正弦电流电路。

$\dot{U}_m$、$\dot{I}_m$是振幅相量，$\dot{U}$、$\dot{I}$是有效值相量。

4.1 介绍正弦电路、相关基本概念。→注：U_m/I_m表示最大值，U、I表示有效值。

4.2 引入相量表示法，运算律为后几节提供表示准备！→相量模型是工具而不是真实存在的

4.3～4.6 将直流电路中的规律推广至正弦电流电路 [延伸、逐层推进]

4.4 ↓ 为由分到合

4.5 关系

4.6

先逐一分析R、L、C元件，再组合分析RLC串联电路，由串上升至RLC元件并联组合

直流电路	正弦交流电路
电阻	阻抗
电导	导纳
电压	电压相量
电流	电流相量

方便节点电压处理。此外，戴维宁等效、节点电压(本质是KCL)、回路电流(本质是KVL)、支路电流等分析方法也都适用。

4.7－4.8 从电压、电流而至功率问题，特别注意与前几节的联系，及有无相量(有无加点)

↓ 几种功率。

↓ 如功率因数角，阻抗角(此二者彼此也有相互转化)本质上是电压与电流的相位差(从此即可理解4.1为何专门提$\psi_u-\psi_i$，有用意！)

4.9－4.11 耦合电感与含互感元件的电路分析，理想变压器可作为特例看待。

复数的三角表示式 → 相量图(向量加减)

↓

极坐标式 → 角在相量图上的对应。

要会作相量图，理解角的增减带来的变化，以及乘除。

思维方法：特殊化与一般化，寻找关联。

纯容 ⟷ 纯阻 ⟷ 纯感。

-90° 0° 90°。

直流？高/低频？ 直流？高/低频？

一般角度？阻抗与功率有何关联？

一个典例：×j：相量图上逆时针转90°，反映到角度上就是加上90°。除以j相当于乘以-j，与上面相反即可。

正弦电流电路，

1、正弦量：随时间按正弦规律变化的电路变量，如正弦电流、电压、正弦磁通等.

2、相关物理量：$\underline{i} = \underline{I_m} \cos(\underbrace{\omega t + \psi_i}_{})$ → 通常用余弦函数表示.

（相角）

i 为瞬时值、I_m 为振幅、幅值、ψ_i 为初相、$\omega t+\psi_i$ 为相位、ω 为角频率，

$\omega = 2\pi f$，f 为频率、$T = \frac{2\pi}{\omega}$．特别地，$f = 50Hz$ 为工频.

3、有效值：方均根值（采用功定义）

$$\begin{cases} W = \int_0^T i^2 R dt \\ W' = I^2 RT \end{cases} \Rightarrow I = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T i^2 dt}.$$

正弦电流的 $I = \frac{1}{\sqrt{2}} I_m$.

4. 相位差：正弦电压、电流间相位差为（同频率）$\omega t + \psi_u - (\omega t + \psi_i) = \underline{\psi_u - \psi_i}$.

>0：u 超前于 i　<0：u 滞后于 i　$=0$：同相　$90°/-90°$ 正交

$180°$ 反相　→ 为何专门提出电压、电流相位差？之后多有涉及！

5. 各处电压电流都是同频率正弦量时，电路称为正弦［电流］电路.

正弦量的相量表示法：

1、由来：$f(t) = A_m \cos(\omega t + \psi)$

据 Euler 公式有 $A_m e^{j(\omega t+\psi)} = A_m \cos(\omega t+\psi) + jA_m \sin(\omega t+\psi)$

可见 $f(t) = Re[A_m e^{j(\omega t+\psi)}] = Re[A_m e^{j\omega t} e^{j\psi}] = Re[\dot{A}_m e^{j\omega t}]$

$\Rightarrow \dot{A}_m = A_m e^{j\psi} = A_m \angle \psi$．则 $\dot{A}_m \overset{\omega}{\Longleftrightarrow} f(t)$

→ 蕴含振幅与初相位信息 → 为何不包含 ω？就是为了同频率分析方便！

2、对应关系：

$A = |A| e^{j\theta}$ → $\dot{A}_m = A_m e^{j\psi}$　$|A| = A_m$　$\underline{\theta = \psi}$、

复数在复平面上表示 → 相量在相量图上表示.

之后将地提运算律再推出KCL、KVL，也是说明不用理会 ω！

直角坐标 ⟺ 极坐标

转化熟练掌握！

$\dot{A}_m = \underbrace{A_m \cos\psi}_{a_1} + j\underbrace{A_m \sin\psi}_{a_2}$　$\psi = \arctan\frac{a_2}{a_1}$.

（还要结合 a_1、a_2 正负）

3. 运算法则：①唯一性　同频率正弦量相等 ⟺ 相量相等.

［条件：同频率！］② 线性性质（可加性）　正弦量线性组合的相量等于正弦量相量的线性组合.

③ 微分规则　$\frac{d}{dt} f(t) = Re[j\omega \dot{A}_m e^{j\omega t}]$　求导 → 乘 $j\omega$.

对应关系补充：① $A = a_1 + ja_2$　$|A_m| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2}$　$\psi = \arctan\frac{a_2}{a_1}$

（主要考查转换）→ 写出相量 $\dot{A}_m = |A_m| \angle \psi$　$f(t)$ 可写.

② $\dot{A}_m = A_m e^{j\psi}$、$\Rightarrow a_1 = A_m \cos\psi$　$a_2 = A_m \sin\psi$ ⋯　同理可重新表为复数形式.

基尔霍夫定律的相量形式.

1. $\Sigma i=0$ → (依据:线性性质与唯一性) $\Sigma \dot{I}=0$ / $\Sigma \dot{I}_m=0$.

此式左边:正弦量相量的线性组合.($\Sigma \dot{I}$ 或 $\Sigma \dot{I}_m$).

右边:正弦量线性组合 →为0 的相量 → 当然也为0.

$\dot{I}$ 为有效值相量. 注意:加了点是相量;区分这两种相量

$\dot{I}_m$ 为振幅相量.

2. 类似地, $\Sigma u=0$ → $\Sigma \dot{U}=0$ / $\Sigma \dot{U}_m=0$. 同样注意 $\dot{U}_m$ 与 $\dot{U}$ 区别.

[习题4.2] 综合考查 相量 ↔ 复数、相量与正弦量、有效值与振幅 几组关系.

RLC 元件上电压与电流的相量关系. [电压电流取关联参考方向] → 电压降与电流同向

依据均为运算律与 i

1. 电阻元件: $u=Ri$ → $\dot{U}_m=R\dot{I}_m$ / $\dot{U}=R\dot{I}$ → 电压/流相量也服从欧姆定律

又 $\dot{U}=U\angle\psi_u$, $\dot{I}=I\angle\psi_i$ ⇒ $\frac{\dot{U}}{\dot{I}}=R\angle 0°$ ⇒ $\psi_u=\psi_i$

$\frac{U}{I}=R$ ⇒ $U=IR$.

电压、电流有效值(或振幅)之比等于电阻 电压与电流同相位. → 相量图表示.

2. 电感元件 $u=L\frac{di}{dt}$ $\xrightarrow{得}$ $\dot{U}_m=j\omega L\dot{I}_m$ / $\dot{U}=j\omega L\dot{I}$

$X_L=\omega L$ → 感抗 $\dot{U}_m=jX_L\dot{I}_m$ $\dot{U}=jX_L\dot{I}$

$\dot{U}=U\angle\psi_u$, $\dot{I}=I\angle\psi_i$ 代入得: $U\angle\psi_u=jX_LI\angle\psi_i=X_LI\angle\psi_i+90°$

↑如法炮制

⇒ $U=X_LI$, $\psi_u=\psi_i+90°$

电压、电流有效值(或振幅)之比等于感抗

电压超前电流90°. 字训上述是否有类比思想?

3. 电容元件 $i=C\frac{du}{dt}$ ↓得

$\dot{I}_m=j\omega C\dot{U}_m$ $\dot{I}=j\omega C\dot{U}$

⇒ $\dot{U}_m=\frac{1}{j\omega C}\dot{I}_m=-j\frac{1}{\omega C}\dot{I}_m$, $\dot{U}=-j\frac{1}{\omega C}\dot{I}$. $\boxed{X_C=-\frac{1}{\omega C}}$ 容抗.

负号从除法得来.

⇒ $\dot{U}_m=jX_C\dot{I}_m$ $\dot{U}=jX_C\dot{I}$

将 $\dot{U}=U\angle\psi_u$, $\dot{I}=I\angle\psi_i$ 代入得: $U\angle\psi_u=jX_CI\angle\psi_c=-j|X_C|I\angle\psi_c=|X_C|I\angle\psi_c-90°$

⇒ $U=|X_C|I$ $\psi_u=\psi_i-90°$ 电压、电流有效值(或振幅)之比等于容抗绝对值.

电压比电流滞后90°. 两点:① 容抗为负 → "负电阻"?

② 与之前电阻、感抗对比?

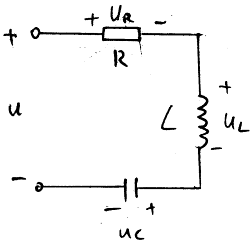
归纳表格见下页.

正弦电流电路 2

对比表格：	电阻	电容	电感
U/I 比（振幅/有效值都符合！）	电阻值	容抗 $-\frac{1}{\omega C}$	感抗 ωL
$\varphi=\psi_u-\psi_i$	0°（同相）	-90°（正交）	90°（正交）→ 之后功率会有联系！

分析方法都一样：利用之前定义的式子，借助相量运算+性质改写为相量式，发现类似位置的类似项；再将 U/I 也化为相量式代入，找到 $\frac{U}{I}$ 比、相差角的关系！

之后阻抗分析也用到类似方法，请看：



$\dot{U}=\dot{U}_R+\dot{U}_L+\dot{U}_C$ $\quad \dot{U}_R=R\dot{I}$ $\quad \dot{U}_L=j\omega L\dot{I}=jX_L\dot{I}$ $\quad \dot{U}_C=\frac{1}{j\omega C}\dot{I}=jX_C\dot{I}$

$\Rightarrow \dot{U}=\left[R+j\left(\omega L-\frac{1}{\omega C}\right)\right]\dot{I}$

$Z=R+j(X_L+X_C)=R+jX=|Z|\angle\varphi$ → $|Z|$ 阻抗模，φ → 阻抗角（记为 φ，与 ψ 区分）

Z 不是正弦量，不能记为相量 → 相量可以代表正弦量、

但是 Z 仍是复数，满足复数运算 复数不一定是相量，但相量是复数，只有联系之后知道可得有效值相关性质 → 而不是相量运算+性质。

$|Z|=\sqrt{R^2+(X_L+X_C)^2}$ $\quad \varphi=\arctan\frac{X_L+X_C}{R}$ → 注意：是电抗比上电阻，不是电阻比上电抗。

阻抗 Z、电抗 X（虚部）与电阻 R（实部）单位相同（Ω）。

$\dot{U}=Z\dot{I}$ → 相量式对 RLC 串联仍成立 → 之后推广至线性组合。

$\dot{U}_R=R\dot{I}$ / $\dot{U}_L=jX_L\dot{I}$ / $\dot{U}_C=jX_C\dot{I}$ 是上式的特例。

进一步：如法炮制，$\dot{U}=U\angle\psi_u$，$\dot{I}=I\angle\psi_i$ 代入有 $\frac{\dot{U}}{\dot{I}}=\frac{U\angle\psi_i}{I\angle\psi_i}=\frac{U}{I}\angle\psi_u-\psi_i=|Z|\angle\varphi$

有效值相量，用振幅相量代入也一样

$\Rightarrow \frac{U}{I}=|Z|$ $\quad \psi_u-\psi_i=\varphi$ ⇒ 阻抗端口（即电阻、电感、电容线性组合的进出口）

电压电流之比等于阻抗模，

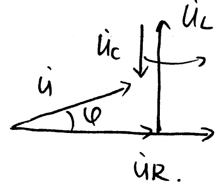
电压超前电流的相差等于阻抗角 φ。

且：
$$\begin{cases} X_L+X_C>0 & \varphi>0 \\ X_L+X_C<0 & \varphi<0 \\ X_L+X_C=0 & \varphi=0 \end{cases}$$
[tan 值与正负关系] 感性 / 容性 / 阻性

现在回过头看电容和电感和电阻，发现前二者是仅有虚部，后二者是仅有实部，事实是阻抗模在虚/实部一者为 0 时的特殊情况。

$\frac{U}{I}=|Z|$ $\quad \varphi=\psi_u-\psi_i$

可见：$\dot{U}=Z\dot{I}$ 这一复数方程同时给出了阻抗端口电压与电流的大小与相位关系。



$\dot{U}_L$（电感是在 $\dot{I}$ 方向上逆时针 90°）

$\dot{U}_C$（电容是在 $\dot{I}$ 方向上顺时针 90°）

$\dot{I}$ 取 $\dot{I}$ 为参考。

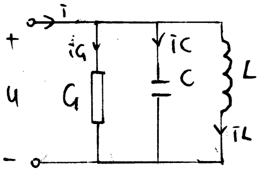
有效值相量的模即为有效值。

→ 结合相量图，再好理解 $U=\sqrt{U_R^2+(U_L-U_C)^2}$ 这一式。

另角度：向量模！（复数模）

每个下标 U 的都指有效值。

导纳分析:(GCL 并联电路).



$\dot I = \dot I_G + \dot I_C + \dot I_L$

$\dot I_G = G\dot U$ $\dot I_C = j\omega C\dot U$ $\dot I_L = \frac{\dot U}{j\omega L}$ (从$\dot U$关于$\dot I$式子反推而来).

$\Rightarrow \dot I = [G + j(\omega C - \frac{1}{\omega L})]\dot U \Rightarrow Y = G + j(\omega C - \frac{1}{\omega L}) = G + j(B_C + B_L)$
$= G + jB = |Y|\angle\varphi_Y$

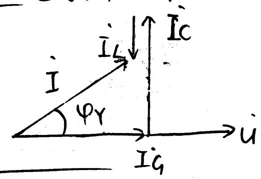
复数Y为并联电路的导纳，实部为电导G，虚部为电纳B ($=B_L+B_C$)

$|Y| = \sqrt{G^2 + (B_C+B_L)^2}$ $\varphi_Y = \arctan\frac{B_C+B_L}{G}$. $\dot I = Y\dot U$

如法炮制: $\frac{\dot I}{\dot U} = \frac{I\angle\psi_i}{U\angle\psi_u} = \frac{I}{U}\angle\psi_i-\psi_u = |Y|\angle\varphi_Y \Rightarrow \begin{cases}\frac{I}{U} = |Y| \\ \psi_i - \psi_u = \varphi_Y.\end{cases}$

⇒ 导纳端口电流与电压有效值(或振幅)之比等于导纳模，端口电流超前于电压的相位差等于导纳角.(φ_Y)

$\begin{cases} B_C+B_L>0 \rightarrow \text{容性} \quad \varphi_Y>0 \\ B_C+B_L<0 \rightarrow \text{感性} \quad \varphi_Y<0 \\ B_C+B_L=0 \rightarrow \text{阻性(只有电导)} \end{cases}$



上面 $\dot I = G\dot U$ / $\dot I_C = j\omega C\dot U$ / $\dot I_L = \frac{\dot U}{j\omega L}$ 为特殊情况

(理解从特殊到一般思维方法).

一般式: $\dot I = Y\dot U$ $I = \sqrt{(I_G)^2 + (I_C - I_L)^2}$.

联系 $\dot U = Z\dot I \Rightarrow Y = \frac{1}{Z}$, 且有 $|Y|\angle\varphi_Y = \frac{1}{|Z|\angle\varphi} = (1/|Z|)\angle-\varphi$

$Z = \frac{1}{Y}$ $\Rightarrow \varphi_Y = -\varphi$. $|Y| = 1/|Z|$

注意: 在某频率下根据 $Y=1/Z$ 求出的等效参数，只是在这一频率下才是有效的.

频率不同时，等效电路参数不同，甚至连元件类型都可能发生改变. → 有条件等效.

正弦电流电路的相量分析法.

思想: 电阻 → 阻抗 电导 → 导纳 恒压、恒流 → 电压、电流相量

即可用线性直流电路的计算方法来计算正弦电路.

[例4.9] ① 分流公式推广

[例4.10] ② 回路电流方程推广

[例4.11] ③ 节点电压方程推广

[例4.12] ④ 戴维宁等效电路方法推广 → 习题4.12 含受控源和RLC元件的电路的戴维宁等效.

[例4.13] 图解/代数法之结合.

正弦电流电路 3

功率问题

1. 瞬时功率 $u=\sqrt{2}U\cos(\omega t+\psi_u)$，$i=\sqrt{2}I\cos(\omega t+\psi_i)$

$$\Rightarrow p(t)=ui=2UI\cos(\omega t+\psi_u)\cos(\omega t+\psi_i)=\underbrace{UI\cos(\psi_u-\psi_i)}_{\text{常量}}+\underbrace{UI\cos(2\omega t+\psi_u+\psi_i)}_{\text{随时间按余弦规律变化}}$$

且频率为 u/i 2倍.

2、平均功率（有功功率）、无功功率与视在功率

$$P=\frac{1}{T}\int_0^T p(t)\,dt=\frac{1}{T}\times T\,UI\cos(\psi_u-\psi_i)+\frac{1}{T}\int_0^T \underbrace{\cos(2\omega t+\psi_u+\psi_i)}_{\text{周期函数的两倍周期积分为0.}}=UI\cos(\underbrace{\psi_u-\psi_i}_{\text{你又出现了?!}})$$

$\cos(\psi_u-\psi_i)=\lambda$ → 功率因数 ↙对于无源一端口

功率因数角 → 也即阻抗角 → 有关系！

特殊化：① 只有电阻 $\lambda=1$ $P=UI=I^2R=GU^2$ $p_R(t)=UI[1+\cos2(\omega t+\psi_i)]$

→ 若用之前定义的有效值来计算电阻平均功率，则所得结果与在直流情况下的一致 → 清楚定义有效值的理由.

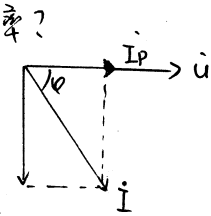
② 只有电容或电感. $\lambda=0$. $P=0$ $p_X(t)=\pm UI\sin2(\omega t+\psi_i)$

→ 平均功率为0、一周期内吸收和释放的能量相同. 瞬时功率分析：$\begin{cases}>0 & \text{吸收功率}\\ <0 & \text{发出功率}\end{cases}$

⇒ 同相位的电压与电流产生平均功率之值等于有效值之积，

相位正交的电压与电流不产生平均功率、一般情况，除了平均功率？

假设电路为感性（一端口）参数 R与电感L串联 $\Rightarrow P=UI\cos\varphi$，$\frac{\pi}{2}>\varphi>0$. $=UI_P$.



I_P与$\dot{U}$同向 → 结论：电流中"与$\dot{U}$同向的分量"产生平均功率（有功功率）

而$\dot{I}$是一相量，利用向量分解可分出与$\dot{U}$(I_P)垂直的一分量

I_Q，I_Q与$\dot{U}$正交，不产生平均功率 → 称为无功分量，定义其产生影响的无功功率 $Q=UI_Q=UI\sin\varphi$.

对感性电路 → 感性无功功率 纯感 → $UI=U\times U/(\omega L)=U^2/(\omega L)=I^2\omega L$

对容性电路 → 容性无功功率 纯容 → $-UI=-U\times U\omega C=-U^2\omega C=-I^2/(\omega C)$

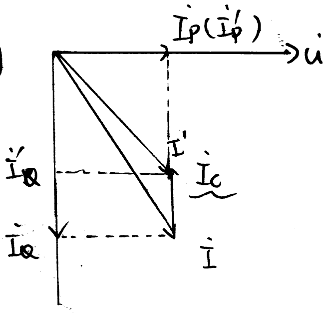
视在功率即为UI乘积. $\underline{S=UI}$. 依据：$U=X_LI$、$I=|X_C|U=\frac{1}{\omega C}U$.

则有功（平均）功率、无功功率与视在功率关系：$\begin{cases}Q=S\sin\varphi\\ P=S\cos\varphi.\end{cases}$ $S=\sqrt{P^2+Q^2}$ → 功率三角形.

3、功率因数的提高. $P\to W$ $Q\to var$ $S\to V\cdot A$.

感性负载 → 并联电容 理论角度：

① 相量图
↓
本质是复平面上的复向量图，但后者含义更广。



② 数量上，加上 $\dot I_C$ 只影响 I_Q 不影响 I_P.

$I_Q' = I_Q - I_C$ → 不加点，因为也成立。

$\Rightarrow \underset{\text{新无功功率}}{UI_Q'} = \underset{\text{原无功功率}}{UI_Q} \underbrace{-UI_C}_{\text{含负号，为容性无功功率}}$

利用容性无功功率抵消部分感性无功功率的做法 无功补偿.

4. 复功率 → 相量法已表示电压、电流，现用相量法计算功率。

$$\tilde S = P + jQ = UI\cos\varphi + jUI\sin\varphi = UIe^{j\varphi} = UIe^{j(\psi_u-\psi_i)} = Ue^{j\psi_u}Ie^{-j\psi_i} = \dot U\dot I^*.$$

↓ 将P与Q分别作为实部和虚部构成复量

$\tilde S$ 称为复功率 → 不代表正弦量 不能视为向量

$\dot I^*$ 为 $\dot I$ 的共轭复量。（若把电流相量与电压相量直接相乘，所得结果没有意义）.

$|\tilde S| = \sqrt{P^2+Q^2} = UI = S$. → 视在功率等于复功率的模.

$\arg\tilde S = \arctan\left(\frac{Q}{P}\right) = \arctan\left(\frac{UI\sin\varphi}{UI\cos\varphi}\right) = \varphi$ → $\tilde S$ 的辐角还是功率因数角(阻抗角) 本质上是电压超前电流的相位差！

$\dot U = Z\dot I$

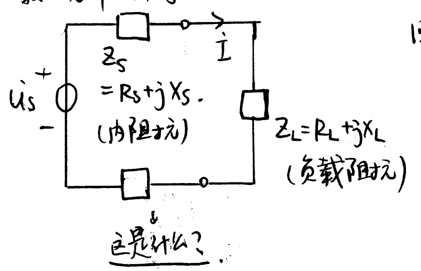
$\tilde S = P+jQ = \dot U\dot I^* = Z\dot I\dot I^* = ZI^2 = RI^2 + jXI^2 \Rightarrow P = RI^2,\ Q = XI^2$.

支路发出复功率之和等于吸收复功率之和 → 证明：基尔霍夫定律+特勒根定理.

通过复功率判断元件类型：① 发出 $P>0$ 电源 ② 发出 $P=0$ $Q>0$ 电容. ③ 吸收 $P>0$、$Q>0$ RL串联 ④ 吸收 $P>0$ $Q=0$ R.

[例4-16].

最大功率传输定理. 情况1. 负载阻抗可变.



回路电流 $I = \frac{U_S}{\sqrt{(R_S+R_L)^2+(X_S+X_L)^2}}$

负载获得的功率 $P_L = R_L I^2 = \frac{R_L U_S^2}{(R_S+R_L)^2+(X_S+X_L)^2}$.

可以这样写? 当然可以！$U = IR_L$ (有效值之比等于阻抗)

讨论最大值取得条件、① $jX_L = -jX_S$ 分母最小，
第一步放缩，功率：$P_L = \frac{R_L U_S^2}{(R_S+R_L)^2}$.

② 负载电阻(阻抗实部) 将 P_L 对 R_L 求导数 $\frac{dP_L}{dR_L} = \frac{U_S^2(R_S+R_L)^2 - R_L U_S^2\, 2(R_S+R_L)}{(R_S+R_L)^4}$

⇒ $R_S = R_L$ 时，P_L 最大.

⇒ 验证得其为唯一最大值. → 共轭匹配 (实部相等，虚部相反数) $= \frac{U_S^2[R_S+R_L-2R_L]}{(R_S+R_L)^3} = \frac{U_S^2(R_S-R_L)}{(R_S+R_L)^3}$

正弦电流电路 4

$\Rightarrow P_L = \frac{U_S^2}{4R_S}$. 此时电路传输效率为50%. $X_S = |Z_S|\sin\varphi_S$, $X_L = |Z_L|\sin\varphi_L$

情况2：负载阻抗模可变、阻抗角不可变 将 $R_L=|Z_L|\cos\varphi_L$，$R_S=|Z_S|\cos\varphi_S$代入有，

$$P_L = \frac{U_S^2|Z_L|\cos\varphi_L}{|Z_S|^2+|Z_L|^2+2|Z_S||Z_L|(\cos\varphi_L\cos\varphi_S+\sin\varphi_L\sin\varphi_S)} = \frac{U_S^2\cos\varphi_L}{\frac{|Z_S|^2}{|Z_L|}+|Z_L|+2|Z_S|\cos(\varphi_S-\varphi_L)}$$

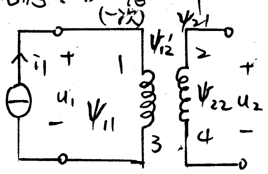
则分子与$|Z_L|$无关，则关注分母，可知须有分母对$|Z_L|$导数为0.

则：$-\frac{|Z_S|^2}{|Z_L|^2}+1=0 \Rightarrow |Z_S|=|Z_L|$ 可得，只有负载阻抗模可变时，负载从给定电源获得功率最大 ⟺ 阻抗模相等.

特别地，若电源内阻抗是纯电阻 → 转为高中常提的"内外阻相等"！

4.9-4.11 耦合电感、含互感元件的电路分析、理想变压器

1. 互感元件分析



：总磁链与电流关系.

$$\begin{cases}\psi_1 = \psi_{11}\pm\psi_{12} = L_{11}i_1 \pm L_{12}i_2 \\ \psi_2 = \psi_{22}\pm\psi_{21} = \pm L_{21}i_1 + L_{22}i_2\end{cases}$$

$L_{12}=L_{21}=M$.

为确定电压电流的一些正负关系，先确定个正方向 ⇒ 同名端

都有*/无*的都是同名端 → 两个线圈电流激发的自感磁链和互感磁链方向相同

两个电流都从非同名端流入时，…

由电磁感应定律，在端口电压、电流取关联参考方向，并且自感磁通与电流符合右手螺旋定则

→ 条件都要有！电路公式成立条件很早给，因为有正负！

$$\begin{cases}u_1 = \frac{d\psi_1}{dt} = L_1\frac{di_1}{dt}\pm M\frac{di_2}{dt} \\ u_2 = \frac{d\psi_2}{dt} = \pm M\frac{di_1}{dt} + L_2\frac{di_2}{dt}\end{cases}$$

u_1/i_1，u_2/i_2 参考方向相反，

看清楚！描述 L_1 与 L_2!!! L_1/L_2 前添入负号，反之为正号.

而关于互感电压，i_1与u_2 / i_2与u_1，参考方向相同，则M前取正；相反取负。分析见iPad《耦合电感》笔记。

同名描述的是①电流流向 与 ②互感磁链对自感磁链是促进还是抑制 这两件事的关系。

测定同名端：感应电压同极性端.

耦合系数：$k=\frac{M}{\sqrt{L_1L_2}}$. $k=0$ 无磁耦合 $k=1$ 全耦合. $0\le k\le 1$

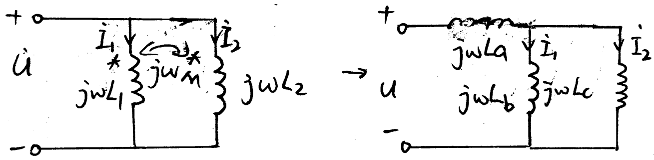
2. 等效电路.

① 串联：正串与反串 → 电流从同名端流入即为正串. $L_{eq}=L_1+L_2+2M$.

反串 ~ $-2M$.

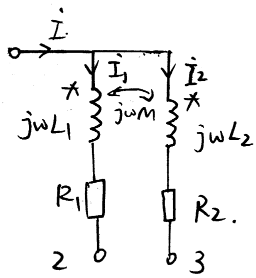
→对实际的耦合线圈，无论顺串/反，其等效电感均为正值.（这是因为磁场不为负？）

②并联：同名端相接



其中 $L_a=M$ $L_b=L_1-M$ $L_c=L_2-M$.

若异名端相接则 M前符号改一下即可.



串电阻？右图所示的电路等效结果与上面一致.(电阻保留)

互感元件的功率问题.

$$p=u_1i_1+u_2i_2=L_1i_1\frac{di_1}{dt}\pm Mi_1\frac{di_2}{dt}\pm Mi_2\frac{di_1}{dt}+L_2i_2\frac{di_2}{dt}$$

$$=\frac{d}{dt}\left(\frac12L_1i_1^2\right)\pm\frac{d}{dt}(Mi_1i_2)+\frac{d}{dt}\left(\frac12L_2i_2^2\right).$$

$$=\frac{d}{dt}\left(\frac12L_1i_1^2+\frac12L_2i_2^2\pm Mi_1i_2\right).$$

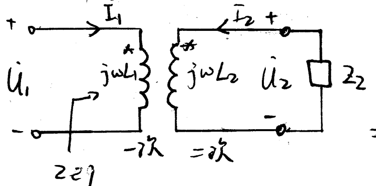
→ 输入互感二端口的能量将全部转化为磁场能量. $W_m=\frac12L_1i_1^2+\frac12L_2i_2^2\pm Mi_1i_2$.

{ M=0 两个自感元件分别储能之和.
  M≠0 增和减取决于互感作用是增强还是减弱磁场. →但只削弱不消除,使得 W_m 不为负 (两者磁场).
(最多恰好减为0 抵消)

实际耦合线圈上串有电阻，用KVL分析易解.

分析时，注意不要遗漏互感电压，减少互感线圈中通过的电流表q. → 基本方法：列写相量形式的电路方程，

二次侧等效至一次侧：



$$\begin{cases}j\omega L_1\dot I_1+j\omega M\dot I_2=\dot U_1\\ j\omega M\dot I_1+j\omega L_2\dot I_2+Z_2\dot I_2=0.\end{cases}$$

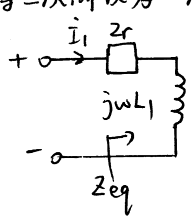
为何？→ P114 (4-9)式 取关联参考方向时式子.

$$\Rightarrow Z_{eq}=\frac{\dot U_1}{\dot I_1}=j\omega L_1+\frac{j\omega M\dot I_2}{\dot I_1}=j\omega L_1+\frac{-j\omega M\dot I_1\cdot j\omega M}{\dot I_1(j\omega L_2+Z_2)}$$

$\dot I_2$.

$$=j\omega L_1+\frac{(\omega M)^2}{Z_2+j\omega L_2}$$

若一次侧接电源，则可看作独立源一端口网络，利用戴维宁电路等效. → 公式与上面相似，将二次侧改为一次侧.



则左图中，$Z_r=\frac{(\omega M)^2}{Z_2+j\omega L_2}$ (一次侧回路总阻抗). 引入阻抗 实部：引入电阻 虚部：引入电抗.

正弦交流电路 5

理想变压器 → 无磁损、无铜损、无铁损.

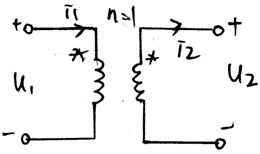
$\psi_1 = N_1\phi$, $\psi_2 = N_2\phi$ $\qquad u_1 = \frac{d\psi_1}{dt} = N_1\frac{d\phi}{dt} \qquad u_2 = \frac{d\psi_2}{dt} = N_2\frac{d\phi}{dt}$.

$\Rightarrow \frac{u_1}{u_2} = \frac{N_1}{N_2} = n \qquad u_1 = nu_2$

$\oint_l H\cdot dl = \underline{N_1 i_1 + N_2 i_2 = 0} \qquad H = B/\mu = 0. \quad (\mu\to\infty).$

$\Rightarrow i_1/i_2 = -\frac{N_2}{N_1} = -\frac{1}{n}$. → 条件：电压电流均取关联参考方向.

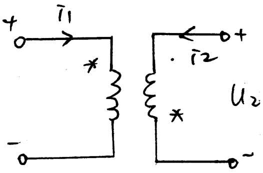
也有同名端，确定方向如法如下所示：(仅举二例)



$$\begin{cases} u_1 = nu_2 \\ i_1 = \frac{1}{n} i_2 . \end{cases}$$

i_1↑时，互感磁链增大，则另一端电流应从i_2流出以抵消互感电势 → i_2也增，
(非同名端流入)
i_1, i_2 同增减，方向正确.

而i_2流出，u_2取正也正确. i_2作为主动端时也成立.



与上种情况，电流本质上是一样的；
但i_2流出向本应为正，此处为负，则电压符号取负.

$p = u_1 i_1 + u_2 i_2 = (nu_2)(-\frac{i_2}{n}) + u_2 i_2 = 0$ → 时刻瞬时功率都为0 → 非耗能元件
(也是无源元件).

两边的电压电流为关联参考方向

相量形式：$\dot U_1 = n\dot U_2 \qquad \dot I_1 = -\dot I_2/n$

变换阻抗时：Z_i (一次侧) $= \frac{\dot U_1}{\dot I_1} = \frac{n\dot U_2}{-\dot I_2/n} = n^2 Z_2$ → 二次侧接阻抗Z_2 等效于一次侧接阻抗n^2Z_2.

改进节点电压法：增加$\dot I_1$、$\dot I_2$为变量.（综合KCL原始式）.