电路IA复习（5）
频率特性和谐振现象

2022.8

本讲主要内容

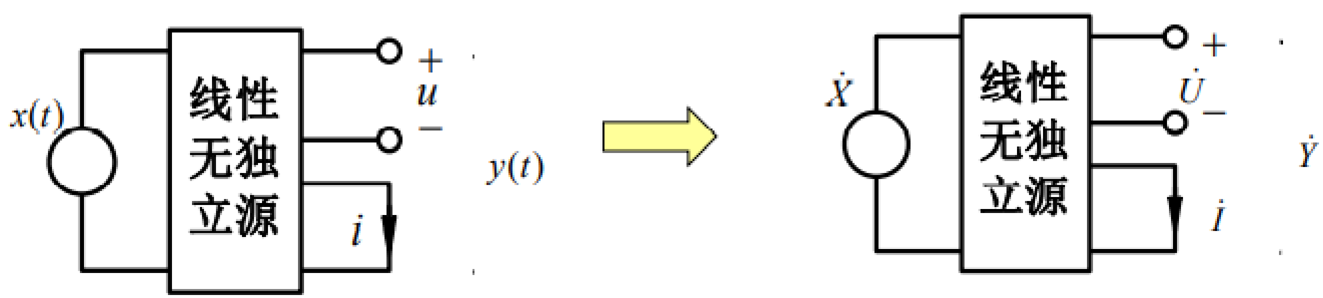
ppt目录	对应教材章节
5 频率特性和谐振现象	**第7章**
5.1 网络函数与频率特性	**7.1&7.3**
5.2 串联电路的谐振	**7.2**
5.3 并联电路的谐振	**7.4**

5.1　网络函数与频率特性

网络函数：

在只有一个激励的正弦电流电路中响应相量与激励相量之比，称为网络函数。

$$H(j\omega)=\frac{\text{响应相量}}{\text{激励相量}}\triangleq\frac{\dot{Y}}{\dot{X}}$$



若激励和响应属于同一端口
对应的网络函数实际就是端口的等效阻抗或等效导纳

根据齐性定理，响应相量与激励相量比例系数一定。网络函数决定于电路结构、元件参数和电源频率，而与激励的相量无关。

5.1 网络函数与频率特性

频率响应：

研究网络函数或响应随频率变动的规律称为电路的频率响应。

$$H(\mathrm{j}\omega)=\left|H(\mathrm{j}\omega)\right|\angle\theta(\omega)$$

$\left|H(\mathrm{j}\omega)\right|$为网络函数的模，称为网络函数的幅频特性，

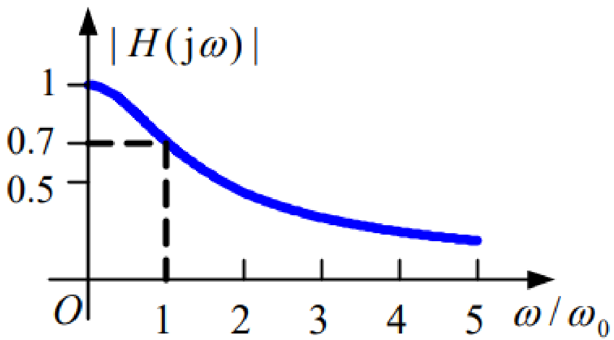
反映响应与激励有效值之比与频率的关系。

$\theta(\omega)$为网络函数的辐角，称为网络函数的相频特性，

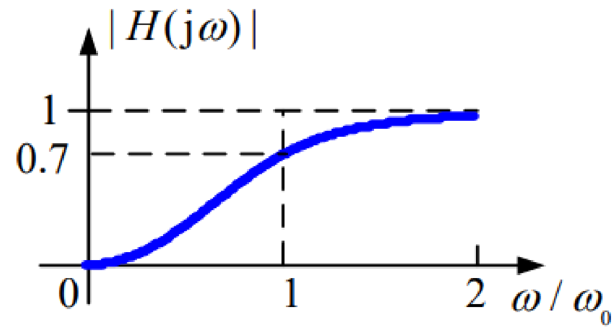
反映响应越前于激励的相位差与频率的关系。

网络的幅频特性和相频特性总称为**频率特性**。

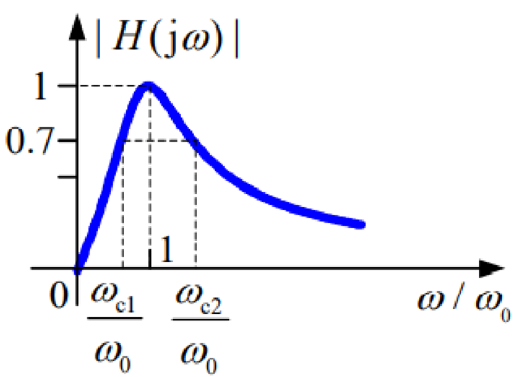
5.1　网络函数与频率特性



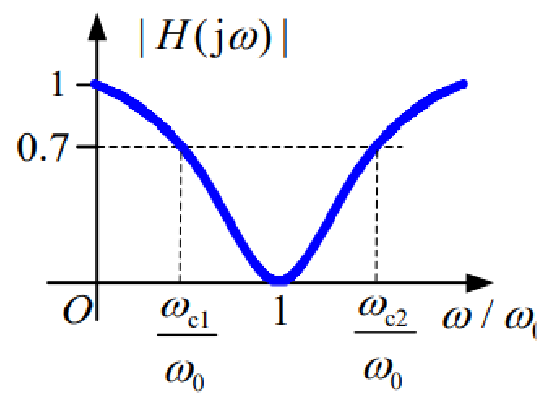
低通网络



高通网络



带通网络

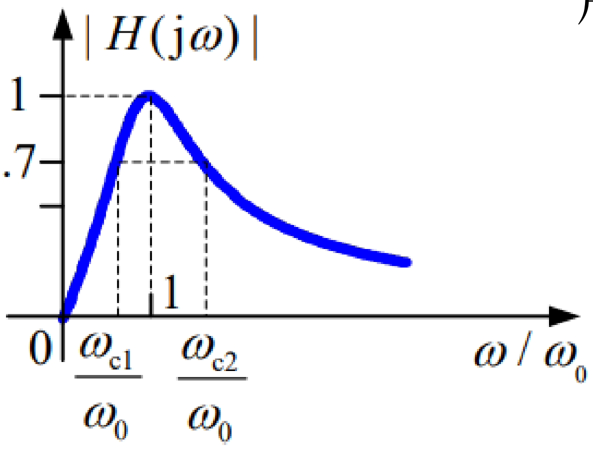


带阻网络

5.1 网络函数与频率特性

截止频率

将网络函数的模下降到最大值的$1/\sqrt{2}$ 时所对应的频率称为截止频率ω_c



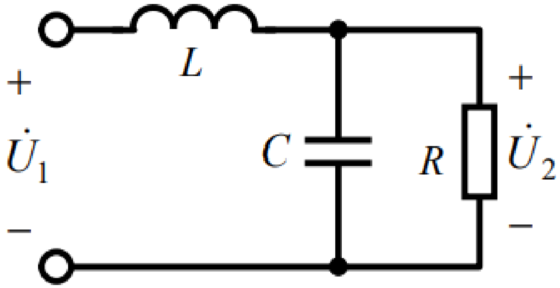
ω_{c1} —低频截止频率

ω_{c2} —高频截止频率

$\Delta\omega=\omega_{c2}-\omega_{c1}$ —通带宽度，带宽

5.1 网络函数与频率特性

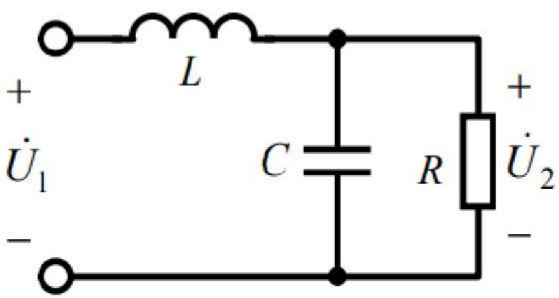
例1：求图示电路的网络函数，它具有高通特性还是低通特性?



请先独立完成，再到下一页查看答案!

5.1　网络函数与频率特性

例1：求图示电路的网络函数，它具有高通特性还是低通特性？



$H(j\omega) = \frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1} = \frac{Z_2}{Z_1}$ (分压)

其中Z_1为整个电路阻抗，Z_2为R与C并联

代入 $Z_2 = \frac{R \times \frac{1}{j\omega C}}{R + \frac{1}{j\omega C}}$，$Z_1 = j\omega L + \frac{R \times \frac{1}{j\omega C}}{R + \frac{1}{j\omega C}}$

$$H(\mathrm{j}\omega) = \dot{U}_2 / \dot{U}_1 = \frac{Z_2}{Z_2 + \mathrm{j}\omega L} = \frac{R}{R + \mathrm{j}\omega L(1 + \mathrm{j}\omega RC)} = \frac{1}{1 - \omega^2 LC + \mathrm{j}\omega L / R}$$

$$|H(\mathrm{j}\omega)| = \frac{1}{\sqrt{(1 - \omega^2 LC)^2 + (\omega L / R)^2}}$$

判断$H(j\omega)$是高通还是低通，不需要画出其图像或求出单调性

只需取特殊值进行判断即可

当$\omega \to 0$时，　$|H(\mathrm{j}\omega)| = 1$；当$\omega \to \infty$时，　$|H(\mathrm{j}\omega)| = 0$

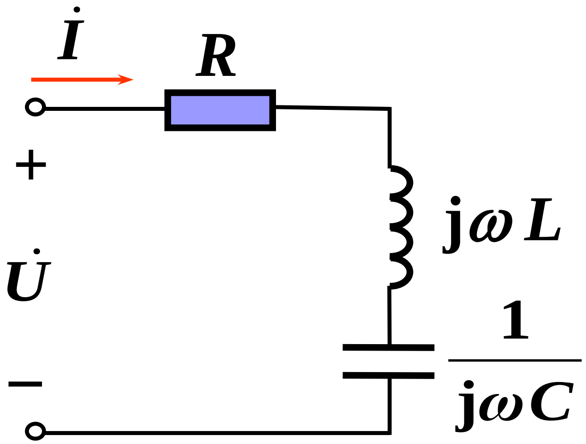
所以它具有低通特性。

谐振：

对于任意含有电感和电容的一端口电路，在一定的条件下可呈现电阻性，其端口电压与电流同相位，则称此一端口电路发生谐振现象。

5.2　串联电路的谐振

简单RLC串联电路



端口阻抗为

$$Z = R + \mathrm{j}(X_L + X_C) = R + \mathrm{j}(\omega L - \frac{1}{\omega C})$$

根据谐振的定义，发生谐振的条件为

$$\omega L - \frac{1}{\omega C} = 0$$

谐振角频率

$$\boxed{\boldsymbol{\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}}}$$

$$L_0 = \frac{1}{\omega_0^{\ 2} C}, C_0 = \frac{1}{\omega_0^{\ 2} L}$$

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

5.2　串联电路的谐振

特性阻抗 $\rho = \omega_0 L = \dfrac{1}{\omega_0 C} = \sqrt{\dfrac{L}{C}}$

品质因数 $Q = \dfrac{\rho}{R} = \dfrac{\omega_0 L}{R} = \dfrac{1}{R\omega_0 C} = \dfrac{1}{R}\sqrt{\dfrac{L}{C}}$

练习两个概念的一系列推导，熟练运用

5.2　串联电路的谐振

谐振电路的特点

1.谐振时的阻抗

$$Z = R + \mathrm{j}(\omega L - \frac{1}{\omega C}) = R$$

呈纯阻性，电容电感阻抗相消，阻抗模最小

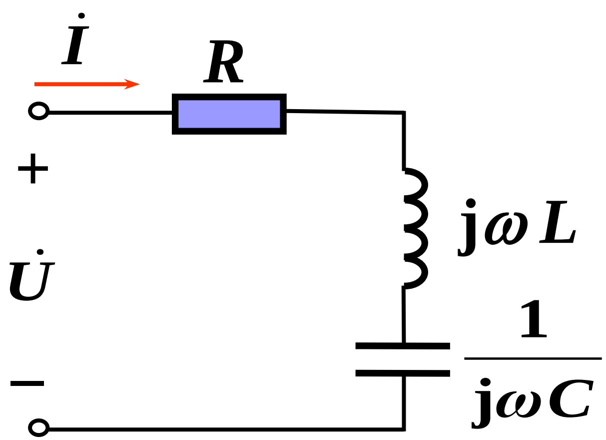
2.谐振时的电流

$$I = \frac{U}{|Z|} = \frac{U}{R}$$

若电压一定，电流此时达到最大值，且与电压同相位

5.2　串联电路的谐振

3. 谐振时的电压



$$\dot{U}_R(\omega_0) = R\dot{I}(\omega_0) = \dot{U}$$

$$\dot{U}_L(\omega_0) = \mathrm{j}\omega_0 L\dot{I}(\omega_0) = \mathrm{j}\rho\dot{I}(\omega_0)$$

$$\dot{U}_C(\omega_0) = \frac{1}{\mathrm{j}\omega_0 C}\dot{I}(\omega_0) = -\mathrm{j}\rho\dot{I}(\omega_0)$$

$$\dot{U}_L(\omega_0) + \dot{U}_C(\omega_0) = 0$$

LC串联谐振部分相当于短路

$$U_L(\omega_0) = U_C(\omega_0) = \rho I(\omega_0) = \rho\frac{U}{R} = QU$$

电压谐振

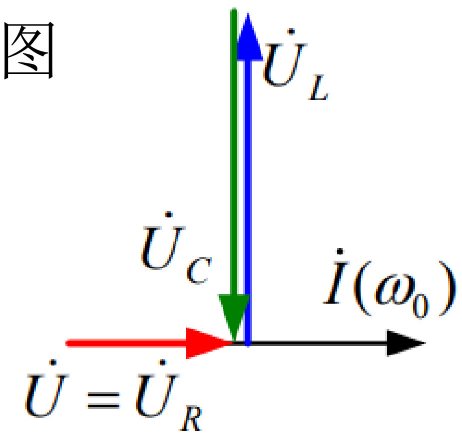
5.2 串联电路的谐振

4. 谐振时的功率

$$Q(\omega_0)=Q_L(\omega_0)+Q_C(\omega_0)=\omega_0 LI^2(\omega_0)-\frac{1}{\omega_0 C}I^2(\omega_0)$$

电感吸收的无功功率等于电容发出的无功功率，
电路吸收的总无功功率等于零。

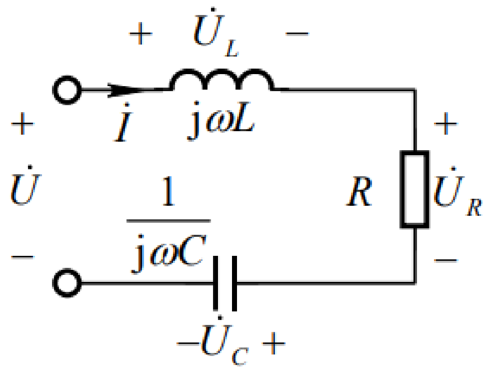
5. 谐振时的相量图



5.2 串联电路的谐振

RLC串联电路的频率特性：

此部分做简单了解即可



$$H_R(\mathrm{j}\omega)=\frac{\dot{U}_R}{\dot{U}}=\frac{R}{R+\mathrm{j}[\omega L-1/(\omega C)]}$$

$$H_C(\mathrm{j}\omega)=\frac{\dot{U}_C}{\dot{U}}=\frac{1/(\mathrm{j}\omega C)}{R+\mathrm{j}\omega L+1/(\mathrm{j}\omega C)}$$

$$H_L(\mathrm{j}\omega)=\frac{\dot{U}_L}{\dot{U}}=\frac{\mathrm{j}\omega L}{R+\mathrm{j}\omega L+1/(\mathrm{j}\omega C)}$$

5.2 串联电路的谐振

1. 以电阻电压为响应的网络函数

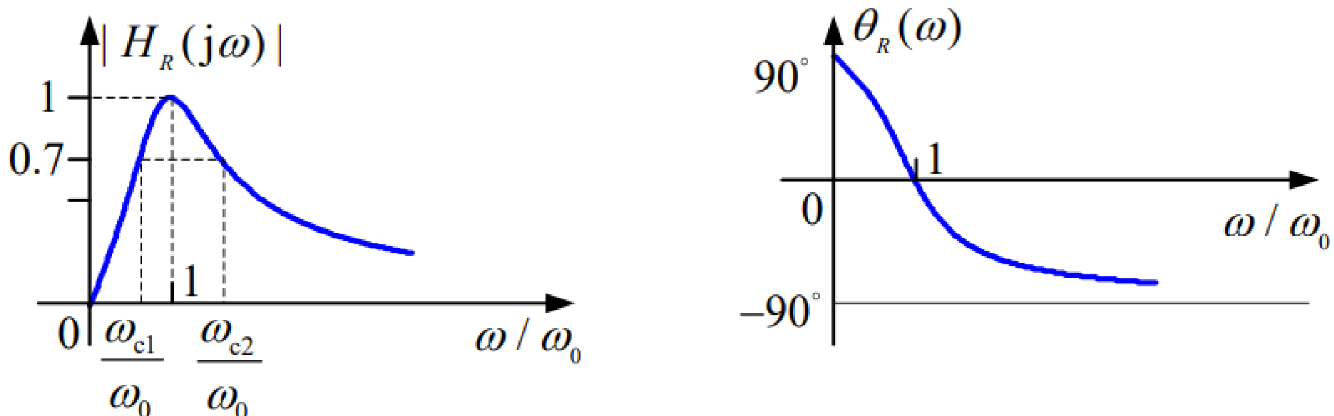
不必记忆两个截止频率的公式，会根据具体数值计算即可。一定要熟记带宽的公式。

$$\omega_{c1}=\omega_0\left(-\frac{1}{2Q}+\sqrt{\frac{1}{4Q^2}+1}\right)$$

$$\omega_{c2}=\omega_0\left(\frac{1}{2Q}+\sqrt{\frac{1}{4Q^2}+1}\right)$$

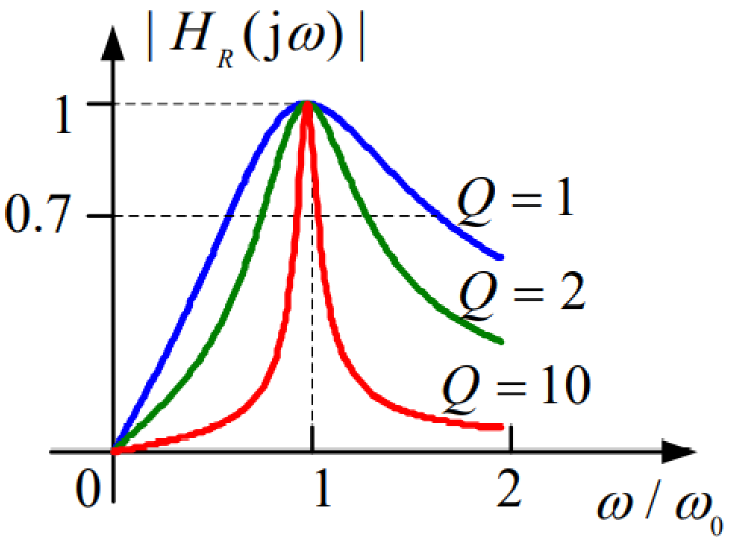
$$\theta_R(\omega)=-\arctan Q\left(\frac{\omega}{\omega_0}-\frac{\omega_0}{\omega}\right)$$

$$\Delta\omega=\omega_{c2}-\omega_{c1}=\frac{\omega_0}{Q}$$



***RLC*带通电路的频率特性**

5.2　串联电路的谐振



$$\Delta\omega=\omega_{c2}-\omega_{c1}=\frac{\omega_0}{Q}$$

Q值越大，截止频率处的曲线越陡，频率选择性越好，带宽越窄。
Q值越小，带宽越宽，选择性能越差。

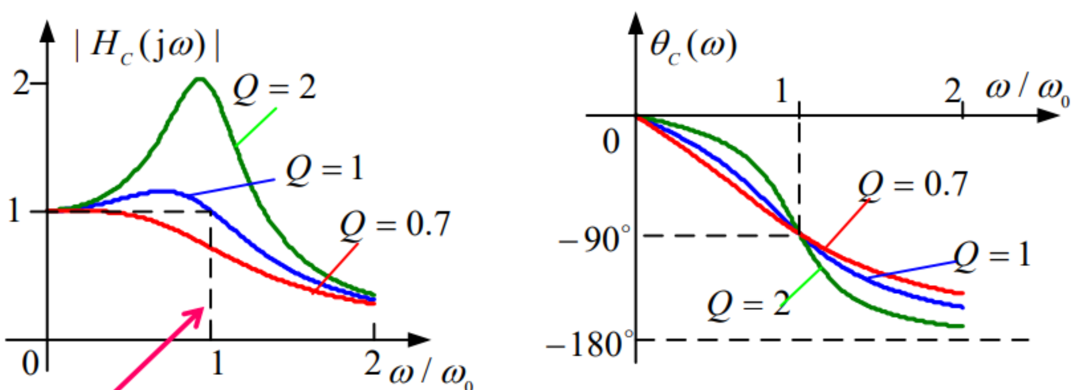
5.2　串联电路的谐振

2. 以电容电压为响应的网络函数

$$|H_C(\mathrm{j}\omega)| = \frac{1}{\sqrt{\left[1-\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2\right]^2 + \frac{1}{Q^2}\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}}$$

$|H_C(\mathrm{j}\omega)|$具有低通特性

$$\theta_C(\omega) = -\arctan\frac{1}{Q\left(\frac{\omega_0}{\omega} - \frac{\omega}{\omega_0}\right)}$$



理想情况

*RLC*低通电路的滤波特性

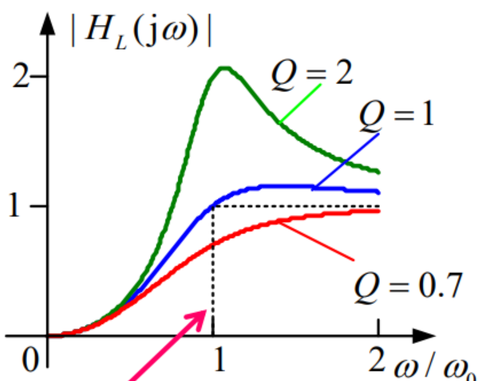
5.2　串联电路的谐振

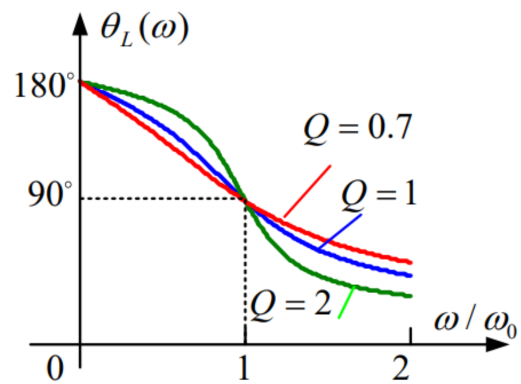
3. 以电感电压为响应的网络函数

$$|H_L(\mathrm{j}\omega)| = \frac{1}{\sqrt{\left[1-\left(\dfrac{\omega_0}{\omega}\right)^2\right]^2 + \dfrac{1}{Q^2}\left(\dfrac{\omega_0}{\omega}\right)^2}}$$

$|H_L(\mathrm{j}\omega)|$具有**高通**特性

$$\theta_L(\omega) = -\arctan\frac{-1}{Q\left(\dfrac{\omega}{\omega_0}-\dfrac{\omega_0}{\omega}\right)}$$





*RLC*高通电路频率特性

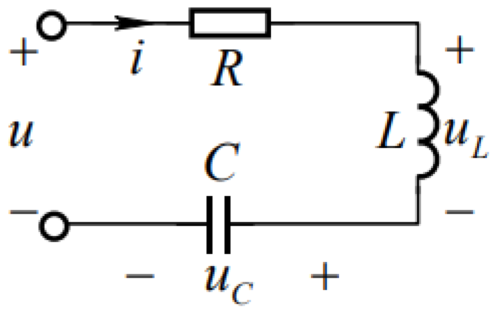
理想情况

5.2 串联电路的谐振

例题2：图示电路，已知$u=0.1\sqrt{2}\cos\omega t\,\mathrm{V}, \omega=10^4\,\mathrm{rad/s}$时电流的有效值最大为1 A，此时$U_L=10\,\mathrm{V}$

(1)求R、L、C及品质因数Q

(2)求电流i及电压u_L、u_C



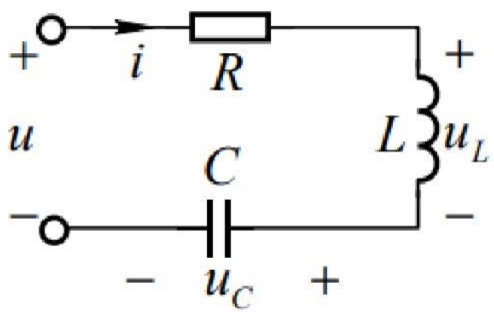
请先独立完成，再到下一页查看答案！

5.2 串联电路的谐振

例题2：图示电路，已知$u = 0.1\sqrt{2}\cos\omega t\,\text{V}, \omega = 10^4\,\text{rad/s}$时电流的有效值最大为1 A，此时$U_L = 10\,\text{V}$

(1)求R、L、C及品质因数Q

(2)求电流i及电压u_L、u_C



(1) 由此时电流有效值最大知 L与C发生串联谐振

则 $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ ①

此时电路的总阻抗为电阻R，$R = \frac{U}{I} = \frac{0.1\text{V}}{1\text{A}} = 0.1\Omega$

品质因数 $Q = \frac{U_L}{U} = 100$

由定义 $Q = \frac{\rho}{R} = \frac{\omega L}{R} = 100$ ②

联立①、② 得 $\begin{cases} L = 10^{-3}\text{H} = 1\text{mH} \\ C = 10^{-5}\text{F} = 10\mu\text{F} \end{cases}$

与电压U同相位

(2) 易知 $\dot{I} = 1\angle 0°\text{A}$，那么 $i = \sqrt{2}\cos\omega t$ A

$\dot{U}_L = 10\angle 90°\text{V}$，那么 $u_L = 10\sqrt{2}\cos(\omega t + 90°)$ V

$\dot{U}_C = 10\angle -90°\text{V}$，那么 $u_C = 10\sqrt{2}\cos(\omega t - 90°)$ V

电感电压的相位角超前于电流90°.

电容电压的相位角滞后于电流90°.

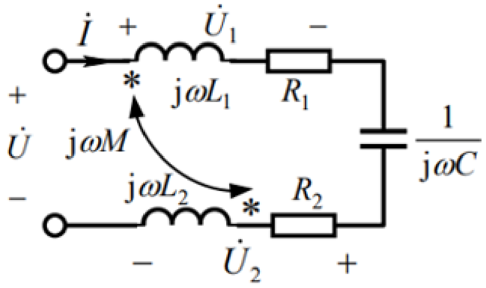
5.2　串联电路的谐振

例题3：电路中，已知： $L_1=0.01\text{H}$ $R_1=5\Omega$ $L_2=0.02\text{H}$ $R_2=10\Omega$

$M=0.01\text{H}$　$C=20\mu\text{F}$

1、求两线圈顺接、反接时的谐振角频率和带宽。

2、两种情况下外加电压均为6V，试求两线圈上的电压 U_1 和 U_2。



请先独立完成，再到下一页查看答案！

5.2 串联电路的谐振

例题3：电路中，已知：$L_1 = 0.01\text{H}$ $R_1 = 5\Omega$ $L_2 = 0.02\text{H}$ $R_2 = 10\Omega$

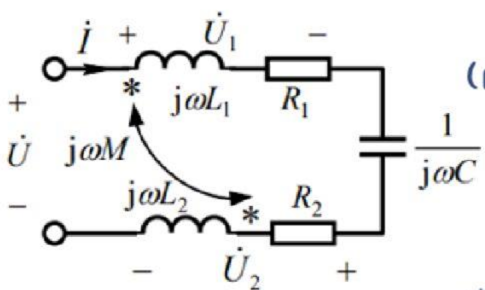
$M = 0.01\text{H}$ $C = 20\mu\text{F}$

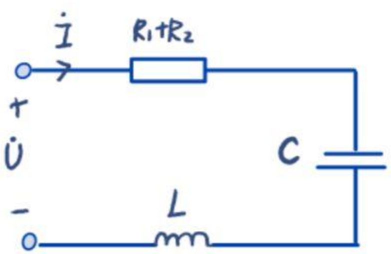
1、求两线圈顺接、反接时的谐振角频率和带宽。

2、两种情况下外加电压均为6V，试求两线圈上的电压 U_1 和 U_2。

下图为等效后的电路图

取 $\dot{U} = 6\angle 0^\circ V$





(1) 当两线圈顺接时，$L = L_1 + L_2 + 2M = 0.05H$

谐振角频率 $\omega_1 = \frac{1}{\sqrt{CL}} = 1000\ rad/s$

带宽 $\Delta\omega = \frac{\omega_1}{Q} = \frac{\omega_1}{\frac{\omega_1 L}{R_1+R_2}} = \frac{R_1+R_2}{L} = 300\ rad/s$

顺接时 $\dot{I} = \frac{\dot{U}}{R_1+R_2} = \frac{6\angle 0^\circ}{15\Omega} = 0.4\angle 0^\circ A$

$$\begin{cases} \dot{U}_1 = (R_1 + j\omega_1 L_1)\dot{I} + j\omega_1 M\dot{I} \\ \dot{U}_2 = (R_2 + j\omega_1 L_2)\dot{I} + j\omega_1 M\dot{I} \end{cases}$$

解得 $\dot{U}_1 = (2+j8)V$，$\dot{U}_2 = (4+j12)V$

$U_1 = \sqrt{2^2+8^2} = 8.24V$，$U_2 = \sqrt{4^2+12^2} = 12.65V$

(2) 当两线圈反接时，$L = L_1 + L_2 - 2M = 0.01H$

谐振角频率 $\omega_2 = \frac{1}{\sqrt{CL}} = 2.236\times 10^3\ rad/s$

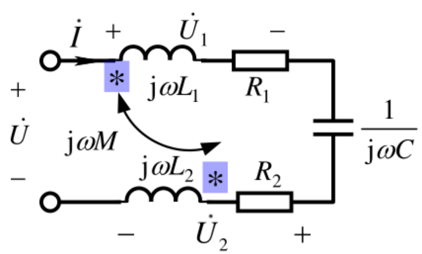
带宽 $\Delta\omega = \frac{\omega_2}{Q} = \frac{R_1+R_2}{L} = 1500\ rad/s$

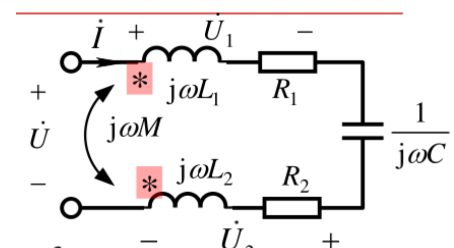
反接时 $\dot{I} = \frac{\dot{U}}{R_1+R_2} = 0.4\angle 0^\circ A$

$$\begin{cases} \dot{U}_1 = (R_1 + j\omega_2 L_1)\dot{I} - j\omega_2 M\dot{I} \\ \dot{U}_2 = (R_2 + j\omega_2 L_2)\dot{I} - j\omega_2 M\dot{I} \end{cases}$$

解得 $\dot{U}_1 = 2V$，$\dot{U}_2 = (4+j8.95)V$

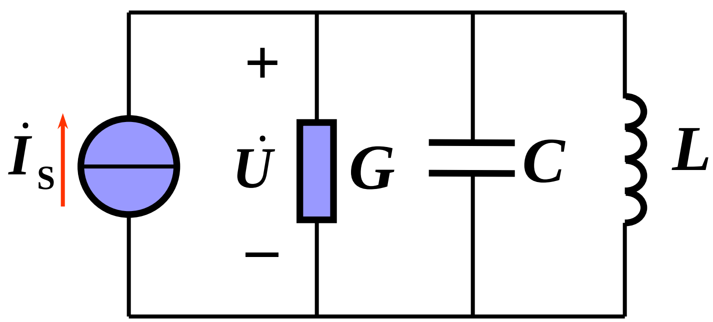
$U_1 = 2V$，$U_2 = \sqrt{4^2+8.95^2} = 9.8V$





5.3 并联电路的谐振

简单GCL并联电路



电容的导纳$Y_C = 1/\dfrac{1}{j\omega C} = j\omega C$

电感的导纳$Y_L = 1/(j\omega L) = -j\dfrac{1}{\omega L}$

$$\boldsymbol{Y = G + j(\omega C - \frac{1}{\omega L})}$$

谐振角频率 $\boxed{\omega_0 = \dfrac{1}{\sqrt{LC}}}$

特性导纳：$\rho = \omega_0 C = \dfrac{1}{\omega_0 L} = \sqrt{\dfrac{C}{L}}$

品质因数：$Q = \dfrac{\omega_0 C}{G} = \dfrac{1}{\omega_0 GL} = \dfrac{1}{G}\sqrt{\dfrac{C}{L}}$

5.3　并联电路的谐振

谐振电路的特点

1.谐振时的导纳

$$Y = G + \mathrm{j}(\omega C - \frac{1}{\omega L}) = G$$

呈纯阻性，电容电感导纳相消，导纳模最小

2.谐振时的电压

$$U = \frac{I}{|Y|} = \frac{I}{G}$$

若电流一定，电压此时达到最大值，且与电流同相位

5.3　并联电路的谐振

3. 谐振时的电流

$$\dot{I}_C(\omega_0)+\dot{I}_L(\omega_0)=0$$

LC并联谐振部分相当于开路

$$I_C(\omega_0)=I_L(\omega_0)=\rho' U(\omega_0)=\rho'\frac{I}{G}=QI$$

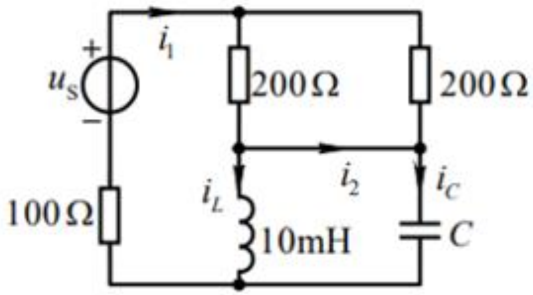
电流谐振

串联电路谐振的特点、并联电路谐振的特点是这一章节的重点。这一章节的题目计算量不大，同学们在做题的时候注意区分两者的不同，考虑什么时候应该发生并联谐振、什么时候应该发生串联谐振。

5.3　并联电路的谐振

例4：已知图示电路处于谐振状态，$u_S = 10\sqrt{2}\cos\omega t\ \mathrm{V}$，$\omega = 10^4\ \mathrm{rad/s}$

试求电流 i_1、i_2、i_L和 i_C。

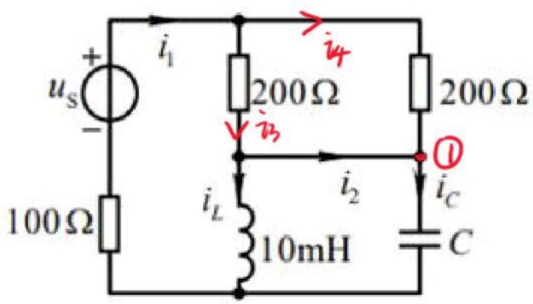


请先独立完成，再到下一页查看答案！

5.3 并联电路的谐振

例4：已知图示电路处于谐振状态，$u_S = 10\sqrt{2}\cos\omega t\ \mathrm{V}$，$\omega = 10^4\ \mathrm{rad/s}$

试求电流 i_1、i_2、i_L和 i_C。

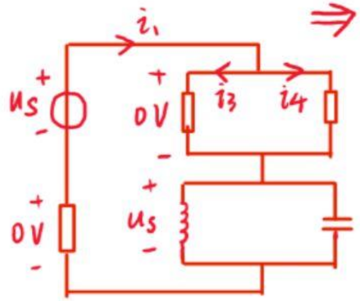


电感和电容发生并联谐振，并联部分相当于开路

即 $i_1 = 0$.

电阻并联部分和100Ω电阻两端的电压都为0，

⇒ 电感和电容两端的电压为u_s



并联的两个200Ω电阻中的电流 $i_3 = i_4$

(可以用并联分流来理解：$\frac{i_3}{i_4} = \frac{200\Omega}{200\Omega} = 1$)

由于 $i_3 + i_4 = i_1 = 0$，知 $i_3 = i_4 = 0$

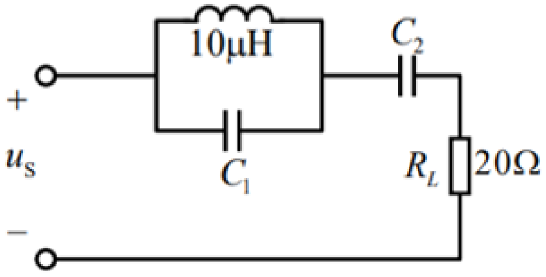
$$\dot{I}_L = \frac{\dot{U}_s}{j\omega L} = \frac{10\angle 0^\circ}{j10^4 \times 10 \times 10^{-3}} = 0.1\angle -90^\circ A \Rightarrow i_L = 0.1\sqrt{2}\cos(\omega t - 90^\circ)A$$

对节点①列KCL：$i_2 + i_4 = i_C$，即 $i_C = i_2$

$$i_2 = i_C = -i_L = 0.1\sqrt{2}\cos(\omega t + 90^\circ)A$$

5.3　并联电路的谐振

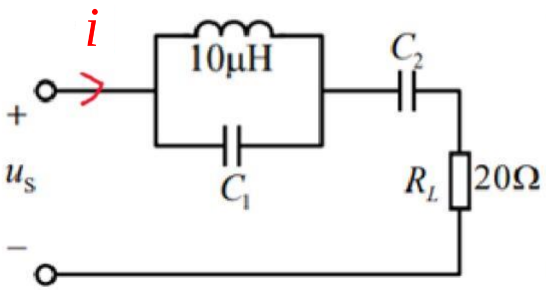
例5：图示电路，已知 $f_1 = 100\text{kHz}$时，电流不能通过负载 R_L，而在频率为 $f_2 = 50\text{kHz}$ 时流过R_L的电流为最大。求C_1和C_2。



请先独立完成，再到下一页查看答案！

5.3 并联电路的谐振

例5：图示电路，已知 $f_1 = 100\text{kHz}$时，电流不能通过负载 R_L，而在频率为 $f_2 = 50\text{kHz}$ 时流过R_L的电流为最大。求C_1和C_2。



角频率：$\omega_1 = 2\pi f_1$，$\omega_2 = 2\pi f_2$

电流不能通过负载R_L，$I=0$，说明L与C_1发生并联谐振

并联部分断路，于是有：

$$\omega_1 = \frac{1}{\sqrt{LC_1}} \qquad ①$$

电流I最大，则电路阻抗模最小；分析电路阻抗：

$$Z = \underbrace{R_L}_{\text{实部}} + \underbrace{\left\{\frac{1}{j\omega C_2} + \left(j\omega L \,//\, \frac{1}{j\omega C_1}\right)\right\}}_{\text{虚部}}$$

实部已确定，当虚部为0，即L、C_1与C_2发生串联谐振时，电路阻抗模最小

$$\frac{1}{j\omega_2 C_2} + \frac{j\omega_2 L \cdot \frac{1}{j\omega_2 C_1}}{j\omega_2 L + \frac{1}{j\omega_2 C_1}} = 0 \qquad ②$$

由①、②解得 $C_1 \approx 0.25\mu F$，$C_2 \approx 0.76\mu F$

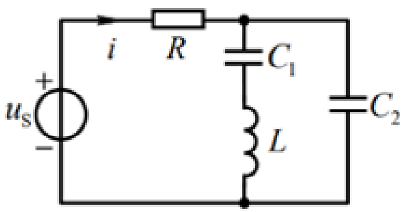
5.3 并联电路的谐振

例题6：图示电路，已知： $C_1=10^{-4}\mathrm{F}$

$$u_S = 10+10\sqrt{2}\cos(1000t+30^\circ)+8\cos(2000t+45^\circ)\mathrm{V}$$

$$i=\sqrt{2}\cos(1000t+30^\circ)\mathrm{A}$$

试求 R 、L和 C_2 。



请先独立完成，再到下一页查看答案！

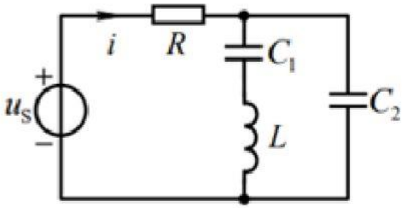
5.3 并联电路的谐振

例题6：图示电路，已知： $C_1=10^{-4}\mathrm{F}$

$$u_S=10+10\sqrt{2}\cos(1000t+30^\circ)+8\cos(2000t+45^\circ)\mathrm{V}$$

$$i=\sqrt{2}\cos(1000t+30^\circ)\mathrm{A}$$

试求 R 、L和 C_2 。



分析：① 电流基波分量与电压的基波分量同相位，此时电路的总阻抗相当于一个电阻
那么LC_1与C_2并联部分阻抗为0，说明LC_1支路发生串联谐振，将C_2也短路了

② 没有恒定分量是由于电压恒定时，电容相当于断路

③ 没有二次谐波分量说明此时LC_1与C_2发生并联谐振，相当于断路

由分析①可知 $\omega_1=\frac{1}{\sqrt{LC_1}}$，解得 $L=10\mathrm{mH}$

$$R=\frac{U_{S(1)}}{I_{(1)}}=\frac{10V}{1A}=10\Omega$$

由分析③可知 LC_1与C_2的并联导纳的虚部值为0，即

$$j\omega_2C_2+\frac{1}{j\omega_2L+\frac{1}{j\omega_2C_1}}=0$$

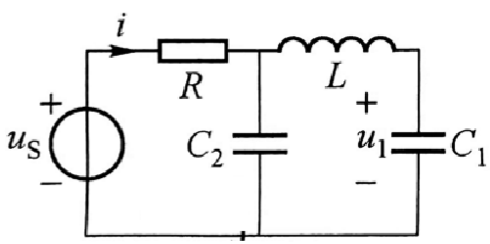
解得 $C_2=\frac{1}{3}\times10^{-4}\mathrm{F}$

5.3 并联电路的谐振

例题7:图示电路,已知$u_s = 2\sqrt{2}\cos(\omega t)\mathrm{V}, \omega = 100\mathrm{rad/s}, R = 1\Omega, C_1 = 10^{-2}\mathrm{F}$, $C_2 = 0.5\times10^{-2}\mathrm{F}$

求:(1)L为何值时电流I为最大? $\mathrm{I}_{max} = ?$并求此时电压u_1。

(2)L为何值时电流I为最小? $\mathrm{I}_{min} = ?$并求此时电压u_1。



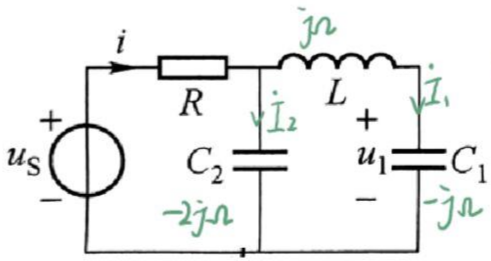
请先独立完成,再到下一页查看答案!

5.3 并联电路的谐振

例题7：图示电路，已知$u_s=2\sqrt{2}\cos(\omega t)\mathrm{V}, \omega=100\mathrm{rad/s}, R=1\Omega, C_1=10^{-2}\mathrm{F}$，$C_2=0.5\times10^{-2}\mathrm{F}$

求：(1) L为何值时电流I为最大？$I_{max}=$?并求此时电压u_1。

(2) L为何值时电流I为最小？$I_{min}=$?并求此时电压u_1。



(1) 电路的总阻抗：$Z=R+\dfrac{\left(j\omega L+\frac{1}{j\omega C_1}\right)\times\frac{1}{j\omega C_2}}{j\omega L+\frac{1}{j\omega C_1}+\frac{1}{j\omega C_2}}$

实部已确定，当虚部为0时，阻抗模最小，电路最大

$\mathrm{Im}[Z]=0 \Leftrightarrow \left(j\omega L+\frac{1}{j\omega C_1}\right)\times\frac{1}{j\omega C_2}=0 \Leftrightarrow j\omega L+\frac{1}{j\omega C_1}=0$

此时 $I_{max}=\dfrac{U}{R}=\dfrac{2V}{1\Omega}=2A$

↓

也就是L与C_1发生串联谐振

↓

C_2被短路，$\boxed{\dot{I}_2=0}$ 这一结果也可由分流公式得到

↓

$\dot{I}_1=\dot{I}=2\angle0°A$

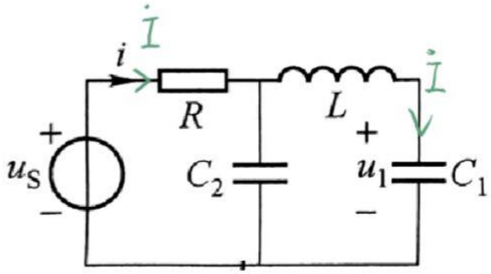
当L与C_1发生串联谐振时，其串联部分总电压为0，C_2也被其短路，此时LC_1与C_2并联部分都相当于短路，那么电路阻抗模最小，I最大

5.3 并联电路的谐振

例题7：图示电路，已知$u_s=2\sqrt{2}\cos(\omega t)\mathrm{V}, \omega=100\mathrm{rad/s}, R=1\Omega, C_1=10^{-2}\mathrm{F}$，$C_2=0.5\times10^{-2}\mathrm{F}$

求：(1) L为何值时电流I为最大？$\mathrm{I}_{max}=?$并求此时电压u_1。

(2) L为何值时电流I为最小？$\mathrm{I}_{min}=?$并求此时电压u_1。



有两种方法来求u_1

① $U_1=QU_s$，$Q=\frac{1}{\omega C_1 R}=1$

则 $U_1=2V$，$\dot{U}_1=2\angle-90°V$，$u_1=2\sqrt{2}\cos(100t-90°)V$

② 由$\dot{I}=2\angle0°$知

$\dot{U}_1=\frac{1}{j\omega C_1}\times\dot{I}_1=-2jV$，

$u_1=2\sqrt{2}\cos(100t-90°)V$

(2) 当LC_1与C_2发生并联谐振时，$\dot{I}$最小，$I_{min}=0$

并联部分导纳 $Y=j\omega C_2+\frac{1}{j\omega L+\frac{1}{j\omega C_1}}=0$，解得$L=0.03H$

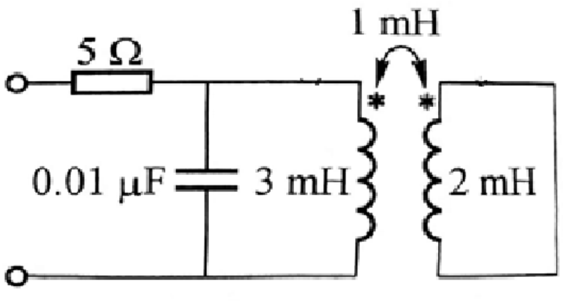
此时R电流为0，电压也为0，并联部分电压为$\dot{U}_s$

即L与C_1串联后总电压为$\dot{U}_s$，由分压公式：

$\dot{U}_1=\dot{U}_s\times\frac{\frac{1}{j\omega C_1}}{j\omega L+\frac{1}{j\omega C_1}}=-1V \Rightarrow u_1=\sqrt{2}\cos(100t+180°)V$

5.3　并联电路的谐振

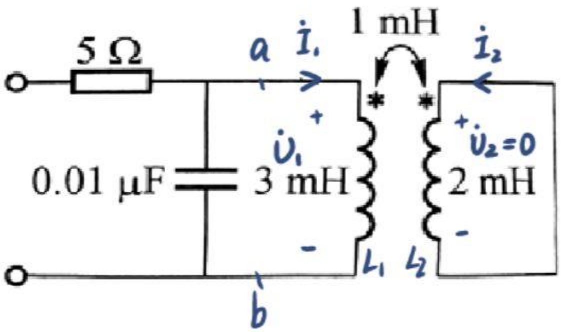
例题8：图示的电路发生谐振，求谐振角频率。



请先独立完成，再到下一页查看答案！

5.3　并联电路的谐振

例题8：图示的电路发生谐振，求谐振角频率。



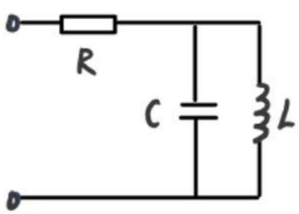
下面求出ab端口右侧的等效电路(以消去互感)：

$$\begin{cases}\dot U_1 = j\omega L_1\dot I_1 + j\omega M\dot I_2\\ 0 = j\omega M\dot I_1 + j\omega L_2\dot I_2\end{cases}$$

注意：在解上述方程时，我们需要关注的是ab的端口特性
即$\dot U_1$与$\dot I_1$的关系

解得 $\dot U_1 = j\omega\left(L_1-\frac{M^2}{L_2}\right)\dot I_1$

即等效电感为 $L=L_1-\frac{M^2}{L_2}=2.5mH$



由等效后的电路可知

$$\omega=\frac{1}{\sqrt{LC}}=2\times10^5\ rad/s$$

谢谢！

2022. 8