电路IA复习（4-2）
正弦稳态电路的相量分析(下)

2022.8

本讲主要内容

ppt目录	对应教材章节
4 正弦稳态电路的相量分析	**第4章**
4.1 正弦量	4.1
4.2 正弦量的相量表示法	4.2
4.3 基尔霍夫定律的相量形式和电路相量模型	4.3-4.4
4.4 阻抗与导纳	4.5
4.5 正弦稳态电路的相量分析法	4.6
4.6 正弦电流电路的功率	**4.7-4.8**
4.7 耦合电感	**4.9-4.10**
4.8 理想变压器	**4.11**

请结合课本认真理解每页ppt。
在观看每一部分的ppt 前，可以先回忆一下相应的知识点。
对于例题的解答，有动画的可以适时暂停，想想下一步可能是什么。

回顾：正弦稳态电路的相量分析法

一般过程：

1. 将电阻推广为阻抗，将电导推广为导纳；
2. 将激励用相量形式表示，时域下的电压、电流推广为电压、电流的相量；
3. 按线性直流电路分析方法（如回路电流法、节点电压法、戴维南定理等）计算相量模型电路，必要时借助相量图分析；
4. 将电压、电流相量计算结果变换成正弦表达式。

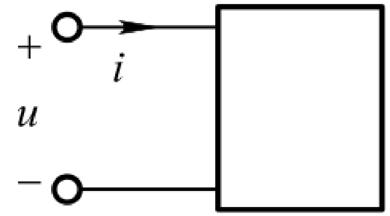
也即：除了将时域表达式与相量表达式的互换外，正弦稳态电路分析和线性直流电路分析相比，没有新的内容。

本章最大难点在于：①新概念、公式多，需要反复练习、消化错题；②计算难度和计算量大；③之前线性直流电路分析方法掌握不扎实、运用不熟练（雪上加霜）。

请大家将作业题认真重做一遍，并对照答案仔细订正！

4.6 正弦电流电路的功率

$u=\sqrt{2}U\cos(\omega t+\psi_u)$　　$i=\sqrt{2}I\cos(\omega t+\psi_i)$



(端口电压电流取关联参考方向)

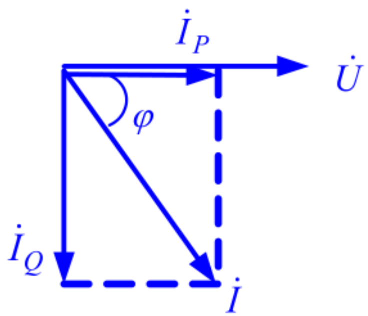
一端口吸收的瞬时功率

$$p=ui=2UI\cos(\omega t+\psi_u)\cos(\omega t+\psi_i)=UI\cos(\psi_u-\psi_i)+UI\cos(2\omega t+\psi_u+\psi_i)$$

$$P=\frac{1}{T}\int_0^T p\,dt=UI\cos(\psi_u-\psi_i)$$

有功功率（平均功率）

用于交换的能量的功率
(一周期内积分为0)



感性一端口相量图

$$P=UI\cos(\psi_u-\psi_i)=UI\lambda$$

$\lambda=\cos(\psi_u-\psi_i)$ 功率因数

$\psi_u-\psi_i=\varphi$　　功率因数角(对于无源一端口，就是阻抗角)

将 $\dot I$ 分解为与 $\dot U$ 一端口正交和水平的分量：

电流的有功分量

$$I_P=I\cos\varphi$$

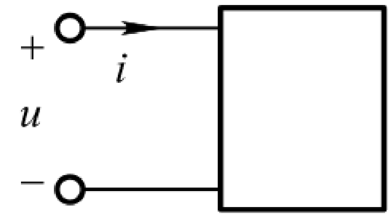
电流的无功分量

$$I_Q=I\sin\varphi$$

无功功率　$P=UI\sin\varphi$

4.6 正弦电流电路的功率

$u=\sqrt{2}U\cos(\omega t+\psi_u)$　　$i=\sqrt{2}I\cos(\omega t+\psi_i)$



无功功率和有功功率
共同占用设备容量?

视在功率　$S=UI$

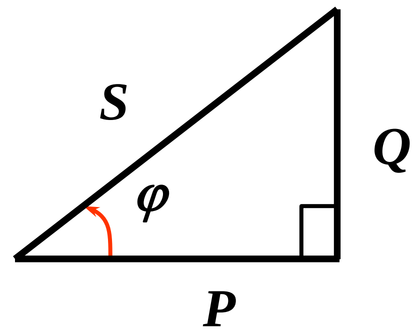
有功、无功和视在功率的关系(φ功率因数角)

$$S=\sqrt{P^2+Q^2}$$

有功功率：$P=UI\cos\varphi$　　单位：瓦（W）

无功功率：$Q=UI\sin\varphi$　　单位：乏（var）

视在功率：$S=UI$　　单位：伏安（VA）



功率三角形

特殊：

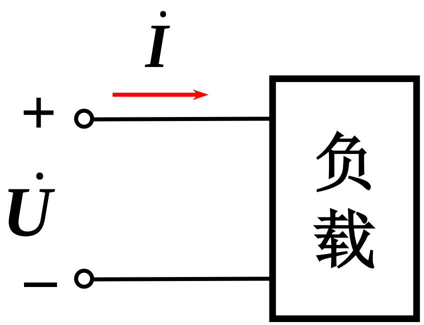
电阻的有功功率：$P=UI=I^2R=\dfrac{U^2}{R}$

纯电感的无功功率：$Q=UI\sin 90^\circ=UI=I^2\omega L=\dfrac{U^2}{\omega L}$

纯电容的无功功率：$Q=UI\sin(-90^\circ)=-UI=-U^2\omega C=-\dfrac{I^2}{\omega C}=\dfrac{U^2}{X_C}$

4.6 正弦电流电路的功率

为了用相量$\dot{U}$和$\dot{I}$来计算功率，引入"复功率"。



$$\dot{U}=U\angle\psi_u\ ,\quad \dot{I}=I\angle\psi_i$$

$$P=UI\cos(\psi_u-\psi_i)=UI\mathrm{Re}[e^{\mathrm{j}(\psi_u-\psi_i)}]$$

$$=\mathrm{Re}(\underbrace{Ue^{\mathrm{j}\psi_u}}_{\dot{U}}\cdot\underbrace{Ie^{-\mathrm{j}\psi_i}}_{\dot{I}^*})$$

$$\boxed{P=\mathrm{Re}[\dot{U}\cdot\dot{I}^*]}$$

记 $\tilde{S}=\dot{U}\dot{I}^*$ 为复功率，单位为VA。其中$\dot{I}^*$为$\dot{I}$的共轭 相量。

亦可表示为 $\tilde{S}=UI\angle(\psi_u-\psi_i)=UI\angle\varphi=S\angle\varphi$

直角坐标形式 $\tilde{S}=UI\cos\varphi+\mathrm{j}UI\sin\varphi=P+\mathrm{j}Q$

其中 $P=UI\cos\varphi\quad Q=UI\sin\varphi$

4.6 正弦电流电路的功率

最大功率传输定理(2种情况)

①负载可以任意改变时，负载获得最大功率的条件[共轭匹配]

$$Z_L = Z_i^*，\ 即 \begin{cases} R_L = R_i \\ X_L = -X_i \end{cases} \qquad P_{max} = \frac{U_S^2}{4R_i}$$

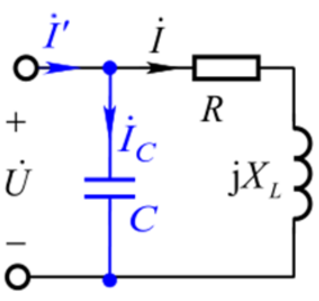
②负载只有模可以改变而阻抗角不能变时（如纯电阻情形），

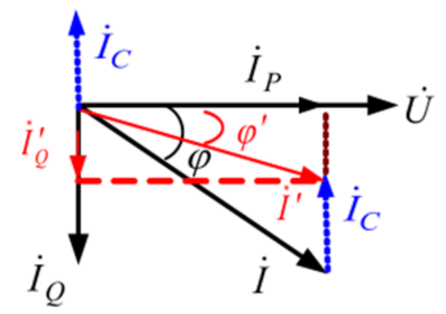
负载获得最大功率的条件 [模匹配] $|Z_L| = |Z_i|$

功率因数的提高

原理：利用电场能量与磁场能量的相互转换，或者说利用容性无功与感性无功的相互补偿，来减少电源输出电流的无功分量，从而减小电源的无功功率。

原则：确保负载正常工作。

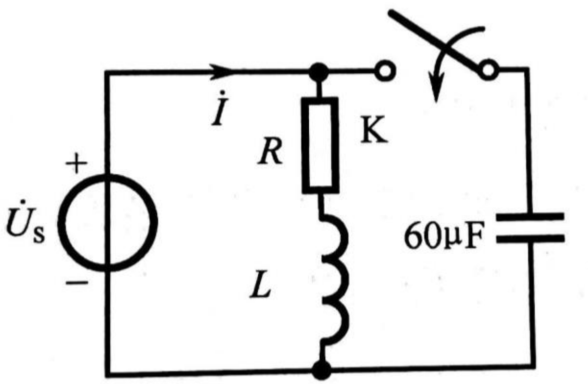




→一般采用并联电容方式，通过容性无功抵消感性无功。

4.6 例1

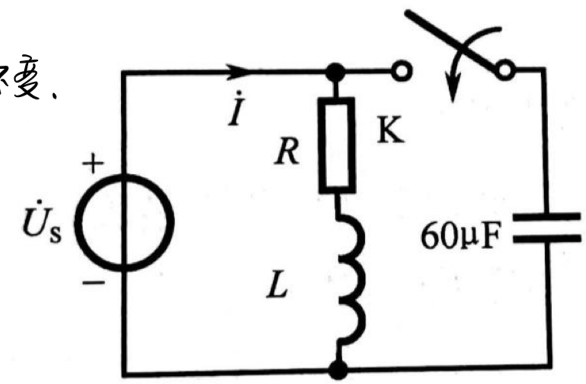
如图所示正弦电流电路，已知$U_s = 220V$，$f = 50Hz$，当K断开时$I = 10A$，$\cos\varphi = 0.5$（φ为 $\dot{U}_S$ 和 $\dot{I}$ 的相位差）。求K接通时全电路吸收的平均功率、无功功率和功率因数。



请先独立完成后，再翻到次页查看答案！

4.6 例1

如图所示正弦电流电路，已知U_s＝220V，f＝50Hz，当K断开时I＝10A，$\cos\varphi$＝0.5（φ为 $\dot{U}_S$ 和 $\dot{I}$ 的相位差）。求K接通时全电路吸收的平均功率、无功功率和功率因数。



解：开关闭合前后 流过 R、L 串联支路的电流及加在其两端电压不变。

该支路有功 $P = U_S \times I\cos\varphi = 1100W$

无功 $Q_1 = U_S \times I\sin\varphi = 1100\sqrt{3}$ var

对于电容支路：$X_C = \frac{1}{j\omega C} = \frac{1}{j\times 2\pi f C} = -53.05j\ \Omega$

则电容支路上吸收的无功功率 $Q_C = \frac{U^2}{X_C} = -912.32$ var

∴ 总无功 $Q = Q_1 + Q_C = 992.94$ var

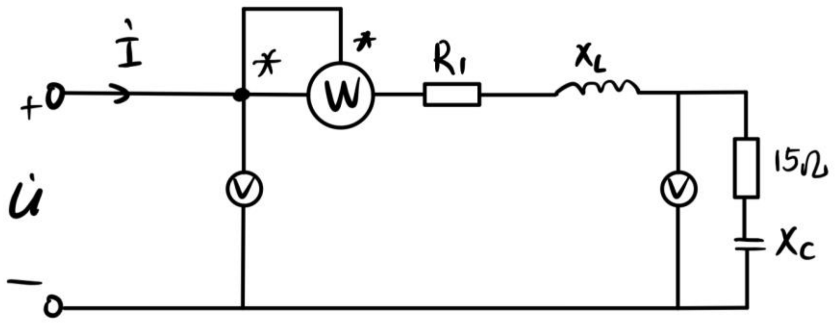
∴ 功率因数为 $\lambda = \cos\left(\arctan\frac{Q}{P}\right) = 0.74$

认真观察、综合运用各种规律。

4.6 例2

如图所示正弦电流电路，已知I＝10A，两个电压表的读数均为250V，功率表的读数为2000W，求R_1、X_L、X_C。（电表均为理想表）

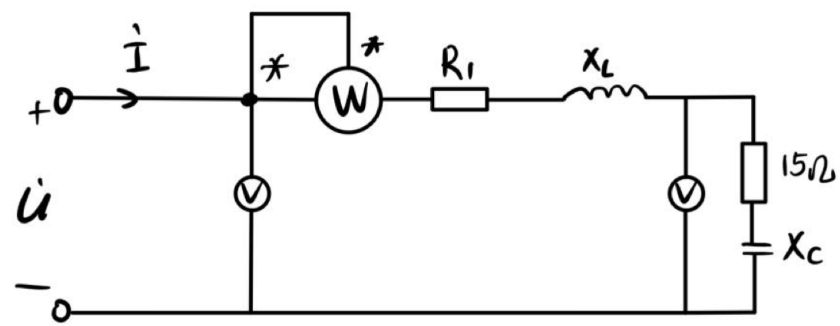
注：功率表的读数等于电压线圈电压有效值、电流线圈电流有效值及电压与电流相位差夹角余弦三者之积。



请先独立完成后，再翻到次页查看答案！

4.6 例2

如图所示正弦电流电路，已知I＝10A，两个电压表的读数均为250V，功率表的读数为2000W，求R_1、X_L、X_C。（电表均为理想表）



注：功率表的读数等于电压线圈电压有效值、电流线圈电流有效值及电压与电流相位差夹角余弦三者之积。→本题功率表测的是总有功功率！

解：先观察最右侧支路，已知加在其上的电压有效值与电流有效值，则由阻抗模等于加在其两端的电压有效值除以电流有效值，得到 $\sqrt{15^2+(X_C)^2} = \frac{U}{I} \Rightarrow X_C = -20\Omega$

再由电路总的有功为2000W，而只有电阻贡献有功，则 $P = I^2(R_1+15) \Rightarrow R_1 = 5\Omega$

∴ 电路总阻抗为 $Z = [20+(X_L-20)j]\Omega$，由 $\frac{U}{I} = \sqrt{20^2+(X_L-20)^2} \Rightarrow X_L = 35\Omega$ 或 5Ω

验证得均符合题意.

∴ 综上，$R_1 = 5\Omega$，$X_L = 5\Omega$ 或 35Ω，$X_C = -20\Omega$.

功率因数的提高 例题

【考试题】功率为60W的日光灯（功率因数λ＝0.5）和功率为100W的白炽灯各50只，并联接在电压为220V的工频交流电源上。则：

（1）电路总无功功率、平均功率、功率因数及流过电源的电流*I*；

（2）若并联进一只电容使电路总功率因数达到0.92，该电容最小是多少？

请先独立完成后，再翻到次页查看答案！

功率因数的提高 例题

【考试题】功率为60W的日光灯（功率因数λ＝0.5）和功率为100W的白炽灯各50只，并联接在电压为220V的工频交流电源上。则：

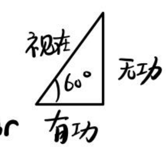
（1）电路总无功功率、平均功率、功率因数及流过电源的电流*I*；

（2）若并联进一只电容使电路总功率因数达到0.92，该电容最小是多少？

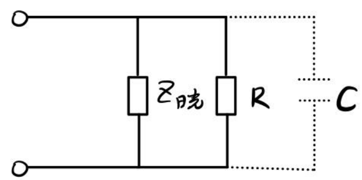
解：(1) (日光灯功率为60W，即为有功功率，因其单位为W)

平均功率为 $P = 60\times50+100\times50 = 8000W$

日光灯的功率因数角 $\varphi = \arccos 0.5 = 60^\circ$



每只日光灯的无功功率 $Q_0 = 60\times\tan60^\circ = 60\sqrt{3}$ var



无功功率为 $Q = 60\sqrt{3}\times 50 = 5196.15$ var

总功率因数为 $\lambda_{总} = \cos\left(\arctan\dfrac{Q}{P}\right) = 0.839$ (0.84)

问1：cos(arctan *Q*/*P*) 为什么等于功率因数？

总电流为 $I = \dfrac{\sqrt{P^2+Q^2}}{U} = 43.36A$ （或 $I = \dfrac{P}{220\lambda_{总}} = 43.36A$）

(2) 功率因数为0.92时，功率因数角 $\varphi_1 = \arccos 0.92 = 23.07^\circ$

由于并联入电容不改变有功，$\therefore P' = P = 8000W$

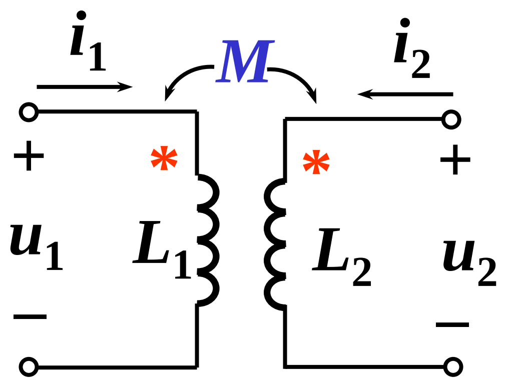
问2：并联入电容为什么不会改变有功功率？

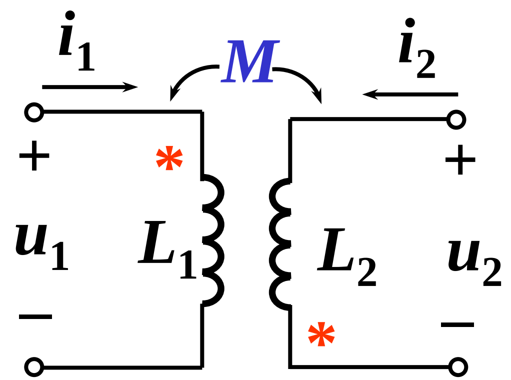
$\therefore Q' = P\tan\varphi_1 = 3407.99$ var

由于并联电容抵消的无功为 $Q_{抵} = Q - Q_1 = 1788.16$ var

需并入的电容值为 $C = \dfrac{Q_{抵}}{U^2\omega} = 1.18\times10^{-4}F = 118\mu F$.

4.7 耦合电感



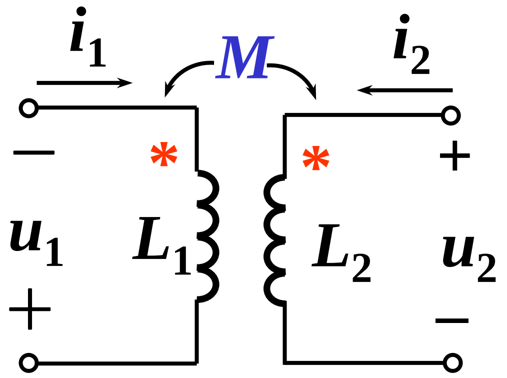


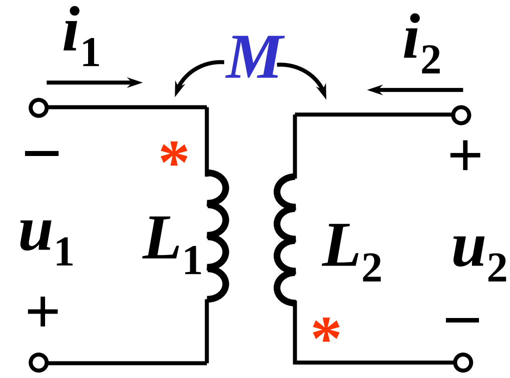
时域形式

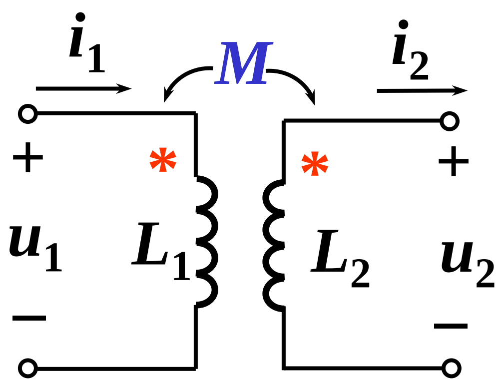
$$\begin{cases} u_1 = L_1 \dfrac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t} + M\dfrac{\mathrm{d}i_2}{\mathrm{d}t} \\ u_2 = M\dfrac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t} + L_2\dfrac{\mathrm{d}i_2}{\mathrm{d}t} \end{cases} \qquad \begin{cases} u_1 = L_1 \dfrac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t} - M\dfrac{\mathrm{d}i_2}{\mathrm{d}t} \\ u_2 = -M\dfrac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t} + L_2\dfrac{\mathrm{d}i_2}{\mathrm{d}t} \end{cases}$$

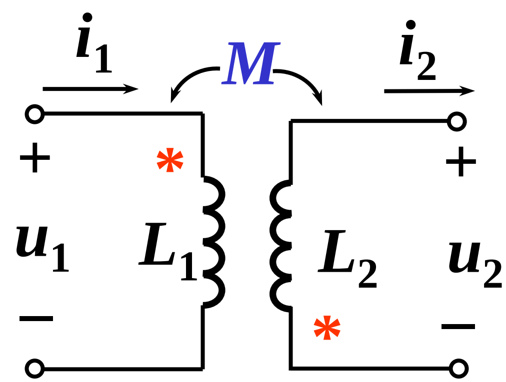
参考方向确定详见群文件“耦合电感补充.pdf”

4.7 耦合电感



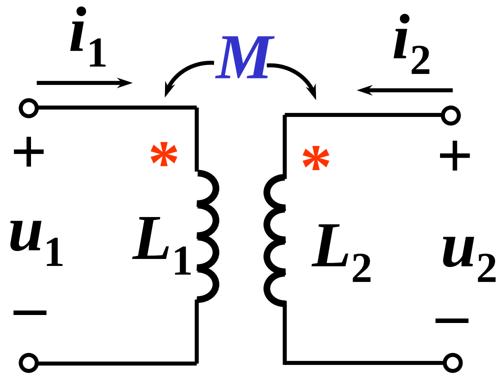






练习：时域形式？

4.7 耦合电感

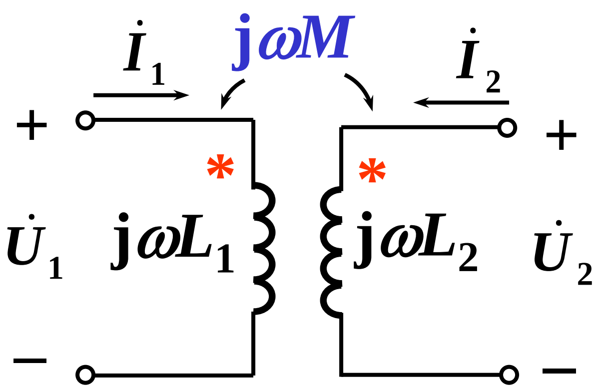


$$\begin{cases} u_1 = L_1 \dfrac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t} + M \dfrac{\mathrm{d}i_2}{\mathrm{d}t} \\ u_2 = M \dfrac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t} + L_2 \dfrac{\mathrm{d}i_2}{\mathrm{d}t} \end{cases}$$

时域

（瞬时值形式）

利用相量的微分规则



$$\begin{cases} \dot{U}_1 = \mathrm{j}\omega L_1 \dot{I}_1 + \mathrm{j}\omega M \dot{I}_2 \\ \dot{U}_2 = \mathrm{j}\omega M \dot{I}_1 + \mathrm{j}\omega L_2 \dot{I}_2 \end{cases}$$

相量域

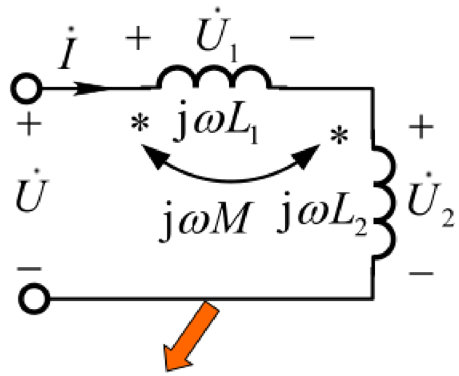
（相量形式）

当参考方向发生变化时，类似地可写出相量形式的电路模型和方程。

4.7 耦合电感

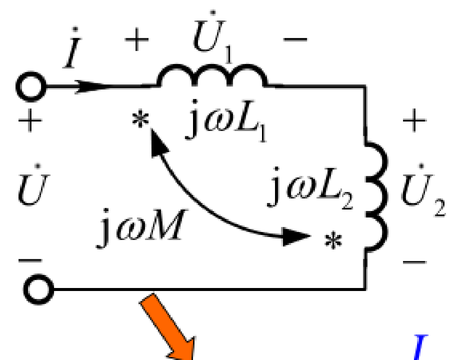
去耦合等效

一、串联



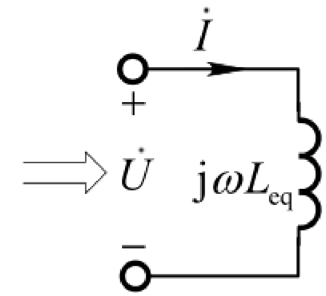
电流从同名端流入

→正串(或顺接)



电流从异名端流入

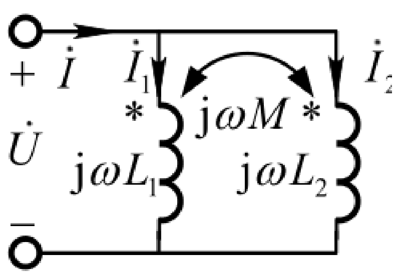
→反串(或反接)



$$L_{eq} = L_1 + L_2 \pm 2M$$

顺串＋ 反串－

二、并联



(在左边长出一个*M*或－*M*)

$$\left.\begin{aligned} L_a &= M \\ L_b &= L_1 - M \\ L_c &= L_2 - M \end{aligned}\right\}$$

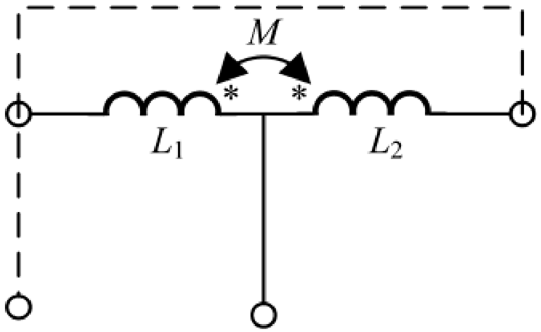
同名端并联

$$\left.\begin{aligned} L_a &= -M \\ L_b &= L_1 + M \\ L_c &= L_2 + M \end{aligned}\right\}$$

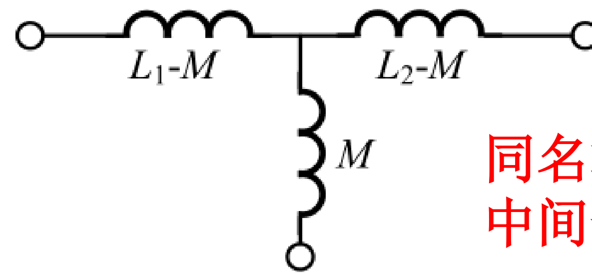
异名端并联

4.7 耦合电感

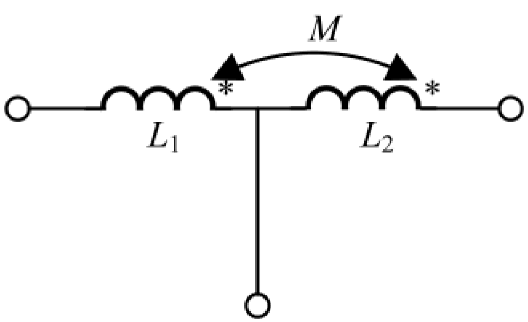
去耦合等效　　**三、T形**



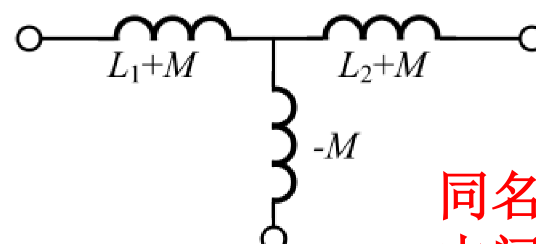
等效



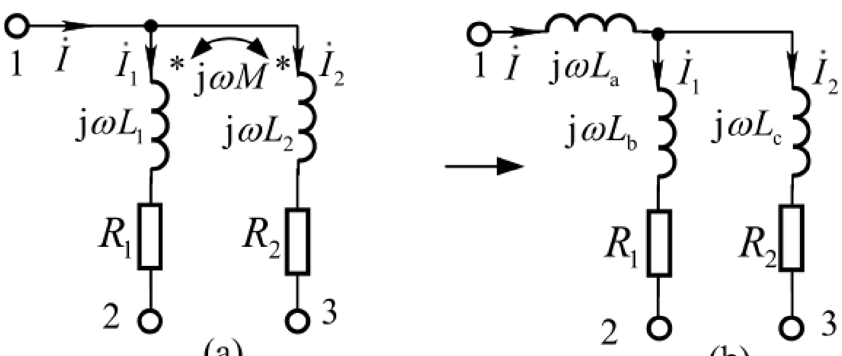
同名端接在一起
中间长出一个M



等效



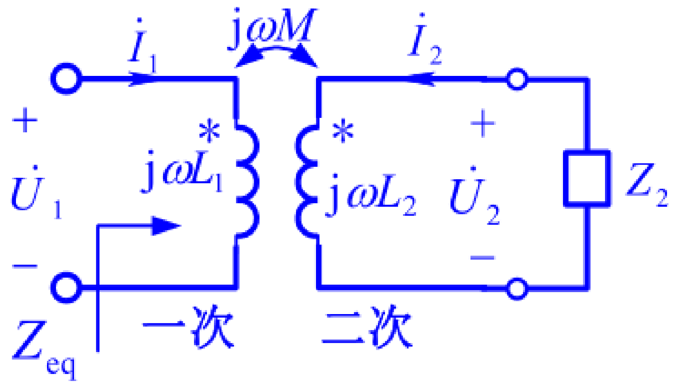
同名端未接在一起
中间长出一个 －M



接近实际的耦合电感电路模型
（上述等效的延伸）

4.7 耦合电感

阻抗变换作用



从一次侧看进去时，相当于无源一端口网络，可用阻抗来等效。对互感一次侧和二次侧所在回路分别列写**KVL**方程得

$$\left.\begin{aligned} \mathrm{j}\omega L_1\dot{I}_1 + \mathrm{j}\omega M\dot{I}_2 &= \dot{U}_1 \\ \mathrm{j}\omega M\dot{I}_1 + \mathrm{j}\omega L_2\dot{I}_2 + Z_2\dot{I}_2 &= 0 \end{aligned}\right\}$$

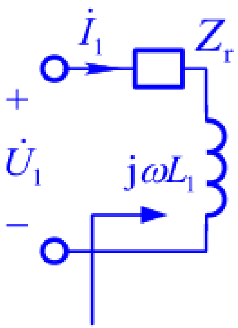
4.7 耦合电感

阻抗变换作用

即求得从一次侧看进去的等效阻抗为

$$Z_{eq}=\frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1}=\frac{(\omega M)^2}{Z_2+\mathrm{j}\omega L_2}+\mathrm{j}\omega L_1=Z_r+\mathrm{j}\omega L_1$$

等效电路如图所示



其中 $Z_r=\underline{\frac{(\omega M)^2}{Z_2+\mathrm{j}\omega L_2}}=\frac{(\omega M)^2}{\text{二次侧回路总阻抗}}=R_r+\mathrm{j}X_r$

注意分母包含两部分

4.7 耦合电感

总结（含互感元件的正弦电流电路分析）：

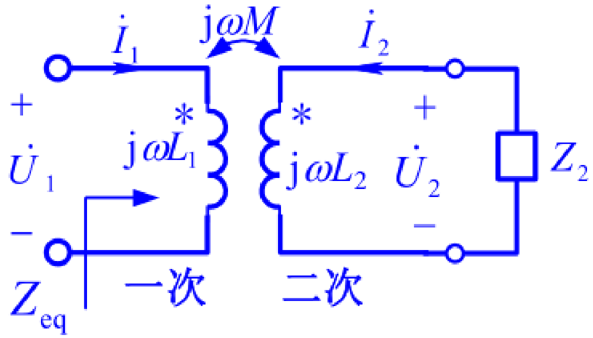
基本方法：列写相量形式的电路方程。

注1：当两个耦合电感线圈相连或存在公共节点时，应恰当利用去耦合等效，将电路变换成不含互感的电路来分析。

注2：因为互感元件方程一般是用电流来表示电压，所以在列写方程时常以电流为待求量，也就是列写支路电流方程和回路电流方程。

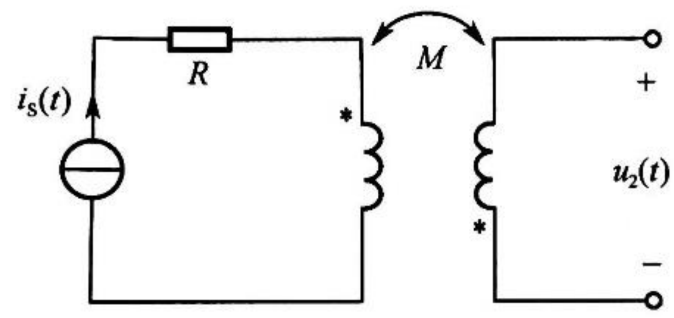
注3：当互感线圈的一次侧接电源，则从二次侧看进去时相当于含独立源一端口网络，可用戴维南电路或诺顿电路来等效。

注4：电路结构形如右图时，常将二次侧阻抗等效至一次侧。

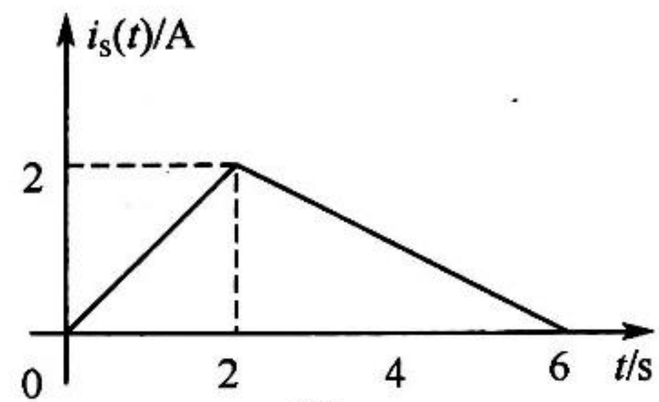


4.7 例1

【参考方向】图(a)所示电路，R＝100Ω，M＝20H，电流源的波形如图(b)所示，画出耦合电感二次侧电压u_2(t)的波形。



(a)



(b)

4.7 例1

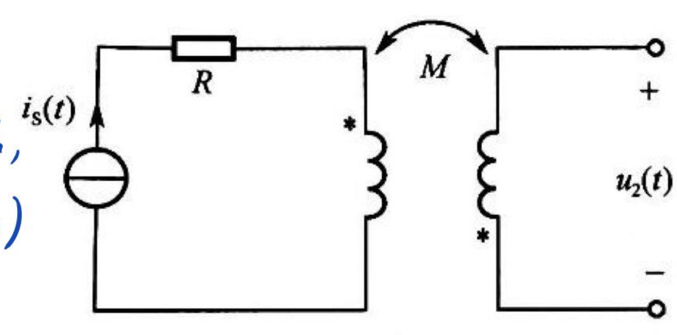
【参考方向】图(a)所示电路，R＝100Ω，M＝20H，电流源的波形如图(b)所示，画出耦合电感二次侧电压u_2(t)的波形。

【解析】 $u_2 = -M\frac{di_1}{dt}$

（负号是由于、流入一次侧线圈的电流参考方向与同名端的关系，和二次侧线圈输出电压参考方向与同名端的关系，是相反的）

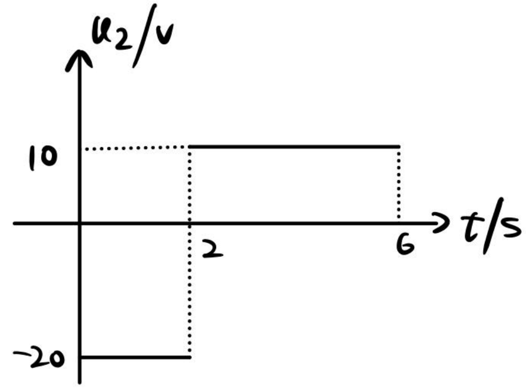
t=0s～t=2s时，$\frac{di_1}{dt}=1$，t=2s～t=6s时，$\frac{di_1}{dt}=-0.5$。

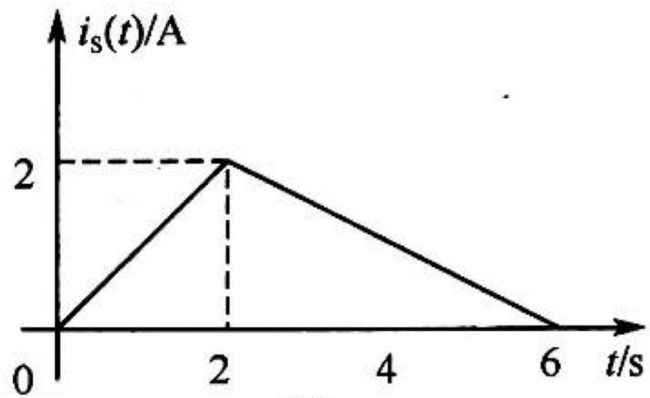
据此即可解题。



(a)

图为：

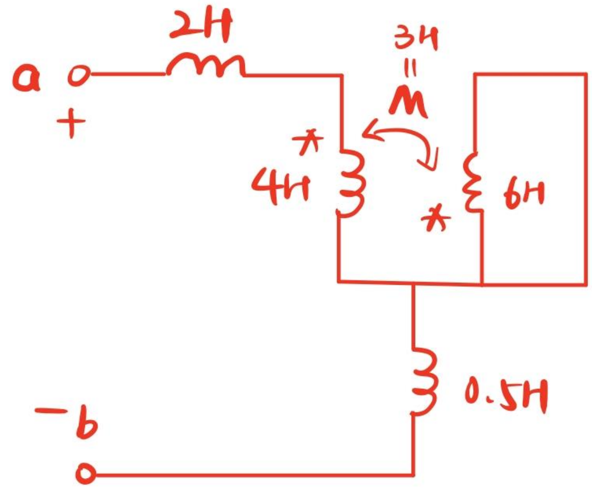




(b)

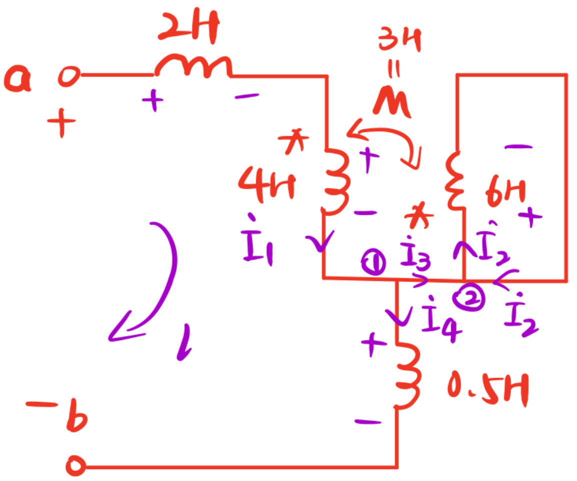
4.7 例2（等效&一般方法）

求图示电路等效电感L_{ab}＝＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿H。



4.7 例2（等效&一般方法）

求图示电路等效电感L_{ab}=____________H。



法一：（一般做法）对回路l列写KVL方程

$$\dot{U}_{ab} = j\omega\cdot 2H\cdot\dot{I}_1 + j\omega\cdot 4H\cdot\dot{I}_1 + j\omega\cdot\overset{(M)}{3H}\cdot\dot{I}_2 + j\omega\cdot 0.5H\,\dot{I}_4$$

对节点①列KCL：$\dot{I}_1 = \dot{I}_3 + \dot{I}_4$，对节点②列KCL，$\dot{I}_2 + \dot{I}_3 = \dot{I}_2 \Rightarrow \dot{I}_3 = 0$

$\Rightarrow \dot{I}_1 = \dot{I}_4$

对于右端6H电感而言，其两端电压必为0（由KVL）

故有 $j\omega\cdot 6H\cdot\dot{I}_2 + j\omega\cdot\overset{(M)}{3H}\cdot\dot{I}_1 = 0 \Rightarrow \dot{I}_1 = -2\dot{I}_2$

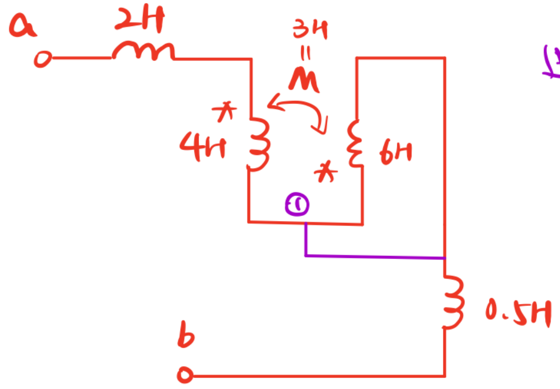
代入最先的KVL方程，有 $\dot{U}_{ab} = -10j\omega\dot{I}_2$，

而$\dot{I}_1 = -2\dot{I}_2 = \dot{I}_4$， 故：$Z_{ab} = \frac{\dot{U}_{ab}}{\dot{I}_1} = 5j\omega$， $\Rightarrow L_{ab} = 5H.$

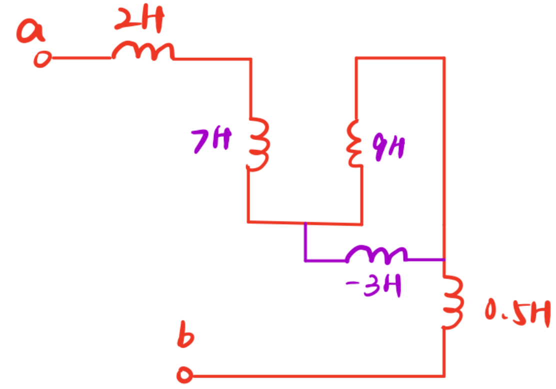
4.7 例2（等效&一般方法）

求图示电路等效电感L_{ab}＝____________H。

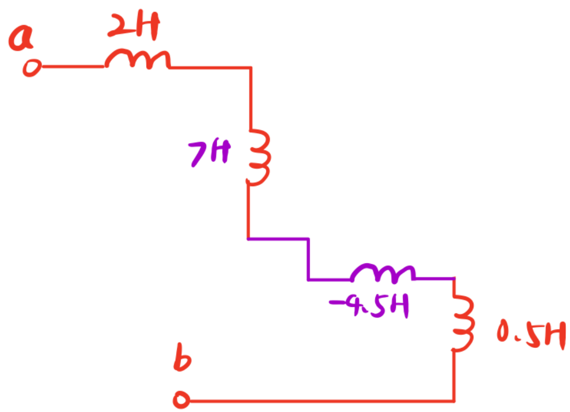
法二：电路改画为



进而



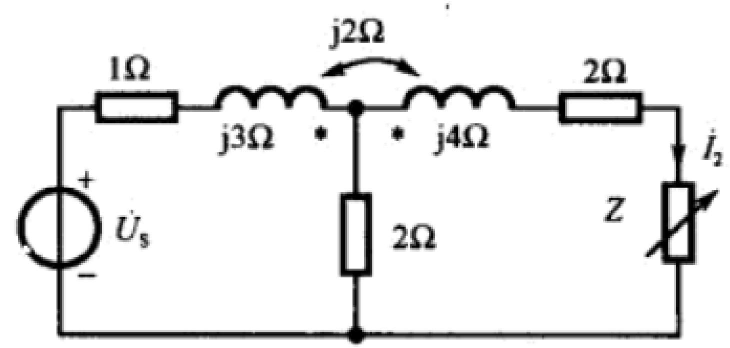
⇒



$\Rightarrow L_{ab} = 5H$

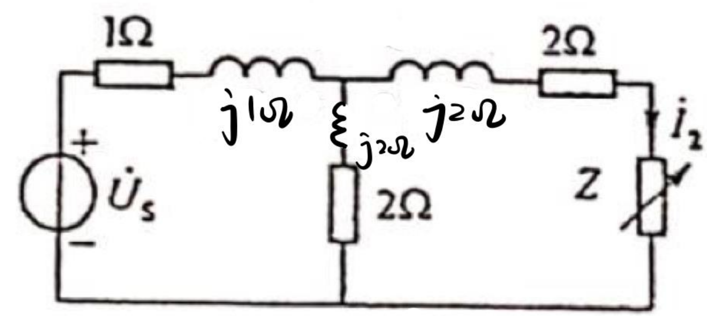
4.7 例3（含互感综合题，滚动复习）

图示电路，已知 $\dot{U}_S = 10\angle 0°\text{V}$，求负载Z为何值时可获得最大功率，并求其最大功率和电流I_2。

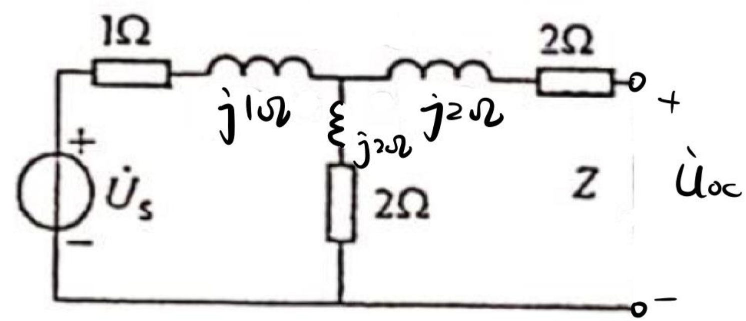


4.7 例3（含互感综合题，滚动复习）

图示电路，已知 $\dot{U}_S = 10\angle 0°\text{V}$，求负载Z为何值时可获得最大功率，并求其最大功率和电流I_2。



先去耦合，如右图所示，



将从Z看出去的电路作一戴维南等效，可得

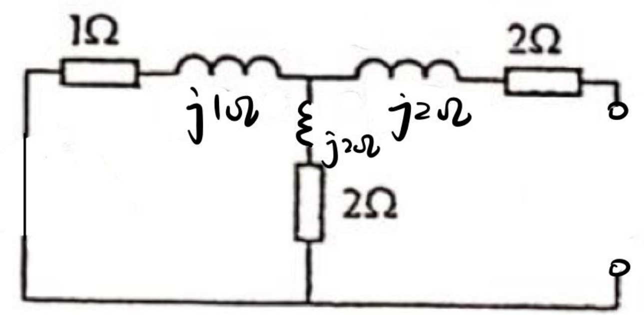
$$\dot{U}_{oc} = \frac{2\dot{U}_S}{3} = \frac{20}{3}\angle 0° \ \text{V}$$

$$Z_{eq} = (1+j)\,//\,(2+j2) + 2 + j2 = \frac{4}{3}(2+j2)$$

则 $Z = \frac{8}{3} - \frac{8}{3}j\ \Omega$ 时，可获得最大功率，

最大功率为 $P = \dfrac{(\frac{20}{3})^2}{4\times\frac{8}{3}} = \dfrac{25}{6}\text{W}$

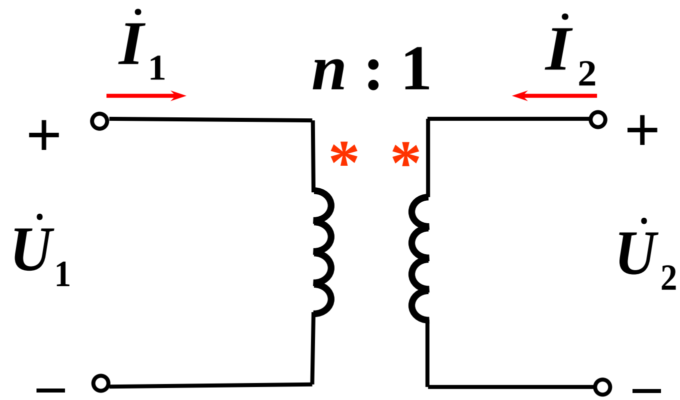
$$I_2 = \frac{\frac{20}{3}}{\frac{16}{3}}\text{A} = \frac{5}{4}\text{A}.$$



4.8 理想变压器

一次侧、二次侧电压电流变换关系
（注意参考方向）

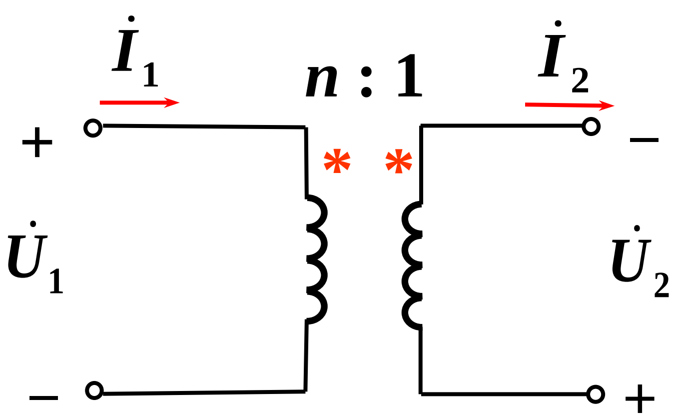
$$\begin{cases} \dot{U}_1 = n\dot{U}_2 & ① \\ \dot{I}_1 = -\dfrac{1}{n}\dot{I}_2 & ② \end{cases}$$



理想变压器的电路模型

电压u_1、u_2的参考方向相对同名端相同，
否则改变上述方程①的正负号；
电流i_1、i_2的参考方向相对同名端相同，
否则改变上述方程②的正负号。

既不储能，也不耗能，在电路中只起传递信号和能量的作用。（非能元件）

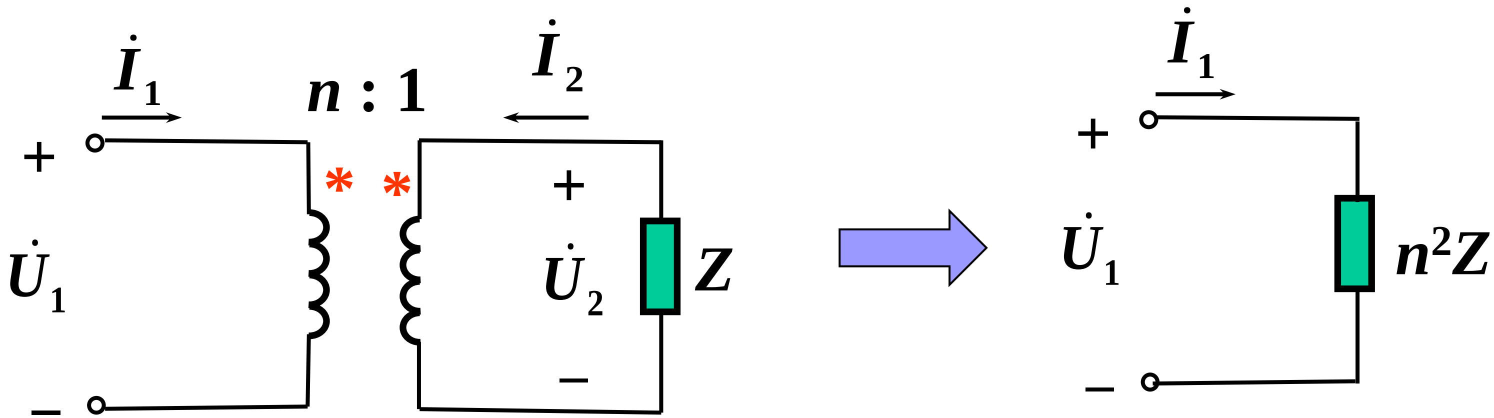


$$\begin{cases} \dot{U}_1 = ?\dot{U}_2 \\ \dot{I}_1 = ?\dot{I}_2 \end{cases}$$

参考书P124的图4.58

4.8 理想变压器

理想变压器的阻抗变换性质



原边（一次侧）等效电路

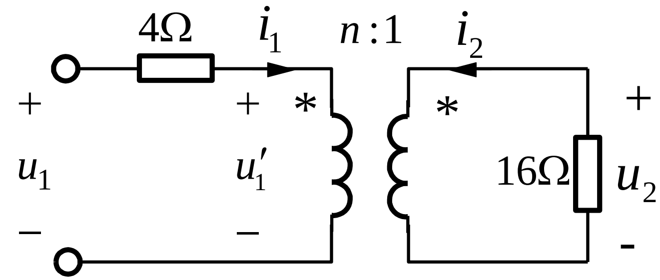
$$\frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1}=\frac{n\dot{U}_2}{-1/n\dot{I}_2}=n^2\left(-\frac{\dot{U}_2}{\dot{I}_2}\right)=n^2Z$$

即当理想变压器二次侧接阻抗Z时，
折算到一次侧将得等效阻抗为n^2Z
（此结果与参考方向选取无关）

上页答案：
$$\begin{cases}\dot{U}_1=-n\dot{U}_2\\ \dot{I}_1=\dfrac{1}{n}\dot{I}_2\end{cases}$$

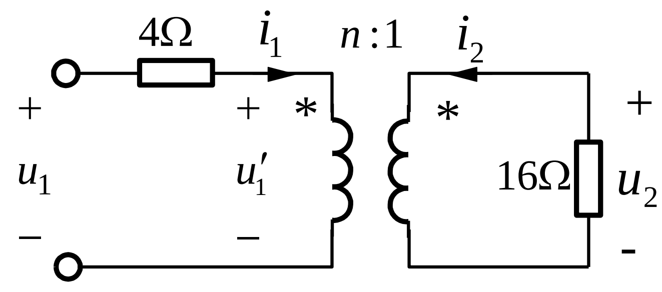
4.8 例1

图示电路中，要求$u_1 = u_2$，变比n应为多少?



请先独立完成后，再翻到次页查看答案!

例1解



图示电路中，要求$u_1= u_2$，变比n应为多少?

解：首先注意题干要求的是u_1=u_2 (瞬时值相等)，也就是说u_1和u_2每时每刻都要相等。若是U_1=U_2，则含义不同。

由变压器特性方程可知
$$\begin{cases} u_1' = nu_2 \\ i_1 = -\dfrac{1}{n} i_2 = -\dfrac{1}{n} \times (-\dfrac{u_2}{16}) \end{cases}$$

对左回路应用KVL方程 $u_1 = 4i_1 + u_1' = 4i_1 + nu_2$

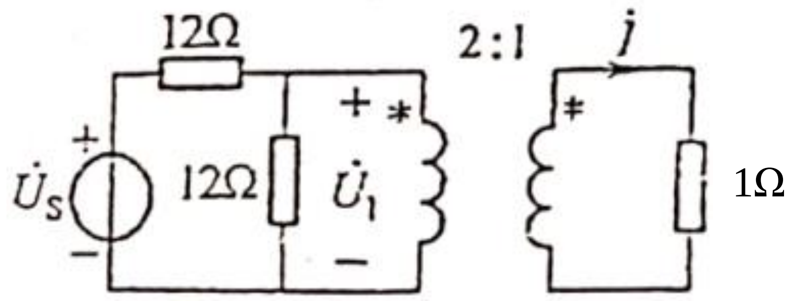
将式(1)代入式(2)，考虑到$u_1= u_2$，可得 $u_1 = (\dfrac{1}{4n} + n)u_2 = (\dfrac{1}{4n} + n)u_1$

解得n＝0.5

这个题在哪里见过？之前是否整理过？

4.8 例2

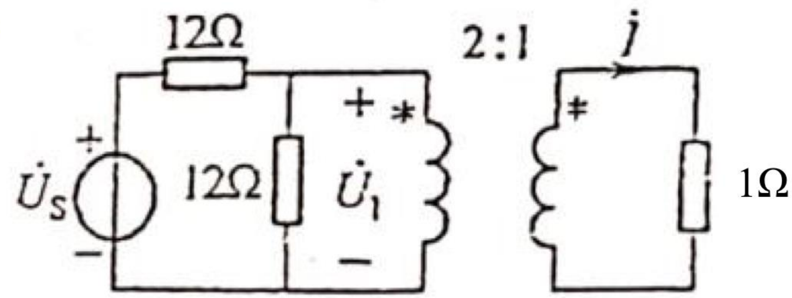
图示为含有理想变压器的电路，已知 $\dot{U}_S = 20\angle 0°\text{V}$，求 $\dot{I}$.



请先独立完成后，再翻到次页查看答案！

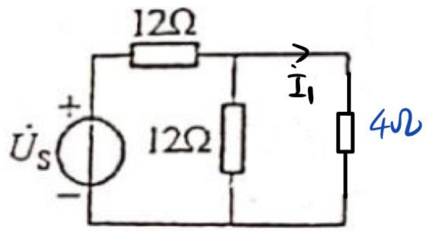
4.8 例2

图示为含有理想变压器的电路，已知 $\dot{U}_S = 20\angle 0°\text{V}$，求 $\dot{I}$.



解：将阻抗变换到一次侧，有 $Z_{eq} = n^2 \times 1\Omega = 4\Omega$，

画出等效电路图：



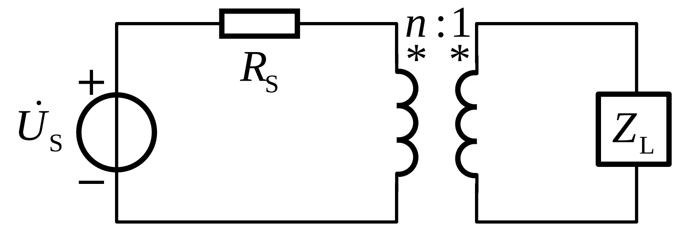
$R_总 = 12\Omega + \frac{12\times4}{12+4}\Omega = 15\Omega$， $\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}_S}{15} \times \overset{\text{分流}}{\frac{12}{16}} = 1\angle 0° \text{A}$.

由理想变压器特性方程， $\dot{I} = n\dot{I}_1 = 2\angle 0° \text{A}$

（二次侧电流与一次侧电流相对同名端反向，故无负号）

4.8 例3

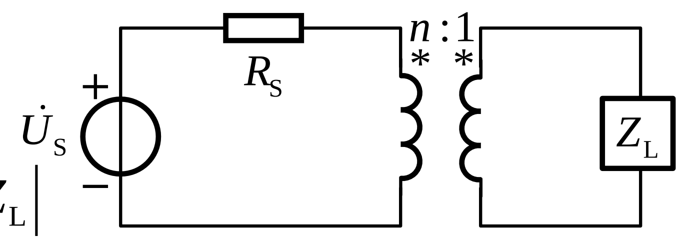
图示电路中电源电压U_S＝100V，内阻R_S＝5Ω，负载阻抗Z_L＝(16＋j12)Ω，问理想变压器的变比n为多少时，Z_L可获得最大功率？试求此最大功率。



请先独立完成后，再翻到次页查看答案！

例3解

图示电路中电源电压U_S＝100V，内阻R_S＝5Ω，负载阻抗Z_L＝(16＋j12)Ω，问理想变压器的变比n为多少时，Z_L可获得最大功率？试求此最大功率。



解： 由理想变压器的阻抗变换关系得 $Z_L' = n^2 Z_L$

(将阻抗等效到一次侧成为 Z_L')

此时获得最大功率条件是模匹配，即 $R_S = |Z_L'| = |n^2 Z_L|$

(模匹配：内阻抗和负载阻抗的模相等)

由此求得： $n^2 = \dfrac{R_S}{|Z_L|} = \dfrac{5\Omega}{\sqrt{16^2+12^2}\Omega} = \dfrac{1}{4}$ 　　$n = 0.5$ 　　$Z_L' = 4+3j$

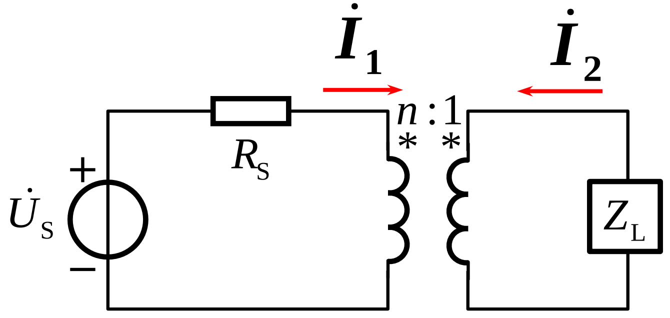
问题：一般而言，处理最大功率传输的题目，是将负载以外的部分作戴维南等效，求出等效的电源和内阻抗，然后将负载进行共轭匹配或模匹配。但是，此处涉及的理想变压器的最大功率传输问题，负载接在二次侧时，为什么可以将负载等效到一次侧来（如上述过程），然后按照最大功率传输定理解题呢？

原因：此处等效不改变功率！因此，所求得的 等效到一次侧的那个“负载”的功率及其获得最大功率的条件，也就是原来（未等效前）的那个负载的最大功率及其获得最大功率的条件。（即：等效前后不改变负载的功率时可以把负载进行等效，类似题见书本习题4.29）

例3解

图示电路中电源电压U_S＝100V，内阻R_S＝5Ω，负载阻抗Z_L＝(16＋j12)Ω，问理想变压器的变比n为多少时，Z_L可获得最大功率？试求此最大功率。

$$n = 0.5$$



设$\dot{U}_S = 100\angle 0°\text{V}$，则理想变压器原端电流：

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}_S}{R_S + Z_L'} = \frac{100\angle 0°}{5+4+\text{j}3} = \frac{10}{3}\sqrt{10}\angle -18.4°\text{A}$$

副端电流为 $\dot{I}_2 = -n\dot{I}_1 = -\frac{5}{3}\sqrt{10}\angle -18.4°\text{A}$

负载吸收的最大平均功率为 $P_{\max} = I_2{}^2 \times 16\Omega = (\frac{5\sqrt{10}}{3})^2 \times 16 = 444.44\text{W}$

(对于一个阻抗Z＝R＋jX，若通过其的电流有效值为I，则负载吸收的平均功率为$P = I^2R$，无功功率为Q＝I^2X，请尝试自行推证。

本讲内容结束
谢谢！

2022.8