

$$Z_\mathrm{L} = \frac{(R+Z_{23})(-\mathrm{j}X_C)}{R+Z_{23}-\mathrm{j}X_C} = \frac{(100+\mathrm{j}100)(-\mathrm{j}200)}{100+\mathrm{j}100-\mathrm{j}200} = 200\Omega$$

从 1 端看的输入阻抗

$$Z_\mathrm{in} = Z_{c1} \times \frac{Z_\mathrm{L}\cos(\beta L_1)+\mathrm{j}Z_{c1}\sin(\beta L_1)}{\mathrm{j}Z_\mathrm{L}\sin(\beta L_1)+Z_{c1}\cos(\beta L_1)} = \frac{Z_{c1}^2}{Z_\mathrm{L}} = \frac{400^2}{200} = 800\Omega$$

1 端的电流　$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}_1}{Z_\mathrm{in}} = \frac{600\angle 0^\circ}{800} = 0.75\angle 0^\circ \mathrm{A}$$

$$\dot{U}_2 = \dot{U}_1\cos(\beta L_1) - \mathrm{j}\dot{I}_1 Z_{c1}\sin(\beta L_1) = -\mathrm{j}0.75\times 400 = 300\angle -90^\circ \mathrm{V}$$

$$\dot{I}_{23} = \frac{\dot{U}_2}{R+Z_{23}} = \frac{300\angle -90^\circ}{100+\mathrm{j}100} = 1.5\sqrt{2}\angle -135^\circ \mathrm{A}$$

$$\dot{U}_{23} = Z_{23}\dot{I}_{23} = \mathrm{j}100\times 1.5\sqrt{2}\angle -135^\circ = 150\sqrt{2}\angle -45^\circ \mathrm{V}$$

$$\dot{I}_3 = \dot{I}_{23}\cos(\beta L_2) - \mathrm{j}\frac{\dot{U}_2}{Z_{c2}}\sin(\beta L_2)$$

$$= 0.5\sqrt{2}(1.5\sqrt{2}\angle -135^\circ - \mathrm{j}\frac{150\sqrt{2}\angle -45^\circ}{100}) = 3\angle -135^\circ \mathrm{A}$$

天津大学招收 2008 年硕士学位研究生入学考试试题参考解答

说明：本试卷共十一道题，每位考生须答十道题，其中第一题至第九题为必答题，第十题和第十一题任选一题。

一、（18 分）直流电路如图 1 所示，已知 $R_1=3\Omega$，$R_2=2\Omega$，$R_3=6\Omega$，$R_4=2\Omega$，$R_5=3\Omega$，$I_S=1\text{A}$，$U_S=30\text{V}$，电流控制电压源 $U_{CS}=8I$。1.求各独立源供出的功率；2.若使电流源 I_S 供出的功率为零，电阻 R_4 应为何值？

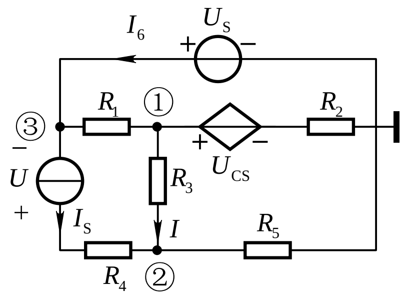


图 1

解：选节点和参考节点如图所示，列写节点电压方程如下：

$$\begin{cases}(\frac{1}{3}+\frac{1}{2}+\frac{1}{6})U_{n1}-\frac{1}{6}U_{n2}-\frac{1}{3}U_S=\frac{8I}{2}\\ -\frac{1}{6}U_{n1}+(\frac{1}{6}+\frac{1}{3})U_{n2}=1\\ I=\frac{U_{n1}-U_{n2}}{6}\end{cases}$$

整理得 $\begin{cases}2U_{n1}+3U_{n2}=60\\ -U_{n1}+3U_{n2}=6\end{cases}$ 解得 $U_{n1}=18\text{V}$，$U_{n2}=8\text{V}$，$U_{n3}=U_S=30\text{V}$

$$I_6=I_S+\frac{U_S-U_{n1}}{3}=1+\frac{30-18}{3}=5\text{A}$$

$$U=U_{n2}-U_S+R_4I_S=8-30+2\times1=-20\text{V}$$

所以电压源发出的功率为 $P_{U_S}=U_S\times I_6=30\times5=150\text{W}$

电流源发出的功率为 $P_{I_S}=I_S\times U=1\times(-20)=-20\text{W}$

当 $U=0$，即 $R_4=22\Omega$ 时，电流源供出的功率为零。

二、（14 分）直流电路如图 2 所示，已知 $R_1=R_4=3\Omega$，$R_2=R_3=6\Omega$，$R_L=1\Omega$，$I_S=1\text{A}$，$U_S=15\text{V}$，电流控制电压源 $U_{CS}=3I$。用戴维南定理求电流 I。

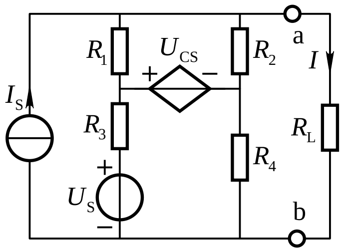
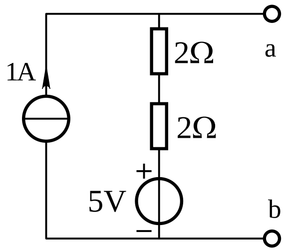
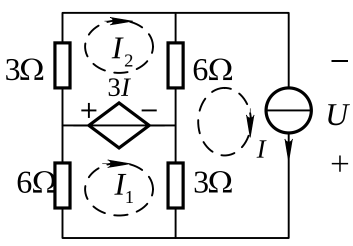


图 2



(a)



(b)

解：当 ab 端开路时，$I=0$，受控源 $3I$=0，等效电路如图(a)所示。在图(a)中，开路电压 $U_{oc}=1\times(2+2)+5=9\text{V}$

求等效电阻的电路如图(b)所示。在图(b)中，列写回路方程如下：

$$9I_1-3I=-3I \quad \Rightarrow I_1=0$$

$$9I_2-6I=3I \quad \Rightarrow I_2=I$$

$$U=3(I-I_1)+6(I-I_2)=3I$$

所以等效电阻 $R_i=U/I=3\Omega$

$$I=\frac{U_{oc}}{R_L+R_i}=\frac{9}{1+3}=2.25\text{A}$$

三、（12 分）图 3（a）所示 N_S 为线性含源电阻网络，$R_L=4\Omega$。已知当 $U_S=12\text{V}$ 时，$I_1=3\text{A}$，$I_2=2\text{A}$；当 $U_S=10\text{V}$ 时，$I_1=2\text{A}$，$I_2=1\text{A}$。求 1.当 $U_S=8\text{V}$ 时，U_2 等于多少伏？2.若 $U_S=8\text{V}$，外接电路换接如图 3(b)所示，$I_S=3\text{A}$ 时，I_1 等于多少安？

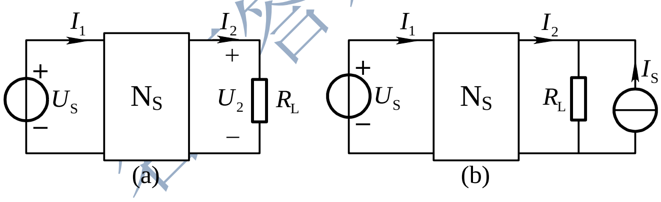


图 3

解：由叠加定理有

$$I_2=k_1U_S+k_2$$

$$I_1=k_3U_S+k_4$$

根据给定条件有 $\begin{cases}2=12k_1+k_2\\1=10k_1+k_2\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}k_1=0.5\\k_2=-4\end{cases}$

$\begin{cases}3=12k_3+k_4\\2=10k_3+k_4\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}k_3=0.5\\k_4=-3\end{cases}$

当 $U_S=8\text{V}$ 时

$$I_2=0.5\times8-4=0 \text{，} U_2=R_LI_2=0$$

$$I_1=0.5\times8-3=1\text{A}$$

当$U_S = 12\text{V}$，网络内独立源不作用时$I_2 = 0.5\times 12 = 6\text{A}$。

若外接电路换接如图 3(b)所示时，将I_S和R_L并联等效为电压源和电阻串联形式，等效电压源为$U_S' = R_L I_S = 12\text{V}$。由互易定理，当电流源单独作用时，在左侧产生的电流为$I_1 = -6\text{A}$

所以，电路换接如图 3(b)所示时电流$I_1 = -6+1 = -5\text{A}$

四、（10 分）图 4 所示正弦交流电路，已知电路的有功功率$P = 240\text{W}$，电流有效值$I = I_2 = 4\text{A}$，$I_1 = \sqrt{48}\text{A}$。1.求参数R、X_L和X_C；2.求电路的视在功率 S 和无功功率 Q。

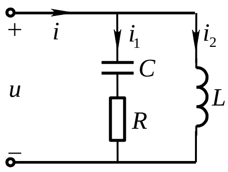


图 4

解：$P = I_1^2 R = 48R = 240\text{W}$，解得$R = 5\Omega$

由元件并联电压相等得：

$$I_2 X_L = I_1\sqrt{R^2 + X_C^2} \qquad (1)$$

$$I_2 X_L = I|Z| = I\frac{X_L\sqrt{R^2 + X_C^2}}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}} \qquad (2)$$

由式（2）得$X_L = 2X_C$，代入式（1）解得

$$X_C = 5\sqrt{3}\Omega,\quad X_L = 10\sqrt{3}\Omega$$

端口电压$U = I_2 X_L = 40\sqrt{3}\text{V}$，视在功率$S = UI = 160\sqrt{3}\text{VA}$

无功功率$Q = I_2^2 X_L - I_1^2 X_C = 16\times 10\sqrt{3} - 48\times 5\sqrt{3} = -80\sqrt{3}\,\text{var}$

五、（16 分）图 5 所示非正弦周期电流电路，已知$u_S = 100 + 200\sqrt{2}\sin\omega t\text{V}$，$i_S = 2\sqrt{2}\sin(2\omega t + 90^\circ)\text{A}$，$R_1 = R_2 = 20\Omega$，$\omega L_1 = 40\Omega$，$\omega L_2 = 30\Omega$，$\omega M = 20\Omega$，$1/(\omega C) = 10\Omega$。求电容电压$u_C(t)$及其有效值$U_C$。

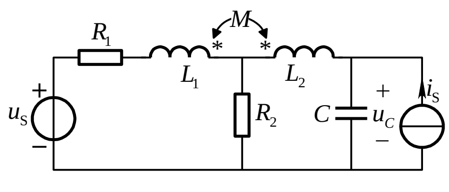
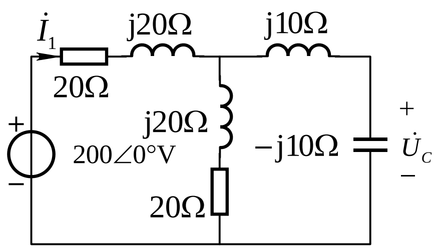
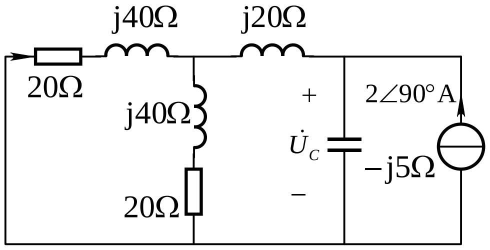


图 5





(a)　　　　　　　　　　　　　　　　　　(b)

解：当直流$U_{S(0)}=100V$单独作用时，电感短路，电容开路。

$$U_{C(0)}=\frac{R_2}{R_1+R_2}\times U_{S(0)}=50V$$

当基波$\dot{U}_{S(1)}=200\angle 0°V$单独作用时，消去互感，等效电路如图(a)所示。等效电路中L_2-M和C发生串联谐振，相当于短路。

$$\dot{I}_{1(1)}=\frac{200\angle 0°}{20+j20}=5\sqrt{2}\angle -45°A$$

$$\dot{U}_{C(1)}=(-j10)\times 5\sqrt{2}\angle -45°=50\sqrt{2}\angle -135°V$$

当二次谐波$\dot{I}_{S(2)}=2\angle 90°A$单独作用时，消去互感，等效电路如图(b)所示。

$$\dot{U}_{C(2)}=\frac{(10+j40)(-j5)}{10+j40-j5}\times 2\angle 90°=11.3\angle 1.9°V$$

所以电压u_C的瞬时值为：

$$u_C=[50+100\sin(\omega t-135°)+11.3\sqrt{2}\sin(2\omega t+1.9°)]V$$

有效值$U_C=\sqrt{50^2+(50\sqrt{2})^2+11.3^2}=87.3V$

六、（16 分）电路如图 6 所示，已知$R_1=15\Omega$，$R_2=30\Omega$，$R_3=30\Omega$，$C=0.1F$，$U_{S1}=36V$，$U_{S2}=10V$，开关S_1和S_2都断开时电路已达稳态，$t=0$时S_1闭合，$t=\ln 2$ s 时S_2闭合。求S_2闭合后电容电压$u_C(t)$。

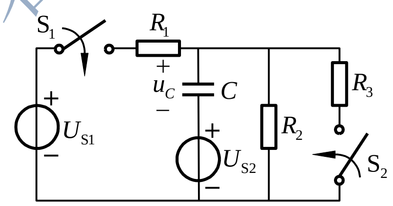


图 6

解：当$t<0$，$u_C(0_-)=-U_{S2}=-10V$

当$t\geq 0$时，用三要素法求解。

等效电阻$R=R_1 \| R_2=10\Omega$，时间常数$\tau=RC=1s$。

初值$u_C(0_+)=u_C(0_-)=-10V$，

稳态值$u_C(\infty)=\frac{R_2}{R_1+R_2}U_{S1}-U_{S2}=\frac{30}{15+30}\times 36-10=14V$

由三要素公式得：$u_C(t)=[14-24\mathrm{e}^{-t}]\mathrm{V}\quad t\geq 0$

当$t\geq \ln 2$时，$u_C(\ln 2)=14-24\mathrm{e}^{-\ln 2}=2\mathrm{V}$

此时，等效电阻$R=R_1\,||\,R_2\,||\,R_3=7.5\Omega$，时间常数$\tau=RC=0.75\mathrm{s}$。

$$\text{稳态值}\ u_C(\infty)=\frac{R_2\,||\,R_3}{R_1+R_2\,||\,R_3}U_{\mathrm{S}1}-U_{\mathrm{S}2}=\frac{15}{15+15}\times 36-10=8\mathrm{V}$$

由三要素公式得：$u_C(t)=[8-6\mathrm{e}^{-\frac{t-\ln 2}{0.75}t}]\mathrm{V}\quad t\geq \ln 2$

七、（18 分）电路如图 7 所示，已知$R=0.2\Omega$，$L=1/6\mathrm{H}$，$C=1\mathrm{F}$，$U_\mathrm{S}=6\mathrm{V}$，$I_\mathrm{S}=20\mathrm{A}$，开关 S 闭合前电路已达稳态，$t=0$时 S 闭合。求 S 闭合后电容电压$u_C(t)$和电感电流$i_L(t)$。

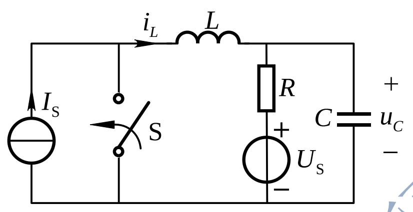
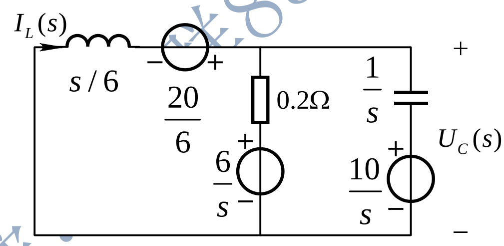


图 7



(a)

解：当$t<0$时，电路处于稳态。电感短路，电容开路。

$$i_L(0_-)=I_\mathrm{S}=20\mathrm{A},\quad u_C(0_-)=0.2\Omega\times 20\mathrm{A}+6\mathrm{V}=10\mathrm{V}$$

当$t>0$时，画出运算电路如图(a)所示。列写节点电压方程如下：

$$(5+s+\frac{6}{s})U_C(s)=\frac{6/s}{0.2}+\frac{10}{s}\times s+\frac{20/6}{s/6}$$

化简得　$$U_C(s)=\frac{10(s+5)}{s^2+5s+6}=\frac{A_1}{s+2}+\frac{A_2}{s+3}$$

其中 $A_1=\frac{10(s+5)}{s+3}\Big|_{s=-2}=30$，$A_2=\frac{10(s+5)}{s+2}\Big|_{s=-3}=-20$，

取拉氏反变换得

$$u_C(t)=[30\mathrm{e}^{-2t}-20\mathrm{e}^{-3t}]\mathrm{V}\quad (t\geq 0)$$

$$I_L(s)=-\frac{U_C(s)-20/6}{s/6}=\frac{20(s^2+2s-9)}{s(s+2)(s+3)}=\frac{B_1}{s}+\frac{B_2}{s+2}+\frac{B_3}{s+3}$$

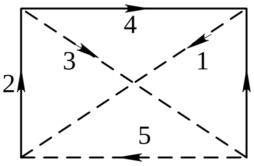
$$B_1=\frac{20(s^2+2s-9)}{(s+2)(s+3)}\Big|_{s=0}=-30,\quad B_2=\frac{20(s^2+2s-9)}{s(s+3)}\Big|_{s=-2}=90$$

$$B_3=\frac{20(s^2+2s-9)}{s(s+2)}\Big|_{s=-3}=-40$$

取拉氏反变换得

$$i_L(t)=[-30+90\mathrm{e}^{-2t}-40\mathrm{e}^{-3t}]\mathrm{A}\quad (t\geq 0)$$

八、（16 分）设某拓扑图对应某树的基本回路矩阵 $[B_f]=\begin{array}{c}\begin{array}{cccccc}1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6\end{array}\\ \begin{bmatrix}1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 1\\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & -1\end{bmatrix}\end{array}$，求 1.该 $[B_f]$ 对应的全部基本回路和全部基本割集；2.若对应的支路阻抗矩阵为 $[Z]=\mathrm{diag}[R_1\quad R_2\quad \mathrm{j}\omega L_3\quad R_4\quad \dfrac{1}{\mathrm{j}\omega C_5}\quad \mathrm{j}\omega L_6]$，写出回路阻抗矩阵 $[Z_l]$；3.若连支电流列向量为 $[I_l]=[3\quad 1\quad 1]^{\mathrm{T}}$，写出支路电流列向量 $[I]$。



(a)

解：（1）基本回路矩阵的每一行为一个基本回路，所以全部基本回路为：

$$\{1,2,4\},\quad \{3,4,6\},\quad \{2,4,5,6\}$$

由基本回路矩阵画出对应的网络图如图(a)所示，树支为 2、4、6，连支为 1、3、5。所以全部基本割集为

$$\{1,2,5\},\quad \{3,5,6\},\quad \{1,3,4,5\};$$

（2）$$[Z_l]=\mathrm{B}_f\mathbf{Z}\mathbf{B}_f^{\mathrm{T}}=\begin{bmatrix}R_1+R_2+R_4 & -R_4 & R_2+R_4\\ -R_4 & \mathrm{j}\omega L_3+R_4+\mathrm{j}\omega L_6 & -R_4-\mathrm{j}\omega L_6\\ R_2+R_4 & -R_4-\mathrm{j}\omega L_6 & R_2+R_4+\dfrac{1}{\mathrm{j}\omega C_5}+\mathrm{j}\omega L_6\end{bmatrix}$$

（3）由网络图可得：

$I_2=I_1+I_5=3+1=4$，$I_4=I_1-I_3+I_5=3-1+1=3$，$I_6=I_3-I_5=1-1=0$

支路电流列向量 $I=[3\quad 4\quad 1\quad 3\quad 1\quad 0]^{\mathrm{T}}$

九、（16 分）电路如图 8 所示，已知 $U_S=32\mathrm{V}$，$R_S=3\Omega$，电压控制电压源 $U_{CS1}=2.5U_2$，电流控制电压源 $U_{CS2}=10.5I_2$，电流控制电流源 $I_{CS}=0.4I_1$，$R=5\Omega$。1.求虚线框内二端口的传输参数矩阵 $[T]$；2.当 $U_2=2\mathrm{V}$ 时，求 R_L 等于多少？3. R_L 为何值时可获得最大功率？此时 R_S 获得多少功率？

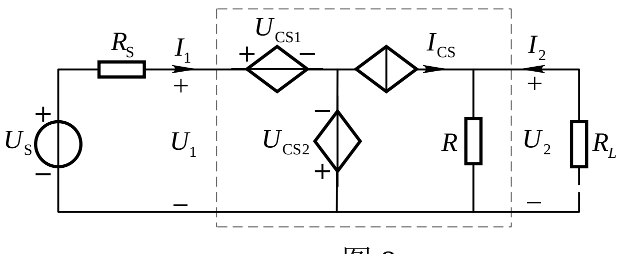
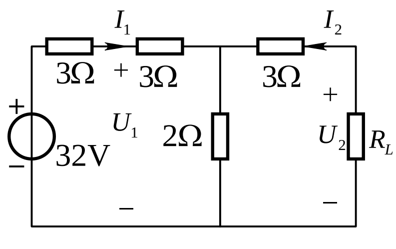


图 8



(a)

解：$U_1 = U_{cs1} - U_{cs2} = 2.5U_2 + 10.5(-I_2)$　　　(1)

$U_2 / R = I_{cs} + I_2 = 0.4I_1 + I_2$

化简得　$I_1 = 0.5U_2 + 2.5(-I_2)$　　　(2)

所以二端口的传输参数矩阵为$[\mathrm{T}]=\begin{bmatrix} 2.5 & 10.5 \\ 0.5 & 2.5 \end{bmatrix}$

将式（2）改写成$U_2 = 2I_1 + 5I_2$　　再代入式（1）化简得：

$$U_1 = 5I_1 + 2I_2$$

将二端口用 T 型电路等效，等效电路如图(a)所示。
在图(a)中，负载左侧的戴维南等效电路为：

开路电压$U_{oc} = \dfrac{2}{3+3+2} \times 32 = 8\text{V}$，等效电阻$R_o = 3 + \dfrac{2(3+3)}{2+3+3} = 4.5\Omega$

由$U_2 = \dfrac{U_{oc}R_L}{R_L + R_o} = \dfrac{8R_L}{R_L + 4.5} = 2\text{V}$　　解得$R_L = 1.5\Omega$

当$R_L = R_o = 4.5\Omega$时，它可以获得最大功率。此时

$$U_2 = \frac{U_{oc}R_L}{R_L + R_o} = 4\text{V}，\quad I_2 = -\frac{U_{oc}}{R_L + R_o} = -\frac{8}{4.5+4.5} = -\frac{8}{9}\text{A}$$

$I_1 = 6U_2 + 2(-I_2) = 6\times 0.5 + 2\times 1.5 = 6\text{A}$

$$P_{max} = \frac{U_{oc}^2}{4R_o} = \frac{8^2}{4\times 4.5} = 0.75\text{W}$$

此时$U_2 = \dfrac{U_{oc}R_L}{R_L + R_o} = 0.5\text{V}$，　$I_2 = -\dfrac{U_{oc}}{R_L + R_o} = -\dfrac{1}{2/3} = -1.5\text{A}$

$$I_1 = 0.5U_2 + 2.5(-I_2) = 4\times 0.5 + 2.5\times(8/9) = 4.22\text{A}$$

R_S获得的功率为$P_{R_S} = I_1^2 R_S = 4.22^2 \times 3 = 53.5\text{W}$

十、（14 分）列出图 9 所示电路的状态方程的矩阵形式。

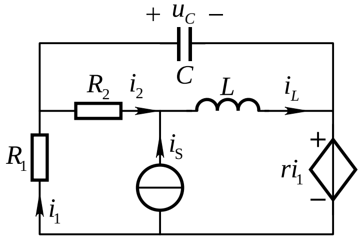


图 9

解：　$R_1 i_1 + u_C + ri_1 = 0$　　解得$i_1 = -\dfrac{u_C}{R_1 + r}$

$i_2 = i_L - i_S$

$$C\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} = i_1 - i_2 = -\frac{u_C}{R_1 + r} - i_L + i_S$$

$$L\frac{\mathrm{d}i_L}{\mathrm{d}t} = u_C - R_2 i_2 = u_C - R_2 i_L + R_2 i_S$$

写成矩阵形式为

$$\begin{bmatrix} \dot{u}_C \\ \dot{i}_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{-1}{(R_1+r)C} & \dfrac{-1}{C} \\ \dfrac{1}{L} & \dfrac{-R_2}{L} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} u_C \\ i_L \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dfrac{1}{C} \\ \dfrac{R_2}{L} \end{bmatrix} i_S$$

十一、（14 分）电路如图 10 所示，两条均匀无损线通过集总参数电感相连，已知无损线波阻抗 $z_{c1} = 100\Omega$，$z_{c2} = 200\Omega$，集总参数电感 $L = 0.6\mathrm{H}$，现由始端传来一波前为矩形的入射波 $U_0 = 15\,\mathrm{kV}$，以入射波到达 $2-2'$ 时为计时起点。设入射波尚未到达 $3-3'$。1.求电压 $u_2(t)$；2.求第一条无损线的反射波电压 $u_\psi(t)$；3.求第二条无损线的透射波电压 $u_{\phi 2}(t)$。

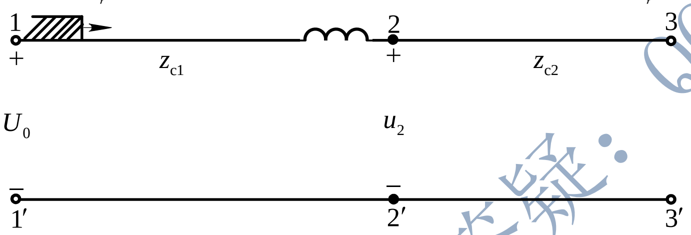
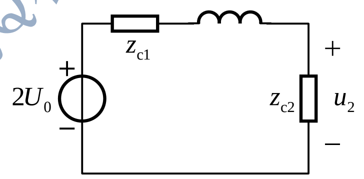


图 10



(a)

解：当入射波到达 $2-2'$ 时，等效电路如图(a)所示。

时间常数 $\tau = \dfrac{L}{z_{c1} + z_{c2}} = \dfrac{0.6}{100+200} = \dfrac{1}{500}\mathrm{s}$。

稳态值 $u_2(\infty) = \dfrac{z_{c2}}{z_{c1} + z_{c2}} \times (2U_0) = \dfrac{200}{100+200} \times 30 = 20\mathrm{kV}$

由三要素公式得：$u_2(t) = 20[1 - \mathrm{e}^{-500t}]\mathrm{kV} \qquad t \ge 0$

反射波电压 $u_\psi(t) = u_2(t) - u_2^+(t) = 20[1 - \mathrm{e}^{-500t}] - 15 = [5 - 20\mathrm{e}^{-500t}]\mathrm{kV}$

透射波电压 $u_{\phi 2}(t) = u_2(t) = 20[1 - \mathrm{e}^{-500t}]\mathrm{kV}$

天津大学招收 2009 年硕士学位研究生入学考试试题参考解答

说明：本试卷共十一道题，每位考生须答十道题，其中第一题至第九题为必答题，第十题和第十一题任选一题。

一、（18 分）直流电路如图 1 所示，已知 $R_1 = R_2 = R_4 = 1\Omega$， $R_3 = R_5 = 2\Omega$， $I_S = 1\text{A}$，$U_S = 6\text{V}$，电压控制电压源 $U_{CS1} = U/3$，电流控制电压源 $U_{CS2} = I$。求各独立源供出的功率。

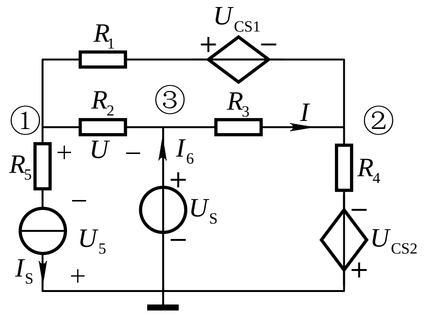


图 1

解：选节点和参考节点如图所示，列写节点电压方程如下

$$
\begin{cases}
(\frac{1}{1}+\frac{1}{1})U_{n1} - \frac{1}{1}U_{n2} - \frac{1}{1}\times 6\text{V} = -1\text{A} + \frac{U}{3} \\
-\frac{1}{1}U_{n1} + (\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1})U_{n2} - \frac{1}{2}\times 6\text{V} = -\frac{I}{1} - \frac{U}{3}
\end{cases}
$$

补充控制量方程
$$I = \frac{6-U_{n2}}{2} = 3 - 0.5U_{n2}$$

$$U = U_{n1} - 6$$

整理得 $\begin{cases} 5U_{n1} - 3U_{n2} = 9 \\ -2U_{n1} + 6U_{n2} = 6 \end{cases}$　解得 $U_{n1} = 3\text{V}$， $U_{n2} = 2\text{V}$， $U_{n3} = 6\text{V}$

$$I_6 = \frac{U_{n3}-U_{n1}}{1} + \frac{U_{n3}-U_{n2}}{2} = 5\text{A},$$

$$U_5 = R_5 I_S - U_{n1} = 2\times 1 - 3 = -1\text{V}$$

所以 电压源发出的功率为 $P_{U_S} = U_S \times I_6 = 6\times 5 = 30\text{W}$

电流源发出的功率为 $P_{I_S} = U_5 \times I_S = -1\times 1 = -1\text{W}$

二、（14 分）直流电路如图 2 所示，已知 $R_1 = 4\Omega$，$R_2 = 12\Omega$，$R_3 = 6\Omega$，$R_4 = 2\Omega$，$U_S = 16\text{V}$，电流控制电压源 $U_{CS} = 6I$。求 R_L 为多少时可获得最大功率？并求此最大功率 P_{max}。

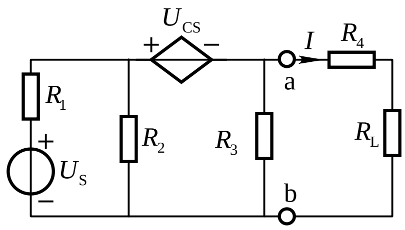


图 2

解：先求 ab 端左侧的戴维南等效电路。

当 ab 端开路时，$I=0$，　受控源 $6I=0$　，列写节点方程如下：

$$U_{oc}\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{12}+\frac{1}{6}\right)=\frac{16}{4}$$

解得开路电压为　　$U_{OC}=8\text{V}$

当 ab 端短路时，$R_3=6\Omega$ 被短接。将 $R_1R_2U_S$ 做戴维南等效后，

短路电流为 $I_{SC}=I=\dfrac{12\text{V}-6I_{SC}}{3\Omega}$，解得 $I_{SC}=\dfrac{4}{3}\text{A}$

戴维南等效电阻为 $R_i=U_{OC}/I_{SC}=8\times(3/4)=6\Omega$

当 $R_L=R_i+2=8\Omega$ 时，负载 R_L 可以获得最大功率，最大功率为

$$P_{max}=\frac{U_{OC}^2}{4R_L}=\frac{8^2}{4\times 8}=2\text{W}$$

三、（12 分）电路如图 3 所示，已知 N_S 为线性含源电阻网络，当 $R=18\Omega$ 时，$I_1=4\text{A}$，$I_2=1\text{A}$，$I_3=5\text{A}$；当 $R=8\Omega$ 时，$I_1=3\text{A}$，$I_2=2\text{A}$，$I_3=10\text{A}$。求欲使 $I_1=0$，电阻 R 应为何值？此时 I_2 等于多少？

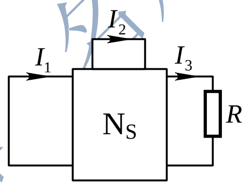
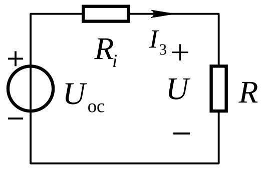


图 3



(a)

解：将 R 以外电路用戴维南电路等效，如图(a)所示。

$$I_3=\frac{U_{oc}}{R+R_i} \qquad (1)$$

由给定条件得：$5=\dfrac{U_{oc}}{18+R_i}$

$10=\dfrac{U_{oc}}{8+R_i}$　　解得：$U_{oc}=100\text{V}$，$R_i=2\Omega$ 值

用电流源 I_3 替代端口电阻 R，由叠加定理有

$I_1 = k_1 I_3 + k_2$　　　（2）

$I_2 = k_3 I_3 + k_4$　　　（3）

根据给定条件有 $\begin{cases} 4 = 5k_1 + k_2 \\ 3 = 10k_1 + k_2 \end{cases}$　解得 $\begin{cases} k_1 = -0.2 \\ k_2 = 5 \end{cases}$

$\begin{cases} 1 = 5k_3 + k_4 \\ 2 = 10k_3 + k_4 \end{cases}$　解得 $\begin{cases} k_3 = 0.2 \\ k_4 = 0 \end{cases}$

若使 $I_1 = 0$，则 $-0.2I_3 + 5 = 0$　解得 $I_3 = 25\text{A}$　代入式（1）解得 $R = 2\Omega$

此时 $I_2 = 0.2I_3 = 0.2 \times 25 = 5\text{A}$

四、（10 分）图 4 所示正弦交流电路，已知电路消耗的有功功率 $P = 17.32\,\text{W}$，电流有效值 $I_1 = I_2 = I_3$，电压有效值 $U = U_1 = U_2 = U_3 = 20\text{V}$。求 X_L、X_C、Z_1 和 Z_2（Z_1 和 Z_2 的实部均大于等于零）。

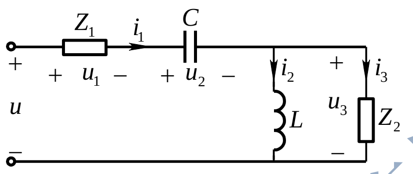
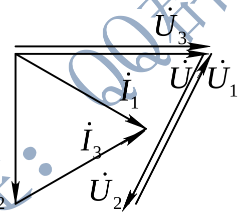


图 4



(a)

解：以 $\dot{U}_3$ 为参考正弦量，即 $\dot{U}_3 = 20\angle 0°\text{V}$，画出相量图如图(a)所示。则 $\dot{I}_3 = I_3\angle 30°\text{A}$

由 $\dot{U} = \dot{U}_1 + \dot{U}_2 + \dot{U}_3$，且 $U = U_1 = U_2 = U_3 = 20\text{V}$ 得 $\dot{U}_1 = -\dot{U}_2$，则 Z_1 为电感元件。

电路消耗的有功功率就等于 Z_2 所吸收的功率。

$P = U_3 I_3 \cos(30°) = 20I_3 \times 0.866 = 17.32$，解得 $I_3 = 1\text{A}$

$X_L = U_3 / I_2 = 20\Omega$，　$Z_2 = \dot{U}_3 / \dot{I}_3 = 20\angle -30°\Omega$

$X_C = U_2 / I_1 = 20\Omega$，　$Z_1 = -(-\text{j}X_C) = \text{j}20\Omega$

五、（16 分）图 5 所示非正弦周期电流电路，已知 $R = 6\Omega$，$1/(\omega C_1) = 8\Omega$，$1/(\omega C_2) = 6\Omega$，$\omega L = 6\Omega$，$i_S = \sqrt{2}\sin(\omega t + 90^\circ)\,\text{A}$，$u_S = 18 + 20\sqrt{2}\sin 2\omega t\,\text{V}$。1. 求电容电压 $u_{C2}(t)$；2. 求电流 $i(t)$ 的有效值 I；3. 求两电源供出的有功功率之和。

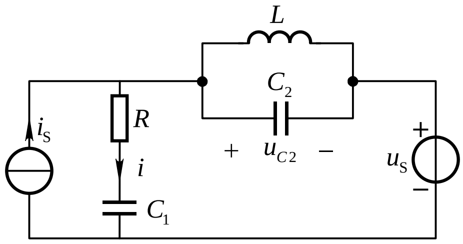


图 5

解：当直流 $U_{S(0)}=18\text{V}$ 单独作用时，电感短路，电容开路。

$$I_{(0)}=0\,,\qquad U_{C2(0)}=0$$

当基波 $\dot{I}_S=1\angle 90°\text{A}$ 单独作用时，L 和 C_2 发生并联谐振，相当于开路。

$$\dot{I}_{(1)}=\dot{I}_S=1\angle 90°\text{A}\,,$$

$$\dot{U}_{C2(1)}=(6-\text{j}8)\times 1\angle 90°=10\angle 36.9°\text{V}$$

电流源发出的功率为 $P_{I_s}=RI_S^2=6\text{W}$

当二次谐波 $\dot{U}_{S(2)}=20\angle 0°\text{V}$ 单独作用时，

$$2\omega L=12\Omega,\quad 1/(2\omega C_2)=3\Omega,\quad 1/(2\omega C_1)=4\Omega$$

$$Z_{LC_2}=\frac{\text{j}12\times(-\text{j}3)}{\text{j}12-\text{j}3}=-\text{j}4\Omega$$

$$\dot{I}_{(2)}=\frac{20\angle 0°}{6-\text{j}4-\text{j}4}=2\angle 53.1°\text{A}\,,$$

$$\dot{U}_{C(2)}=-\dot{I}_{(2)}\times(-\text{j}4)=8\angle 143.1°\text{V}$$

电压源发出的功率为 $P_{U_s}=RI_{(2)}^2=6\times 2^2=24\text{W}$

所以电压 $u_{C2}(t)$ 和电流 $i(t)$ 的瞬时值分别为：

$$u_{C2}(t)=[10\sqrt{2}\sin(\omega t+36.9^{\circ})+8\sqrt{2}\sin(2\omega t+143.1^{\circ})]\text{V}$$

$$i(t)=[\sqrt{2}\sin(\omega t+90^{\circ})+2\sqrt{2}\sin(2\omega t+53.1^{\circ})]\text{A}$$

电流 $i(t)$ 的有效值 $I=\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{5}=2.236\text{A}$

两电源供出的有功功率之和 $P=6+24=30\text{W}$

六、(16 分)动态电路如图 6 所示，已知 $R_1=5\Omega$，$R_2=R_3=10\Omega$，$R_4=2\Omega$，$C=0.01\text{F}$，$L=2\text{H}$，$U_{S1}=20\text{V}$，$U_{S2}=30\text{V}$，$I_S=6\text{A}$，开关 S 打开前电路已达稳态，$t=0$ 时 S 打开。求 S 打开后电容电压 $u_C(t)$、电感电流 $i_L(t)$ 和电流源两端电压 $u(t)$。

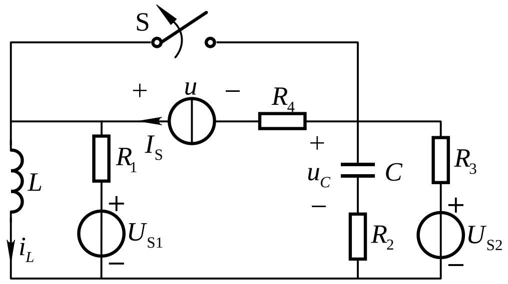


图 6

解：当 $t<0$ 时，电感短路，电容开路。$u_C(0_-)=0$

$$i_L(0_-)=\frac{U_{S1}}{R_1}+\frac{U_{S2}}{R_2}=\frac{20\text{V}}{5\Omega}+\frac{30\text{V}}{10\Omega}=7\text{A}$$

换路后，电感电流和电容电压不能越变，即

$$i_L(0_+)=i_L(0_-)=7\text{A}，\ u_C(0_+)=u_C(0_-)=0$$

此时电路为两个独立的一阶电路。按三要素法求解。

$$i_L(\infty)=\frac{U_{S1}}{R_1}+I_S=\frac{20\text{V}}{5\Omega}+6\text{A}=10\text{A}$$

$$\tau_L=\frac{L}{R_1}=\frac{2}{5}=\frac{1}{2.5}\text{s}$$

$$u_C(\infty)=U_{S2}-R_3I_S=30-10\times6=-30\text{V}$$

$$\tau_C=(R_2+R_3)C=0.2\text{s}$$

由三要素公式得：$i_L(t)=[10-3\text{e}^{-2.5t}]\text{A}$

$$u_C(t)=[-30+30\text{e}^{-5t}]\text{V}$$

$$u(t)=L\frac{\text{d}i_L}{\text{d}t}-R_2C\frac{\text{d}u_C}{\text{d}t}-u_C+R_4I_S=[42+15\text{e}^{-2.5t}-15\text{e}^{-5t}]\text{V}$$

七、（18 分）动态电路如图 7 所示，已知 $R=1\Omega$，$L=0.5\text{H}$，$C=4\text{F}$，$U_S=30\text{V}$，开关 S 闭合前电路已达稳态，$t=0$ 时 S 闭合。求 S 闭合后电容电压 $u_C(t)$ 和电感电流 $i_L(t)$。

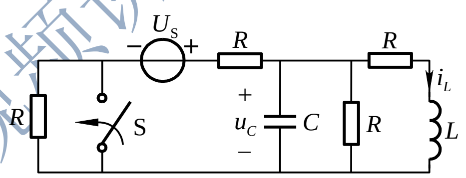
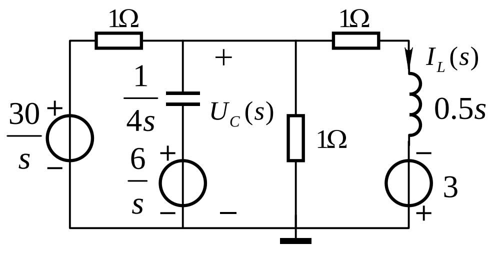


图 7



(a)

解：当 $t<0$ 时，电感短路，电容开路，列写节点电压方程如下：

$$u_C(0_-)(\frac{1}{2}+\frac{1}{1}+\frac{1}{1})=\frac{30}{2}$$

$$\text{解得}\ u_C(0_-)=6\text{V}，\ i_L(0_-)=\frac{u_C(0_-)}{1\Omega}=6\text{A}$$

当 $t>0$ 时，画出运算电路如图(a)所示。列写节点电压方程如下：

$$(\frac{1}{1}+\frac{1}{1}+4s+\frac{1}{0.5s+1})U_C(s)=\frac{30/s}{1}+\frac{6}{s}\times 4s-\frac{3}{0.5s+1}$$

化简得　$U_C(s)=\dfrac{3(2s^2+6s+5)}{s(s^2+2.5s+1.5)}=\dfrac{A_1}{s}+\dfrac{A_2}{s+1}+\dfrac{A_3}{s+1.5}$

其中 $A_1=\dfrac{3(2s^2+6s+5)}{(s+1)(s+1.5)}\Big|_{s=0}=10$，$A_2=\dfrac{3(2s^2+6s+5)}{s(s+1.5)}\Big|_{s=-1}=-6$，

$$A_3=\frac{3(2s^2+6s+5)}{s(s+1)}\Big|_{s=-1.5}=2$$

取拉氏反变换得　$u_C(t)=[10-6e^{-t}+2e^{-1.5t}$　（$t\geq 0$）

$$I_L(s)=\frac{U_C(s)+3}{1+0.5s}=\frac{2U_C(s)}{s+2}+\frac{6}{s+2}=\frac{6(2s^2+6s+5)}{s(s+1)(s+1.5)(s+2)}+\frac{6}{s+2}$$

$$I_L(s)=\frac{B_1}{s}+\frac{B_2}{s+1}+\frac{B_3}{s+1.5}+\frac{B_4}{s+2}-\frac{6}{s+2}$$

其中 $B_1=\dfrac{6(2s^2+6s+5)}{(s+1)(s+1.5)(s+2)}\Big|_{s=0}=10$，$B_2=\dfrac{6(2s^2+6s+5)}{s(s+1.5)(s+2)}\Big|_{s=-1}=-12$，

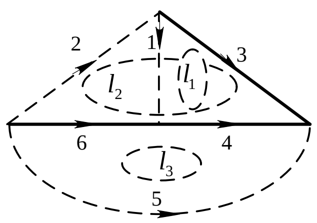
$$B_3=\frac{6(2s^2+6s+5)}{s(s+1)(s+2)}\Big|_{s=-1.5}=8，B_4=\frac{6(2s^2+6s+5)}{s(s+1)(s+.5)}\Big|_{s=-2}=-6，$$

取拉氏反变换得　$i_L(t)=[10-12e^{-t}+8e^{-1.5t}$　（$t\geq 0$）

八、（16 分）已知某阻性网络对应某树的基本回路矩阵为

$$[B_f]=\begin{array}{c} \begin{array}{cccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \end{array} \\ \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & -1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & -1 \end{bmatrix} \end{array},$$

回路阻抗矩阵为 $[Z_L]=\begin{bmatrix} 6 & -5 & -1 \\ -5 & 11 & 5 \\ -1 & 5 & 7 \end{bmatrix}$。1. 指出 $[B_f]$ 所对应的树支集；2. 求该网络的支路阻抗矩阵 $[Z]$；3. 写出对应该树支集的基本割集导纳矩阵 $[Y_C]$。



(a)

解：基本回路为单连支回路，所以树支集为{3,4,6}，画出网络图如图（a）所示。由网络图可得：

$$R_4 = -Z_{13} = 1，$$

$$R_4 + R_6 = Z_{23} = 5 \quad \Rightarrow R_6 = 4$$

$$-(R_4 + R_3) = Z_{12} = -5 \quad \Rightarrow R_3 = 4$$

$$R_4 + R_3 + R_1 = Z_{11} = 6 \quad \Rightarrow R_1 = 1$$

$$R_4 + R_5 + R_6 = Z_{33} = 7 \quad \Rightarrow R_5 = 2$$

$$R_4 + R_3 + R_2 + R_6 = Z_{22} = 11 \quad \Rightarrow R_2 = 2$$

支路阻抗矩阵 $Z = \mathrm{diag}[1, 2, 4, 1, 2, 4]^{\mathrm{T}}$

由网络图可以列写出基本割集矩阵

$$[C] = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

支路导纳矩阵 $Y = \mathrm{diag}[1, 0.5, 0.25, 1, 0.5, 0.25]^{\mathrm{T}}$

$$Y_{\mathrm{c}} = CYC^{\mathrm{T}} = \begin{bmatrix} Y_1 + Y_2 + Y_3 & -Y_1 - Y_2 & -Y_2 \\ -Y_1 - Y_2 & Y_1 + Y_2 + Y_4 + Y_5 & Y_2 + Y_5 \\ -Y_2 & Y_2 + Y_5 & Y_2 + Y_5 + Y_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.75 & -1.5 & -0.5 \\ -1.5 & 3 & 1 \\ -0.5 & 1 & 1.25 \end{bmatrix}$$

九、（16 分）电路如图 8 所示，已知 $U_{\mathrm{S}} = 28\mathrm{V}$，$R_{\mathrm{S}} = 20\Omega$，$R = 2\Omega$，$n = 5$，回转器的传输参数矩阵为 $[T_r] = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 0.5 & 0 \end{bmatrix}$。1. 求虚线框内复合二端口的传输参数矩阵 $[T]$；2. 证明该复合二端口是有源二端口还是无源二端口；3. R_{L} 为何值时可获得最大功率？此时 U_{S} 供出多少功率？

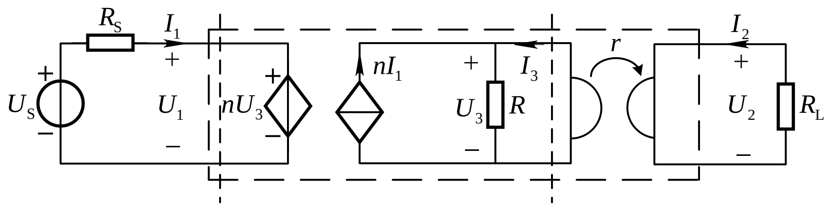


图 8

解：（1）将虚线框内分成两部分。先求第一部分的传输参数。

$U_1 = nU_3$

$\dfrac{U_3}{R}=nI_1+I_3$，化简得 $I_1=\dfrac{U_3}{nR}+\dfrac{1}{n}(-I_3)$

所以第一部分的传输参数为 $[\mathrm{T}_1]=\begin{bmatrix} n & 0 \\ \dfrac{1}{nR} & \dfrac{1}{n} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 0.1 & 0.2 \end{bmatrix}$

传输参数矩阵 $[\mathrm{T}]=\begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 0.1 & 0.2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 0.5 & 0 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 0 & 10 \\ 0.1 & 0.2 \end{bmatrix}$

（2）由传输参数矩阵有

$U_1=10(-I_2)$

$I_1=0.1U_2+0.2(-I_2)$

该二端口吸收的功率为：$P=U_1I_1+U_2I_2=2I_2^2\geq 0$　所以为无源二端口。

（3）

$$U_\mathrm{S}-20I_1=10(-I_2) \qquad （1）$$

$$I_1=0.1U_2+0.2(-I_2) \qquad (2)$$

当 $I_2=0$ 时，由式（1）和（2）有

$$U_\mathrm{oc}=U_2|_{I_2=0}=10I_1=10(U_\mathrm{S}/R_\mathrm{S})=14\mathrm{V}$$

当 $U_\mathrm{S}=0$ 时，由式（1）有 $I_1=0.5I_2$ 代入到式（2）得：

$$0.5I_1=0.1U_2-0.2I_2，解得 R_\mathrm{o}=U_2/I_2=7\Omega$$

所以当 $R_\mathrm{L}=R_\mathrm{o}=7\Omega$ 时，负载可获得最大功率。此时

$$U_2=\frac{U_\mathrm{oc}R_L}{R_L+R_\mathrm{o}}=\frac{14\times 7}{7+7}=7\mathrm{V}，I_2=-\frac{U_\mathrm{oc}}{R_L+R_\mathrm{o}}=-\frac{14}{7+7}=-1\mathrm{A}$$

$$I_1=0.1U_2+0.2(-I_2)=0.1\times 7+0.2\times 1=0.9\mathrm{A}$$

电压源发出的功率为 $P_{U_\mathrm{S}}=U_\mathrm{S}I_1=28\times 0.9=25.2\mathrm{W}$

十、（14 分）列出图 9 所示电路的状态方程的矩阵形式。

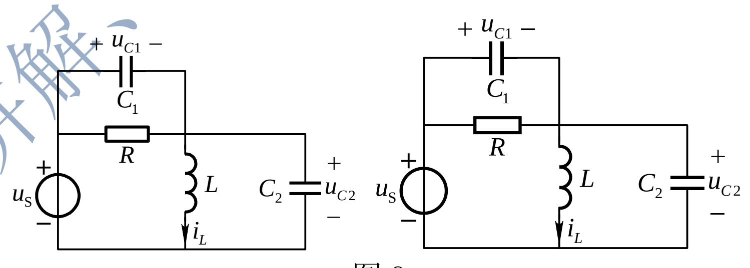


图 9

解：由于两个电容电压只有一个是独立的，所以取 u_{C1} 和 i_L 作为状态变量

$$C_1\frac{\mathrm{d}u_{C1}}{\mathrm{d}t}=-\frac{u_{C1}}{R}+i_L+C_2\frac{\mathrm{d}u_{C2}}{\mathrm{d}t}=-\frac{u_{C1}}{R}+i_L+C_2\frac{\mathrm{d}(u_\mathrm{S}-u_{C1})}{\mathrm{d}t}$$

$$(C_1+C_2)\frac{\mathrm{d}u_{C1}}{\mathrm{d}t}=-\frac{u_{C1}}{R}+i_L+C_2\frac{\mathrm{d}u_\mathrm{S}}{\mathrm{d}t}$$

$$L\frac{\mathrm{d}i_L}{\mathrm{d}t}=-u_{C1}+u_{\mathrm{S}}$$

整理得 $$\begin{bmatrix}\dot{u}_{C1}\\ \dot{i}_L\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-\dfrac{1}{R(C_1+C_2)} & \dfrac{1}{C_1+C_2}\\ -\dfrac{1}{L} & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}u_{C1}\\ i_L\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}\dfrac{C_2}{C_1+C_2} & 0\\ 0 & \dfrac{1}{L}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\dfrac{\mathrm{d}u_{\mathrm{S}}}{\mathrm{d}t}\\ u_{\mathrm{S}}\end{bmatrix}$$

十一、（14 分）电路如图 10 所示，两条均匀无损线通过集总参数电感和电阻相连。已知波阻抗 $z_{c1}=200\Omega$，z_{c2} 未知，长度 $L_1=\lambda/8$，$L_2=\lambda/8$，集总参数感抗 $X_L=400\Omega$，电阻 $R=200\Omega$，始端电压 $\dot{U}_1=600\angle 0^\circ\ \mathrm{V}$。1. 若从 $1-1'$ 端看入的入端阻抗 $Z_{\mathrm{in}}=200\Omega$，求波阻抗 z_{c2}；2. 求电压 $\dot{U}_2$；3. 求开路电压 $\dot{U}_3$。

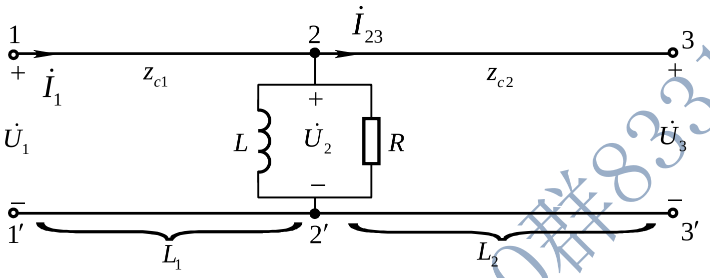


图 10

解：$\beta L_1=\beta L_2=\dfrac{2\pi}{\lambda}\times\dfrac{\lambda}{8}=\dfrac{\pi}{4}$，

设在 2 端总的等效阻抗为 Z_{L}，$Z_{\mathrm{L}}=R\,\|\,(\mathrm{j}X_L)\,\|\,(Z_{23})=200$

从 1 端看的输入阻抗 $Z_{\mathrm{in}}=Z_{\mathrm{c1}}\times\dfrac{Z_{\mathrm{L}}\cos(\beta L_1)+\mathrm{j}Z_{\mathrm{c1}}\sin(\beta L_1)}{\mathrm{j}Z_{\mathrm{L}}\sin(\beta L_1)+Z_{\mathrm{c1}}\cos(\beta L_1)}=200\times\dfrac{Z_{\mathrm{L}}+\mathrm{j}Z_{\mathrm{c1}}}{\mathrm{j}Z_{\mathrm{L}}+Z_{\mathrm{c1}}}=200$

解得 $Z_{\mathrm{L}}=Z_{\mathrm{c1}}=200\Omega$，即电感和等效阻抗 Z_{23} 发生并联谐振。

所以 $Z_{23}=-\mathrm{j}X_L=-\mathrm{j}400=-\mathrm{j}Z_{\mathrm{c2}}\cot(\beta L_2)=-\mathrm{j}Z_{\mathrm{c2}}$，解得 $Z_{\mathrm{c2}}=400\Omega$

1 端的电流 $\dot{I}_1=\dfrac{\dot{U}_1}{Z_{\mathrm{in}}}=\dfrac{600\angle 0^\circ}{200}=3\angle 0^\circ\mathrm{A}$

$$\dot{U}_2=\dot{U}_1\cos(\beta L_1)-\mathrm{j}\dot{I}_1Z_{\mathrm{c1}}\sin(\beta L_1)=0.5\sqrt{2}(600-\mathrm{j}3\times 200)=600\angle -45^\circ\mathrm{V}$$

$$\dot{I}_{23}=\frac{\dot{U}_2}{Z_{23}}=\frac{600\angle -45^\circ}{-\mathrm{j}400}=1.5\angle 45^\circ\mathrm{A}$$

$$\dot{U}_3=\dot{U}_2\cos(\beta L_2)-\mathrm{j}\dot{I}_{23}Z_{\mathrm{c2}}\sin(\beta L_2)$$

$$=0.5\sqrt{2}(600\angle -45^\circ-\mathrm{j}1.5\angle 45^\circ\times 400)=600\sqrt{2}\angle -45^\circ\mathrm{V}$$

浙江大学 2007 年攻读硕士学位研究生入学考试试题参考解答

一、（18 分）图 1 所示电路，已知 R_1=2Ω，R_2=6Ω，U_S=9V，α=1，非线性电阻伏安特性 $U= I^2- I(I\geq 0)$，求：（1）电路 a-b 端左侧的戴维南等效电路；（2）非线性电阻上的电流 I。

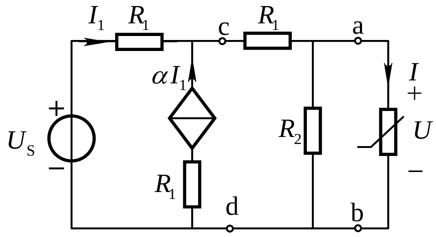


图 1

解：先求 cd 端左侧的戴维南等效电路。

当 cd 端开路时，　$I_1+\alpha I_1=0$，解得 $I_1=0$

所以开路电压　$U'_{oc}=U_S=9\text{V}$

当 cd 端短路时，$I_1=\dfrac{U_S}{R_1}=4.5\text{A}$，短路电流 $I'_{sc}=I_1+\alpha I_1=9\text{A}$

等效电阻　$R'_i=U'_{oc}/I'_{sc}=1\Omega$

ab 端左侧的戴维南等效电路为

开路电压　$U_{oc}=\dfrac{6}{6+2+1}\times 9\text{V}=6\text{V}$

等效电阻　$R_i=\dfrac{6(2+1)}{6+2+1}=2\Omega$

对非线性电阻列写电压方程

$$U=6-2I=I^2-I$$

即　$I^2+I-6=0$

解得　$I=2\text{A}$，$I'=-3\text{A}$(舍去）

二、（18 分）图 2 所示电路，已知无源二端口网络 P 在电源频率为ω时的开路参数（Z 参数）为$\begin{bmatrix}-\text{j}16 & -\text{j}10\\ -\text{j}10 & -\text{j}4\end{bmatrix}\Omega$，若$\dot U_S=12\angle 0°\text{V}$，$R_S$=12Ω，$R_L$=3Ω，试求：（1）电路 1-1'端右侧电路的等效阻抗 $Z_1=\dot U_1/\dot I_1$；（2）2-2'端电压$\dot U_2$。

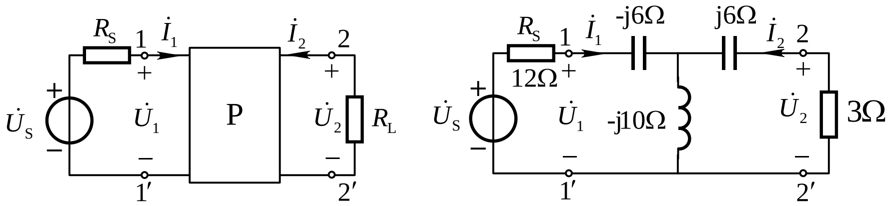


图 2　　　　　　　　　　　　(a)

解：将二端口用 T 型电路等效，如图(a)所示。

$$Z_1=\frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1}=-\mathrm{j}6+\frac{-\mathrm{j}10(3+\mathrm{j}6)}{-\mathrm{j}10+3+\mathrm{j}6}=-\mathrm{j}6+12+\mathrm{j}6=12\Omega$$

$$\dot{I}_1=\frac{\dot{U}_S}{R_S+Z_1}=\frac{12\angle 0^\circ}{12+12}=0.5\angle 0^\circ\mathrm{A}$$

$$\dot{U}_2=\frac{-\mathrm{j}10\times 0.5\angle 0^\circ}{-\mathrm{j}10+3+\mathrm{j}6}\times 3=3\angle -36.9^\circ\mathrm{V}$$

三、（18 分）图 3 所示电路，已知 U_S=12V，R=10Ω，L=0.1H，C=0.01F，γ=20Ω，开关打开 K 已久。当 t=0 时 K 闭合，求 K 闭合后的 $i_L(t)$和 $u_C(t)$。

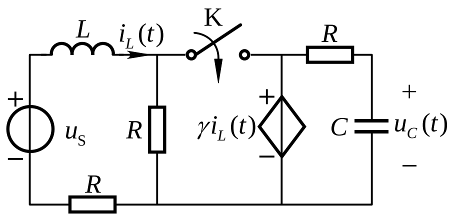
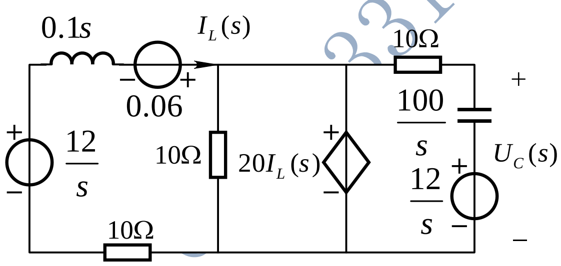


图 3



(a)

解：

$$i_L(0_-)=\frac{12\mathrm{V}}{10\Omega+10\Omega}=0.6\mathrm{A}\quad,\quad u_C(0_-)=20\times 0.6\mathrm{A}=12\mathrm{V}$$

换路后画出运算电路如图(a)所示。在图(a)中

$$(0.1s+10)I_L(s)=\frac{12}{s}+0.06-20I_L(s)$$

整理得 $I_L(s)=\dfrac{0.6s+120}{s(s+300)}=\dfrac{A_1}{s}+\dfrac{A_1}{s+300}$

其中 $A_1=\dfrac{0.6s+120}{s+300}\Big|_{s=0}=0.4$，$A_2=\dfrac{0.6s+120}{s}\Big|_{s=-300}=0.2$

反变换得 $i_L(t)=[0.4+0.2\mathrm{e}^{-300t}]\mathrm{A}\qquad t\geq 0$

$$U_C(s)=\frac{12}{s}+\frac{100}{s}\times\frac{20I_L(s)-12/s}{10+100/s}=\frac{12}{s+10}+\frac{200(0.6s+120)}{s(s+10)(s+300)}$$

$$=\frac{12}{s+10}+\frac{B_1}{s}+\frac{B_2}{s+10}+\frac{B_3}{s+300}$$

其中 $B_1=\dfrac{200(0.6s+120)}{(s+10)(s+300)}\Big|_{s=0}=8$，$B_2=\dfrac{200(0.6s+120)}{s(s+300)}\Big|_{s=-10}=-\dfrac{228}{29}$

$$B_3=\frac{200(0.6s+120)}{s(s+10)}\Big|_{s=-300}=-\frac{4}{29}$$

反变换得 $u_C(t)=[8+\dfrac{120}{29}\mathrm{e}^{-10t}-\dfrac{4}{29}\mathrm{e}^{-300t}]\mathrm{V}\quad t\geq 0$

四、（15 分）图 4 所示电路，P 为纯电阻网络，已知 $L=0.1\mathrm{H}$，当 $u_S(t)=\sqrt{2}\times100\sin(1000t+0^\circ)\mathrm{V}$，且 $i_L(0\_)=0$ 时，电感电流 $i_L(t)=\sin(1000t)\mathrm{A}$。求当 $u_S(t)=100\mathrm{V}\cdot1(t)$，且 $i_L(0\_)=0.5\mathrm{A}$ 时，电感电流 $i_L(t)$ 等于多少？[$1(t)$为单位阶跃函数]。

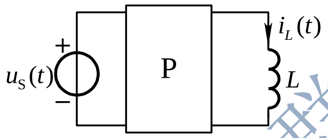


图 4

解：复数网络函数：

$$H(j\omega)=\frac{\dot{I}_L}{\dot{U}_S}=\frac{1}{100\sqrt{2}\angle45^\circ}=\frac{1}{100+\mathrm{j}100}$$

令 $s=\mathrm{j}\omega=\mathrm{j}1000$ 代入上式得复频域的网络函数

$$H(s)=\frac{1}{100+0.1s}$$

当 $u_S(t)=100\mathrm{V}\cdot1(t)$ 时，

$$I_L(s)=H(s)U_S(s)=\frac{1}{100+0.1s}\times\frac{100}{s}=\frac{1000}{s(s+1000)}=\frac{1}{s}-\frac{1}{s+1000}$$

零状态响应为 $i_L'(t)=[1-\mathrm{e}^{-1000t}]\mathrm{A}$

根据零状态响应的自由分量得零输入响应为 $i_L''(t)=[0.5\mathrm{e}^{-1000t}]\mathrm{A}$

所以全响应为 $i_L(t)=i_L'(t)+i_L''(t)=[1-0.5\mathrm{e}^{-1000t}]\mathrm{A}$

五、（18 分）图 5 所示电路，已知 $R_1=R_2=10\Omega$，$L=1\mathrm{H}$，$C=1\mathrm{F}$，求：（1）传递函数 $H(s)=I_L(s)/U_S(s)$；（2）列出电路的状态方程；（3）设 $i_L(0\_)=0$，$u_C(0\_)=0$，且 $u_S(t)=1(t)$ 时，试说明 $u_{R_2}(t)$ 是否振荡。

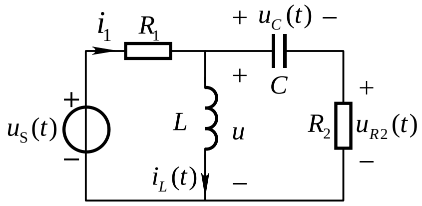


图 5

解：（1）在复频域下列写节点方程如下

$$U(s)\left(\frac{1}{10}+\frac{1}{s}+\frac{1}{10+1/s}\right)=\frac{U_S(s)}{10}$$

化简得$U(s)=\dfrac{s(10s+1)}{20s^2+101s+10}\times U_S(s)$

传递函数 $H(s)=\dfrac{I_L(s)}{U_S(s)}=\dfrac{U(s)/s}{U_S(s)}=\dfrac{10s+1}{20s^2+101s+10}$

（2）

$$C\frac{du_C}{dt}=i_1-i_L \qquad (1)$$

$$L\frac{di_L}{dt}=u_C+u_{R2} \qquad (2)$$

$$R_1i_1+u_C+R_2(i_1-i_L)=u_S$$

整理得：$i_1=\dfrac{-1}{R_1+R_2}\times u_C+\dfrac{R_2}{R_1+R_2}\times i_L+\dfrac{1}{R_1+R_2}\times u_S$

$$u_{R2}=R_2(i_1-i_L)=\frac{-R_2}{R_1+R_2}\times u_C+\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}\times i_L+\frac{R_2}{R_1+R_2}\times u_S$$

代入式（1）（2）化简得

$$\begin{bmatrix}\dfrac{du_C}{dt}\\ \dfrac{di_L}{dt}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-\dfrac{1}{C(R_1+R_2)} & -\dfrac{R_1}{C(R_1+R_2)}\\ \dfrac{R_1}{L(R_1+R_2)} & \dfrac{R_1R_2}{L(R_1+R_2)}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}u_C\\ i_L\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}\dfrac{1}{C(R_1+R_2)}\\ \dfrac{R_2}{L(R_1+R_2)}\end{bmatrix}[u_S]$$

（3）$U_{R2}(s)=\dfrac{10}{10+1/s}\times U(s)=\dfrac{10s}{10s+1}\times\dfrac{s(10s+1)}{20s^2+101s+10}\times\dfrac{1}{s}=\dfrac{10s}{20s^2+101s+10}$

极点为两个相异实根，所以$u_{R_2}(t)$不振荡。

六、（15 分）图 6 所示电路，已知 R=100Ω，1—2 段（粗线）为无损耗均匀传输

线，其特征阻抗 Z_c=100Ω，电源频率 f=10^8Hz，波速 v=3×10^8m/s，求：（1）欲使 $u_R(t)$ 相位超前 $u_S(t)$ 45°，则无损线长度 l 最短应为多少？（2）在上面小题确定的无损线长度的中点处接入阻抗 Z，测得 $u_R(t)$ 与 $u_S(t)$ 同相位，问阻抗 Z 为多少？

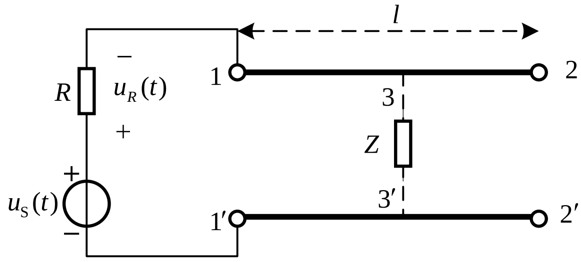


图 6

解：波长 $\lambda=\dfrac{v}{f}=\dfrac{3\times10^8}{10^8}$=3m

若使 $u_R(t)$ 使相位超前 $u_S(t)$ 45°，则从 1−1′ 端看的等效阻抗为电容性，且其幅值等于 R，即

$$Z_{1-1'}=-\mathrm{j}Z_C\mathrm{ctan}(\frac{2\pi}{\lambda}l)=-\mathrm{j}R$$

解得 $\dfrac{2\pi}{3}l=\dfrac{\pi}{4}$ ，即 $l=\dfrac{3}{8}\mathrm{m}$

（2）无损线长度的中点处接入阻抗 Z，从 3 端向 2 端看的等效阻抗为

$$Z_{3-2}=-\mathrm{j}Z_C\mathrm{ctan}(\frac{2\pi}{\lambda}l/2)=-\mathrm{j}100\mathrm{ctan}(22.5^\circ)$$

令　$Z_L=Z\parallel Z_{3-2}$（‖表示并联）　（1）

从 1−1′ 端看的等效阻抗为

$$Z_{1-1'}=Z_C\frac{Z_L\cos(\frac{2\pi}{\lambda}\times\frac{l}{2})+\mathrm{j}Z_C\sin(\frac{2\pi}{\lambda}\times\frac{l}{2})}{\mathrm{j}Z_L\sin(\frac{2\pi}{\lambda}\times\frac{l}{2})+Z_C\cos(\frac{2\pi}{\lambda}\times\frac{l}{2})}$$

若使 $u_R(t)$ 和 $u_S(t)$ 同相位，则从 1−1′ 端看的等效阻抗 $Z_{1-1'}$ 为 0

即 $Z_L=-\mathrm{j}Z_C\tan(\dfrac{2\pi}{\lambda}\times\dfrac{l}{2})=-\mathrm{j}100\tan(22.5^\circ)=-\mathrm{j}41.4\Omega$

由式（1）得：$Z=\dfrac{1}{(1/Z_L)-(1/Z_{3-2})}$

当 $Z_L=-\mathrm{j}41.4\Omega$，解得　$Z=-\mathrm{j}50\Omega$

七、（18 分）图 7 所示电路，N 为线性电阻网络，已知电压源 U_S=18V，ab 端口开路电压 U_{ab} 为 12V，ab 端口以左的戴维南等效电阻为 8Ω。求：（1）ab 两端接电阻 R_L=2Ω时，电流 I_2 的值；（2）ab 两端短路时，短路电流 I_2 的值；（3）上面两种情况下，流过电压源 U_S 的电流 I_1 的变化量ΔI_1 是多少？

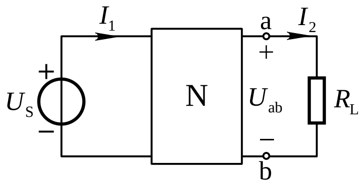
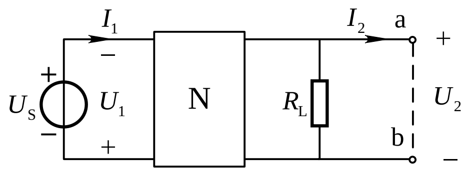


图 7



(a)

解：由给定条件可知 $I_2=\dfrac{U_{oc}}{R_i+R_L}=\dfrac{12}{8+2}=1.2\text{A}$

当 ab 两端短路时，短路电流 $I_2=\dfrac{U_{oc}}{R_i}=\dfrac{12}{8}=1.5\text{A}$

将电路改成图(a)形式，在图(a)中，

当 ab 两端接电阻时，端口电压电流为

$U_1'=-18\text{V}$， $I_1'=I_1$， $I_2'=0$， $U_2'=1.2\times2=2.4\text{V}$

当 ab 两端短路时，端口电压电流为

$U_1=-18\text{V}$， $I_1=I_1+\Delta I_1$， $I_2=1.5\text{A}$， $U_2=0$

由特勒跟定理得：

$$U_S'I_1+U_2'I_2=U_SI_1'+U_2I_2'$$

将上述数据代入得： $-18(I_1+\Delta I_1)+2.4\times1.5=-18I_1$

$\Delta I_1=0.2\text{A}$

八、（15 分）在图 8 所示电路中，已知 $\dot{U}_S=200\angle0°\text{V}$，$R_1$=20Ω，$R_2$=50Ω，理想变压器变比分别为 N_1: N_2=1:2；N_3: N_4=5:1，求：电流 i_1 以及电压源 $\dot{U}_S$ 输出的复数功率。

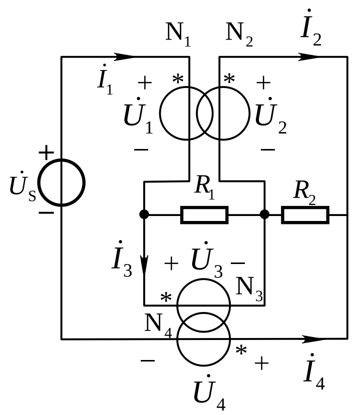


图 8

解：令 $N_1:N_1=n_1=0.5$，$N_3:N_4=n_2=5$，$\dot{I}_4=-\dot{I}_1$

由理想变压器特性有：

$$\dot{U}_1=n_1\dot{U}_2=0.5\dot{U}_2 \quad , \quad \dot{I}_2=n_1\dot{I}_1=0.5\dot{I}_1$$

$$\dot{U}_3=n_2\dot{U}_4 \quad , \quad \dot{U}_4=0.2\dot{U}_3 \;;\; \dot{I}_4=n_2\dot{I}_3 \;,\; \dot{I}_3=0.2\dot{I}_4=-0.2\dot{I}_1$$

$$\dot{U}_3=R_1(\dot{I}_1-\dot{I}_3)=1.2R_1\dot{I}_1 \;,\; \dot{U}_2=R_2(\dot{I}_2+\dot{I}_4)=R_2(0.5\dot{I}_1-\dot{I}_1)=-0.5R_2I_1$$

$$\dot{U}_S=\dot{U}_1+\dot{U}_3-\dot{U}_2+\dot{U}_4=0.5\dot{U}_2-\dot{U}_2+\dot{U}_3+0.2\dot{U}_3=-0.5\dot{U}_2+1.2\dot{U}_3$$

$$200\angle 0°=0.25R_2\dot{I}_1+1.44R_1\dot{I}_1=(12.5+28.8)\dot{I}_1$$

解得 $\dot{I}_1=\dfrac{200}{41.3}=4.84\angle 0°\text{A}$

电源发出的复功率为 $\tilde{S}=\dot{U}_S\overset{*}{I_1}=200\times 4.84=968\text{VA}$

九、(15 分)图 9 所示交流稳态电路，已知 $u_S(t)=50+U_{1m}\sin 1000t+30\sqrt{2}\sin 2000t\text{V}$，测得电流的有效值 I_1=5A，I_2=3A，电路消耗的总功率等于 360W，当 ω=10^3rad/s 时，$\omega L_1=10\Omega$，$1/(\omega C_1)=40\Omega$。试求 R 和 C 的值。

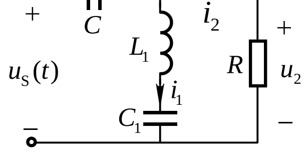


图 9

解：电路消耗的总功率 $P=RI_2^2=R\times 9=360$，解得 $R=40\Omega$。

当直流分量 $U_{S(0)}=100\text{V}$ 单独作用时，

$$\dot{I}_{1(0)}=0\,,I_{2(0)}=0$$

当二次谐波分量$\dot{U}_{S(2)}=30\angle 0°\text{V}$单独作用时，

$2\omega L_1=20\Omega$，$1/(2\omega C_1)=20\Omega$

L_1和C_2发生串联谐振，相当于短路。$\dot{I}_{2(2)}=0$

$I_2=\sqrt{I_{2(0)}^2+I_{2(1)}^2+I_{2(2)}^2}=3$，所以$I_{2(1)}=3\text{A}$

$$\dot{I}_{1(2)}=\text{j}2\omega C\times 30\angle 0° \qquad （1）$$

当基波分量$\dot{U}_{S(1)}=U_1\angle 0°\text{V}$单独作用时，由电流$i_3$与电压同相得，电路发生串联谐振，电源右侧部分相当于短路。此时

$$I_{1(1)}=\frac{R\times I_{2(1)}}{\left|\omega L_1-1/(\omega C_1)\right|}=\frac{40\times 3}{\left|10-40\right|}=4\text{A} \qquad （1）$$

$$I_1=\sqrt{I_{1(0)}^2+I_{1(1)}^2+I_{1(2)}^2}=\sqrt{4^2+I_{1(2)}^2}=5\text{，解得 }I_{1(2)}=3\text{A}$$

由式（1）得$2\omega C\times 30=3$，解得　$C=50\mu\text{F}$

浙江大学 2008 年攻读硕士学位研究生入学考试试题

一、（20 分）电路如图 1 所示，已知 R_1=1Ω，R_2=2Ω，R_5=4Ω，R_6=2Ω，控制系数 k=2，U_{S3}=10V，欲使 $U_c/U_a=3$ ，试确定 I_{S4} 的大小。

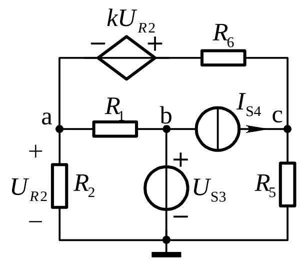


图 1

解：列写节点方程如下：

$$(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1})U_a-\frac{1}{2}\times U_c-\frac{1}{1}\times U_{S3}=-\frac{1}{2}\times(2U_{R2})=-U_a$$

整理得 $3U_a-0.5\times U_c=10$

由 $U_c/U_a=3$ 代入上式解得 $U_c=20\text{V}$，$U_a=20/3\text{V}$

对节点 C 列写节点方程如下：

$$(\frac{1}{4}+\frac{1}{2})U_c-\frac{1}{2}\times U_a=I_{s4}+\frac{1}{2}\times(2U_{R2})=I_{s4}+U_a$$

$$I_{s4}=0.75U_c-1.5\times U_a=0.75\times 20-1.5\times 20/3=5\text{A}$$

二、 （20 分）电路如图 2 所示，已知 $R_1=R_2=10\Omega$，L=0.1H，电阻 R_1 上的电压有效值 U_1= $25\sqrt{5}$ V，当 $u_S(t)=100+\sqrt{2}\times 100\sin 100t+\sqrt{2}U_3\sin 300t$ V， $i_3(t)=\sqrt{2}\times I\sin 100t$。求：1）电压源 $u_S(t)$ 发出的有功功率；2）求电容 C_1， C_2 的值。

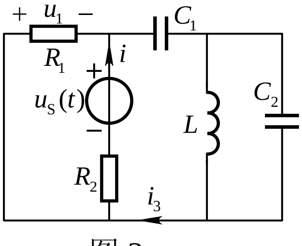


图 2

解：当直流分量 $U_{S(0)}=100\text{V}$ 单独作用时，

$$I_{(0)}=\frac{100\text{V}}{10\Omega+10\Omega}=5\text{A}\,,U_{1(0)}=\frac{100\text{V}\times 10\Omega}{10\Omega+10\Omega}=50\text{V}$$

$$P_{(0)}=100\text{V}\times 5\text{A}=500\text{W}$$

当基波分量$\dot{U}_{S(1)}=100\angle 0°\text{V}$单独作用时，由电流$i_3$与电压同相得，电路发生串联谐振，电源右侧部分相当于短路。此时

$$Z_{LC}=-\text{j}/(100C_1)+\frac{\text{j}100L\times(-\text{j}/100C_2)}{\text{j}100L-\text{j}/100C_2}=0 \qquad (1)$$

$$\dot{I}_{(1)}=\frac{100\angle 0°\text{V}}{10\Omega}=10\angle 0°\text{A}，\quad U_{1(1)}=0$$

$$P_{(1)}=100\text{V}\times 10\text{A}=1000\text{W}$$

当三次谐波分量$\dot{U}_{S(3)}=U_3\angle 0°\text{V}$单独作用时，电流$i_3$的三次谐波分量为零，电路发生并联谐振，电源右侧部分相当于开路。此时

$$C_2=\frac{1}{300^2L}=\frac{1}{9}\times 10^{-3}\text{F}$$

将C_2代入式（1）解得$C_1=\dfrac{8}{9}\times 10^{-3}\text{F}$

$$\dot{I}_{(3)}=\frac{U_3\angle 0°\text{V}}{10\Omega+10\Omega}=\frac{U_3}{20}\angle 0°\text{A}，\quad \dot{U}_{1(3)}=\frac{10}{10+10}\times U_3\angle 0°=0.5U_3\angle 0°\text{V}$$

由电阻R_1上的电压有效值$U_1=25\sqrt{5}$ V 得

$$(25\sqrt{5})^2=50^2+(0.5U_3)^2，\quad 解得U_3=50\text{V}$$

$$P_{(3)}=50\text{V}\times\frac{U_3}{20}\text{A}=125\text{W}$$

电压源发出的有功功率为$P=P_{(0)}+P_{(1)}+P_{(3)}=500+1000+125=1625\text{W}$

三、（20 分）电路如图 3 所示，外加正弦交流电压$\dot{U}$，已知电压有效值U=10V，R_1=R_2=10Ω，移动触点 D，当伏特表读数最小时，此时R_3=2Ω，U_{DB}=3 V，求：R_4、X_C分别为多少？

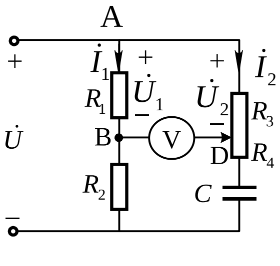
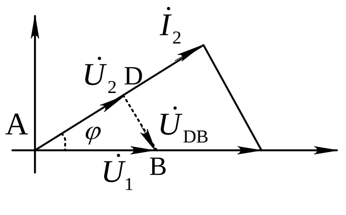


图 3



(a)

解：以$\dot{U}=10\angle 0°\text{V}$为参考正弦量，画出相量图如图(a)所示。

由于电压表的读数为最小。所以相量图中 ADB 为直角三角形。

$$\dot{U}_1=\frac{10}{10+10}\times\dot{U}=5\angle0°\text{V}\,,$$

$$\dot{U}_2=\frac{R_3}{R_3+R_4-\mathrm{j}X_C}\times\dot{U}=\frac{20}{2+R_4-\mathrm{j}X_C}$$

$$U_2=\sqrt{U^2-U_{\mathrm{BD}}^2}=\sqrt{5^2-3^3}=4\text{V}\,,$$

$$\varphi=\tan^{-1}(\frac{U_{\mathrm{BD}}}{U_2})=\tan^{-1}(\frac{3}{4})=36.9°$$

则
$$\frac{X_{\mathrm{C}}}{R_4+2}=\tan(36.9°)=\frac{3}{4}$$

所以
$$U_2=\frac{20}{\sqrt{(2+R_4)^2+X_C^2}}=\frac{20}{\sqrt{(2+R_4)^2+[0.75(R_4+2)]^2}}=\frac{16}{2+R_4}=4$$

解得：
$$R_4=2\Omega\,,\quad X_C=3\Omega$$

四、（20 分）电路如图 4 所示，无损耗均匀传输线 l_1 和 l_2 的 特性阻抗均为 100Ω，设相位速度（波速）$v=3\times10^8\text{m/s}$，$l_1=\lambda/4$（λ 为波长），$Z=50+\mathrm{j}50\Omega$，$u_{\mathrm{S}}(t)=100\sin(2\pi\times10^8t\ )\text{V}$，（1）若 3—3'端开路，为使 l_1 中无反射波，l_2 的最短长度为多少？（3）若 3—3'端接电容 $C=\sqrt{3}/(6\pi)\times10^{-4}\mu\text{F}$，为使 l_1 中无反射波，l_2 的最短长度为多少？

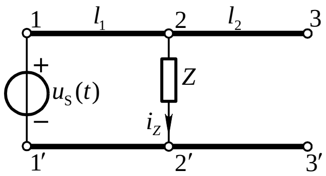


图 4

解：波长 $\lambda=\dfrac{v}{f}=\dfrac{3\times10^8}{10^8}$=3m

若使 l_1 中无反射波，则 $2-2'$ 端的等效阻抗等于特性阻抗。即

$$\frac{1}{100}=\frac{1}{50+\mathrm{j}50}+\frac{1}{Z_{23}}=\frac{1}{100}-\frac{\mathrm{j}}{100}+\frac{1}{Z_{23}}$$

解得　$Z_{23}=-\mathrm{j}100\Omega$

从 2 端向 3 端看的等效阻抗为 $Z_{23}=-\mathrm{j}Z_{\mathrm{C}}\mathrm{ctan}(\dfrac{2\pi}{\lambda}l_2)=-\mathrm{j}100\mathrm{ctan}(\dfrac{2\pi}{3}l_2)$=－j100

解得 $\frac{2\pi}{3}l_2=\frac{\pi}{4}$ ，即 $l_2=\frac{3}{8}\mathrm{m}$

若 3—3'端接电容 $C=\sqrt{3}/(6\pi)\times10^{-4}\mu\mathrm{F}$

$$X_C=\frac{1}{\omega C}=\frac{1}{2\pi\times10^8\times\sqrt{3}\times10^{-10}/(6\pi)}=100\sqrt{3}\Omega$$

终端接电容，相等于无损线终端开路延长一段 l_0，延长的等效阻抗为

$$-\mathrm{j}X_C=-\mathrm{j}Z_C\mathrm{ctan}(\frac{2\pi}{\lambda}l_0)=-\mathrm{j}100\mathrm{ctan}(\frac{2\pi}{3}l_0)=-\mathrm{j}100\sqrt{3}$$

解得 $\frac{2\pi}{3}l_0=\frac{\pi}{6}$ ，即 $l_0=\frac{1}{4}\mathrm{m}$

此时 l_2 最短长度为 $l_2=\frac{3}{8}-\frac{1}{4}=\frac{1}{8}\mathrm{m}$

五、（18 分）电路如图 5 所示，已知 N_1 为只包含电阻和电感的对称双端口网络，N_2 为只包含电阻的双端口网络，N_2 的传输参数 $T=\begin{bmatrix}A & B\\ C & D\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1.5 & 4\\ 0.5 & 2\end{bmatrix}$，开关 K 打开，在 N_1 对称双端口网络 1—1'施加单位阶跃电压 $u_S(t)=1(t)$，零状态响应 $i_1(t)=(1-\mathrm{e}^{-10t})\cdot1(t)$，$u(t)=\mathrm{e}^{-10t}\cdot1(t)$。现把开关 K 闭合，在 N_1 双端口网络 1—1'施加单位阶跃电压，求零状态响应 $u(t)$ 和 $i_2(t)$ 。

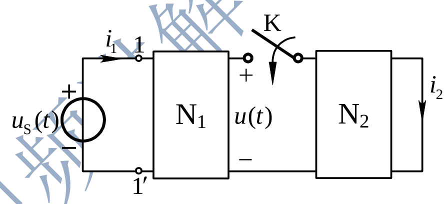
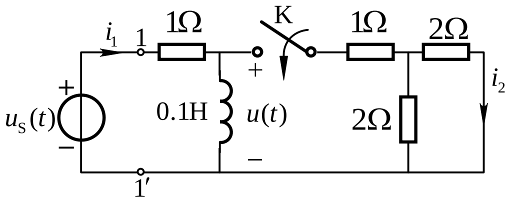


图 5



(a)

解：由传输参数可得 N_2 传输方程为：

$$U_1=1.5U_2-4I_2 \qquad (1)$$
$$I_1=0.5U_2-2I_2 \qquad (2)$$

将传输方程转换为阻抗方程形式

由式（2）得 $U_2=2I_1+4I$ 　代入（1）得

$$U_1=3I_1+2I_2$$

$$U_2 = 2I_1 + 4I_2$$

画出 N_2 的等效电路如图(a)所示。

对于 N_1，输入端的运算阻抗为

$$Z_i(s) = \frac{U_S(s)}{I_1(s)} = \frac{1/s}{(1/s) - 1/(s+10)} = 1 + 0.1s$$

由运算阻抗画出 N_1 等效电路如图(a)所示。

当开关闭合后，N_2 的输入阻抗 $Z_{i2} = 2\Omega$，按三要素法求 $u(t)$

从电感两端看等效电阻为 $R_i = \dfrac{1\times 2}{1+2} = \dfrac{2}{3}\Omega$

时间常数　　$\tau = \dfrac{L}{R_i} = \dfrac{3}{20}\mathrm{s}$

$$u(0_+) = \frac{2}{2+1}\times 1 = \frac{2}{3}\mathrm{V}, \quad u(\infty) = 0$$

由三要素公式得　　　$u(t) = 0.667\mathrm{e}^{-6.67t}$

$$i_2 = \frac{u(t)}{1+1}\times\frac{1}{2} = \frac{1}{6}\mathrm{e}^{-6.67t}\mathrm{A}$$

六、（18 分）电路如图 6 所示，P 为纯电阻无源网络，已知 U_{S1}=30V，U_{S2}=10V，R_1=1Ω，R_2=10Ω，α=4，此时 I_1=8A，I=−0.2A；当 R_1=4Ω R_1 上可获得最大功率。（1）求当 R_1 上获得最大功率时，a-b 端左侧的戴维南等效电路，此时 I_1=？；（2）当 U_{S1} 为何值时，电流 I 的值不受 R_1 变化的影响。

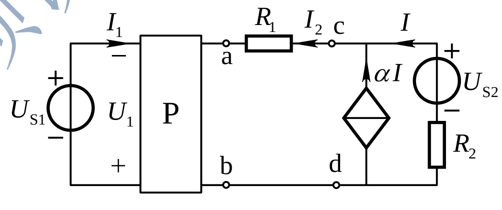
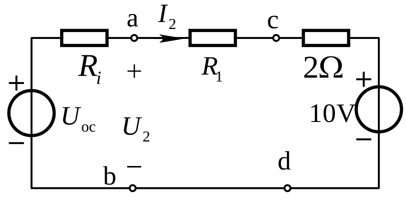


图 6



(a)

解：（1）先求 cd 端右侧的戴维南等效电路。

当 cd 端开路时，$I + 4I = 0$，即 $I = 0$，开路电压 $U'_{oc} = U_{S2} = 10\mathrm{V}$

当 cd 端短路时，$I = U_{S2}/R_2 = 1\mathrm{A}$，短路电流 $I_{sc} = I + 4I = 5\mathrm{A}$，

等效电阻 $R'_i = U'_{oc}/I_{sc} = 10\mathrm{V}/5\mathrm{A} = 2\Omega$

再将 ab 端左侧的电路也用戴维南电路等效，总的等效电路如图(a)所示。

由 $R_1=4\Omega$ 时它获得最大功率得：$R_i=4\Omega-2\Omega=2\Omega$

由 $R_1=1\Omega$ 时，$I=-0.2\text{A}$ 可得：$I_2=-(I+4I)=1\text{A}$

此时 $I_2=\dfrac{U_{oc}-10}{2+1+2}=1\text{A}$　　解得 $U_{oc}=15\text{V}$

当 $R_1=1\Omega$ 时，图 6 和图(a)中各电压电流为：

短路时，$I=U_{S2}/R_2=1\text{A}$，短路电流 $I_{sc}=I+4I=5\text{A}$

$U_1'=-U_{S1}=-30\text{V}$，$I_1'=I_1=8\text{A}$，$I_2'=I_2=1\text{A}$，$U_2'=15-2\times1=13\text{V}$

当 $R_1=4\Omega$ 时，图 6 和图(a)中各电压电流为：

$U_1=-U_{S1}=-30\text{V}$，$I_2=\dfrac{15-10}{2+4+2}=\dfrac{5}{8}\text{A}$，$U_2=15-2\times\dfrac{5}{8}=\dfrac{110}{8}\text{V}$

由特勒根定理有　$U_1I_1'+U_2I_2'=U_1'I_1+U_2'I_2$

代入上述数据有　$-30\times8+\dfrac{110}{8}\times1=-30I_1+13\times\dfrac{5}{8}$　解得 $I_1=7.8125\text{A}$

（2）由图(a)有 $U_{oc}=0.5U_{S1}$，

当 $U_{oc}=10\text{V}$，$U_{S1}=20\text{V}$ 时电流 I 的值不受 R_1 变化的影响。

七、（18 分）电路如图 7 所示，已知 $\dot{U}_{Sa}=220\angle0°\text{V}$，$\dot{U}_{Sb}=220\angle-120°\text{V}$，$\dot{U}_{Sc}=220\angle120°\text{V}$，$Z_1$=(30+j40)Ω，$Z_2$=(30−j40)Ω，$Z_3$=(j25)Ω，N 为对称三相 Y 连接容性负载，且每相负载 Z 的功率因数为 0.8，已知两瓦特计的读数之和为 5808W，求负载 N 的每相负载 Z 的值。

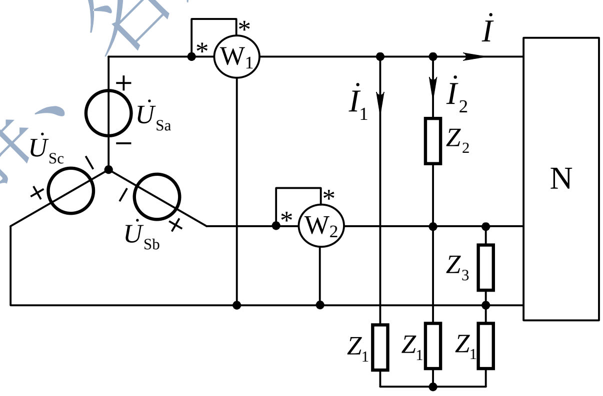


图 7

解：由负载 Z 的功率因数为 0.8（容性）可得：阻抗角 $\varphi=-36.9°$

设 $Z=|Z|\angle\varphi$。两瓦特计的读数之和为负载吸收的有功功率。取一相计算。

$$\dot{I}_1=\frac{220\angle0°}{30+\text{j}40}=\frac{22}{5}\angle-53.1°\text{A}$$

3 个 Z_1 吸收的有功功率为 $P_1 = 3\times(\frac{22}{5})^2\times 30 = 1742.4\text{W}$

$$\dot{I}_2 = \frac{220\sqrt{3}\angle 30^\circ}{30-\text{j}40} = \frac{22\sqrt{3}}{5}\angle 83.1^\circ\text{A}$$

Z_2 吸收的有功功率为 $P_2 = (\frac{22\sqrt{3}}{5})^2\times 30 = 1742.5\text{W}$

Z_3 为电感，不吸收有功功率

$$\dot{I} = \frac{220\angle 0^\circ}{|Z|\angle\varphi} = \frac{220}{|Z|}\angle -\varphi\text{A}$$

网络 N 吸收的有功功率为 $P_3 = 3\times(\frac{220}{|Z|})^2\times|Z|\times 0.8$

所以总有功功率为 $P = P_1 + P_2 + P_3 = 1742.4 + 1742.5 + 3\times(\frac{220}{|Z|})^2\times|Z|\times 0.8 = 5808$

解得 $|Z| = 50\Omega$， $Z = |Z|\angle -36.9^\circ = [40-\text{j}30]\Omega$

八、（16 分）电路如图 8 所示，已知，R_1=R_3=R_4=10Ω，C=$\frac{1}{150}$ F，L=0.1H，α=1，U_S=15V，开关 K 打开已久，当开关闭合时，测得 $i_1(t) = (\frac{3}{4}+\frac{1}{4}\text{e}^{-10t})\cdot 1(t)$。若上述电路的各元件参数与初始条件保持不变，仅把电源改为 U_S=60V，开关 K 打开已久。试重求开关闭合后的电流 $i_1(t)$ 及电感电流 $i_L(t)$。

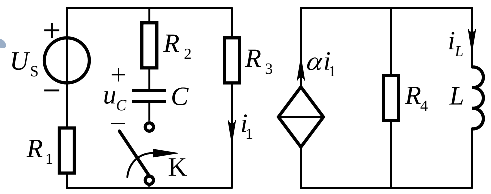


图 8

解：当 $U_S = 15\text{V}$ 时

时间常数 $\tau = (R_2 + R_1 \parallel R_3)C = (R_2+5)/150 = 0.1$，　　解得 $R_2 = 10\Omega$

设电容的初始电压为 $u_C(0_-) = U = u_C(0_+)$

由 $t = 0_+$ 时的电流有

$$i_1(0_+)=\frac{U_S}{R_1+\dfrac{R_2R_3}{R_2+R_3}}\times\frac{R_2}{R_2+R_3}+\frac{U}{R_2+\dfrac{R_1R_3}{R_1+R_3}}\times\frac{R_1}{R_1+R_3}=0.5+\frac{U}{30}=\frac{3}{4}+\frac{1}{4}$$

解得 $U=15\text{V}$

当$U_S=60\text{V}$时，时间常数不变

$$i_1(0_+)=\frac{U_S}{R_1+\dfrac{R_2R_3}{R_2+R_3}}\times\frac{R_2}{R_2+R_3}+\frac{U}{R_2+\dfrac{R_1R_3}{R_1+R_3}}\times\frac{R_1}{R_1+R_3}=2+\frac{15}{30}=2.5\text{A}$$

$$i(\infty)=\frac{U_S}{R_1+R_3}=\frac{60}{10+10}=3\text{A}$$

由三要素公式得: $i_1(t)=(3-0.5\mathrm{e}^{-10t})\cdot 1(t)$

对右侧电路有： $L\dfrac{\mathrm{d}i_L}{\mathrm{d}t}/R_4+i_L=i_1$

$$0.01\frac{\mathrm{d}i_L}{\mathrm{d}t}{}_4+i_L=3-0.5\mathrm{e}^{-10t} \qquad (1)$$

时间常数$\tau_L=L/R_4=0.01\text{s}$

设式（1）的齐次方程解为$i_L'=k\mathrm{e}^{-100t}$，特解为$i_L''=A+B\mathrm{e}^{-10t}$，代入式（1）中得

$$0.01(-10B)+(A+B\mathrm{e}^{-10t})=3-0.5\mathrm{e}^{-10t}$$

解得： $A=3$，$B=-\dfrac{5}{9}$

通解为$i_L=i_L'+i_L''=3-\dfrac{5}{9}\mathrm{e}^{-10t}+k\mathrm{e}^{-100t}$

由初始条件有 $i_L(0_+)=3-\dfrac{5}{9}+k=i_L(0_-)=\alpha i_1(0_-)=3$，解得 $k=\dfrac{5}{9}$

所以$i_L=3-\dfrac{5}{9}\mathrm{e}^{-10t}+\dfrac{5}{9}\mathrm{e}^{-100t}$

浙江大学 2009 年攻读硕士学位研究生入学考试试题参考解答

一、（20 分）电路如图 1 所示，已知 $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = 2\Omega$，$U_S = 12V$，控制系数 $g = 3S$，为了使电阻 R_4 消耗的功率为零，试确定控制系数 r 的大小。

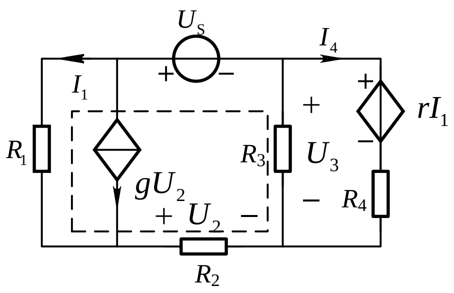


图 1

解：当电流 I_4 为零时，电阻 R_4 消耗的功率为零。此时有

$$U_3 = rI_1 \qquad (1)$$

$$U_2 = R_2(I_1 + gU_2) = 2(I_1 + 3U_2)\text{，解得 } U_2 = -0.4I_1$$

对图示的回路列写电压方程：

$$R_1I_1 + (R_2 + R_3)(I_1 + 3U_2) = U_S$$

$$2I_1 + 4\times(I_1 - 3\times 0.4I_1) = 12\text{。解得 } I_1 = 10A$$

$$U_3 = -R_3(I_1 + 3U_2) = -2(10 - 3\times 0.4\times 10) = 4V$$

再由式（1）得　　$r = U_3 / I_1 = 0.4$

二、（20 分）电路如图 2 所示，对称三相电压源 $\dot{U}_{AB} = 200\sqrt{3}\angle 30°V$，$Z=20\sqrt{3}\angle 30°\Omega$，P 为对称三相纯电阻负载，P 消耗的有功功率为 6000W。分别计算图示连接方式下功率表 W_1 和 W_2 测得的功率。

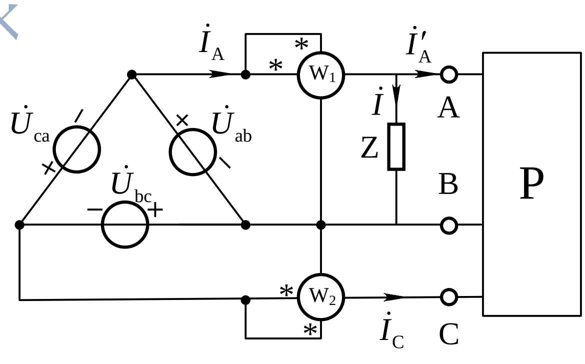


图 2

解：从 ABC 向右看，为对称三相电路，且 A、B、C 三点的电压为对称三相电压。可以取 A 相计算。由于 P 为对称三相纯电阻负载，则负载上的电压与电流同相位。即

相电压　$\dot{U}_{AN} = 200\angle 0°V$，相电流　$\dot{I}'_A = I'_A\angle 0°A$

三相负载消耗的有功功率为 $P = 3U_{AN}I'_{A} = 3\times200I'_{A} = 6000$，解得 $I'_{A} = 10\text{A}$

由对称关系 $\dot{I}_C = 10\angle-120°\text{A}$

电压 $\dot{U}_{CB} = -\dot{U}_{BC} = -200\sqrt{3}\angle30°-120°\text{V} = 200\sqrt{3}\angle90°\text{V}$ $\tau = RC = 0.5\text{s}$

电流 $\dot{I} = \dfrac{\dot{U}_{AB}}{Z} = \dfrac{200\sqrt{3}\angle30°}{20\sqrt{3}\angle30°} = 10\angle0°\text{A}$， $\dot{I}_A = \dot{I} + \dot{I}'_A = 20\angle0°\text{A}$

W_1 的读数为 $U_{AB}I_A\cos(\varphi_{u_{AB}} - \varphi_{i_A}) = 200\sqrt{3}\times20\cos(30°) = 6000\text{W}$

W_2 的读数为 $U_{CB}I_C\cos(\varphi_{u_{CB}} - \varphi_{i_C}) = 200\sqrt{3}\times10\cos(90°-120°) = 3000\text{W}$

三、（16 分）电路如图 3 所示，试建立以 i_{L1}, i_{L2}, u_C 为状态变量的状态方程。

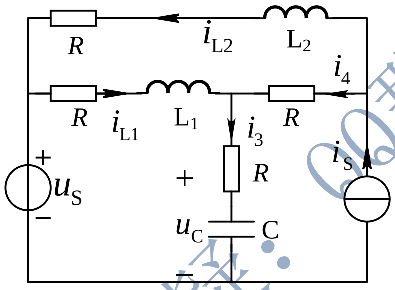


图 3

解： $i_4 = i_S - i_{L2}$， $i_3 = i_{L1} + i_4 = i_{L1} - i_{L2} + i_S$。

对含有电感的回路列写电压方程有：

$$L_1\frac{di_{L1}}{dt} = -Ri_{L1} - Ri_3 - u_C + u_S = -2Ri_{L1} + Ri_{L2} - u_C + u_S - Ri_S$$

$$L_2\frac{di_{L2}}{dt} = Ri_4 + Ri_3 + u_C - Ri_{L2} - u_S = Ri_{L1} - 3Ri_{L2} + u_C - u_S + 2Ri_S$$

对含有电容的节点列写电流方程有：

$$C\frac{du_C}{dt} = i_{L1} + i_4 = i_{L1} - i_{L3} + i_S$$

写成矩阵形式为：

$$\begin{bmatrix} \dot{i}_{L1} \\ \dot{i}_{L2} \\ \dot{u}_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-2R}{L_1} & \frac{R}{L_1} & \frac{-1}{L_1} \\ \frac{R}{L_2} & \frac{-3R}{L_2} & \frac{1}{L_2} \\ \frac{1}{C} & \frac{-1}{C} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{L1} \\ i_{L2} \\ u_C \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L_1} & \frac{-R}{L_1} \\ \frac{-1}{L_2} & \frac{2R}{L_2} \\ 0 & \frac{1}{C} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_S \\ i_S \end{bmatrix}$$

四、（16 分）电路如图 4 所示，已知 $\dot{U}_S$ 是频率为 ω 的正弦交流电压源，$I_C=3A, I_L=5A, \omega L=12\Omega, R_1=25\Omega$，且 $\dot{U}_{R1}$ 滞后 $\dot{I}_C 90°$。求电阻 R_2 上电压有效值 U_{R2} 和电压源 $\dot{U}_S$ 的有效值。

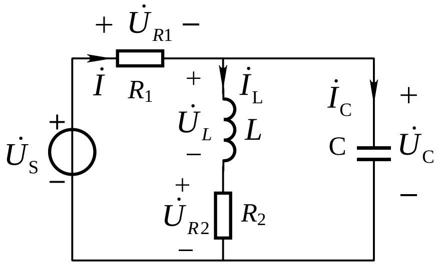
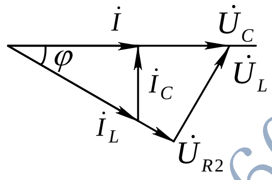


图 4



(a)

解：以 $\dot{U}_C$ 为参考正弦量，画出相量图如图(a)所示，由给定条件 $\dot{U}_{R1}$ 滞后 $\dot{I}_C 90°$ 得三个电流相量和三个电压相量均构成直角三角形。

$$I=\sqrt{I_L^2-I_C^2}=\sqrt{5^2-3^2}=4A$$

$$\varphi=\tan^{-1}(I_C/I)=36.9° \quad , \quad U_L=\omega LI_L=12\times5=60V$$

$$U_{R2}=U_L/\tan(36.9°)=60/(3/4)=80V \quad , \quad U_C=\sqrt{U_L^2+U_{R2}^2}=100V$$

由于电容电压 $\dot{U}_C$ 和电流 $\dot{I}$ 同相，所以：$U_S=U_C+R_1I=100+25\times4=200V$

五、（16 分）分布参数电路如图 5 所示，信号电源 $\dot{U}_S=10\angle30°V$，电源频率为 ω、波长为 λ，$R=100\Omega$。l_1, l_2 和 l_3 均是特征阻抗为 $Z_C=100\Omega$ 的无损耗分布参数线路，各线长 $l_1=\frac{1}{4}\lambda, l_2=l_3=\frac{1}{8}\lambda$。计算 2-2'端电压 $\dot{U}_2$，3-3'端开路电压 $\dot{U}_3$ 和 4-4'端短路电流 $\dot{I}_4$。

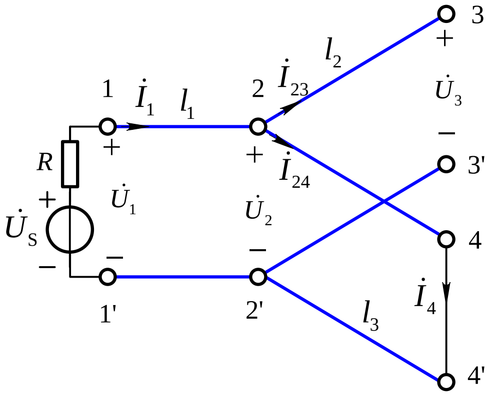


图 5

解：从 2 向 3 端看的等效阻抗为 $Z_{23}=-jZ_C\cot(\frac{2\pi}{\lambda}\times\frac{\lambda}{8})=-j100\Omega$

从 2 向 4 端看的等效阻抗为 $Z_{24}=jZ_C\tan(\frac{2\pi}{\lambda}\times\frac{\lambda}{8})=j100\Omega$

2 端的等效阻抗为 $Z_L = Z_{23} \parallel Z_{24} = \infty$

从 1 向 2 端看的等效阻抗为 $Z_{12} = \dfrac{Z_C^2}{Z_L} = 0$

所以 1 端的电流为 $\dot{I}_1 = \dfrac{\dot{U}_S}{R} = \dfrac{10\angle 30^\circ}{100} = 0.1\angle 30^\circ \text{A}$，电压 $\dot{U}_1 = 0$

由传输线方程可得：

$$\dot{U}_2 = \dot{U}_1 \cos(\frac{2\pi}{\lambda}\times\frac{\lambda}{4}) - \mathrm{j}\dot{I}_1 Z_C \sin(\frac{2\pi}{\lambda}\times\frac{\lambda}{4}) = -\mathrm{j}0.1\angle 30^\circ \times 100 = 10\angle -60^\circ \text{V}$$

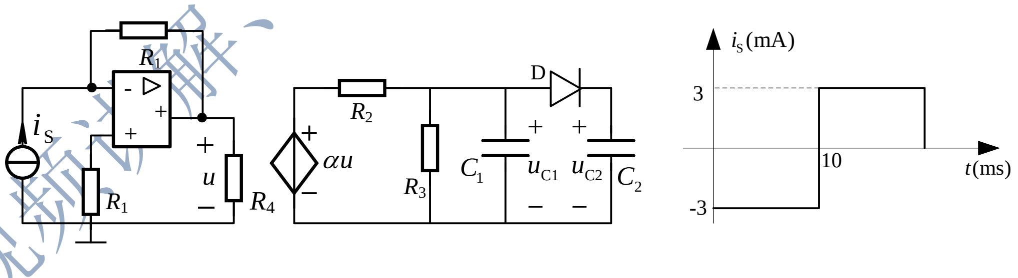
$$\dot{I}_{23} = \frac{\dot{U}_2}{Z_{23}} = \frac{10\angle -60^\circ}{-\mathrm{j}100} = 0.1\angle 30^\circ \text{A}$$

$$\dot{I}_{24} = \frac{\dot{U}_2}{Z_{24}} = \frac{10\angle -60^\circ}{\mathrm{j}100} = 0.1\angle -150^\circ \text{A}$$

$$\dot{U}_3 = \dot{U}_2 \cos(\frac{2\pi}{\lambda}\times\frac{\lambda}{8}) - \mathrm{j}\dot{I}_{23} Z_C \sin(\frac{2\pi}{\lambda}\times\frac{\lambda}{8}) = \frac{\sqrt{2}}{2}(10\angle -60^\circ - \mathrm{j}0.1\angle 30^\circ \times 100 = 10\sqrt{2}\angle -60^\circ \text{V}$$

$$\dot{I}_4 = \dot{I}_{24} \cos(\frac{2\pi}{\lambda}\times\frac{\lambda}{8}) - \mathrm{j}\frac{\dot{U}_2}{Z_C}\sin(\frac{2\pi}{\lambda}\times\frac{\lambda}{8}) = \frac{\sqrt{2}}{2}(0.1\angle -150^\circ - \mathrm{j}\frac{10\angle -60^\circ}{100}) = 0.1\sqrt{2}\angle -150^\circ \text{A}$$

六、(18 分)图 6(a)所示包含理想二极管 D 的电路中，已知 $R_1 = 1\text{k}\Omega, R_2 = 6\text{k}\Omega, R_3 = R_4 = 3\text{k}\Omega$，$C_1 = C_2 = 3\mu\text{F}, \alpha = 1$，激励电流源的波形图如图 6（b）所示，设电容电压 $u_{C1}(t), u_{C2}(t)$ 的初始值均为零。试求 $0 < t < 20ms$ 时间范围内电容电压 $u_{C1}(t), u_{C2}(t)$ 。



(a)　　　　　　(b)

图 6

解：　$i_S = \begin{cases} -3\text{mA} & 0 \le t < 10\text{ms} \\ 3\text{mA} & 10\text{ms} \le t < 20\text{ms} \end{cases}$

由运放特性得 $\alpha u = -R_1 i_S = \begin{cases} 3\text{V} & 0 \le t < 10\text{ms} \\ -3\text{V} & 10\text{ms} \le t < 20\text{ms} \end{cases}$

当 $0 < t < 10\text{ms}$ 时，二极管导通，按三要素法求电容电压。

当 $i_S=0$ ，则控制量 $u=0$ ，受控源 $\alpha u=0$。从电容向左看的等效电阻为：

$R=R_2 \| R_3=2\mathrm{k}\Omega$　（||表示并联）

总电容 $C=C_1+C_2=6\mu\mathrm{F}$

时间常数 $\tau=RC=2\times10^3\times6\times10^{-6}=1.2\times10^{-2}\mathrm{s}$

稳态值 $u_{C1}(\infty)=1\mathrm{V}$

由三要素公式得：

$u_{C1}(t)=u_{C2}(t)=[1-\mathrm{e}^{-(250/3)t}]\mathrm{V}\quad 0\le t<10^{-2}\mathrm{s}$

当 $t=10^{-2}\mathrm{s}$ 时，$u_{C1}(10^{-2})=u_{C2}(10^{-2})=3[1-\mathrm{e}^{-2.5/3}]=1.7\mathrm{V}$

当 $t\ge10^{-2}\mathrm{s}$ 时，二极管截止。令 $t'=t-10^{-2}$

则时间常数 $\tau'=RC_1=2\times10^3\times3\times10^{-6}=0.6\times10^{-2}\mathrm{s}$

稳态值 $u_{C1}(\infty)=-3\mathrm{V}$

由三要素公式得：$u_{C1}(t')=-3+4.7\mathrm{e}^{-(500/3)t'}]\mathrm{V}$

再变换到原时间 t 上得：$u_{C1}(t)=-3+4.7\mathrm{e}^{-(500/3)(t-0.01)}]\mathrm{V}\quad 0.01\mathrm{s}\le t\le0.02\mathrm{s}$

$u_{C2}(t)=1.7\mathrm{V}\quad 0.01\mathrm{s}\le t\le0.02\mathrm{s}$

七、（18 分）电路如图 7(a)所示，N 为线性电阻网络，$C=\dfrac{1}{500}\mathrm{F}$，当 $u_1(t)=1(t)$ （$1(t)$ 为单位阶跃函数）时，输出 $u_2(t)=0.5(1+\mathrm{e}^{-10t})1(t)\mathrm{V}$，$u_C(\infty)=0.5\mathrm{V}$。现将电容 C 换成电感 $L=0.5\mathrm{H}$ （见图 7(b)所示），（1）求网络函数 $H(s)=\dfrac{U_2(s)}{U_1(s)}$；（2）当输入 $u_1(t)=\mathrm{e}^{-200t}1(t)\mathrm{V}$，求输出 $u_2(t)$ 的零状态响应；（3）当输入 $u_1(t)=[10+100\sqrt{2}\sin100t]1(t)\mathrm{V}$ 时，求 $u_L(t)$ 的稳态分量。

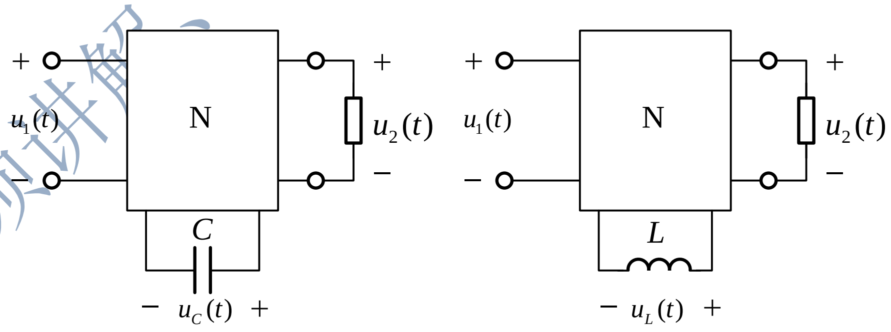


图 7

解：（1）当接电容时，网络函数为

$$H(s)=\frac{U_2(s)}{U_1(s)}=\frac{0.5(\frac{1}{s}+\frac{1}{s+10})}{1/s}=\frac{s+5}{s+10}$$

将网络函数变换为关于 $Z_C(s)=500/s$ 的函数。

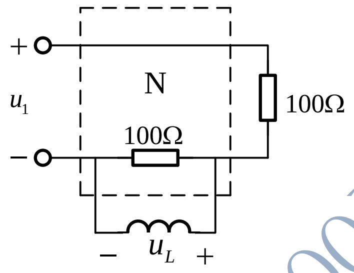
$$H(s)=\frac{s+5}{s+10}=\frac{1+5/s}{1+10/s}=\frac{100+500/s}{100+2\times500/s}=\frac{100+Z_C(s)}{100+2Z_C(s)}$$

当接电感时，$Z_L(s)=0.5s$，用 $Z_L(s)=0.5s$ 替换 $Z_C(s)$ 得

$$H(s)=\frac{100+Z_L(s)}{100+2Z_L(s)}=\frac{100+0.5s}{100+s}$$

（2）$U_2(s)=H(s)U_1(s)=\dfrac{100+0.5s}{100+s}\times\dfrac{1}{200+s}=\dfrac{0.5}{s+100}$ $R_i=u_{\mathrm{OC}}/i_{\mathrm{SC}}=20/5=4\Omega$，所以零状态响应 $u_2(t)=0.5\mathrm{e}^{-100t}\mathrm{V}$

（3）根据网络函数，画出网络的等效电路如下图所示。



当直流分量单独作用时，电感短路，$u_{L(0)}=0$。

当交流分量 $\dot{U}_{1(1)}=100\angle0°\mathrm{V}$ 单独作用时，在等效电路中列写节点方程如下：

$$\left(\frac{1}{100}+\frac{1}{100}+\frac{1}{\mathrm{j}50}\right)\dot{U}_{L(1)}=\frac{100\angle0°}{100}$$

解得 $\dot{U}_{L(1)}=25\sqrt{2}\angle45°\mathrm{V}$

稳态分量 $u_L(t)=50\sin(100t+45°)\mathrm{V}$

八、（16 分）电路如图 8 所示，已知 u_{S} 是正弦交流电压源，$R=2\Omega$，（1）求双端口网络 N_1 的传输参数矩阵；（2）设计一个对称的阻性双端口网络 N_2，当选择 $R_1=1\Omega$ 时，问如何选择恰当的电阻 R_2，可以使得输出电压有效值满足 $U_0=\dfrac{1}{6}U_{\mathrm{S}}$。

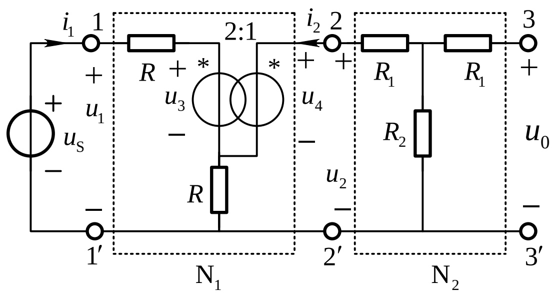


图 8

解：(1)由理想变压器的特性有 $i_1=0.5(-i_2)$， $u_3=2u_4$。

对端口 2 和 1 分别列写电压方程有

$$u_2=u_4+R(i_1+i_2)=u_4+2(i_1+i_2)$$

$$u_1=Ri_1+u_3+R(i_1+i_2)=2u_4+2(i_1+i_2)+2i_1=2u_2+2(-i_2) \qquad (1)$$

$$\text{所以传输参数矩阵为}\mathbf{T}=\begin{bmatrix}2 & 2\Omega\\ 0 & 0.5\end{bmatrix}$$

(2)先求端口 2 向左看的戴维南等效电路。

当端口 2 开路时，由式（1）得

开路电压 $u_{oc}=u_2|_{i_2=0}=0.5u_1=0.5u_S$

当端口 1 短路时，由式（1）得等效电阻 $R_i=u_2/i_2=1\Omega$，

所以 $u_0=\dfrac{R_2}{R_i+R_1+R_2}\times u_{oc}=\dfrac{R_2}{2+R_2}\times 0.5u_s=\dfrac{1}{6}u_s$

解得 $R_2=1\Omega$

九、(10 分)电路如图 9 所示，A 为线性定常含源电阻网络，当开关 S 断开时，测得 $I_1=2\text{A}$，$I_2=5\text{A}$，$U=10\text{V}$；当开关 S 闭合时，且当可变电阻 $R=6\Omega$ 时，测得 $I_1=4\text{A}$，$I_2=7\text{A}$，同样当开关 S 闭合时，在可变电阻 $R=4\Omega$ 时，它获得最大功率。试问调节电阻 R 为多少时，能够使 $2I_1=I_2$？

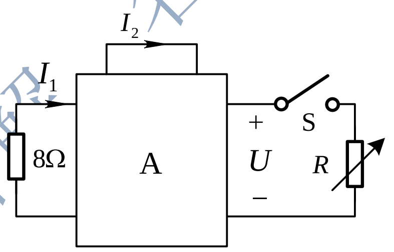
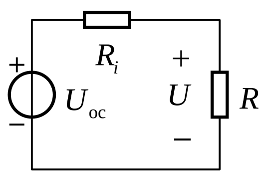


图 9



(a)

解：将 R 以外电路用戴维南电路等效，如图(a)所示。由给定条件得：

开路电压 $U_{oc}=10\text{V}$，等效电阻 $R_i=4\Omega$。当 $R=6\Omega$ 时，

$$U=\frac{R}{R+R_i}\times U_{oc}=\frac{6}{6+4}\times 10\text{V}=6\text{V}$$

用电压源 U 替代端口电压 U，由叠加定理有

$I_1=k_1U+k_2$ （1）

$I_2=k_3U+k_4$ （2）

根据给定条件有 $\begin{cases} 2=10k_1+k_2 \\ 4=6k_1+k_2 \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} k_1=-0.5 \\ k_2=7 \end{cases}$

$\begin{cases} 5=10k_3+k_4 \\ 7=6k_3+k_4 \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} k_3=-0.5 \\ k_4=10 \end{cases}$

若使 $2I_1=I_2$，则 $2(k_1U+k_2)=k_3U+k_4$ 即

$$-U+14=-0.5U+10 \quad 解得 U=8\text{V}$$

由戴维南等效电路得 $U=\dfrac{R}{R+4}\times 10=8$，解得：$R=16\Omega$

10 西安交通大学 2008 年研究生入学考试电路试题解答

一、（10 分）已知图 1 所示电路，求 U， I 。

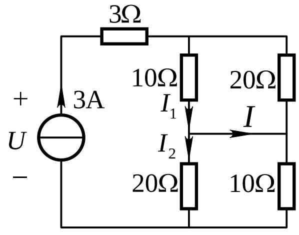


图 1

解：从电流源两端看的总电阻为

$$R=3+\frac{10\times20}{10+20}+\frac{10\times20}{10+20}=\frac{20}{20}\Omega$$

$$U=R\times3\text{A}=49$$

$$I_1=\frac{20}{10+20}\times3\text{A}=2\text{A}，\quad I_2=\frac{10}{10+20}\times3\text{A}=1\text{A}$$

$$I=I_1-I_2=2\text{A}-1\text{A}=1\text{A}$$

二、（10 分）已知图 2 所示电路，应用叠加定理求 I 。

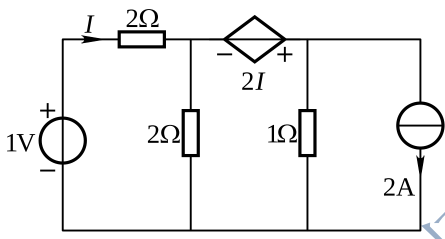
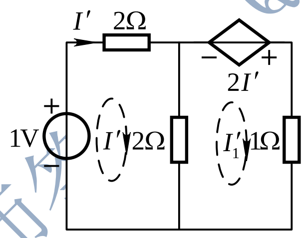
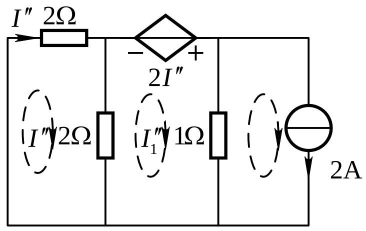


图 2



(a)



(b)

解：当电压源单独作用时，选回路如图(a)所示。列写回路方程如下：

$$(2+2)I'-2I_1'=1$$

$$-2I'+(2+1)I_1'=2I_1'$$

解得　$I'=0.75\text{A}$

当电流源单独作用时，选回路如图(b)所示。列写回路方程如下：

$$(2+2)I''-2I_1''=0$$

$$-2I''+(2+1)I_1''-1\times2\text{A}=2I_1''$$

解得　$I''=1\text{A}$

所以 $I=I'+I''=1.75\text{A}$

三、（10 分）已知图 3 所示电路，u_i=1V，求 u_o 。

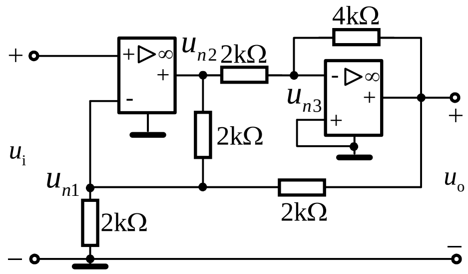


图 3

解：由运放特性可得 $u_{n1}=u_i=1\text{V}$， $u_{n3}=0$

$$\frac{u_{n2}-u_{n1}}{2\text{k}\Omega}+\frac{u_o-u_{n1}}{2\text{k}\Omega}=\frac{u_{n1}}{2\text{k}\Omega} \qquad \Rightarrow u_{n2}+u_o=3\text{V} \qquad （1）$$

$$\frac{u_{n2}-u_{n3}}{2\text{k}\Omega}=\frac{u_{n3}-u_o}{4\text{k}\Omega}， \quad \Rightarrow u_{n2}=-0.5u_o \qquad （2）$$

由（1）和（2）解得 u_o=6V

四、（10 分）已知图 4 所示电路，电路原已达稳态，$t=0\text{s}$ 时开关 S 闭合，求开关 S 闭合后的电流 $i(t)$。

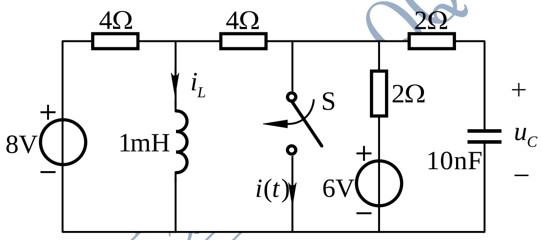


图 4

解：当 $t<0$ 时，电感短路，电容开路。

$$i_L(0_-)=\frac{8\text{V}}{4\Omega}+\frac{6\text{V}}{4\Omega+2\Omega}=3\text{A}，\quad u_C(0_-)=\frac{4\Omega\times 6\text{V}}{4\Omega+2\Omega}=4\text{V}$$

换路后，变为两个独立的一阶电路。

从电感两端看的等效电阻为 $R_L=4\,||\,4=2\Omega$，时间常数 $\tau_L=L/R_L=0.5\times10^{-3}\text{s}$

从电容两端看的等效电阻为 $R_C=2\Omega$，时间常数 $\tau_C=R_C C=2\times10^{-8}\text{s}$

达到稳态时 $i_L(\infty)=\dfrac{8\text{V}}{4\Omega}=2\text{A}$， $u_C(\infty)=0$

由三要素公式得

$$i_L(t)=[2+\text{e}^{-2\times10^3 t}]\text{A}$$

$$u_C(\infty)=[4\text{e}^{-5\times10^7 t}]\text{V}$$

$$i(t)=\frac{6\text{V}}{2\Omega}+\frac{u_C}{2\Omega}+\frac{L\dfrac{\text{d}i_L}{\text{d}t}}{4\Omega}=[3+2\text{e}^{-5\times10^7 t}-0.5\text{e}^{-2\times10^3 t}]\text{A}$$

五、（10 分）图 5 所示正弦稳态电路角频率为 1000rad/s。N 为线性阻抗网络，其功率

因数为 0.707（感性），吸收的有功功率为 500W。若要使 N 吸收的有功功率达到最大，需在其两端并联多大的电容？N 吸收的最大有功功率为多少？

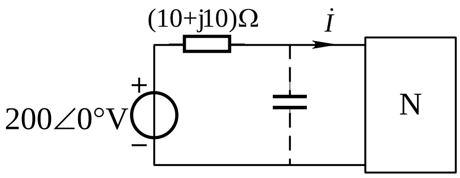


图 5

解：网络 N 的功率因数为 0.707，对应的阻抗角为$\varphi=45°$。设其阻抗为$Z=R+\mathrm{j}R$。

未并联电容前

$$\dot{I}=\frac{200\angle 0°}{10+\mathrm{j}10+R+\mathrm{j}R}=\frac{100\sqrt{2}}{R+10}\angle -45°$$

网络 N 吸收的有功功率

$$P=I^2R=\left(\frac{100\sqrt{2}}{R+10}\right)^2\times R=500 \qquad \text{解得} \quad R=10\Omega$$

并联电容后，从网络 N 向左看的等效导纳为

$$Y_i=\frac{1}{10+\mathrm{j}10}+\mathrm{j}\omega C=0.05+\mathrm{j}(\omega C-0.05)$$

当网络 N 的导纳 Y 和等效导纳Y_i为共轭相等时，网络 N 可以获得最大功率。即

$$\frac{1}{10+\mathrm{j}10}=0.05-\mathrm{j}(\omega C-0.05) \quad \text{解得}\, C=10^{-4}\mathrm{F}，\ X_C=1/(\omega C)=10\Omega$$

从网络 N 向左看的开路电压为

$$\dot{U}_{\mathrm{oc}}=\frac{-\mathrm{j}X_C}{10+\mathrm{j}10-\mathrm{j}X_C}\times 200\angle 0°=200\angle -90°\mathrm{V}$$

网络 N 获得的最大功率为

$$P_{\max}=\frac{U_{\mathrm{oc}}^2}{4R}=\frac{200^2}{4\times 10}=1000\mathrm{W}$$

六、（10 分）图 6 所示正弦稳态电路发生谐振时，安培表 1 的读数为 12A，安培表 2 的读数为 20A，求此时安培表 3 的读数。

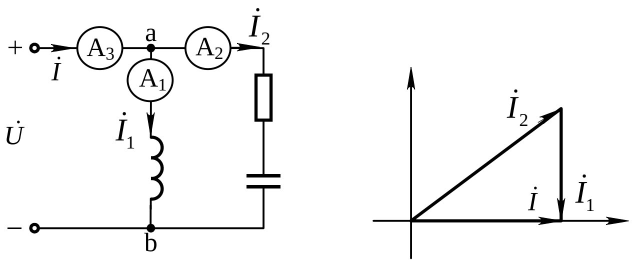
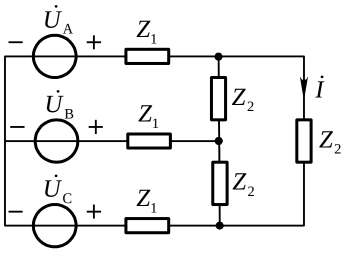


图 6　　　　　　　　　　(a)

解：画出相量图如图(a)所示，由相量图可看出三个电流之间的关系。

安培表 3 的读数为 $I=\sqrt{I_2^2-I_1^2}=\sqrt{20^2-12^2}=16\text{A}$

七、（10 分）图 7 所示对称三相电路线电压为 380V，$Z_1=(110-\text{j}110)\Omega$，$Z_2=(330+\text{j}330)\Omega$，求 I。



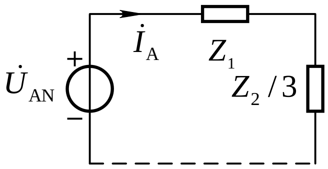


图 7　　　　　　　　　　(a)

解：取 A 相计算，设 $\dot{U}_{\text{AN}}=220\angle0°\text{V}$，等效电路如图(a)所示。

$$\dot{I}_{\text{A}}=\frac{\dot{U}_{\text{AN}}}{Z_1+Z_2/3}=\frac{220\angle0°}{110-\text{j}110+110-\text{j}100}=1\angle0°\text{A}$$

负载的相电流 $I=I_{\text{A}}/\sqrt{3}=0.577\text{A}$

八、（10 分）图 8 所示电路为对称三相电路。已知功率表 1 读数为 -300W，功率表 2 读数为 300W，求开关 S 断开后两个功率表的读数。

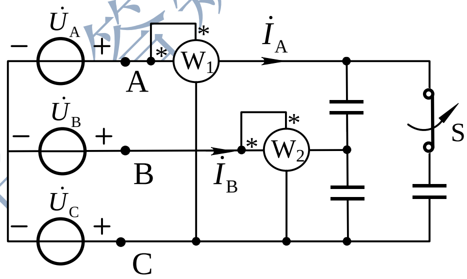


图 8

解：设 $\dot{U}_{\text{A}}=U\angle0°\text{V}$，则 $\dot{U}_{\text{AB}}=\sqrt{3}U\angle30°\text{V}$，$\dot{U}_{\text{BC}}=\sqrt{3}U\angle-90°\text{V}$，$\dot{U}_{\text{AC}}=-\sqrt{3}U\angle150°=\sqrt{3}U\angle-30°\text{V}$。

开关 S 断开前，取 A 相计算，等效电路如图(a)所示。

$$\dot{I}_{\text{A}}=\frac{\dot{U}_{\text{A}}}{-\text{j}X_C/3}=\frac{U\angle0°}{-\text{j}X_C/3}=\frac{3U}{X_C}\angle90°\text{A}$$

由对称关系 $\dot{I}_{\text{B}}=\dfrac{3U}{X_C}\angle-30°\text{A}$

功率表 2 读数为 $W_2=U_{BC}I_B\cos(\varphi_{u_{BC}}-\varphi_{i_B})=\sqrt{3}U\times\dfrac{3U}{X_C}\cos(-90°+30°)=\dfrac{1.5\sqrt{3}U^2}{X_C}=300$

当开关断开后

$$\dot I_A=\frac{\dot U_{AB}}{-jX_C}=\frac{\sqrt{3}U\angle 30^\circ}{-jX_C}=\frac{\sqrt{3}U}{X_C}\angle 120^\circ A$$

$$\dot I_B=\frac{\dot U_{BC}}{-jX_C}-\frac{\dot U_{AB}}{-jX_C}=\frac{\sqrt{3}U\angle -90^\circ}{-jX_C}+\frac{\sqrt{3}U\angle 30^\circ}{jX_C}=\frac{3U}{X_C}\angle -30^\circ A$$

此时两个功率表的读数为

$$W_1=U_{AC}I_A\cos(\varphi_{u_{AC}}-\varphi_{i_A})=\sqrt{3}U\times\frac{\sqrt{3}U}{X_C}\cos(-30^\circ-120^\circ)=-\frac{1.5\sqrt{3}U^2}{X_C}=-300W$$

由于开关断开前后，B 相电流不变，电压也不变，所以表 2 的读数也不变，还是 300W。

九、（10 分）图 9 示电路中，$i_S(t)=1+\sqrt{2}\cos1000t$ A，$i_N(t)=0.5+0.5\sqrt{2}\cos1000t$ A，$R=10\Omega$，$L=10mH$，$C=200\mu F$。电路达到稳态后，求 $u(t)$ 和电流源 i_S 发出的平均功率。

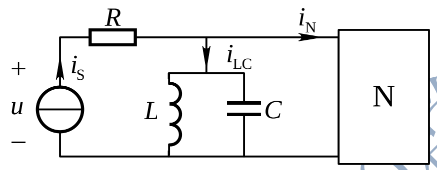


图 9

解：当直流 $i_{S(0)}=1A$ 单独作用时，电感短路。

$$U_{(0)}=R\times i_{S(0)}=10V,$$

$$P_{(0)}=R\times i_{S(0)}^2=10W$$

当交流 $\dot I_{S(1)}=1\angle 0^\circ A$ 单独作用时，$\dot I_{N(1)}=0.5\angle 0^\circ A$

$$\dot I_{LC(1)}=\dot I_{S(1)}-\dot I_{N(1)}=0.5\angle 0^\circ A$$

$$\omega L=10\Omega,\quad 1/(\omega C)=5\Omega,\quad Z_{LC}=\frac{j10\times(-j5)}{j10-j5}=-j10\Omega$$

$$\dot U_{(1)}=R\times\dot I_{S(1)}+Z_{LC}\dot I_{LC}=10\times1\angle 0^\circ+(-j10)\times0.5\angle 0^\circ=(10-j5)V$$

$$=5\sqrt{5}\angle -26.56^\circ=11.18\angle -26.56^\circ V$$

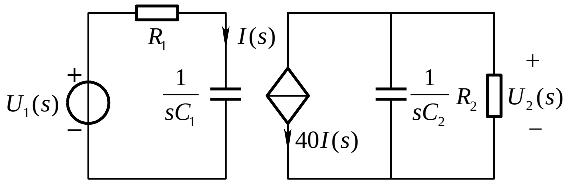
$$P_{(1)}=R\times I_{S(1)}^2=10W$$

$$P=P_{(0)}+P_{(1)}=20W$$

$$u(t)=[10+11.18\sqrt{2}\cos(1000t-26.56^\circ)]V$$

十、（10 分）图 10 所示电路中，已知 $R_1=10k\Omega$，$R_2=20k\Omega$，$C_1=100\mu F$，$C_2=200\mu F$。

(1)求网络函数 $H(s)=\dfrac{U_2(s)}{U_1(s)}$；(2)绘制网络函数的零、极点分布图。



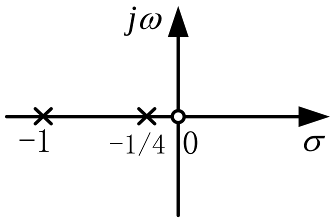


图 10　　　　　　　　　　　（a）

解：$I(s)=\dfrac{U_1(s)}{R_1+1/sC_1}$

$$U_2(s)=-40I(s)\times\frac{R_2\times(1/sC_2)}{R_2+1/sC_2}$$

$$H(s)=\frac{U_2(s)}{U_1(s)}=\frac{-40sR_2C_1}{(1+sR_1C_1)(1+sR_2C_2)}=\frac{-80s}{(s+1)(4s+1)}$$

网络函数的零、极点分布图如图(a)所示。

十一、（10 分）图 11 所示电路中，以 u_C， i_L 为状态变量，写出状态方程的标准形式。

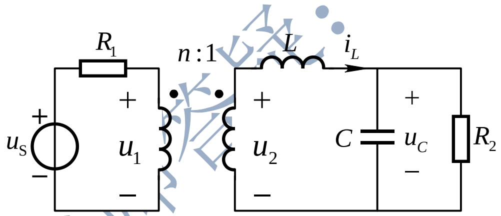


图 11

解：$C\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}=-\dfrac{u_C}{R_2}+i_L$

$$L\frac{\mathrm{d}i_L}{\mathrm{d}t}=-u_C+u_2$$

$$u_2=\frac{1}{n}u_1=\frac{1}{n}(u_S-R_1i_1)=\frac{1}{n}(u_S-R_1\frac{1}{n}i_L)=\frac{1}{n}u_S-\frac{R_1}{n^2}i_L$$

整理得

$$\begin{bmatrix}\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}\\ \dfrac{\mathrm{d}i_L}{\mathrm{d}t}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-\dfrac{1}{R_2C} & \dfrac{1}{C}\\ -\dfrac{1}{L} & -\dfrac{R_1}{n^2L}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}u_C\\ i_L\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0\\ \dfrac{1}{nL}\end{bmatrix}u_S$$

十二、（10 分）图 12 所示电路中，已知由线性电阻构成的二端口网络 N 的 T 参数矩阵为 $T=\begin{bmatrix}2 & 4\\ 0.25 & 1\end{bmatrix}$，当 R_L 为多大时可获最大功率？最大功率为多少？

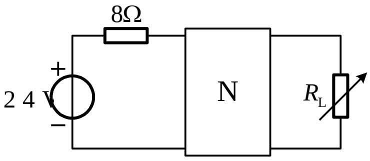
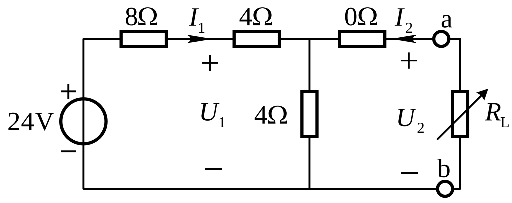


图 12



(a)

解：由传输参数可得传输方程：

$$U_1 = 2U_2 - 4I_2 \qquad (1)$$

$$I_1 = 0.25U_2 - I_2 \qquad (2)$$

将传输方程转换为阻抗方程形式

由式（2）得　$U_2 = 4I_1 + 4I$　代入（1）得

$$U_1 = 8I_1 + 4I_2$$

$$U_2 = 4I_1 + 4I_2$$

用 T 型电路等效二端口网络，如图（a）所示。ab 端左侧的戴维南等效电路为

开路电压　$U_{oc} = \dfrac{4}{8+4+4} \times 24 = 6\text{V}$

等效电阻　$R_i = \dfrac{(8+4)\times 4}{8+4+4} = 3\Omega$

当 $R_L = R_i = 3\Omega$ 时，它可以获得最大功率。

最大功率 $P_{max} = \dfrac{U_{oc}^2}{4R_i} = \dfrac{6^2}{4\times 3} = 3\text{W}$

十三、（10 分）图 13 所示电路中，已知非线性电阻 R 伏安特性的函数式为 $i = u + 2u^2$，求电流 i 的有效值 I。

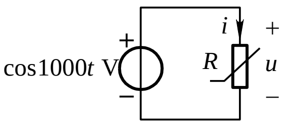


图 13

解：$i = u + 2u^2 = \cos 1000t + 2(\cos 1000t)^2 = \cos 1000t + 1 + \cos 2000t$

$= 1 + \cos 1000t + \cos 2000t$

有效值 $I = \sqrt{1^2 + (0.5\sqrt{2})^2 + (0.5\sqrt{2})^2} = \sqrt{2} = 1.414\text{A}$

十四、（10 分）图 14 所示电路中，左侧线圈自感 $L_1 = 2\text{mH}$，右侧线圈自感 $L_2 = 2\text{mH}$，两个线圈之间的互感 M 为 1mH。电路原已达稳态，$t = 0\text{s}$ 时开关闭合，求开关 S 闭合后的电流 $i(t)$。

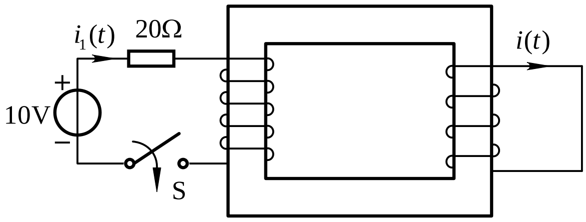


图 14

解：用复频域分析法求解。

由于为零状态，在复频域中没有附加电源。列复频域方程如下

$$(R+sL_1)I_1(s)-sMI(s)=\frac{10}{s}$$

$$sL_2I(s)-sMI_1(s)=0$$

代入数据化简得： $I(s)=\dfrac{(1/3)\times10^4}{s[s+(4/3)\times10^4]}=\dfrac{0.25}{s}-\dfrac{0.25}{s+(4/3)\times10^4}$

$$i(t)=0.25(1-\mathrm{e}^{-\frac{4}{3}\times10^4t})\mathrm{A}$$

十五、（10 分）图 15 所示电阻均为线性电阻，求 I。

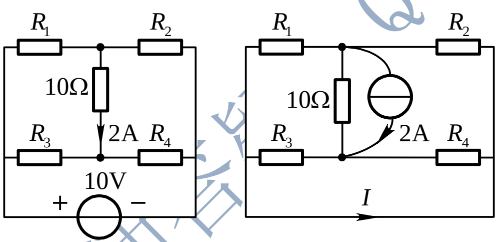


图 15

解：在右图中，将电流源与10Ω电阻并联等效为20V 电压源与10Ω电阻串联，由互易定理第一种形式及齐性定理得

$$I=-4\mathrm{A}$$

西安交通大学 2009 年研究生入学考试电路试题

一、（10 分）分别求图 1 所示电路中每个电压源的功率。

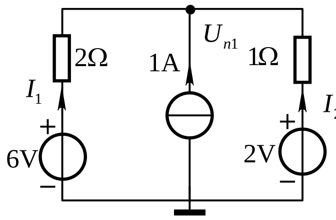


图 1

解：列写节点方程如下

$$U_{n1}(\frac{1}{2}+\frac{1}{1})=\frac{6}{2}+\frac{2}{1}+1=6 \quad 解得 U_{n1}=4\text{V}$$

$$I_1=\frac{6\text{V}-U_{n1}}{2\Omega}=1\text{A} \qquad I_2=\frac{2\text{V}-U_{n1}}{1\Omega}=-2\text{A}$$

每个电压源的发出的功率为

$$P_{6\text{V}}=6\text{V}\times I_1=6\text{W} \qquad P_{2\text{V}}=2\text{V}\times I_2=-4\text{V}$$

二、（10 分）求图 2 所示电路中的U 、I 。

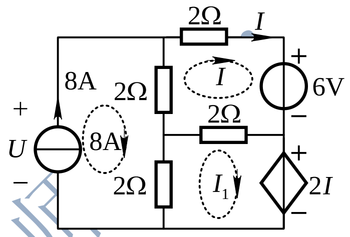


图 2

解：选回路如图所示，列写回路方程如下：

$$(2+2+2)I-2\times I_1-2\times 8\text{A}=-6\text{V}$$

$$-2I+(2+2)\times I_1-2\times 8\text{A}=-2I$$

解得$I_1=4\text{A}$， $I=3\text{A}$

$$U=2\times(8-I)+2\times(8-I_1)=18\text{V}$$

三、（10 分）图 3 所示电路原已达稳态，$t=0\text{s}$ 时开关 S 闭合。求$t\geq 0$时的$i_L(t)$ 。

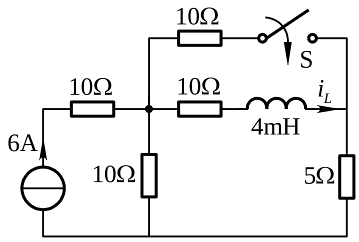


图 3

解：初始值 $i_L(0_+)=i_L(0_-)=\dfrac{10}{10+10+5}\times 6\text{A}=2.4\text{A}$

稳态值 $i_L(\infty)=(\dfrac{10}{10+10\|10+5}\times 6)\times\dfrac{10}{10+10}=1.5\text{A}$

等效电阻 $R_\text{i}=10+\dfrac{(10+5)\times 10}{10+5+10}=16\Omega$

时间常数 $\tau=\dfrac{L}{R_\text{i}}=\dfrac{4\times 10^{-3}}{16}=2.5\times 10^{-4}\text{s}$

由三要素公式得：$i_L(t)=[1.5+0.9\text{e}^{-4\times 10^3 t}]\text{A}\quad(t\geq 0)$

四、（10 分）图 4 所示电路原已达稳态，$t=0\text{s}$ 时开关 S 断开。求 $t\geq 0$ 时的 $u_C(t)$。

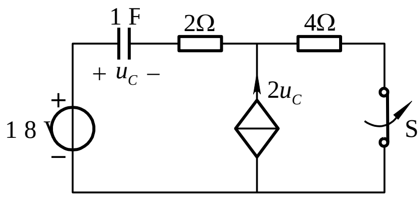
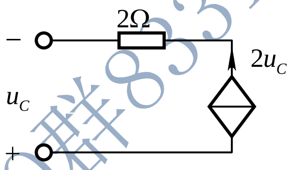


图 4



(a)

解：当 $t<0$ 时，

$$u_C(0_-)+4\Omega\times 2u_C(0_-)=18\text{V}，\text{解得}\,u_C(0_-)=2\text{V}$$

当 $t\to\infty$ 时，由受控电流源可得 $u_C(\infty)=0$

求等效电阻的电路如图(a)所示

$$R_\text{i}=\frac{u_C}{2u_C}=0.5\Omega$$

时间常数 $\tau=R_\text{i}C=0.5\text{s}$

由三要素公式得：$u_C(t)=2\text{e}^{-2t}\text{V}\quad(t\geq 0)$

五、（10 分）图 5 中 R 为可变电阻，当 R 为多少时它可获得最大功率？并求此最大功率。

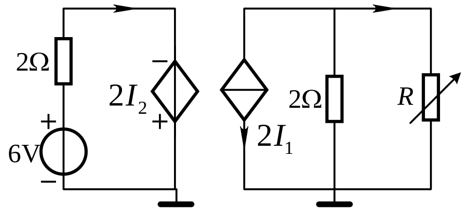


图 5

解：当 R 开路时，$I_2=0$，受控源 $2I_2=0$

$I_1 = \dfrac{6\text{V}}{2\Omega} = 3\text{A}$

R 两端的开路电压为 $U_{\text{oc}} = -2\Omega \times 2I_1 = -12\text{V}$

当 R 短路时，短路电流 $I_{\text{sc}} = I_2 = -2I_1$

$I_1 = \dfrac{6\text{V}+2I_2}{2\Omega} = \dfrac{6\text{V}-4I_1}{2\Omega}$　　解得 $I_1 = 1\text{A}$，　所以 $I_{\text{sc}} = -2\text{A}$

等效电阻 $R_{\text{i}} = U_{\text{oc}} / I_{\text{sc}} = -12/(-2) = 6\Omega$

当 $R = R_{\text{i}} = 6\Omega$ 时，它可以获得最大功率

最大功率 $P_{\max} = \dfrac{U_{\text{oc}}^2}{4R_{\text{i}}} = \dfrac{(-12)^2}{4\times 6} = 6\text{W}$

六、（10 分）图 6 所示电路为正弦稳态电路，已知 $\dot{U}_{\text{s}} = 20\angle 0^\circ\ \text{V}$，电流表 A 读数为 40A，电流表 A_2 的读数为 28.28A。（1）求电流表 A_1 的读数；（2）求 ωL 和 ωC。

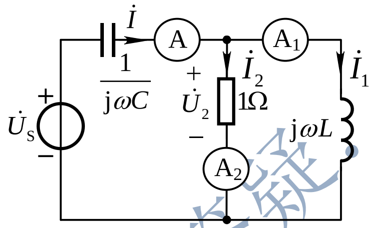
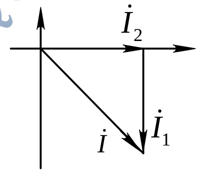


图 6



(a)

解：以 $\dot{U}_2$ 为参考正弦量，画出三个电流相量如图(a)所示。

电流表 A_1 的读数 $I_1 = \sqrt{I^2 - I_2^2} = \sqrt{40^2 - (20\sqrt{2})^2} = 20\sqrt{2} = 28.28\text{A}$

由 A_1 和 A_2 的读数相等得 $\omega L = R = 1\Omega$

电路的总阻抗 $Z = \dfrac{1\times \text{j}}{1+\text{j}} - \text{j}X_C = 0.5 + \text{j}(0.5 - X_C)$

$|Z| = \sqrt{0.5^2 + (0.5 - X_C)^2} = \dfrac{U_{\text{S}}}{I} = 0.5$　　解得 $X_C = 0.5\Omega$　$\omega C = 2\text{S}$

七、（10 分）图 7 所示电路为正弦稳态电路，已知电压表读数为 50V，电流表读数为 1A，功率表读数为 30W。求 R 和 ωL。

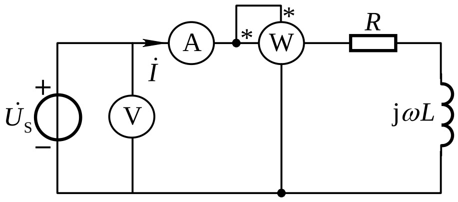
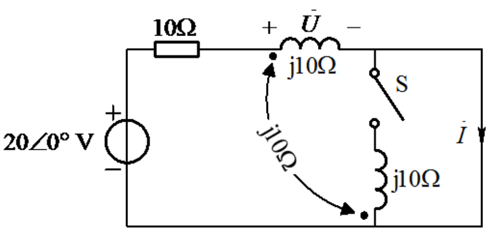


图 7

解：有功功率 $P = I^2 R = 30$　　解得　$R = 30\Omega$

$$|Z|=\sqrt{R^2+(\omega L)^2}=\frac{U_S}{I}=50\quad 解得\quad \omega L=40\Omega$$

八、（10 分）图 8 所示电路为含耦合电感的正弦稳态电路。（1）开关 S 断开时，求 $\dot U$ 、 $\dot I$ ；（2）开关 S 闭合时，求 $\dot U$ 、 $\dot I$ 。



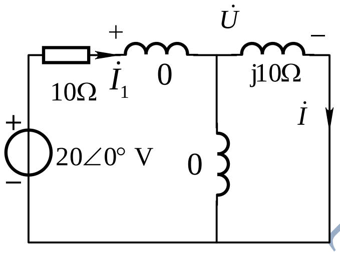


图 8　　　　　　(a)

解：开关 S 断开时，两个线圈没有互感，电路总阻抗为

$$Z=(10+\mathrm{j}10)\Omega$$

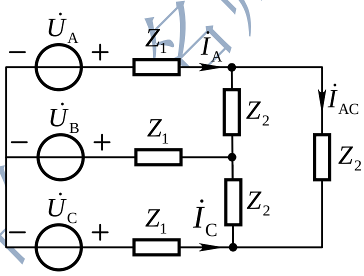
$$\dot I=\frac{20\angle 0^\circ}{10+\mathrm{j}10}=\sqrt2\angle-45^\circ\mathrm{A}\quad ,$$

$$\dot U=\mathrm{j}10\times\dot I=\mathrm{j}10\times\sqrt2\angle-45^\circ=10\sqrt2\angle45^\circ\mathrm{V}$$

开关 S 闭合时，消去互感，等效电路如图(a)所示。由等效电路可得

$$\dot I=0,\quad \dot U=0$$

九、（10 分）图 9 所示电路为对称三相电路，相电压为 $\dot U_A=200\angle0^\circ\mathrm{V}$ ，$Z_1=Z_2=(150-\mathrm{j}150)\Omega$ 。（1）求 $\dot I_A$ 和 $\dot I_{AC}$；（2）求三个 Z_2 所产生的总的无功功率。



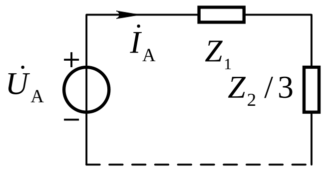


图 9

解：取 A 相计算，设 $\dot U_{AN}=220\angle0^\circ\mathrm{V}$ ，等效电路如图(a)所示。

$$\dot I_A=\frac{\dot U_A}{Z_1+Z_2/3}=\frac{200\angle0^\circ}{150-\mathrm{j}150+50-\mathrm{j}50}=\frac{\sqrt2}{2}\angle45^\circ\mathrm{A}$$

$$\dot I_C=\dot I_A\angle120^\circ=\frac{\sqrt2}{2}\angle165^\circ\mathrm{A}$$

$$\dot I_{AC}=-\dot I_{CA}=-\frac{\sqrt3}{3}\dot I_C\angle30^\circ=\frac{\sqrt6}{6}\angle15^\circ\mathrm{A}$$

$$Q=3\times(-5I_A^2)=-75$$

十、（10 分）图 10 所示电路为非正弦周期电路，已知 $u(t)=15\sqrt{2}\cos(1000t+45°)$ V，$R=10\Omega$，$L_1=1\text{mH}$，$L_2=(2/3)\text{mH}$，$u_S(t)=10+15\sqrt{2}\cos(1000t+45°)+20\sqrt{2}\cos(2000t-20°)$ V，(1)求 C_1 和 C_2；(2)求稳态时的 $u_1(t)$。

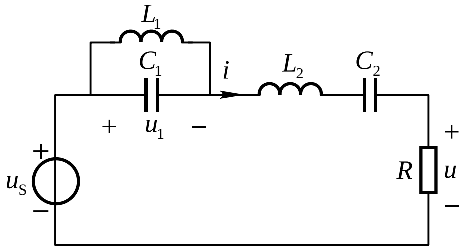


图 10

解：由 $u(t)$ 无二次谐波且基波与 $u_S(t)$ 的基波同相并且幅值相等可得：

L_1 和 C_1 对二次谐波发生并联谐振，整个电路对基波发生串联谐振，即

$$C_1=\frac{1}{2000^2L_1}=\frac{1}{2000^2\times10^{-3}}=0.25\times10^{-3}\text{F}$$

$$\text{j}1000L_2+\frac{1}{\text{j}1000C_2}+\frac{[\text{j}1000L_1]\times[1/(\text{j}1000C_1)]}{\text{j}1000L_1-1/(\text{j}1000C_1)}=0$$

解得　$C_2=0.5\times10^{-3}\text{F}$

解：当直流 $U_{S(0)}=10\text{V}$ 单独作用时，电感短路，电容开路。

$U_{1(0)}=0$

当基波 $\dot{U}_{S(1)}=15\angle45°\text{V}$ 单独作用时，$1000L_1=1\Omega$，$1/(1000C_1)=4\Omega$

$$\dot{I}_{(1)}=\frac{\dot{U}_{S(1)}}{R}=\frac{15\angle45°}{10}=1.5\angle45°\text{A}$$

$$\dot{U}_{(1)}=\frac{\text{j}1\times(-\text{j}4)}{\text{j}1-\text{j}4}\times1.5\angle45°=2\angle135°\text{V}$$

当二次谐波单独作用时，L_1 和 C_1 对二次谐波发生并联谐振，相当于开路，$u(t)$ 的二次谐波与 $u_S(t)$ 的二次谐波相同。所以

$u_1(t)=[2\sqrt{2}\cos(1000t+135°)+20\sqrt{2}\cos(2000t-20°)]\text{V}$，

十一、（10 分）图 11 所示电路中，已知电感上的初始电流为 0，$u_S(t)=\delta(t)+2e^{-t}$ V。根据运算法求 $u_L(t)$。

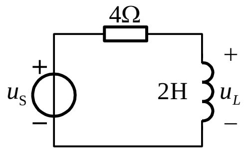
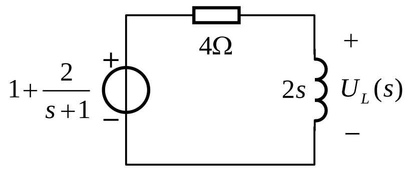


图 11



(a)

解：画出运算电路如图(a)所示。

$$U_L(s)=\frac{2s}{2s+4}\times(1+\frac{2}{s+1})=\frac{s(s+3)}{(s+1)(s+2)}=1+\frac{-2}{(s+1)(s+2)}=1+\frac{A_1}{s+1}+\frac{A_2}{s+2}$$

$$A_1=\frac{-2}{(s+2)}\Big|_{s=-1}=-2\text{，}\quad A_2=\frac{-2}{(s+1)}\Big|_{s=-2}=2$$

$$u_L(t)=[\delta(t)-2\mathrm{e}^{-t}+2\mathrm{e}^{-2t}]\mathrm{V}$$

十二、（10 分）求图 12 所示二端口电路的 T 参数。

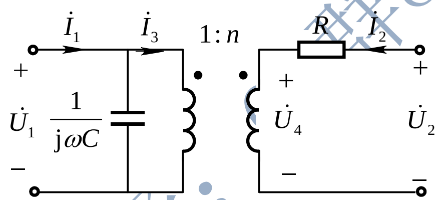


图 12

解：$\dot{U}_1=\dfrac{1}{n}\dot{U}_4=\dfrac{1}{n}(\dot{U}_2-R\dot{I}_2)=\dfrac{1}{n}\dot{U}_2+\dfrac{R}{n}(-\dot{I}_2)$

$\dot{I}_1=\mathrm{j}\omega C\dot{U}_1+\dot{I}_3=\dfrac{\mathrm{j}\omega C}{n}\dot{U}_2+\dfrac{\mathrm{j}\omega CR}{n}(-\dot{I}_2)+n(-\dot{I}_2)$

所以传输参数矩阵为 $T=\begin{bmatrix}\dfrac{1}{n} & \dfrac{R}{n}\\ \dfrac{\mathrm{j}\omega C}{n} & \dfrac{\mathrm{j}R\omega C}{n}+n\end{bmatrix}$

十三、（10 分）图 13 所示电路，以 u_{C1}、u_{C2} 为状态变量，写出状态方程的标准形式。

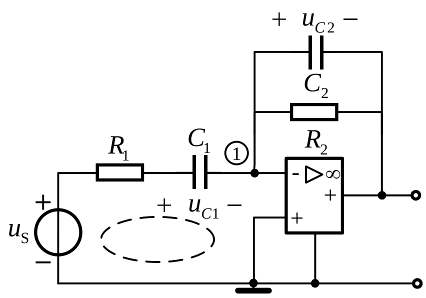


图 13

解：对图示的回路列写电压方程如下：

$$R_1C_1\frac{\mathrm{d}u_{C1}}{\mathrm{d}t}+u_{C1}=u_S$$

对图示的节点 1 列写电流方程如下：

$$C_1\frac{\mathrm{d}u_{C1}}{\mathrm{d}t}=C_2\frac{\mathrm{d}u_{C2}}{\mathrm{d}t}+\frac{u_{C2}}{R_2}$$

整理得：$\dfrac{\mathrm{d}u_{C1}}{\mathrm{d}t}=\dfrac{-1}{R_1C_1}u_{C1}+\dfrac{1}{R_1C_1}u_S$

$$\frac{\mathrm{d}u_{C2}}{\mathrm{d}t}=\frac{-1}{R_1C_2}u_{C1}+\frac{-1}{R_2C_2}u_{C2}+\frac{1}{R_1C_2}u_S$$

$$\begin{bmatrix}\dfrac{\mathrm{d}u_{C1}}{dt}\\ \dfrac{\mathrm{d}u_{C2}}{dt}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-\dfrac{1}{R_1C_1} & 0\\ -\dfrac{1}{R_1C_2} & -\dfrac{1}{R_2C_2}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}u_{C1}\\ u_{C2}\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}\dfrac{1}{R_1C_1}\\ \dfrac{1}{R_1C_2}\end{bmatrix}u_S$$

十四、（10 分）图 14 所示电路中，已知 $u=0.5\text{ V}$，$i=1\text{A}$，求 R 和 i_S。

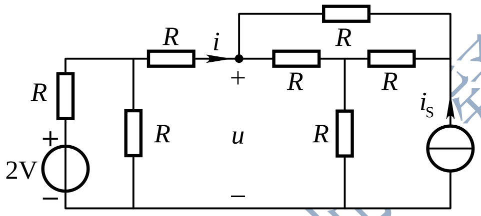
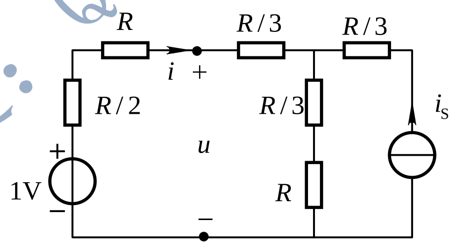


图 14



(a)

解：从 u 两端分别做等效，如图(a)所示。

从 u 两端向左看的端口特性为　$u=1\text{ V}-1.5R$

由 $u=0.5\text{ V}$，$i=1\text{ A}$　解得 $R=1/3\Omega$

$$u=i\times R/3+(i+i_S)\times 4R/3$$

$u=0.5\text{ V}$，$i=1\text{ A}$　解得 $i_S=-0.125\text{A}$

十五、（10 分）图 15 中 D 为理想二极管，开关 S 原为断开状态，电路在开关 S 为断开状态下达到稳态，$t=0\text{s}$ 时开关 S 闭合，$t=1\text{s}$ 时开关 S 重新断开。求 $t\geq 0$ 时电容电压 $u_C(t)$ 和电感电流 $i_L(t)$。

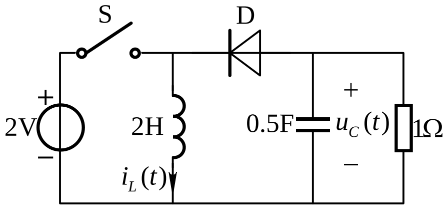
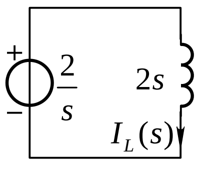
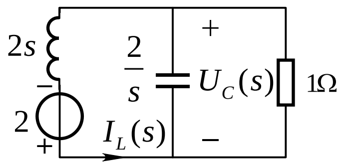


图 15



(a)



(b)

解：当$0\le t\le 1\text{s}$时，二极管为截止状态，$u_C(t)=0$。运算等效电路如图(a)所示

$$I_L(s)=\frac{2/s}{2s}=\frac{1}{s^2}$$

反变换得　　$i_L(t)=t$A

当$t=1\text{s}$时，$i_L(1)=1\text{A}$，二极管为导通状态。令$t_1=t-1$，再取拉普拉斯变换，等效电路如图(b)所示。

$$\left(\frac{1}{1}+0.5s+\frac{1}{2s}\right)U_C(s)=\frac{-2}{2s}$$

整理得　　　$U_C(s)=\dfrac{-2}{(s+1)^2}$

$$I_L(s)=\frac{U_C(s)+2}{2s}=\frac{\dfrac{-2}{(s+1)^2}+2}{2s}=\frac{s+2}{(s+1)^2}=\frac{1}{(s+1)^2}+\frac{1}{s+1}$$

反变换得$u_C(t_1)=-2t_1\mathrm{e}^{-t_1}$

$$i_L(t_1)=t_1\mathrm{e}^{-t_1}+\mathrm{e}^{-t_1}$$

再变换到t时刻

$u_C(t)=-2(t-1)\mathrm{e}^{-(t-1)}\,\text{V}$，　$t>1\text{s}$

$i_L(t)=(t-1)\mathrm{e}^{-(t-1)}+\mathrm{e}^{-(t-1)}=t\mathrm{e}^{-(t-1)}\,\text{A}$

重庆大学 2007 年研究生入学考试电路试题

一、正误判断：在下列各小题中，正确的在括号内打“√”，错误的在括号内打“×”。（每小题 4 分，共 20 分）

1．替代定理仅适用于线性电路。（ × ）

2．线性动态电路输入－输出方程的阶数等于电路中储能元件的个数。（ × ）

3．在感性负载两端并联适当的电容可提高电路的功率因数，但是不会改变电源输出的有功功率。（√ ）

4．网络函数定义为电路响应象函数 $R(s)$与激励象函数 $E(s)$之比。（ × ）

5．若某电路的网络函数的极点均位于 s 平面的左半平面内，则该电路是稳定的。（ √ ）

解：（1）错，替代定理也可用于非线性电路。

（2）错，多个相同的储能元件串联或并联对外相当于一个独立的储能元件。

（4）错，网络函数定义为在零状态下电路响应象函数 $R(s)$与激励象函数 $E(s)$之比

二、简算题：计算下列各小题，写出计算过程。（每小题 8 分，共 40 分）

1、求图 1 所示电路中 2A 独立电流源发出的功率。

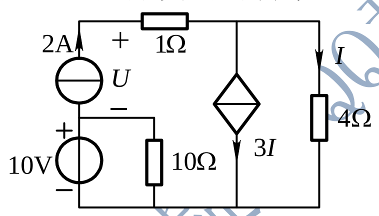


图 1

解：$I+3I=2\text{A}$　解得 $I=0.5\text{A}$

$U=1\Omega\times 2\text{A}+4\Omega\times I-10\text{V}=-6\text{V}$

电流源发出的功率为 $P=U\times 2\text{A}=-12\text{W}$。

2、图 2 所示电路在开关闭合前已工作了很长时间，求开关支路电流的初始值 $i(0_+)$。

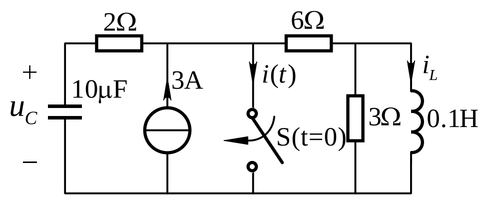


图 2

解：换路前，电感短路，电容开路，则

$i_L(0_+)=i_L(0_-)=3\text{A}$，　$u_C(0_+)=u_C(0_-)=3\Omega\times i_L(0_-)=18\text{V}$

换路后

$$i(0_+)=\frac{u_C(0_+)}{2\Omega}+3\text{A}-\frac{i_L(0_+)\times 3\Omega}{3\Omega+6\Omega}=11\text{A}$$

3、在图 3 所示电路中，已知 $u_1(t)=10\sqrt{2}\sin 2t\,\text{V}$，$u_2(t)=6\,\text{V}$，求电流表Ⓐ的读数。（注：电流表为理想情况，读数为有效值）

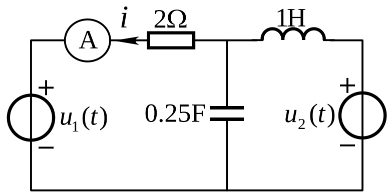


图 3

解：当直流，$u_2(t)=6\text{V}$ 单独作用时，$I_{(0)}=\dfrac{6\text{V}}{2\Omega}=3\text{A}$

当交流 $u_1(t)=10\sqrt{2}\sin 2t\ \text{V}$ 单独作用时，$\omega L=2\Omega$，$1/(\omega C)=2\Omega$

LC 发生并联谐振，相当于开路，$I_{(1)}=0$。

所以，电流表Ⓐ的读数为3A

4、在图 4 所示正弦交流电路中，已知电压源的输出功率为 650W，负载 R_L 吸收的功率为 400W，求理想变量器的变比 n。

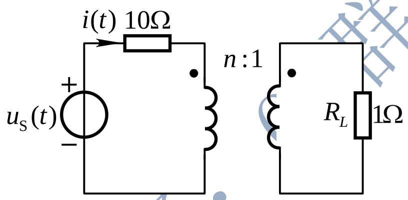


图 4

解：10Ω 电阻吸收的功率为 $P_1=I^2\times 10\Omega=650-400=250\text{W}$，解得 $I=5\text{A}$

从变压器原边看1Ω 电阻吸收的功率为 $P_1=I^2\times(n^2\times 1\Omega)=400\text{W}$

解得 $n=4$

5、求图 5 所示电路中的电压 $u(t)$。

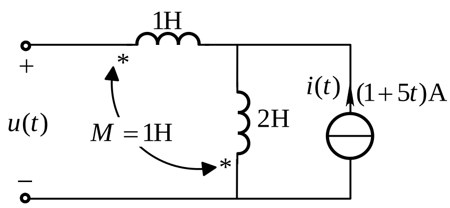


图 5

解：$u(t)=L_2\dfrac{\text{d}i}{\text{d}t}-M\dfrac{\text{d}i}{\text{d}t}=5\text{V}$

三、求图 6 所示电路中的电流 I。（15 分）

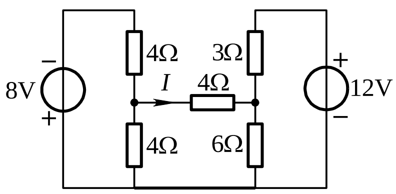


图 6

解：将支路 I 两侧电路分别作戴维南等效，

左侧等效参数为：开路电压 $U_{\mathrm{oc1}}=-4\mathrm{V}$，等效电阻 $R_1=2\Omega$

右侧等效参数为：开路电压 $U_{\mathrm{oc2}}=8\mathrm{V}$，等效电阻 $R_1=2\Omega$

所以 $I=-\dfrac{8+4}{2+2+4}=-1.5\mathrm{A}$

四、求图 7 所示电路中的电流 I。（15 分）

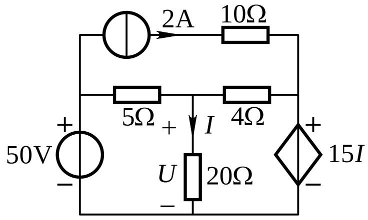


图 7

解：列写节点方程

$$(\frac{1}{5}+\frac{1}{4}+\frac{1}{20})U-\frac{1}{5}\times 50\mathrm{V}-\frac{1}{4}\times 15I=0$$

$$I=\frac{U}{20}$$

解得 $U=32\mathrm{V}$，$I=1.6\mathrm{A}$

五、图 8 所示电路在开关闭合前已工作了很长时间，求 $t>0$ 时的 $i_L(t)$ 和 $u_C(t)$。（15 分）

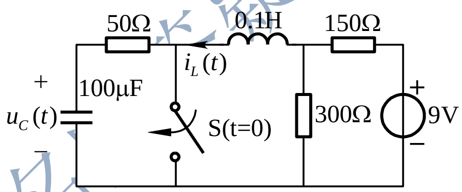


图 8

解：当 $t<0$ 时，电感短路，电容开路。

$$i_L(0_+)=i_L(0_-)=0，\quad u_C(0_+)=u_C(0_-)=\frac{300\Omega\times 9\mathrm{V}}{300\Omega+150\Omega}=6\mathrm{V}$$

换路后，变为两个独立的一阶电路。

从电感两端看的等效电阻为 $R_L=300\,||\,150=100\Omega$，

时间常数 $\tau_L=L/R_L=10^{-3}\mathrm{s}$

从电容两端看的等效电阻为 $R_C=50\Omega$，时间常数 $\tau_C=R_C C=5\times 10^{-3}\mathrm{s}$

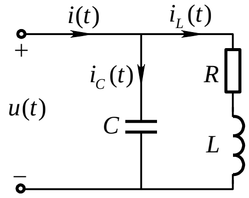
达到稳态时 $i_L(\infty)=\dfrac{9\mathrm{V}}{150\Omega}=0.06\mathrm{A}$，$u_C(\infty)=0$

由三要素公式得

$$i_L(t)=0.06(1-\mathrm{e}^{-10^3 t}]\mathrm{A}$$

$$u_C(\infty)=6\mathrm{e}^{-200t}\mathrm{V}$$

六、在图 9 所示正弦交流电路中，已知输入端电流有效值 $I=\sqrt{3}\,\mathrm{A}$，电容支路电流的有效值 $I_C=1\,\mathrm{A}$，电源发出的有功功率 P=40W，无功功率 Q=0。 (1) 绘出电流、电压的相量图；(2) 求电阻 R 的值。（15 分）



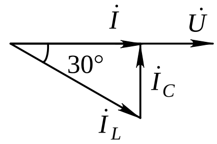


图 9　　　　(a)

解：（1）由无功功率为零得，电路发生谐振，画出相量图如图(a)所示。

（2） $I_L=\sqrt{I^2+I_C^2}=2\mathrm{A}$

$P=I_L^2R=4R=40$　解得 $R=10\Omega$

七、在图 10 所示对称三相电路中，已知线电压有效值 $U_l=380\mathrm{V}$，负载的功率因数 $\cos\varphi=0.866$（感性），瓦特表 W_1 的读数为 550W、W_2 的读数为 1100W。求负载阻抗的参数 R 和 X。（15 分）

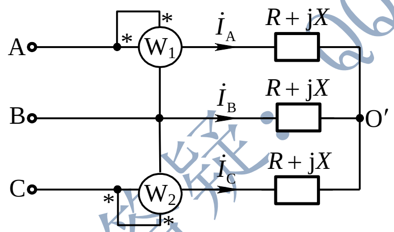


图 10

解：由 $\cos\varphi=0.866$ 得， $\varphi=30°$。 令 $Z=R+\mathrm{j}X=|Z|\angle 30°$

取 A 相计算，设 $\dot U_{\mathrm{AN}}=380/\sqrt{3}\angle 0°\mathrm{V}$， 则 $\dot U_{\mathrm{AB}}=380\angle 30°\mathrm{V}$

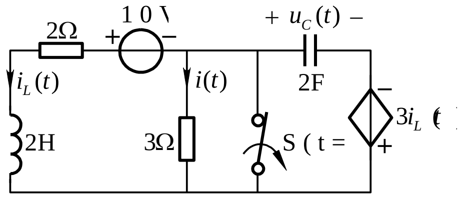
$$\dot I_{\mathrm{A}}=\frac{\dot U_{\mathrm{AN}}}{|Z|\angle 30°}=\frac{380/\sqrt{3}}{|Z|}\angle -30°\mathrm{A}$$

W_1 的读数为

$$U_{\mathrm{AB}}I_{\mathrm{A}}\cos(\varphi_{u_{\mathrm{AB}}}-\varphi_{i_{\mathrm{A}}})=380\times\frac{380/\sqrt{3}}{|Z|}\cos(30°+30°)=550$$

解得 $|Z|=75.79\Omega$， $R=|Z|\cos 30°=65.64\Omega$， $X=|Z|\sin 30°=37.9\Omega$

八、图 11 所示电路在换路前已处于稳定状态，t=0 时开关 S 打开。用拉普拉斯变换法求换路后的电流 $i(t)$ 。（15 分）



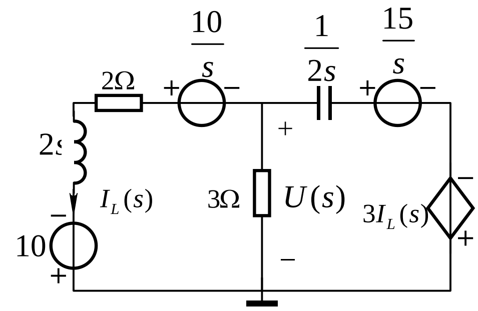


图 11　　　　(a)

解：解：当 $t<0$ 时，电感短路，电容开路。

$$i_L(0_-)=\frac{10\text{V}}{2\Omega}=5\text{A}，\qquad u_C(0_-)=3i_L(0_-)=15$$

当 $t>0$ 时，画出运算电路如图 (a) 所示。列写节点电压方程如下：

$$(\frac{1}{3}+2s+\frac{1}{2+2s})U(s)=-\frac{10+10/s}{2+2s}+2s\times[\frac{15}{s}-3I_L(s)]$$

$$I_L(s)=\frac{10+10/s+U(s)}{2+2s}$$

化简得　$$U(s)=\frac{-2.5(s+1)}{s(s^2+\frac{8}{3}s+\frac{5}{12})}$$

$$I(s)=\frac{U(s)}{3}=\frac{-\frac{5}{6}(s+1)}{s(s^2+\frac{8}{3}s+\frac{5}{12})}=\frac{A_1}{s}+\frac{A_2}{s+1/6}+\frac{A_3}{s+2.5}$$

其中 $A_1=\left.\dfrac{-\frac{5}{6}(s+1)}{(s+1/6)(s+2.5)}\right|_{s=0}=-2$，$A_2=\left.\dfrac{-\frac{5}{6}(s+1)}{s(s+2.5)}\right|_{s=-\frac{1}{6}}=\dfrac{14}{25}$

$$A_3=\left.\frac{-\frac{5}{6}(s+1)}{s(s+1/6)}\right|_{s=-2.5}=\frac{3}{14}，$$

取拉氏反变换得　$i(t)=-2+\dfrac{25}{14}e^{-\frac{1}{6}t}+\dfrac{3}{14}e^{-2.5t}$　（$t>0$）

重庆大学 2008 年研究生入学考试电路试题

一、　　简算题（要求写出求解过程，每小题 10 分，共计 60 分）

1．求图 1 所示电路中电压源发出的功率。

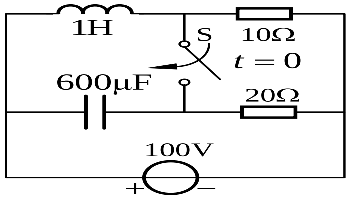


图 1

解：$I_1=\dfrac{30\text{V}}{3\Omega}=10\text{A}$

电压源发出的功率为 $P=30\text{V}\times(I_1+0.5I_1)=450\text{W}$

2．图 2 所示电路中 N_a 为线性含源网络，已知当 $u_S=10\text{V}$ 时，$i=2\text{mA}$；当 $u_S=0\text{V}$，$i=-2\text{mA}$。求 $u_S=20\text{V}$ 时，i 的值。

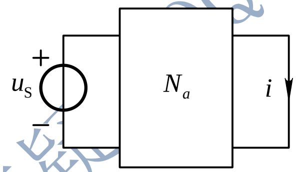


图 2

解：由叠加定理有 $i=ku_S+i_0$

有给定条件有 $2=k\times10\text{V}+i_0$

$-2=i_0$

解得 $k=0.4$，$=i_0=-2$

当 $u_S=20\text{V}$ 是，$i=0.4\times20-2=6\text{mA}$

3．求图 3 所示电路在 $t=0_+$ 时刻电感的磁场储能 $W_L(0_+)$ 和电容的电场储能 $W_C(0_+)$。

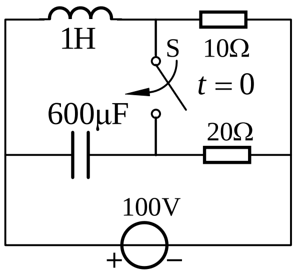


图 3

解：$i_L(0_+)=i_L(0_-)=\dfrac{100\text{V}}{10\Omega}=10\text{A}$，$u_C(0_+)=u_C(0_-)=100\text{V}$

$$W_L(0_+)=0.5Li_L^2(0_+)=0.5\times1\times10^2=50\text{J}$$

$$W_C(0_+)=0.5Cu_C^2(0_+)=0.5\times600\times10^{-6}\times100^2=3\text{J}$$

4. 在图 4 所示电路中，$u(t)=[100+50\sqrt{2}\sin(314t-53.1°)+90\sqrt{2}\sin(942t+30°)]\text{V}$，$i(t)=[\sqrt{2}\sin314t+3\sqrt{2}\sin(942t+30°)]\text{A}$，求 R、L、C 的值。

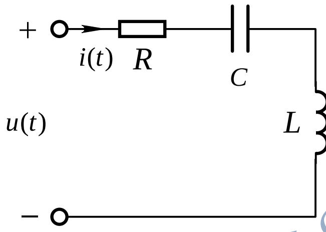


图 4

解：电压的三次谐波与电流的三次谐波同相，LC 对三次谐波发生串联谐振。即

$$942L=\frac{1}{942C}$$

当基波单独作用时

$$Z_{(1)}=R+\text{j}[314L-1/(314C)]=\frac{\dot{U}_{(1)}}{\dot{I}_{(1)}}=50\angle-53.1°$$

解得 $R=30\Omega$，$1/(314C)-314L=40\Omega$

$C=70.77\mu\text{F}$，$L=15.92\text{mA}$

5．在图 5(a)所示电路中 $R=100\Omega$，$M=20\text{H}$，电流源的波形如图 5(b)所示，画出耦合电感副边端电压 $u_2(t)$ 的波形。

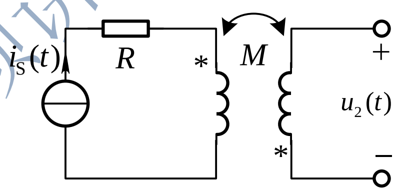


图 5(a)

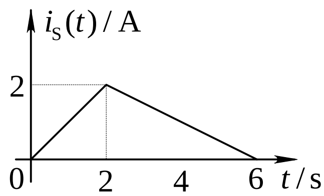
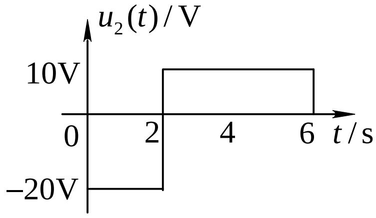


图 5(b)

解：$i_S(t)=\begin{cases}t & 0<t<2\\ -0.5t+3 & 2<t<6\end{cases}$

$$u_2(t)=M\frac{\text{d}i_S(t)}{\text{d}t}=\begin{cases}-20\text{ V} & 0<t<2\text{s}\\ 10\text{ V} & 2\text{s}<t<6\text{s}\end{cases}$$ 波形如下所示



6．某线性电路的冲激响应 $h(t)=-3\mathrm{e}^{-2t}+6\mathrm{e}^{-4t}$。求：（1）该电路的网络函数；（2）输入为 $\varepsilon(t)$ 时电路的零状态响应 $r(t)$。

解：网络函数 $H(s)=\dfrac{-3}{s+2}+\dfrac{6}{s+4}=\dfrac{3s}{(s+2)(s+4)}$

零状态响应 $R(s)=\dfrac{1}{s}\times H(s)=\dfrac{3}{(s+2)(s+4)}=\dfrac{1.5}{s+2}+\dfrac{-1.5}{s+4}$

反变换得 $r(t)=1.5\mathrm{e}^{-2t}-1.5\mathrm{e}^{-4t}$

二、 计算题

1．在图 6 所示电路中，$\dot{I}_S=2\mathrm{A}$（有效值相量），$\omega=100\mathrm{rad/s}$，$R_1=R_2=100\Omega$，$L_1=L_2=1\mathrm{H}$，$C=100\mu\mathrm{F}$，Z_L 大小可调。（1）求虚框内电路的戴维南等效电路；（2）Z_L 为何值时可获得最大功率？（3）最大功率为多少？（18 分）

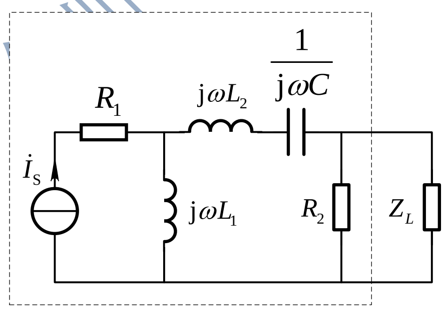


图 6

解：（1）$\omega L_1=\omega L_2=100\Omega$，$X_C=1/(\omega C)=100\Omega$

所以 L_2 和 C 发生串联谐振，相当于短路。

开路电压 $\dot{U}_{oc}=\dfrac{R_2\times \mathrm{j}\omega L_1}{R_2+\mathrm{j}\omega L_1}\times\dot{I}_S=\dfrac{100\times \mathrm{j}100}{100+\mathrm{j}100}\times 2=100\sqrt{2}\angle 45°\mathrm{V}$

等效阻抗 $Z_i=\dfrac{R_2\times \mathrm{j}\omega L_1}{R_2+\mathrm{j}\omega L_1}=\dfrac{100\times \mathrm{j}100}{100+\mathrm{j}100}=50(1+\mathrm{j})\Omega$

（2）当 $Z_L = \overset{*}{Z}_i = 50(1-\mathrm{j})\Omega$ 时可获得最大功率。

（3）$P_{\max} = \dfrac{U_{\mathrm{oc}}^2}{4R_{\mathrm{i}}} = \dfrac{(100\sqrt{2})^2}{4\times 50} = 100\mathrm{W}$

2．图 7 所示对称三相电路中，$U_{\mathrm{A}} = 220\mathrm{V}$，$Z = (25\sqrt{3}+\mathrm{j}25)\Omega$。（1）求功率表的读数及电路吸收的总功率；（2）开关 S 断开后，再求（1）。（18 分）

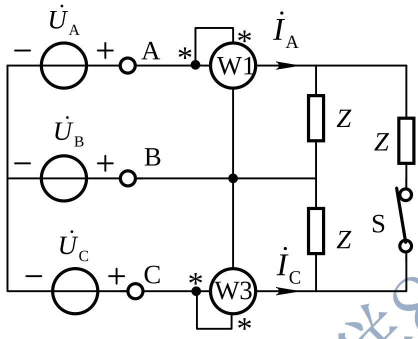


图 7

解：（1）设 $\dot U_{\mathrm{A}} = 220\angle 0^\circ\mathrm{V}$，$\dot U_{\mathrm{AB}} = 220\sqrt{3}\angle 30^\circ\mathrm{V}$，

$\dot U_{\mathrm{CB}} = -\dot U_{\mathrm{BC}} = -220\sqrt{3}\angle 30^\circ - 120^\circ = 220\sqrt{3}\angle 90^\circ\mathrm{V}$

取 A 相计算

$$\dot I_{\mathrm{A}} = \frac{\dot U_{\mathrm{A}}}{Z/3} = \frac{220\angle 0^\circ}{(25\sqrt{3}+\mathrm{j}25)/3} = \frac{66}{5}\angle -30^\circ\mathrm{A}$$

$$\dot I_{\mathrm{C}} = \frac{66}{5}\angle -30^\circ + 120^\circ = \frac{66}{5}\angle 90^\circ\mathrm{A}$$

功率表 1 读数为 $\mathrm{W}_1 = U_{\mathrm{AB}} I_{\mathrm{A}} \cos(\varphi_{u_{\mathrm{AB}}} - \varphi_{i_{\mathrm{A}}}) = 220\sqrt{3}\times\dfrac{66}{5}\cos(30^\circ + 30^\circ) = 2515\mathrm{W}$

功率表 2 读数为 $\mathrm{W}_2 = U_{\mathrm{CB}} I_{\mathrm{C}} \cos(\varphi_{u_{\mathrm{CB}}} - \varphi_{i_{\mathrm{C}}}) = 220\sqrt{3}\times\dfrac{66}{5}\cos(90^\circ - 90^\circ) = 5030\mathrm{W}$

电路吸收的总功率 $P = \mathrm{W}_1 + \mathrm{W}_2 = 7545\mathrm{W}$

（2）当开关 S 断开后，为不对称三相电路。此时

$$\dot I_{\mathrm{A}} = \frac{\dot U_{\mathrm{AB}}}{Z} = \frac{220\sqrt{3}\angle 30^\circ}{(25\sqrt{3}+\mathrm{j}25)} = \frac{22\sqrt{3}}{5}\angle 0^\circ\mathrm{A}$$

$$\dot I_{\mathrm{C}} = \frac{\dot U_{\mathrm{CB}}}{Z} = \frac{220\sqrt{3}\angle 90^\circ}{(25\sqrt{3}+\mathrm{j}25)} = \frac{22\sqrt{3}}{5}\angle 60^\circ\mathrm{A}$$

功率表 1 读数为 $\mathrm{W}_1 = U_{\mathrm{AB}} I_{\mathrm{A}} \cos(\varphi_{u_{\mathrm{AB}}} - \varphi_{i_{\mathrm{A}}}) = 220\sqrt{3}\times\dfrac{22\sqrt{3}}{5}\cos(30^\circ) = 2515\mathrm{W}$

功率表 2 读数为 $W_2 = U_{CB} I_C \cos(\varphi_{u_{CB}} - \varphi_{i_C}) = 220\sqrt{3} \times \dfrac{22\sqrt{3}}{5} \cos(90° - 60°) = 2515\text{W}$

电路吸收的总功率 $P = W_1 + W_2 = 5030\text{W}$

4．用诺顿定理求解图 8 电路中的电流 I_2。（18 分）

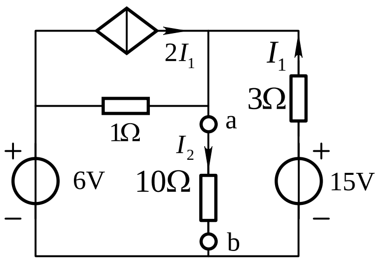


图 8

解：当 ab 端短路时，$I_1 = \dfrac{15\text{V}}{3\Omega} = 5\text{A}$

短路电流为 $I_{sc} = 2I_1 + I_1 + \dfrac{6\text{V}}{1\Omega} = 21\text{A}$

当 ab 端开路时，$3\Omega I_1 + 1\Omega(I_1 + 2I_1) = 15\text{V} - 6\text{V}$，解得 $I_1 = 1.5\text{A}$

开路电压为 $U_{oc} = 15\text{V} - 3I_1 = 10.5\text{V}$

等效电阻 $R_i = U_{oc} / I_{sc} = 10.5/21 = 0.5\Omega$

所以 $I_2 = \dfrac{R_i}{R_i + 10\Omega} \times I_{sc} = \dfrac{0.5}{0.5+10} \times 21 = 1\text{A}$

4．　图 9 所示电路在换路前已工作了很长时间，$t=0$ 时开关闭合，求开关闭合后的电感电流 $i_L(t)$，并画出它的曲线。（18 分）

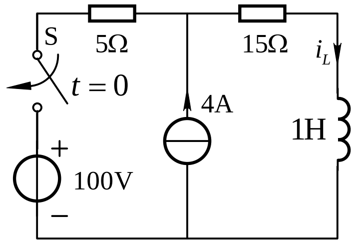
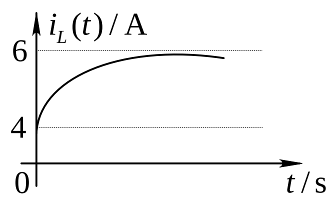


图 9



(a)

解：用三要素法求解。

$i_L(0_+) = i_L(0_-) = 4\text{A}$

$i_L(\infty) = \dfrac{100\text{V}}{5\Omega + 15\Omega} + \dfrac{5\Omega}{5\Omega + 15\Omega} \times 4\text{A} = 6\text{A}$

等效电阻 $R_i = 5\Omega + 15\Omega = 20\Omega$，时间常数 $\tau = L/R_i = 1/20\text{s}$

有三要素公式有 $i_L(t)=(6-2e^{-20t})\text{A}, t\geq 0$，　波形如图(a)所示。

5. 图 10 电路在换路前已处于稳态，$t=0$ 时开关闭合，$L=1\text{mH}$，$C=1000\mu\text{F}$。用复频域分析法求开关闭合后的电压 $u_0(t)$。（18 分）

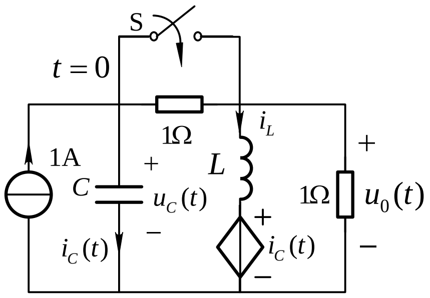
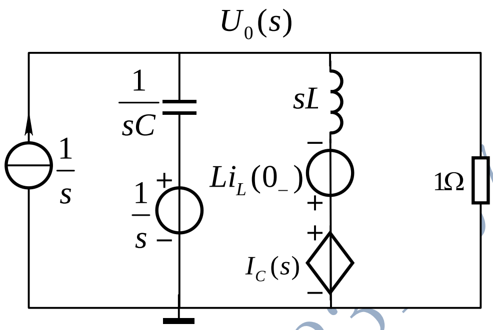


图 10



(a)

解：当 $t<0$ 时，电感短路，电容开路。

$$i_C(0_-)=0，\quad i_L(0_-)=1\text{A}，\quad u_C(0_-)=1\Omega\times 1\text{A}=$$

当 $t>0$ 时，画出运算电路如图(a)所示。列写节点方程如下：

$$U_0(s)\left(\frac{1}{1}+sC+\frac{1}{sL}\right)=\frac{1}{s}+\frac{1}{s}\times sC+\frac{I_C(s)-Li_L(0_-)}{sL} \qquad (1)$$

$I_C(s)=sC[U_0(s)-\frac{1}{s}]$ 代入式（1）化简得

$$U_0(s)\left(\frac{1}{1}+sC+\frac{1}{sL}\right)=\frac{1}{s}+C-\frac{1}{s}+\frac{C}{L}\left[U_0(s)-\frac{1}{s}\right]$$

$$U_0(s)(s^2LC+1)=sLC-C$$

$$U_0(s)=\frac{s-1000}{s^2+(1000)^2}=\frac{s}{s^2+(1000)^2}+\frac{-1000}{s^2+(1000)^2}$$

反变换得 $u_0(t)=[\cos 1000t-\sin 1000t]\text{V}$

重庆大学 2009 年研究生入学考试电路试题

一、简算题

1、求图 1 所示受控电流源发出的功率（10 分）

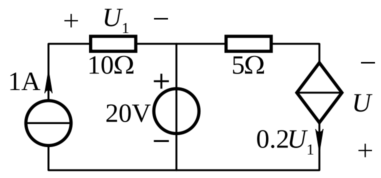


图 1

解：$U_1 = 10\Omega\times 1\text{A} = 10\text{V}$

$U = 0.2U_1\times 5\Omega - 20\text{V} = -10\text{V}$

受控电流源发出的功率 $P = 0.2U_1\times U = 0.2\times 10\times(-10) = -20\text{W}$

2、图 2 所示电路在换路前已工作了很长时间，在 t=0 时开关闭合，求开关闭合后电容电压一阶导数的初值 $u_C'(0_+)$ 和电感电流一阶导数的初值 $i_L'(0_+)$（10 分）

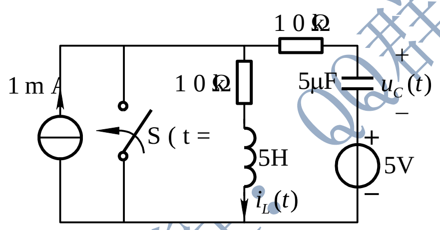


图 2

解：$i_L(0_+) = i_L(0_-) = 1\text{mA}$

$u_C(0_+) = u_C(0_-) = 10\text{k}\Omega\times 1\text{mA} - 5\text{V} = 5\text{V}$

对含有电感的回路列写电压方程如下：

$$10\text{k}\Omega\times i_L(t) + L\frac{\text{d}i_L}{\text{d}t} = 0$$

$$\frac{\text{d}i_L}{\text{d}t}\Big|_{t=0_+} = -\frac{1}{5}\times 10\times 10^3\times 1\times 10^{-3} = -2\text{A}/\text{s}$$

对含有电容的回路列写电压方程如下：

$$10\text{k}\Omega\times C\frac{\text{d}u_C}{\text{d}t} + u_C + 5 = 0$$

$$\frac{\text{d}u_C}{\text{d}t}\Big|_{t=0_+} = -\frac{5+5}{10\times 10^3\times 5\times 10^{-6}} = -200\text{V/s}$$

3、图 3 所示电路中，已知 $i_S(t) = 14\sqrt{2}\sin(\omega t+\Psi)$ mA，调节电容，使电压 $\dot{U} = U\angle\Psi$，电流表 A1 的读数为 50mA，求电流表 A2 的读数。（10 分）

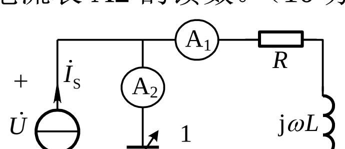


图 3

解：由 $\dot{U}$ 和 $\dot{I}_S$ 同相可知，电路发生谐振，所以

电流表 A2 的读数为 $\sqrt{50^2-14^2}=48\text{mA}$

4、图 4 所示电路中，$i_S(t)=5+\sin(10t-20^\circ)-5\sin(30t+60^\circ)$ A，$L_1=L_2=2\text{H}$，$M=0.5\text{H}$，求 $u_2(t)$。（10 分）

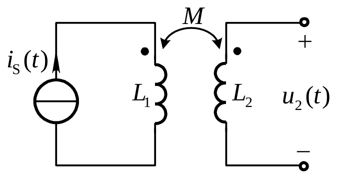


图 4

解：当直流分量 $I_{S(0)}=5\text{A}$ 单独作用时，$U_{2(0)}=0$

当基波分量 $\dot{I}_{S(1)}=0.5\sqrt{2}\angle\text{-}20°\text{A}$ 单独作用时，

$$\dot{U}_{2(1)}=\text{j}\omega M\dot{I}_{S\ (1)}=\text{j}10\times0.5\times0.5\sqrt{2}\angle-20°=2.5\sqrt{2}\angle70°\text{V}$$

当三次谐波分量 $\dot{I}_{S(3)}=-2.5\sqrt{2}\angle60°\text{A}$ 单独作用时，

$$\dot{U}_{2(3)}=\text{j}3\omega M\dot{I}_{S(3)}=\text{j}30\times0.5\times(-2.5\sqrt{2}\angle60°)=37.5\sqrt{2}\angle-30°\text{V}$$

$$u_2(t)=[5\sin(10t+70^\circ)+75\sin(30t-30^\circ)]\text{V}$$

5．图 5 所示对称三相电路，线电压 $U_{AB}=380\text{V}$，负载 $Z_L=(95\sqrt{3}+\text{j}95)\Omega$，求功率表的读数。（10 分）

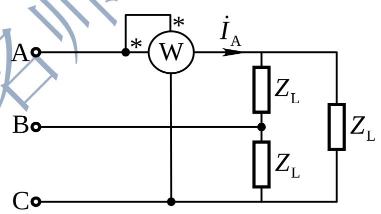


图 5

解：设 $\dot{U}_{AN}=380/\sqrt{3}\angle0°\text{V}$，$\dot{U}_{AB}=380\angle30°\text{V}$，

$\dot{U}_{AC}=-\dot{U}_{CA}=-380\angle30+120°=380\angle-30°\text{V}$

取 A 相计算

$$\dot{I}_A=\frac{\dot{U}_{AN}}{Z_L/3}=\frac{380/\sqrt{3}\angle0°}{(95\sqrt{3}+\text{j}95)/3}=2\sqrt{3}\angle-30°\text{A}$$

功率表读数为 $W=U_{CA}I_A\cos(\varphi_{u_{CA}}-\varphi_{i_A})=380\times2\sqrt{3}\cos(-30°+30°)=1316.4\text{W}$

6．图 6 所示电路中 N 为线性电阻网络，当 $u_S(t)=\delta(t)$ V 时，响应电流 $i_L(t)=6\text{e}^{-2t}\varepsilon(t)$ A。试计算当 $u_S(t)=2\varepsilon(t-1)$ V 时的 $i_L(t)$。（10 分）

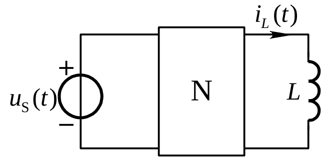


图 6

解:复频域的网络行数为

$$H(s)=\frac{I_L(s)}{U_S(s)}=\frac{6}{s+2}$$

当 $u_S(t)=2\varepsilon(t)\text{V}$ 时，响应 $I_L(s)=H(s)U_S(s)=\dfrac{6}{s+2}\times\dfrac{2}{s}=\dfrac{6}{s}-\dfrac{6}{s+2}$

时域响应 $i_L(t)=6[1-e^{-2t}]\varepsilon(t)$

由延迟性质可得当 $u_S(t)=2\varepsilon(t-1)$ V 时的 $i_L(t)=6[1-e^{-2(t-1)}]\varepsilon(t-1)\text{A}$

二．图 7 所示电路中，当 $R_L=15\Omega$ 时 $I=2\text{A}$，当 $R_L=6\Omega$ 时 $I=3\text{A}$，求 I_S 和 R 的值。（15 分）

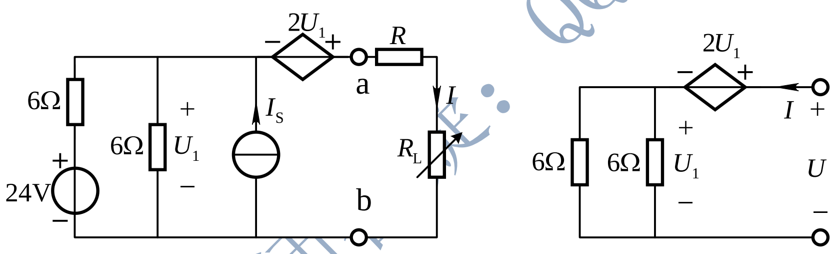


图 7　　(a)

解：先求 ab 端左侧的戴维南等效电路。当 ab 端开路时，列写节点方程如下：

$$U_1(\frac{1}{6}+\frac{1}{6})=\frac{24}{6}+I_S \qquad 解得 U_1=3(4+I_S)$$

开路电压 $U_{oc}=2U_1+U_1=9(4+I_S)$

求等效电阻的电路如图(a)所示，在图(a)中，

$U=2U_1+U_1=3U_1$，　$0.5I=U_1/6$

等效电阻 $R_i=U/I=3U_1/(U_1/3)=9\Omega$

由戴维南等效电路由 $I=\dfrac{U_{oc}}{R+R_L+R_i}$

由已知条件得 $I=\dfrac{U_{oc}}{R+R_L+R_i}=\dfrac{9(4+I_S)}{R+15+9}=2$

$$I=\frac{U_{oc}}{R+R_L+R_i}=\frac{9(4+I_S)}{R+6+9}=3$$

解得　$I_S=2\text{A}$，　$R=3\Omega$

三．用时域分析法求图 8 所示电路在开关闭合后的电感电流 $i_L(t)$。（20 分）

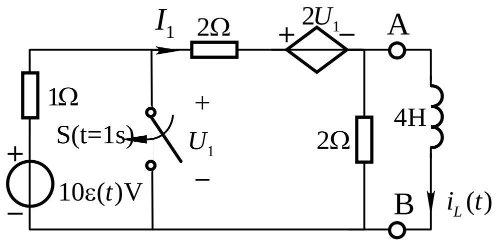


图 8

解：$i_L(0_+) = i_L(0_-) = 0$

当　$0 < t < 1$ 时，先求 AB 端左侧的戴维南等效电路

当 AB 端开路时

$$(1+2+2)I_1 + 2U_1 = 10$$

$$U_1 = 10 - 1\times I_1$$

解得 $I_1 = -10/3\text{A}$，开路电压 $U_{\text{oc}} = 2\times I_1 = -20/3\text{V}$

当 AB 端短路时

$$(1+2)I_1 + 2U_1 = 10$$

$$U_1 = 10 - 1\times I_1$$

解得 $I_1 = -10\text{A}$，即短路电流 $I_{\text{sc}} = I_1 = -10\text{A}$

$$\text{等效电阻 } R_{\text{i}} = \frac{U_{\text{oc}}}{I_{\text{sc}}} = \frac{-20/3}{-10} = \frac{2}{3}\Omega$$

时间常数 $\tau' = \dfrac{L}{R_{\text{i}}} = \dfrac{4}{2/3} = 6\text{s}$

稳态时的电流 $i_L(\infty) = \dfrac{U_{\text{oc}}}{R_{\text{i}}} = \dfrac{-20/3}{2/3} = -10\text{A}$

由三要素公式得 $i_L(t) = -10(1-\text{e}^{-t/6})\text{A}$

当 $t = 1\text{s}$ 时，$i_L(1) = -10(1-\text{e}^{-1/6}) = 10(\text{e}^{-1/6}-1)\text{A}$

当 $t > 1\text{s}$ 时，开关闭合，此时 $U_1 = 0$，受控源 $2U_1 = 0$

等效电阻为 $R_{\text{i}} = 2\,\|\,2 = 1\Omega$，时间常数 $\tau = \dfrac{L}{R_{\text{i}}} = 4\text{s}$

由三要素公式得 $i_L(t)=10(\mathrm{e}^{-1/6}-1)\mathrm{e}^{-(t-1)/4}\,\mathrm{A}\quad t>1\mathrm{s}$

四．图 9 所示正弦稳态电路中，已知 $R_1=6\Omega$、$R_2=8\Omega$、$R_3=10\Omega$，电流表 A 的读数为 10A，两个电压表 V1 和 V2 的读数均为 100V，求电压源发出的有功功率。（15 分）

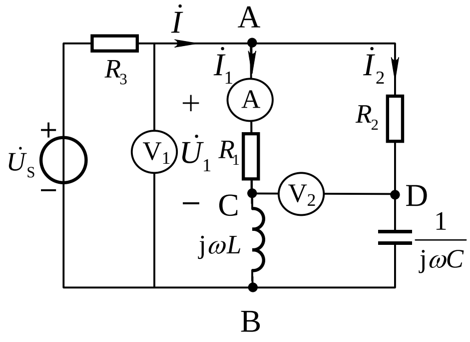
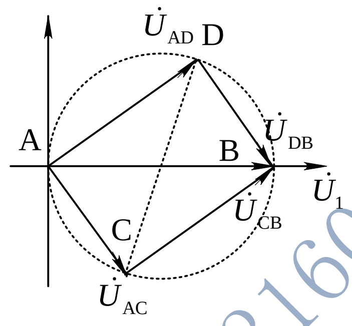


图 9



(a)

解：以 $\dot{U}_1$ 为参考正弦量，$\dot{U}_1=100\angle0°\mathrm{V}$ 即画出相量图如图(a)所示。

R_1L 串联支路的阻抗为

$|Z_1|=\sqrt{R_1^2+X_L^2}=U_1/I_1=100/10=10\Omega$　解得 $X_L=8\Omega$

由于 V1 和 V2 的读数均为 100V，由相量图可知，CAD 和 DBC 均为直角三角形。

$U_{AC}=R_1I_1=60\mathrm{V}$，$U_{CB}=X_LI_1=80\mathrm{V}$

$U_{AD}=\sqrt{U_{DC}^2-U_{AC}^2}=\sqrt{100^2-60^2}=80\mathrm{V}$，$I_2=U_{AD}/R_2=80/8=10\mathrm{A}$

同理解得 $U_{DB}=\sqrt{100^2-80^2}=60\mathrm{V}$，$X_C=\dfrac{U_{DB}}{I_2}=\dfrac{60}{10}=6\Omega$

$$\dot{I}_1=\frac{100\angle0°}{6+\mathrm{j}8}=10\angle-53.1°,\quad \dot{I}_2=\frac{100\angle0°}{8-\mathrm{j}6}=10\angle36.0°\mathrm{A}$$

$$\dot{I}=\dot{I}_1+\dot{I}_2=10\angle-53.1°+10\angle36.9=6-\mathrm{j}8+8+\mathrm{j}6=10\sqrt{2}\angle-8.13°\mathrm{A}$$

电压源发出的有功功率为

$P=I^2R_3+I_1^2R_1+I_2^2R_2=(10\sqrt{2})^2\times10+10^2\times6+10^2\times8=3400\mathrm{W}$

五．图 10 所示电路中，已知 $i_S(t)=2\mathrm{mA}$，$u_S(t)=5\sqrt{2}\sin(10^4t+30^{\circ})\mathrm{V}$

（1）　求电容电压 $u_C(t)$ 和 0.5H 电感的电流 $i_1(t)$；

（2）　求 $i_1(t)$ 的有效值 I_1；

（3）　求电路消耗的平均功率。（20 分）

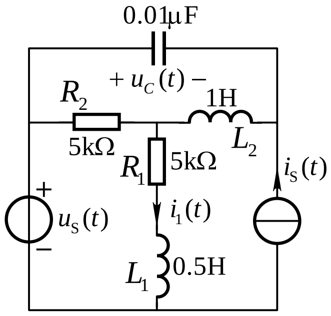


图 10

解：（1）当直流分量 $I_S = 2\text{mA}$ 单独作用时，电压源短路。

$$I_{1(0)} = 0.5 I_S = 1\text{mA}$$

$$U_{C(0)} = -0.5 \times 5 \times 10^3 \Omega \times 2\text{mA} = -5\text{V}$$

电阻消耗的功率为 $P_{(0)} = 2.5\text{k}\Omega \times (2\text{mA})^2 = 10\text{mW}$

当交流 $U_{S(1)} = 5\angle 30°\text{V}$ 单独作用时，电流源开路。

$1/(\omega C) = 10^4 \Omega$，$\omega L_2 = 10^4 \Omega$，$\omega L_1 = 0.5 \times 10^4 \Omega$

电容和电感 L_2 发生串联谐振，相当于短路。

$$\dot{I}_{1(1)} = \frac{\dot{U}_{S(1)}}{R_1 + j\omega L_1} = \frac{5\angle 30°}{5000 + \text{j}5000} = 0.5\sqrt{2} \times 10^{-3} \angle -15°\text{V}$$

$$\dot{U}_{C(1)} = -\text{j}X_{C(1)} \times \dot{I}_{1(1)} = -\text{j}10^4 \times 0.5\sqrt{2} \times 10^{-3} \angle -15° = 5\sqrt{2} \angle -105°\text{V}$$

电阻消耗的功率为 $P_{(1)} = 5\text{k}\Omega \times I_{1(1)}^2 = 5 \times 10^3 \times (0.5\sqrt{2}\text{mA})^2 = 2.5\text{mW}$

所以 $u_C(t) = [-5 + 10\sin(10^4 t - 10 \quad °1$，

$$i_1(t) = [1 + \sin(10^4 t - 15°)]\text{mA}$$

（2）$i_1(t)$ 的有效值为

$$I_1 = \sqrt{1^2 + (0.5\sqrt{2})^2} = \sqrt{1.5} = 1.224\text{A}$$

（3） 电路消耗的平均功率为

$$P = P_{(0)} + P_{(1)} = 12.5\text{mW}$$

六、图 11 所示电路中，开关 S 在位置 1 时电路处于稳态，在 $t=0$ 时刻，将开关置于位置 2，用复频域分析法求换路后的电感电流 $i_L(t)$。（20 分）

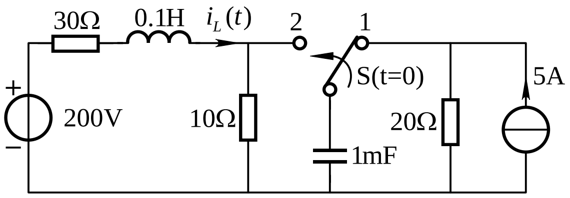
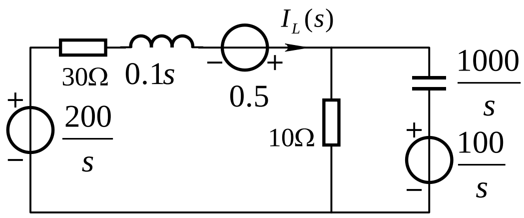


图 11



（a）

解：当$t<0$时，电感短路，电容开路。

$$i_L(0_-)=\frac{200\text{V}}{30\Omega+10\Omega}=5\text{A}\text{，}\qquad u_{C(0_-)}=20\Omega\times5\text{A}=10$$

当$t>0$时，画出运算电路如图(a)所示。10Ω 电阻和 C 并联部分等效电路为：

等效运算阻抗 $Z_{RC}(s)=\dfrac{10\times(1000/s)}{10+1000/s}=\dfrac{1000}{s+100}$

开路电压 $U_{oc}(s)=\dfrac{10}{10+1000/s}\times\dfrac{100}{s}=\dfrac{100}{s+100}$

$$I_L(s)=\frac{\dfrac{200}{s}+0.5-\dfrac{100}{s+100}}{30+0.1s+\dfrac{1000}{s+100}}=\frac{5(s^2+300s+4\times10^4)}{s(s+200)^2}=\frac{A_1}{s}+\frac{A_2}{(s+200)^2}+\frac{A_3}{s+200}$$

其中 $A_1=\dfrac{5(s^2+300s+4\times10^4)}{(s+200)^2}\Big|_{s=0}=5$，$A_2=\dfrac{5(s^2+300s+4\times10^4)}{s}\Big|_{s=-200}=-500$

$$A_3=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}s}\left(\frac{5(s^2+300s+4\times10^4)}{s}\right)_{s=-200}=0$$

取拉氏反变换得 $i_L(t)=[5-500t\mathrm{e}^{-200t}]\ \text{A}$