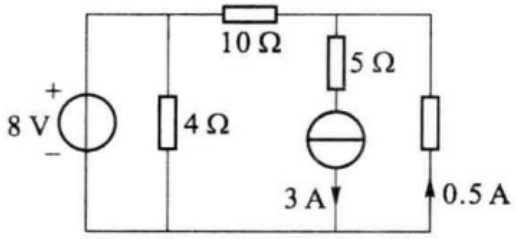
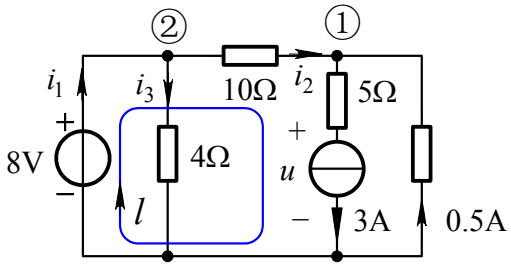
2021/2022 学 年 春 季 学 期

电路 IA 期末复习试题(2)参考答案

一、填空题（共 5 小题，每小题 4 分，满分 20 分）

1. 下图中电压源发出的功率为 36 W，电流源发出的功率为 96 W。





（答图）

【解析】设各元件电压电流参考方向如答图所示。

$i_2 = 3\text{A} - 0.5\text{A} = 2.5\text{A}$，　$i_3 = \dfrac{8\text{V}}{4\Omega} = 2\text{A}$

对节点列 KCL 方程：节点①：$i_2 = 3\text{A} - 0.5\text{A} = 2.5\text{A}$

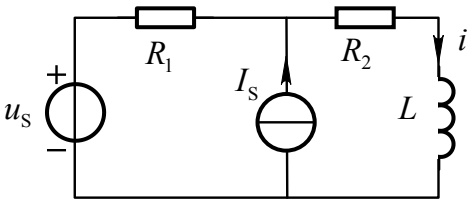
节点②：$i_1 = i_2 + i_3 = 2.5\text{A} + 2\text{A} = 4.5\text{A}$

对回路 l 列KVL方程：　$10\Omega \times i_2 + 5\Omega \times 3\text{A} + u = 8\text{V}$　　得　$u = -32\text{V}$

电压源发出的功率 $P_{U_s} = 8\text{V} \times i_1 = 8\text{V} \times 4.5\text{A} = 36\text{W}$

电流源发出的功率 $P_{i_s} = -u \times 3\text{A} = 32\text{V} \times 3\text{A} = 96\text{W}$

2. 图示电路中 R_1＝1Ω，R_2＝3Ω，L＝2H，I_S＝4A，u_S＝$4\sqrt{2}$ cos 2t V，则电流 i 的有效值为 1.225 或 1.22 或 $\dfrac{\sqrt{6}}{2}$ A。



【解析】直流电流源单独作用时，电感处于短路。由分流公式得电流 i 的直流分量为：

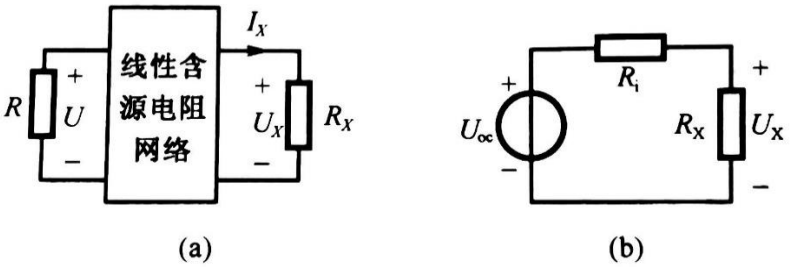
$$I_{(0)} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \times I_S = \frac{1}{1+3} \times 4\text{A} = 1\text{A}$$

正弦电压源 $\dot{U}_S = 4\angle 0°\text{V}$ 单独作用时（电流源不作用，相当于开路），由欧姆定律得：

$$\dot{I}_{(1)} = \frac{\dot{U}_S}{R_1 + R_2 + \text{j}\omega L} = \frac{4}{1+3+\text{j}4} = 0.5\sqrt{2}\angle -45°\text{A}$$

电流i的有效值 $I = \sqrt{I_{(0)}^2 + I_{(1)}^2} = \sqrt{1 + (0.5\sqrt{2})^2} = 1.225\text{A}$

3．图示电路，已知 $R_x=0$ 时，$I_x=8\text{A}$，$U=12\text{V}$；当 $R_x\to\infty$ 时，$U_x=36\text{V}$，$U=6\text{V}$。则当 $R_x=9\,\Omega$ 时，$U_x=$ 24 V，$U=$ 8 V。



(a)　　(b)

【解析】求出 R_x 以外电路的戴维南等效电路，如图(b)所示。

其中，$U_{OC}=U_x|_{Rx\to\infty}=36\text{V}$（$Rx\to\infty$ 相当于开路）　$R_i=\dfrac{U_{OC}}{I_{SC}}=\dfrac{U_{OC}}{I_X|_{R_x=0}}=4.5\Omega$

因此，当 $R_x=9\,\Omega$ 时，$U_x=\dfrac{9}{9+R_i}\times U_{OC}=24\text{V}$。

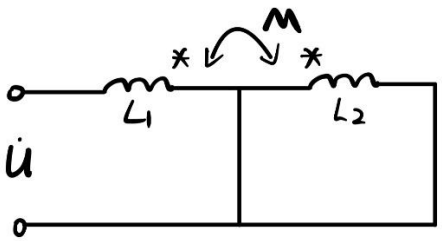
将电阻 R_x 用电压源 U_x 置换，由叠加定理得 $U=U'+U''=U'+kU_x$（U' 是网络内所有独立源共同作用所产生的分量）

（此时电阻的变化用电压源 U_x 的变化来代表）

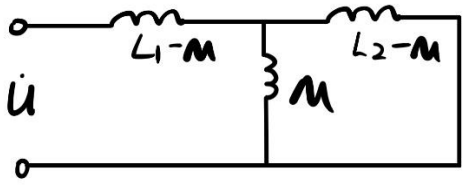
根据已知条件得 $\begin{cases}12=U'+k\times0\\6=U'+k\times36\end{cases}$，因此 $\begin{cases}U'=12\text{V}\\k=-\dfrac{1}{6}\end{cases}$

所以当 $R_x=9\,\Omega$ 时，$U=U'+kU_x=12-\dfrac{1}{6}\times24=8\text{V}$。

4．如图所示电路，端口等效电感为 $L_1-\dfrac{M^2}{L_2}$。



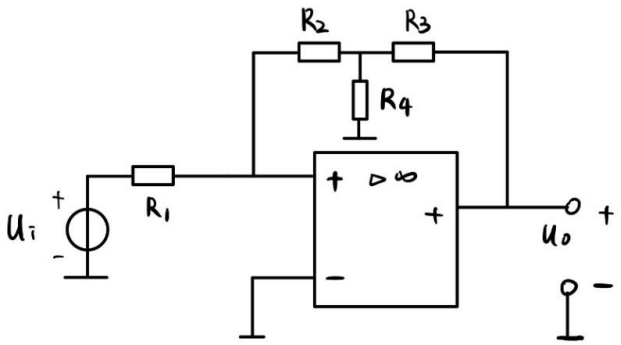
（题图）



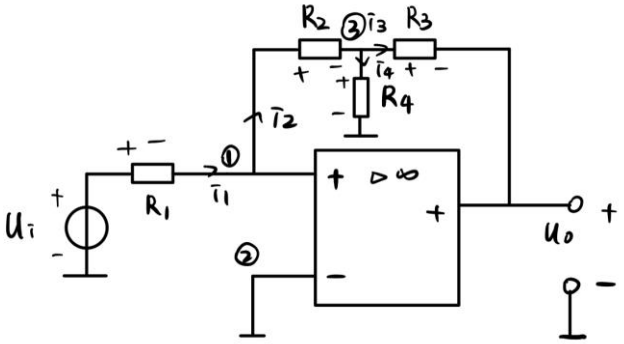
（答图）

【提示】端口等效电路图如答图所示，由此得到端口电压电流关系，即可得等效电感。

5．图示电路中，$R_1=1\text{k}\Omega$，$R_2=3\text{k}\Omega$，$R_3=R_4=2\text{k}\Omega$，输入电压 $u_\text{i}=1\text{V}$，则输出电压 $u_\text{o}=\underline{-8\text{V}}$.



（题图）



（答图）

由虚短特性 $U_{n1}=U_{n2}=0$

故 $i_1=\frac{U_i}{R_1}=\frac{1}{1000}\text{A}$

由虚断特性 $i_2=i_1=\frac{1}{1000}\text{A}$

$\therefore U_{n3}=U_{n1}-\frac{1}{1000}\times 3000=-3\text{V}$

$U_{R4}=U_{n3}=-3\text{V}$ $\quad i_4=\frac{U_{R4}}{R_4}=-\frac{1.5}{1000}\text{A}$

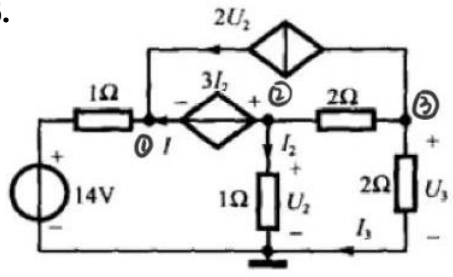
由③ KCL $\quad i_3=i_2-i_4=\frac{2.5}{1000}\text{A}$

$U_{R3}=i_3R_3=5\text{V}$

$\therefore U_o=U_{n3}-U_{R3}=-8\text{V}.$

二、计算题 (每小题 9 分，满分 27 分)

6.



第 6 题图

列节点电压方程

节点①：$\frac{1}{1\Omega}U_{n1}=\frac{14\text{V}}{1\Omega}+I+2U_2$

节点②：$\left(\frac{1}{1\Omega}+\frac{1}{2\Omega}\right)U_{n2}-\frac{1}{2\Omega}U_{n3}=-I$

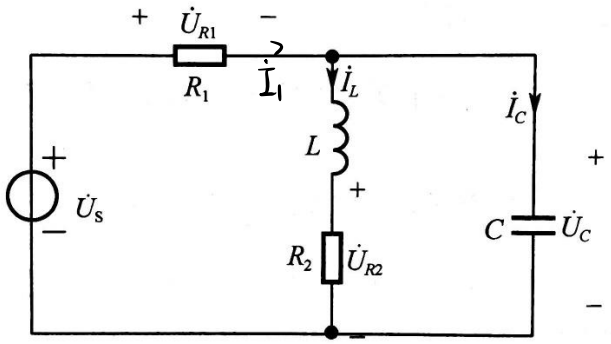
节点③：$-\frac{1}{2\Omega}U_{n2}+\left(\frac{1}{2\Omega}+\frac{1}{2\Omega}\right)U_{n3}=-2U_2$

补充方程：$U_{n1}+3I_2=U_{n2}$

$U_{n2}=U_2=1\Omega\times I_2$

解得 $U_3=U_{\text{n}3}=12\text{V}$

7. 图示电路中，已知$\dot{U}_S$是频率为ω的正弦交流电压源，I_C=3A，I_L=5A，ωL=12Ω，R_1=25Ω，且$\dot{U}_{R1}$滞后$\dot{I}_C$ 90°。求电阻R_2上电压有效值U_{R2}和电压源$\dot{U}_S$的有效值。



第 7 题图

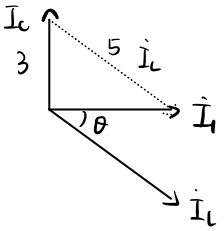
解：设$\dot{I}_1 = I_1 \angle 0°$ A，则$\dot{I}_C = 3\angle 90°$ A

$\dot{U}_C = U_C \angle 0°$ A，$\dot{U}_{R_1} = U_{R_1} \angle 0°$ V

（$\dot{I}_1$与$\dot{U}_{R_2}$同相位）

由$\dot{I}_1 = \dot{I}_L + \dot{I}_C$，$\dot{I}_L$滞后于$\dot{U}_C$，

画相量图得：



则得：$I_1 = \sqrt{5^2-3^2} = 4$A

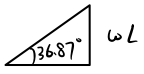
$\theta = \arcsin\frac{3}{5} = 36.87°$

因此，$\dot{I}_L = 5\angle -36.87°$ A

$\dot{I}_1 = 4\angle 0°$ A.

$\dot{I}_L$滞后于$\dot{U}_C$的角度即为L与R_2串联部分的阻抗角

因此 $\tan 36.87° = \frac{\omega L}{R_2} = \frac{3}{4}$



阻抗三角形

所以 $R_2 = 16\Omega$

所以 $U_{R_2} = R_2 \times I_L = 80$V

所以 L与R_2串联部分阻抗为$(12+j16)\Omega$

所以 $\dot{U}_C = (12+j16)\times 5\angle -36.87° = 100\angle 0°$ V

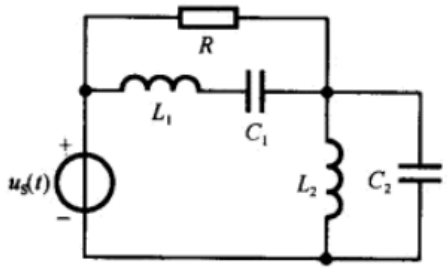
$\dot{U}_S = \dot{U}_{R_1} + \dot{U}_C = 100\angle 0°$ V $+ 100\angle 0°$ V

$= 200\angle 0°$ V

$U_S = 200$V.

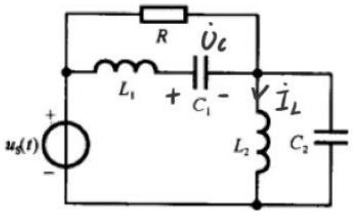
8. 如图所示正弦电路中，已知 $\omega L_1=\omega L_2=10\Omega$，$1/(\omega C_1)=160\Omega$，$1/(\omega C_2)=40\Omega$，$R=200\Omega$，$u_S(t)=100+10\sqrt{2}\ \cos(2\omega t+\frac{\pi}{6})+5\sqrt{2}\ \cos(4\omega t+\frac{\pi}{3})$V。试求：

（1）电容 C_1 两端电压有效值；（2）电感 L_2 中电流有效值。



第 8 题图

【答案】

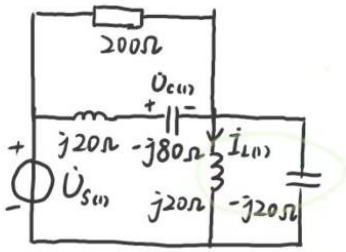


第 8 题图

直流 $U_{S(0)}=100V$ 单独作用时

电感相当于短路，电容相当于断路

$u_{C(0)}=100V$，$i_{L(0)}=0.5A$

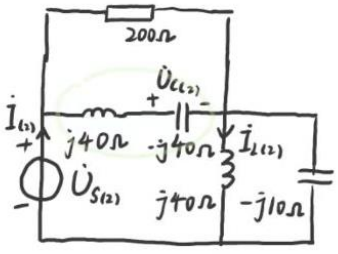


基波 $\dot{U}_{S(1)}=10\angle 30°V$ 单独作用时

L_2、C_2 发生并联谐振

$$\dot{I}_{L(1)}=\frac{\dot{U}_{S(1)}}{j20\Omega}=0.5\angle -60°A$$

$$\dot{U}_{C(1)}=0V$$



二次谐波 $\dot{U}_{S(2)}=5\angle 60°V$ 单独作用时

L_1、C_1 发生串联谐振

$$\dot{I}_{L(2)}=\frac{\dot{U}_{S(2)}}{j40\Omega}=0.125\angle -30°A$$

$$\dot{I}_{(2)}=\frac{\dot{U}_{S(1)}}{j40\Omega}+\frac{\dot{U}_{S(2)}}{-j10\Omega}=0.375\angle 150°A$$

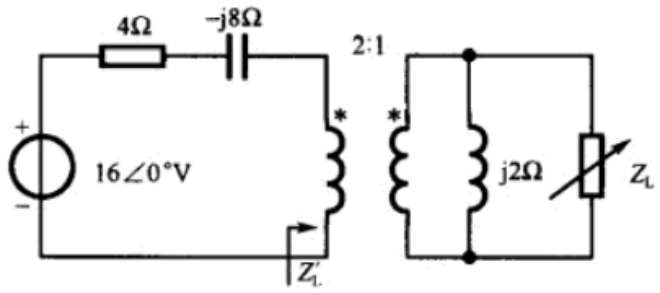
$$\dot{U}_{C(2)}=-j40\Omega\times\dot{I}_{(2)}=15\angle 60°V$$

$$I_L=\sqrt{0.5^2+0.5^2+0.125^2}=0.718A$$

$$U_C=\sqrt{100^2+15^2}=101.12V$$

三、计算题 (每小题 11 分，满分 44 分)

9. 图示电路中，负载阻抗 Z_L 可任意调节，试求负载 Z_L 为何值时它可以获得最大功率？最大功率为多少？并求此时通过二次侧阻抗为 j2Ω 的电感的电流有效值。



第 9 题图

解：将二次侧阻抗等效到一次侧，得等效阻抗Z_L'为

$$Z_L' = n^2 \times \frac{j2 \times Z_L}{j2 + Z_L}$$

当Z_L'等于电源内阻抗的共轭时它可以获得最大功率，即

$$4 \times \frac{j2 \times Z_L}{j2 + Z_L} = 4 + j8$$

化简得

$$\frac{1}{Z_L} + \frac{1}{j2} = \frac{1}{1 + j2} \Rightarrow Z_{l.} = (4 - j2)\Omega$$

由于理想变压器不消耗功率，只传递功率，所以Z_L'吸收的功率等于Z_L所吸收的功率，它吸收的最大功率为

$$P_{max} = \frac{U_{OC}^2}{4R_i} = \frac{16^2}{4 \times 4} = 16(W)$$

等效不影响变压器一次侧电流，则变压器一次侧电流相量为 $\dot{I} = \dfrac{16\angle 0°}{4 - j8 + 4 + j8} = 2\angle 0°\text{A}$

变压器一次侧电压相量为 $\dot{U}_1 = 16\angle 0° - (4 - j8)2\angle 0° = 8 + j16 \ \ \text{V}$

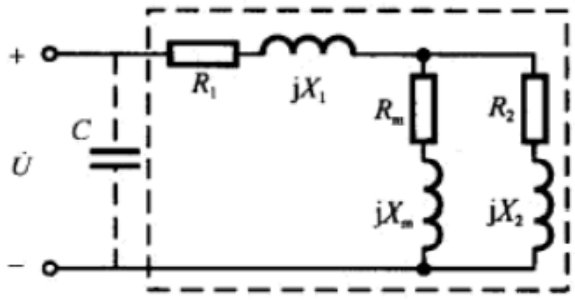
则二次侧电压相量为 $\dot{U}_2 = \dfrac{1}{2}\dot{U}_1 = 4 + j8 \ \ \text{V}$

所以通过二次侧阻抗为 j2Ω 的电感的电流有效值 $I = \dfrac{U_2}{|j2|} = \dfrac{4\sqrt{5}}{2} = 2\sqrt{5}\text{A} = 4.472\text{A}$

10. 下图为某负载的等效电路模型，已知 $R_1=X_1=8\Omega$，$R_2=X_2=3\Omega$，$R_m=X_m=6\Omega$，外加正弦电压有效值 $U=220\text{V}$，频率 $f=50\text{Hz}$。

（1）求负载的平均功率和功率因数。

（2）若并上电容 C，将电路的功率因数提高到 0.9，求 C。



第 10 题图

解：(1)负载即虚线部分等效阻抗为 $Z=R_1+\text{j}X_1+(R_m+\text{j}X_m)\,\|\,(R_2+\text{j}X_2)=(10+\text{j}10)\Omega$

阻抗角为 $\varphi_Z=\arctan\dfrac{10}{10}=45°$

则功率因数为 $\lambda=\cos\varphi_Z=\cos 45°\approx 0.707$

负载消耗的平均功率为 $P=\dfrac{U^2}{|Z|}\times\lambda\approx 2420\text{W}$

（另解：$\dot{I}=\dfrac{\dot{U}}{Z}=11\sqrt{2}\angle -45°\text{A}$，$\dot{I}_1=\dfrac{11}{3}\sqrt{2}\angle -45°\text{A}$，$\dot{I}_2=\dfrac{22}{3}\sqrt{2}\angle -45°\text{A}$

$P=I^2R_1+I_1^2R_m+I_2^2R_2=2420\text{W}$ ）

(2)并联电容前负载的无功功率 $Q=P\tan\varphi_Z=2420\text{var}$

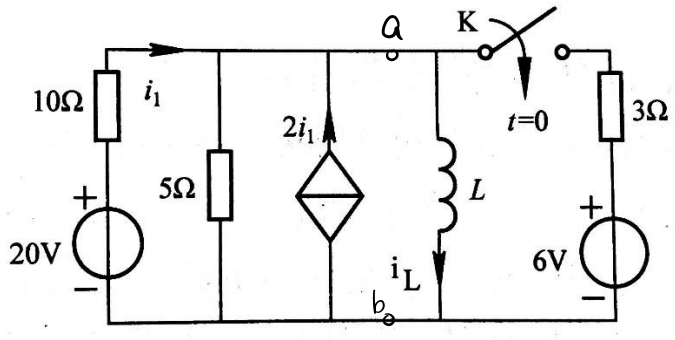
并上电容后 $\lambda'=0.9$，则功率因数角为 $\varphi'=\arccos 0.9\approx 25.84°$

并联电容后总的无功功率 $Q'=P\tan\varphi'\approx 1172.06\text{var}$

则电容引进的无功功率应为 $Q_C=Q'-Q=-\omega CU^2=-1247.94\text{var}$

则所需电容值为 $C=-\dfrac{Q_C}{\omega U^2}\approx 82.1\mu\text{F}$

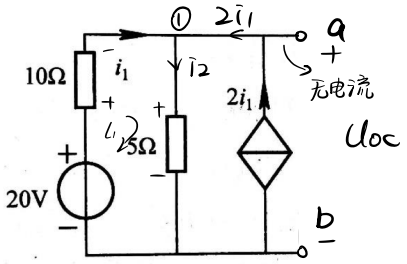
11. 图示电路原处于稳态，$L=0.12\text{H}$。$t=0$ 时开关 K 由断开突然闭合，试用三要素法求 $t>0$ 时的电感电流 $i_L(t)$。



第 11 题图

解：为方便解题，将 ab 左侧电路作一戴维南等效。

① 求开路电压：



由①节点 KCL，

有 $i_2=3i_1$

由回路 1 KVL，有

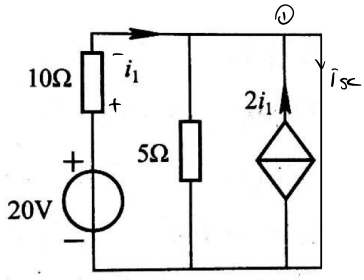
$20=10i_1+5i_2$

得 $i_1=0.8\text{A}$

$\therefore U_{oc}=5\times i_2=5\times 3i_1=12\text{V}$。

② 求等效电阻。这里采取开路短路法，

即将端口短路，求解短路电流，利用 $R_i=\dfrac{U_{oc}}{i_{sc}}$ 即可。



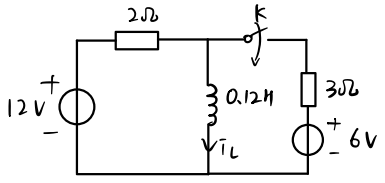
由 KVL 知，$i_1=\dfrac{20\text{V}}{10\Omega}=2\text{A}$

5Ω 电阻上没有压降（故无电流）

由①节点 KCL，知 $i_{sc}=3i_1=6\text{A}$

$\therefore R_i=\dfrac{U_{oc}}{i_{sc}}=2\Omega$

简化后的电路如右所示。



换路前电路处于稳态，电感相当于短路，$i_L(0_-)=\dfrac{12\text{V}}{2\Omega}=6\text{A}$

换路后瞬间，由换路定律，$i_L(0_+)=i_L(0_-)=6\text{A}$

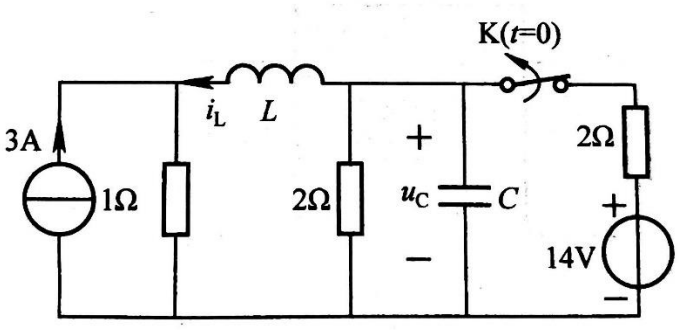
换路后达到稳态时，用叠加定理求解得，12V 电源单独作用时，$i_L'=6\text{A}$；

6V 电源单独作用时，$i_L''=2\text{A}$，$\therefore i_L(\infty)=8\text{A}$

时间常数 $\tau=\dfrac{L}{R}=\dfrac{0.12}{\frac{2\times 3}{2+3}}=0.1\text{s}$ $\therefore$ 由三要素公式 $i_L(t)=i_L(\infty)+\left[i_L(0_+)-i_L(\infty)\right]e^{-t/\tau}$

$=8-2e^{-10t}\ \text{A}.\quad t\geq 0$

12. 图示电路原处于稳态，$L=0.1\text{H}$，$C=0.5\text{F}$。$t=0$ 时开关 K 由闭合突然断开，试用拉普拉斯变换方法求 $t>0$ 时的电压 $u_C(t)$。



第 12 题图

解：$t<0$ 时，利用叠加定理求 $i_L(0-)$ 和 $u_C(0-)$：

3A 电流源单独作用时，$i_L' = -1.5\text{A}$

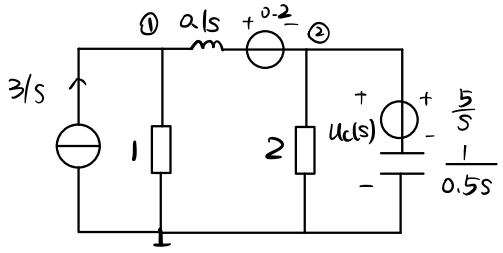
$u_C' = 1.5\text{V}$

14V 电压源单独作用时，$u_C'' = \frac{7}{2}\text{V}$

$i_L'' = \frac{7}{2}\text{A}$

∴ $u_C(0-) = 5\text{V}$，$i_L(0-) = 2\text{A}$

画出运算电路如下：



利用节点电压法：

$$\left(1+\frac{1}{0.1s}\right)U_{n1}(s)-\frac{1}{0.1s}U_{n2}(s)=\frac{3}{s}+\frac{0.2}{0.1s}$$

$$\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{0.1s}+0.5s\right)U_{n2}(s)-\frac{1}{0.1s}U_{n1}(s)=2.5-\frac{0.2}{0.1s}$$

得 $U_{n2}(s)=\dfrac{5s^2+46s+60}{s(s+5)(s+6)}$

$$=\frac{A_1}{s}+\frac{A_2}{s+5}+\frac{A_3}{s+6}$$

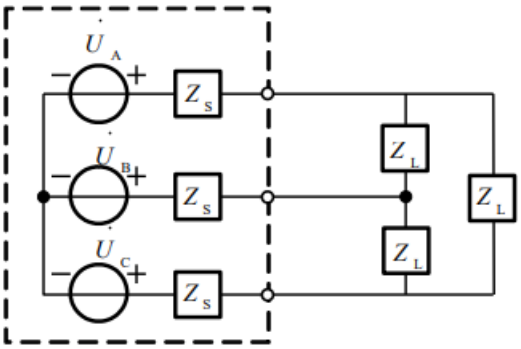
解得 $A_1=2$，$A_2=9$，$A_3=-6$

∴ $U_{n2}(s)=\dfrac{2}{s}+\dfrac{9}{s+5}-\dfrac{6}{s+6}$

∴ $u_{n2}(t)=\mathcal{L}^{-1}\{U_{n2}(s)\}=2+9e^{-5t}-6e^{-6t}\ \text{V}$.

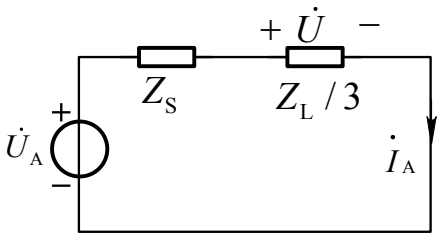
四、计算题 (9 分)

13. 如图所示，内阻抗 $Z_S=(2+j4)\Omega$ 的对称三相电源给功率因数为 0.8 的感性负载 Z_L 供电，用电压表和电流表分别测得电源输出端的线电压和线电流分别为 380V 和 2A，求负载断开后电源输出的线电压为多少。



第 13 题图

解：



取一相分析：

由题意知 $U=\dfrac{380}{\sqrt{3}}\mathrm{V}=220\mathrm{V}$

设 $\dot{U}=220\angle 0°$, 又 $\cos\varphi=0.8$ 且 $I_A=2\mathrm{A}=I_l$

所以 $\dot{I}_A=2\angle -36.87°$

所以 $U_{Z_s}=\dot{I}_A\cdot(2+j4)=(8+j4)\mathrm{V}$

$\dot{U}_A=\dot{U}+\dot{U}_{Z_s}=228.04\angle 1°$

所以 $U_l=\sqrt{3}U_A=394.98\mathrm{V}$

请大家认真订正。祝大家取得好成绩！