

例 5 如图 2.9(a)所示线性电路中,已知当 $R_5 = 8\Omega$ 时, $I_5 = 20\text{A}$, $I_0 = -11\text{A}$, 当 $R_5 = 2\Omega$ 时, $I_5 = 50\text{A}$, $I_0 = -5\text{A}$ 。试求:(1) R_5 为何值时消耗的功率最大,该功率为多少?
(2) R_5 为何值时, R_0 消耗的功率最小,是多少? (大连理工大学 2002 年考研试题)

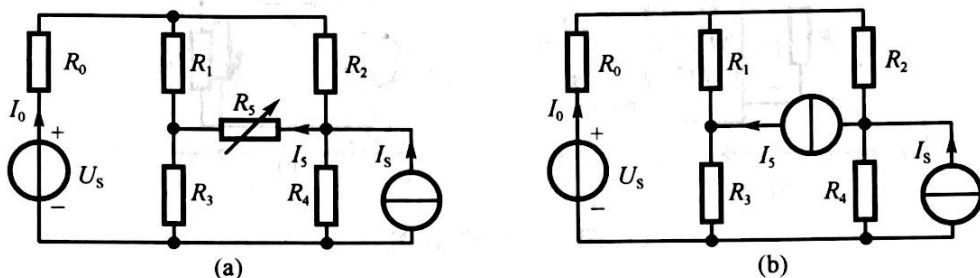


图 2.9 例 5 图

名师提示 此电路是利用戴维南定理、叠加定理和替代定理求解的一道综合性题目。首先可以根据已知条件获得除 R_5 外剩余电路的戴维南等效电路,求出 R_5 消耗的最大功率;然后利用替代定理用电流源置换变化的 R_5 ,此时 I_0 就是由原电路中的独立电源与替代 R_5 的电流源共同作用产生的。对于正电阻,它总是消耗功率的,消耗的功率最小只能是零,所以求 R_5 为何值时, R_0 消耗的功率最小,就是求 R_5 为何值时,电流 I_0 为零。

解 (1) 根据最大功率传输定理,为求 R_5 为何值时消耗的功率最大,需求除 R_5 外剩余部分的电路戴维南等效电路,根据已知条件

$$\begin{cases} 20\text{A} = \frac{U_{oc}}{8\Omega + R_i} \\ 50\text{A} = \frac{U_{oc}}{2\Omega + R_i} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} U_{oc} = 200\text{V} \\ R_i = 2\Omega \end{cases}$$

所以当 $R_5 = R_i = 2\Omega$ 时获得最大功率,最大功率为

$$P_{\max} = \frac{U_{oc}^2}{4R_i} = 5000\text{W}$$

(2) R_0 值固定,求 R_0 消耗的最小功率,即求流过 R_0 的电流 $I_0 = 0$ 时 R_5 为何值,由于电阻 R_5 变化,不能直接应用叠加定理,可应用置换定理用电流源置换电阻 R_5 ,如图 2.9(b)所示,则此时 I_0 由 U_s 、 I_s 和 I_5 共同作用产生,其中 U_s 、 I_s 的作用固定用 I 表示,即 $I_0 = I + kI_5$,由已知条件得

$$\begin{cases} -11\text{A} = I + k \times 20\text{A} \\ -5\text{A} = I + k \times 50\text{A} \end{cases} \Rightarrow I = -15\text{A}, \quad k = 0.2$$

若要使 $I_0 = 0$,则需

$$0 = -15\text{A} + 0.2 \times I_5 \Rightarrow I_5 = 75\text{A}$$



此时

$$75\text{A} = \frac{U_{\infty}}{R_5 + R_i} \Rightarrow R_5 = \frac{2}{3}\Omega$$

所以当 $R_5 = \frac{2}{3}\Omega$ 时, R_0 消耗的功率最小为 0W 。

例 6 图 2.10(a) 所示电路中, 已知 $R_X = 0$ 时, $I_X = 8\text{A}$, $U = 12\text{V}$; 当 $R_X \rightarrow \infty$ 时, $U_X = 36\text{V}$, $U = 6\text{V}$ 。试求当 $R_X = 9\Omega$ 时, U_X 为多少? U 为多少? (哈尔滨工业大学 1995 年考研试题)

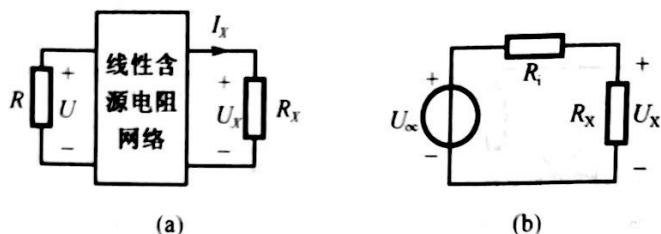


图 2.10 例 6 图

名师提示 此电路也是利用戴维南定理、叠加定理和替代定理求解的一道综合性题目。首先根据戴维南等效电路的求解方法, 除 R_X 外, 剩余电路的戴维南等效电路的开路电压为 $R_X \rightarrow \infty$ 时的 U_X , 短路电流为 $R_X = 0$ 时的 I_X , 等效电阻为开路电压与短路电流的比值。由于电路中电阻 R_X 变化, 不能直接用叠加定理, 可将电阻 R_X 用电压源 (大小为 U_X) 置换, R_X 变化, 相当于电压源 U_X 变化, 根据已知条件, 应用叠加定理求出电压 U 。

解 求出 R_X 以外电路的戴维南等效电路, 如图 2.10(b) 所示。其中

$$U_{oc} = U_X |_{R_X \rightarrow \infty} = 36\text{V}, \quad R_i = \frac{U_{oc}}{I_{sc}} = \frac{U_{oc}}{I_X |_{R_X = 0}} = 4.5\Omega$$

当 $R_X = 9\Omega$ 时

$$U_X = \frac{9}{9 + R_i} \times U_{oc} = 24\text{V}$$

将电阻 R_X 用电压源 U_X 置换, 由叠加定理得

$$U = U' + U'' = U' + kU_X$$

其中 U' 是网络内所有独立源共同作用所产生的分量。

根据已知条件得

$$\begin{cases} 12\text{V} = U' + k \times 0 \\ 6\text{V} = U' + k \times 36 \end{cases} \Rightarrow U' = 12\text{V}, \quad k = -\frac{1}{6}$$

当 $R_X = 9\Omega$ 时

$$U = U' + kU_X = 12\text{V} - \frac{1}{6} \times 24\text{V} = 8\text{V}$$

例 7 电路如图 2.11(a) 所示, 已知 N 为有源二端口网络, $R_1 = R_2 = R_3 = 20\Omega$, $R_4 = 10\Omega$, $\alpha = 0.5$, $I_{S3} = 1\text{A}$, 当开关 S 打开时, 开关两端电压 $U_{ab} = 25\text{V}$, 当开关 S 闭合时, 流过开关的电流 $I_K = 10/3\text{A}$, 试求有源网络 N 的戴维南等效电路。(浙江大学 2002 年考研试题)



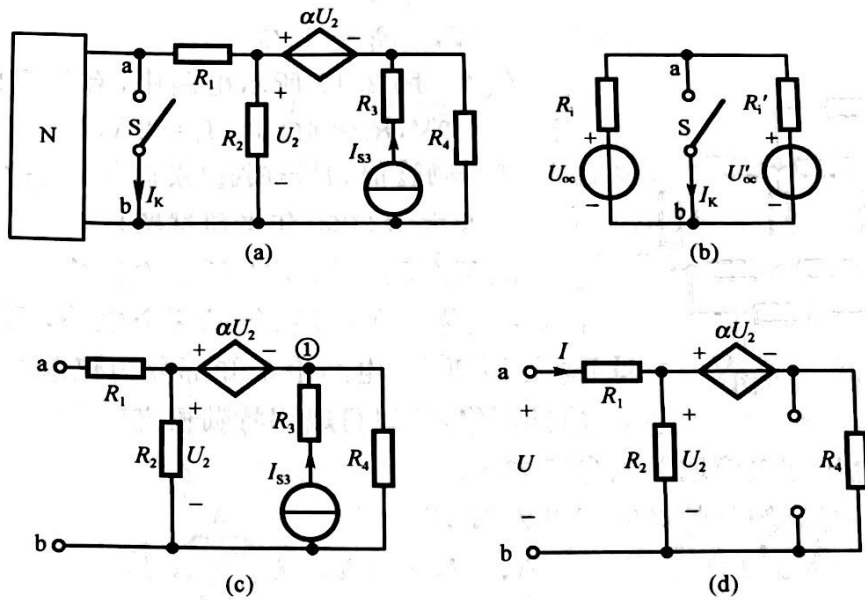


图 2.11 例 7 图

名师提示 此题属于戴维南定理的综合性题目,题中可人为地以开关为界把电路分为左、右两部分,并都用戴维南电路等效,左侧电路为未知,右侧电路所有元件参数已知,可根据常规方法求解,最后再根据开关闭合前后的参数变化求解左侧未知电路。

解 ab 左端的 N 和右端的电路均为有源网络,都可以进行戴维南等效,图 2.11(a) 所示电路可化简为图 2.11(b) 所示电路的形式。

对 ab 右端的电路进行戴维南等效,如图 2.11(c) 所示。对节点①列写节点电压方程为

$$\left(\frac{1}{20\Omega} + \frac{1}{10\Omega}\right)U_{n1} = -\frac{0.5U_2}{20\Omega} + 1A$$

$$U_{n1} = U_2 - 0.5U_2 = 0.5U_2$$

求得

$$U'_{oc} = U_2 = 10V$$

求等效电阻的电路如图 2.11(d) 所示。在图 2.11(d) 中

$$U_2 = 0.5U_2 + 10\Omega \times \left(I - \frac{U_2}{20\Omega}\right) \Rightarrow U_2 = 10\Omega \times I$$

等效电阻

$$R'_i = \frac{U}{I} = \frac{20\Omega \times I + U_2}{I} = 30\Omega$$

当开关打开时,有

$$\frac{U_{oc} - U'_{oc}}{R_i + R'_i} \times R'_i + U'_{oc} = U_{ab} \quad (1)$$

当开关闭合时,有

$$\frac{U_{oc}}{R_i} + \frac{U'_{oc}}{R'_i} = I_K \quad (2)$$



由式(1)和式(2)求得

$$U_{oc} = 30V, \quad R_i = 10\Omega$$

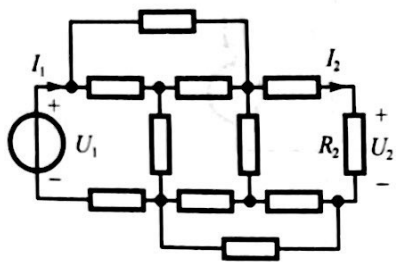


图 2.12 例 8 图

例 8 图 2.12 所示电路中,有两组已知条件:(1)当 $U_1=10V, R_2=4\Omega$ 时, $I_1=2A, I_2=1A$; (2)当 $U_1=24V, R_2=1\Omega$ 时, $I_1=6A$ 。求后一组条件下的 I_2 。(哈尔滨工业大学 2000 年考研试题)

名师提示 图 2.12 所示电路中的电阻 R_2 和电压源 U_1 变化两次,可以分成两个电路,而这两个电路结构完全相同。电路中未知部分为仅由线性二端电阻组成的网络,所以可以用特勒根定理求解。用特勒根定理

应注意各支路电压和电流取关联参考方向。

解 设第一组已知条件对应网络为 N' ,即

$$U'_1 = 10V, \quad I'_1 = 2A, \quad I'_2 = 1A, \quad U'_2 = R_2 I'_2 = 4V$$

第二组已知条件对应网络为 N ,即

$$U_1 = 24V, \quad I_1 = 6A, \quad U_2 = I_2 \times 1\Omega$$

由特勒根定理得

$$-U'_1 I_1 + U'_2 I_2 = -U_1 I'_1 + U_2 I'_2$$

上式中负号表示将电压 U_1 (U'_1) 和电流 I_1 (I'_1) 取关联参考方向。代入已知条件得

$$-10V \times 6A + 4V \times I_2 = -24V \times 2A + I_2 \times 1\Omega \times 1A$$

解得

$$I_2 = 4A$$

例 9 图 2.13 所示电路中, N_R 为线性无源电阻网络。如图 2.13(a) 所示,当输入端接 $2A$ 电流源时,测得输入端电压为 $10V$,而输出端的开路电压为 $5V$ 。如果把电流源移到输出端,同时在输入端跨接 5Ω 电阻,如图 2.13(b) 所示,求流过 5Ω 电阻的电流为多少?(大连理工大学 2004 年考研试题)

名师提示 对于线性电阻电路,若它满足互易条件,当激励源从原处移到某一响应位置时,可以用互易定理求解。图 2.13(b) 中 $1-1'$ 端的开路电压可由互易定理得到。等效电阻可由图 2.13(a) 求出。

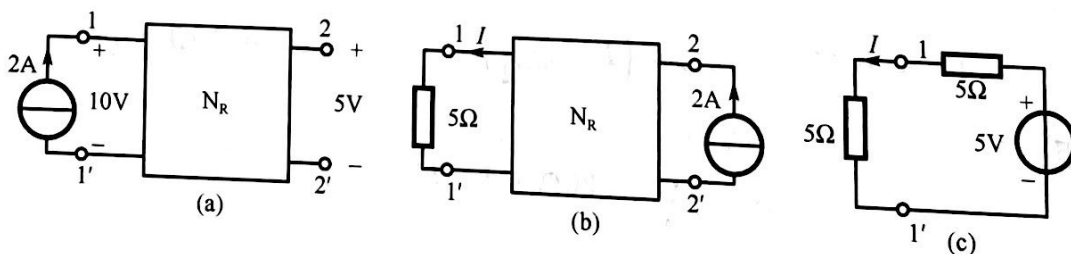


图 2.13 例 9 图

解 在图 2.13(a) 中,电流源右端为电阻网络,所以输入电阻为

$$R_{in} = \frac{10V}{2A} = 5\Omega$$

在图 2.13(b) 中,若电流源开路,从 $1-1'$ 端看,其输入电阻也为 5Ω 。将 $1-1'$ 端右侧电路



用戴维南电路等效,如图 2.13(c)所示。由互易定理的第二种形式, $U_{oc} = 5V$ 。所以在图 2.13(c)中,电流 I 为

$$I = \frac{5V}{5\Omega + 5\Omega} = 0.5A$$

名师点评 本题另一种方法可以应用特勒根定理求解。

