

# 2021/2022 学年春季学期

## 电路期末复习试题参考答案

Ver 1.0 2022.6

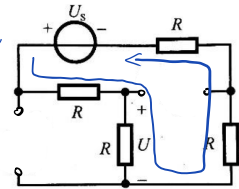
### 一、填空题

1. A. -64 [解析] 利用叠加定理和齐性定理求解。一般利用齐性定理和叠加定理时,都是通过两组激励、响应关系,求出各激励对响应贡献的系数,现在只有一组数据,所以要先单独求出一种激励对于响应的贡献的系数。 $U_S$ 已知,所以先求 $U_S$

对于响应的贡献的系数。使电流源不作用,如右图。可知  $U' = \frac{U_S}{4} = 4V$ , 即若只有电压源作激励, (系数为本)

引起的响应为  $U'' = 20V - 4V = 16V$ 。则在电流源作用不变时,若使  $U=0$ , 则有

$$U' + U'' = 0, \text{ 即 } \frac{U_S}{4} + 16 = 0 \Rightarrow U_S = -64V.$$



B. 4 [解析] 利用特勒根定理求解。设两电路中共有  $n$  个节点, 由特勒根定理

$$\tilde{U}_1 I_1 + \tilde{U}_2 I_2 + \tilde{U}_3 I_3 + \sum_{k=4}^n \tilde{U}_k I_k = U_1 \tilde{I}_1 + U_2 \tilde{I}_2 + U_3 \tilde{I}_3 + \sum_{k=4}^n U_k \tilde{I}_k \quad \text{由于对二端电阻而言 (} N_R \text{ 中的所有元件), } \tilde{U}_k I_k = U_k \tilde{I}_k,$$

故  $\tilde{U}_1 I_1 + \tilde{U}_2 I_2 + \tilde{U}_3 I_3 = U_1 \tilde{I}_1 + U_2 \tilde{I}_2 + U_3 \tilde{I}_3$ 。据此求解即可。

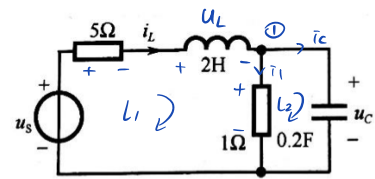
$$2. \begin{bmatrix} \dot{U}_C \\ \dot{i}_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5 & 5 \\ -\frac{1}{2} & -\frac{5}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{U}_C \\ \dot{i}_L \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{2} \end{bmatrix} [U_S]$$

[解析] 对回路1, 列写KVL方程:  $U_S = 5i_L + U_C + i_1$  其中  $U_C = 2 \frac{di_C}{dt}$

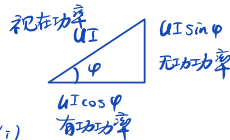
(步骤①: 对含一个电感的回路列KVL方程)

对节点①列写KCL方程:  $i_L = i_1 + i_C$  其中  $i_C = \frac{dU_C}{dt}$  (步骤②: 对含一个电容的节点列KCL方程)

为节点  $i_1$ , 列补充方程: (回路2的KVL方程)  $i_1 = U_C \Rightarrow \begin{cases} 5U_S - 5i_L - \frac{1}{2}U_C = \frac{dU_C}{dt} \\ 5i_L - 5U_C = \frac{dU_C}{dt} \end{cases}$  即可导出状态方程。



3. A.  $UI \sin(\psi_1 - \psi_2)$   $UI$  [提示]



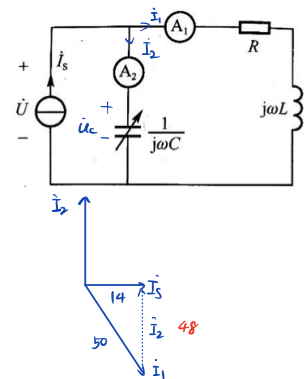
$\varphi$ : 功率因数角 ( $\psi_u - \psi_i$ )

B. 48 [解析] 如右图, 标定参考方向, 则  $I_S = I_1 + I_2$  (KCL的相量形式)

$I_2 = j\omega C \dot{U}_C = j\omega C \dot{U} \Rightarrow I_2$  超前  $\dot{U} 90^\circ$ , 则  $I_2$  超前  $\dot{U} 90^\circ$ , 而  $\dot{U}$  与  $I_S$  同相, (I\_S)

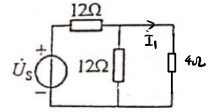
$\dot{U}$  超前于  $I_1$  ( $R$  与  $j\omega L$  串联电路呈感性), 所以, 画出相量图如右所示 (以  $I_S$  为参考相量)

$$I_2 = \sqrt{50^2 - 14^2} = 48mA.$$



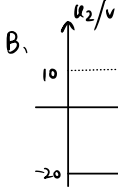
4. A.  $2\angle 0^\circ$  A

[解析] 将阻抗变换到一次侧, 有  $Z_{eq} = n^2 \times 1\Omega = 4\Omega$ , 画出等效电路图:



$$R_{eq} = 12\Omega + \frac{12 \times 4}{12+4}\Omega = 15\Omega, \quad \dot{I}_1 = \frac{\dot{U}_s}{15} \times \frac{12}{16} = 1\angle 0^\circ \text{ A}$$

由理想变压器耦合方程,  $\dot{i} = n\dot{I}_1 = 2\angle 0^\circ \text{ A}$   
(二次侧电流与一次侧电流相对同名端反向)



[解析]  $u_2 = -M \frac{di_1}{dt}$  (负号是由于流入一次侧线圈的电流参考方向与同名端的关系, 和二次侧线圈输出

电压参考方向与同名端的关系, 是相反的),  $t=0s \sim t=2s$  时,  $\frac{di_1}{dt} = 0$ ,  $t=2s \sim t=6s$  时,  $\frac{di_1}{dt} = -0.5$ .

据此即可解题.

5. 5.30 7-41 562.5 [解析] 处理非正弦周期电流电路问题, 用叠加定理, 分别求出各次谐波的响应.

① 直流分量单独作用时,  $\dot{i}_{(0)} = \frac{100}{20} = 5\text{A}$ ,  $u_{(0)} = 0$

②  $u_1 = 100\cos(3\omega t + 40^\circ)$  单独作用时,  $3\omega L_2 = 15\Omega$ ,  $\frac{1}{3\omega C} = 15\Omega$ , 可知此时  $L_2$  和  $C$  发生并联谐振,

$\dot{i}_{(1)} = 0$ ,  $u_{(1)} = u_s = 100\cos(3\omega t + 40^\circ) \text{ V}$

③  $u_2 = 50\cos(9\omega t - 30^\circ) \text{ V}$  单独作用时,  $9\omega L_1 = \frac{45}{8}\Omega$ ,  $\frac{1}{9\omega C} = 5\Omega$ ,  $9\omega L_2 = 45\Omega$

$C$  与  $L_2$  并联等效阻抗为  $Z_{eq} = \frac{j45 \times (-j5)}{j45 - j5} = \frac{225}{j40} = -\frac{45}{8}j\Omega$  则发生串联谐振,  $\dot{i}_{(2)} = 2.5\cos(9\omega t - 30^\circ) \text{ A}$ ,

$\dot{U}_{(2)m} = 2.5\angle -30^\circ \times (-j\frac{45}{8}) = \frac{225}{16}\angle -120^\circ \text{ V}$ .  $\therefore u_2 = \frac{225}{16}\cos(9\omega t - 120^\circ) \text{ V}$ .

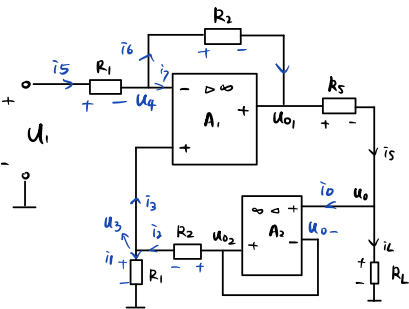
所以,  $i(t) = 5 + 2.5\cos(9\omega t - 30^\circ)$ ,  $u(t) = 100\cos(3\omega t + 40^\circ) + \frac{225}{16}\cos(9\omega t - 120^\circ) \text{ V}$ .

电流表读数  $I = \sqrt{5^2 + (\frac{2.5}{\sqrt{2}})^2} = \frac{15\sqrt{2}}{4} \text{ A} \approx 5.30 \text{ A}$   $P = I^2 R = 562.5 \text{ W}$ .

电压表读数  $U = \sqrt{(\frac{100}{\sqrt{2}})^2 + (\frac{225}{16})^2} \approx 71.41 \text{ V}$

## 二、分析与计算

(一)



$u_{02} = u_{01} = u_0 = i_L R_L$

且由  $i_3 = 0$ , 得  $i_2 = i_1$

因此,  $u_{02} = i_1(R_1 + R_2)$

$u_{03} = i_1 R_1$

得  $u_{03} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} u_{02}$

则  $u_4 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} u_{02}$

由  $i_0 = 0$  得  $i_5 = i_L$ , 故

$u_{01} = i_5 R_5 + i_L R_L = i_L(R_L + R_5)$

由  $i_7 = 0$ , 有  $i_5 = i_6$ ,

又  $i_5 = \frac{u_1 - u_4}{R_1}$

$i_6 = \frac{u_4 - u_{01}}{R_2}$

代入求得,  $i_L = -\frac{R_2}{R_5 R_1} u_1$

(综合运用短路电压法, 结合KVL解题)

(二)  $L_{eq} = L_1 + L_2 - 2M = 4\text{mH}$  因此谐振角频率  $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{10^{-3} \times 4 \times 10^{-3}}} \text{ rad/s} = 500 \text{ rad/s}$

品质因数  $Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} = 0.4$ ,  $\therefore \Delta\omega = \frac{\omega_0}{Q} = 1250 \text{ rad/s}$  (思考: 为什么取电流  $i$  为响应时带宽可用  $\frac{\omega_0}{Q}$  来计算?)

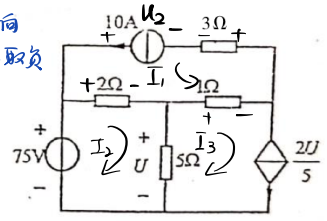
$\dot{U} = j\omega L_2 \dot{I}_2 - j\omega M \dot{I}_1$ ,  $\dot{I}_1 = \dot{I}_2 = \dot{I}_S = 2\sqrt{2}\angle 0^\circ \text{ A}$

得  $\dot{u} = 2\sqrt{2}\angle 0^\circ \times j \times (4 \times 10^{-3}) \times 500 - |1 \times 10^{-3}| \times 500 = 3\sqrt{2}\angle 90^\circ \text{ V} = u = 6\cos(500t + 90^\circ) \text{ V}$ .

(三) 选网孔列回路电流方程, 有:

$$I_1 = 10A; \quad \begin{cases} (2+5)I_2 + 2I_1 - 5I_3 = 75 \\ (5+1)I_3 - 5I_2 + I_1 = U_1 \end{cases}$$

(相对流向决定) 方程右侧, 沿电流方向电压升取正, 电压降取负  
自阻  
互阻



补充方程  $(I_2 - I_3) \times 5 = U$  (5Ω电阻的电压电流关系) (可不列写, 因为未知且受控源两端电压)

$I_3 = \frac{2U}{5}$  (受控源控制量与被控量关系)

解得  $\begin{cases} I_2 = 15A \\ I_3 = 10A \\ U = 25V \end{cases}$

1Ω电阻上的电流:  $I_4 = I_1 + I_3 = 20A \Rightarrow$  吸收功率  $p = I_4^2 R = 400W$

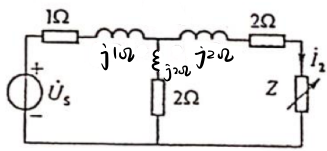
75V电源上流过的电流 (取非关联参考方向) 即为  $I_2$ ,  $\Rightarrow P_{源1} = 75V \times 15A = 1125W$

10A电流源两端电压: (由KVL)(电流源上电压, 电流取非关联参考方向)

$U_2 = (I_1 + I_2) \times 2 + I_4 \times 1 + 3 \times I_1 = 30 + 20 + 50 = 100V \Rightarrow P_{源2} = 1000W$

(四) 先求耦合, 如右图所示,

将从左看进去的电路作一戴维南等效, 可得  $Z_{eq} = (1+j) \parallel (2+j2) + 2+j2 = \frac{4}{3}(2+j2)$

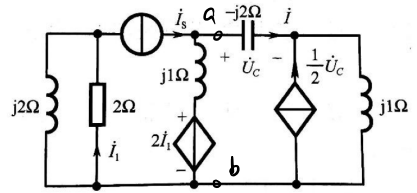


$\dot{U}_{oc} = \frac{2U_s}{3} = \frac{20}{3} \angle 0^\circ V$

则  $Z = \frac{8}{3} - \frac{8}{3}j \Omega$  时, 可获得最大功率, 最大功率为  $P = \frac{(\frac{20}{3})^2}{4 \times \frac{8}{3}} = \frac{25}{6} W$   $I_2 = \frac{20}{\frac{4}{3}} A = \frac{5}{4} A$

(五) 将图中 ab 左侧电路作一戴维南等效,

① 等效阻抗: 将电流源置零, 则  $\dot{I}_1 = 0$  (如右图, 知  $\dot{I}_2 = 0$ )

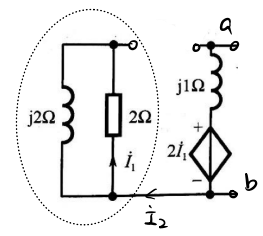


$\therefore Z_{eq} = j1 \Omega$

② 开路电压:  $\dot{I}_1 = \frac{j2}{2+2j} \times 4 \angle 0^\circ A = 2+j2 A$

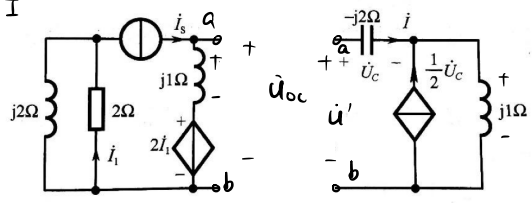
$\dot{U}_{oc} = (2+j2) \times 2 + 4 \times j1 = 4 + j8 V = 4\sqrt{5} \angle 63.43^\circ V$

ab 右侧电路可等效为一阻抗, 在端口外施一电压激励  $\dot{U}$ , 则



$\dot{U} = \dot{U}_c + j1(\dot{I} + \frac{1}{2}\dot{U}_c) = \dot{I}(-j2) + j1\dot{I} + \frac{1}{2}\dot{I}(-j2)(j1) = (1-j)\dot{I}$

$\Rightarrow Z_{eq}' = 1-j \Rightarrow \dot{I} = \frac{4+j8}{(1-j)+j} = (4+j8) A = 4\sqrt{5} \angle 63.43^\circ A = (8.94 \angle 63.43^\circ) A$



(六) 解: 设  $\dot{U}_A = 100\sqrt{3}\angle 0^\circ \text{ V}$ ,  $\dot{U}_B = 100\sqrt{3}\angle -120^\circ \text{ V}$ ,  $\dot{U}_C = 100\sqrt{3}\angle 120^\circ \text{ V}$ , 设  $Z = |Z|\angle \varphi$  ( $\varphi < 0^\circ$ )

针对功率表  $W_1$  分析:  $\dot{U}_{AC} = 300\angle -30^\circ \text{ V}$ ,  $\dot{I}_A = \frac{\dot{U}_A}{Z} = \frac{100\sqrt{3}}{|Z|}\angle -\varphi$  因此  $W_1 = 300 \times \frac{100\sqrt{3}}{|Z|} \cos(-30^\circ + \varphi)$

由  $W_1 = 0$  得  $-30^\circ + \varphi = 90^\circ + k \times 180^\circ$  ( $k \in \mathbb{Z}$ ), 解得  $\varphi = -60^\circ$ .

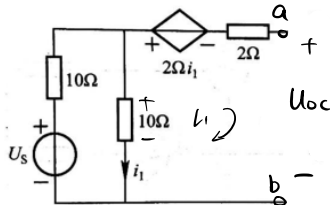
针对功率表  $W_2$  分析:  $\dot{U}_{BC} = 300\angle -90^\circ \text{ V}$ ,  $\dot{I}_B = \frac{\dot{U}_B}{Z} = \frac{100\sqrt{3}}{|Z|}\angle -120^\circ - \varphi = \frac{100\sqrt{3}}{|Z|}\angle -60^\circ$

因此  $W_2 = 300 \times \frac{100\sqrt{3}}{|Z|} \times \cos[-90^\circ - (-60^\circ)] = 300 \times \frac{100\sqrt{3}}{|Z|} \times \cos(-30^\circ) = \frac{4.5 \times 10^4}{|Z|} = 1500$  得  $|Z| = 30$

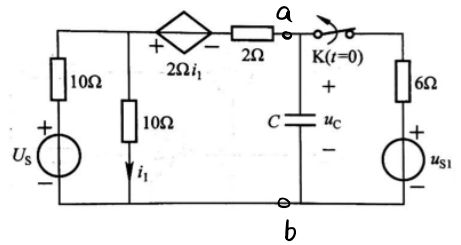
$\therefore Z = 30\angle -60^\circ \Omega = (15 - j15\sqrt{3})\Omega$ .

(七) 解: 为方便分析, 先将右图中  $a, b$  端口左侧电路作戴维南等效.

① 求开路电压:

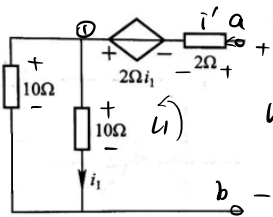


由 KVL:  $i_1 = \frac{20}{10+10} \text{ A} = 1 \text{ A}$   
作虚拟回路如左图所示  
则  $U_{oc} = 10 \times 1 - 2 \times 1 = 8 \text{ V}$



(注意参考方向)

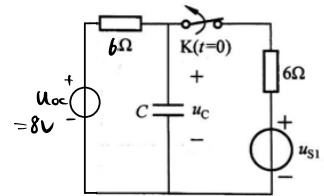
② 求等效电阻:



在外界加一激励  $u'$ . 由回路 1, KVL 得  $u' + 2i_1 = 10i_1 + 2i_1$   
由节点 ① KCL 结合并联分流规律得  $i_1 = 2i'$   
 $u'$  代入上式, 有  $u' = 12i_1 = 6i'$   $\rightarrow R_{eq} = \frac{u'}{i'} = 6 \Omega$

等效后电路如右所示. 稳态时  $u_C(\infty) = U_{oc} = 8 \text{ V}$

换路前后, 由换路定律知电容电压不突变. 则利用叠加定理求换路前电容电压.



① 仅有直流电源作用时,  $u_{C(0)} = 4 \text{ V}$ .

② 仅有交流电源作用, 用相量法:  $Z_{eq} = 6 + \frac{-24j}{6-4j} = 6 - \frac{6}{13}j(6+4j) = \frac{102}{13} - \frac{36}{13}j$

$$\dot{U}_C = \frac{\dot{U}_{S1}}{Z_{eq}} \times \frac{6}{6-4j} \times (-4j) = \frac{5\angle 0^\circ}{36-48j} \times (-24j) = \frac{8}{5} - \frac{6}{5}j$$

$\therefore$  仅有交流电源作用时的  $u_C = 2 \cos(10t - 36.9^\circ)$

$$\therefore u_C = [4 + 2 \cos(10t - 36.9^\circ)] \text{ V}$$

$$t=0 \text{ 时, } u_C(0^-) = 4 + 1.6 = 5.6 \text{ V}$$

时间常数  $T = RC = 6\sqrt{2} \times 0.025 \text{ F} = \frac{3}{20} \text{ S}$  (针对换路后)

$\therefore$  由三要素公式有  $u_C(t) = [8 - 2.4e^{-(20/3)t}] \text{ V}$ .

(1) 解: 开关闭合前电路处于稳态, 电容在直流稳态下相当于开路,  $i_C(t)=0$ , 故受控电压源上也无电压升降. 电感相当于短路, 则电路相当于  $1A$  电流源与  $1\Omega$  电阻串联,  $i_L(0^-)=1A$ ,  $u_C(0^-)=1V$ .

开关闭合后, 画出运算电路如右下所示, 利用节点电压法:

$$\text{对节点 } \textcircled{1}: \frac{1}{s} + \frac{1}{1000} + \frac{i_C - \frac{1000}{s}}{s/1000} = \left(1 + \frac{1000}{s} + \frac{s}{1000}\right) u_{n1}(s)$$

$$\text{补充方程 } \frac{1}{s} + \frac{1000}{s} \times i_C = u_{n1} \Rightarrow i_C = -\frac{1}{1000} + \frac{s}{1000} u_{n1}(s)$$

$$\text{代入上式, 有 } \frac{1}{s} + \frac{1}{1000} - \frac{2}{s} = \frac{10^6 + s^2}{1000s} u_{n1}(s)$$

$$\Rightarrow u_{n1}(s) = u_0(s) = \frac{-1000 + s}{s^2 + 10^6} = \frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{2}j}{s + 1000j} + \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}j}{s - 1000j}$$

$$A = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}j = \frac{\sqrt{2}}{2} \angle 45^\circ$$

$$\Rightarrow u_0(t) = \mathcal{L}^{-1}\{u_0(s)\} = 2|A|e^{-\alpha t} \cos(\omega t + \theta) = \sqrt{2} \cos(1000t + 45^\circ)$$

$$= [\cos(1000t) - \sin(1000t)] V$$

