电路IA复习（6）
非正弦周期电流电路的分析

2022.8

本讲主要内容

ppt目录	对应教材章节
6 非正弦周期电流电路的分析	第6章
6.1 谐波分析法	6.1-6.2
6.2 非正弦周期电流电压的有效值与功率	6.3
6.3 非正弦周期电流电路的计算	6.4

6.1　谐波分析法

周期性非正弦电流电路的分析方法 —谐波分析法

总体思路：

周期性非正弦电源 → 分解成傅里叶级数

→ 利用叠加定理分别计算各次谐波电源单独作用在电路上产生的响应。

→ 将各次谐波电源在电路中产生的响应进行相加。

6.1 谐波分析法

$$f(t)=c_0+c_1\sin(\omega t+\theta_1)+c_2\sin(2\omega t+\theta_2)$$

$$+\cdots+c_k\sin(k\omega t+\theta_k)+\ldots\ldots$$

$$=c_0+\sum_{K=1}^{\infty}c_k\sin(k\omega t+\theta_k)$$

二次谐波

基波

直流分量

谐波分量

*k*次谐波

高次谐波— $k\geq 2$次的谐波

奇次谐波— *k*为奇次的谐波

偶次谐波— *k*为偶次的谐波

6.2 非正弦周期电流电压的有效值与功率

非正弦周期电流的有效值

$$I=\sqrt{I_0^2+\sum_{k=1}^{\infty}I_k^2}=\sqrt{I_0^2+I_1^2+I_2^2+\cdots}$$

其中，I_1、I_2，… 分别为各次谐波电流（正弦电流）的有效值。

非正弦周期电压的有效值

$$U=\sqrt{U_0^2+\sum_{k=1}^{\infty}U_k^2}=\sqrt{U_0^2+U_1^2+U_2^2+\cdots}$$

其中，U_1、U_2，… 分别为各次谐波电压（正弦电压）的有效值。

非正弦周期电流电路的平均功率等于直流分量产生的功率和各次谐波各自产生的平均功率之和。*（因为同频率电压电流相乘才形成平均功率）*

6.3 非正弦周期电流电路的计算

采用谐波分析法的步骤如下：

（1）将周期性非正弦电源分解为傅里叶级数，根据要求取有限项。（一般题目中已经分解好了）

（2）根据叠加定理，分别计算直流分量和各次谐波激励单独作用时产生的响应。

（a）直流分量单独作用相当于解直流电路。（*L*短路、*C*开路）

（b）各次谐波单独作用时均为正弦稳态电路，可采用相量法计算。要注意电感和电容的阻抗随频率ω的变化而变化。也要注意发现电路中可能存在的谐振，简化计算。

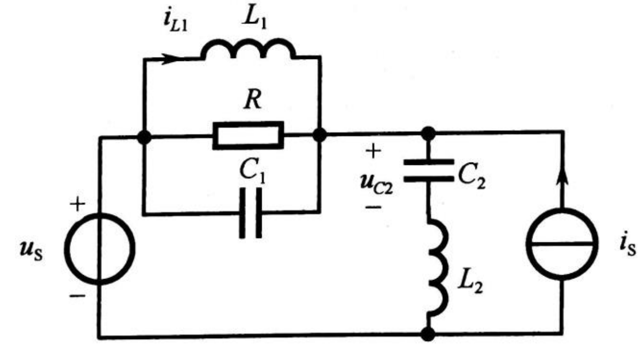
（3）将计算得的电压、电流以瞬时值形式相加（各次谐波激励所产生的相量形式的响应<u>不能进行相加</u>，因其频率不同！）。

例题1

图(a)所示的非正弦交流电路中，已知$R=6\Omega$，$\omega L_1=3\Omega$，$\omega L_2=1\Omega$，$1/(\omega C_1)=3\Omega$，$1/(\omega C_2)=9\Omega$，$i_S=10\sqrt{2}\cos(3\omega t+60^\circ)$A，$u_S=3+5\sqrt{2}\cos\omega t$ V.

求：（1）电感L_1的电流$i_{L1}(t)$和电容C_2的电压$u_{C2}(t)$；

（2）$u_{C2}(t)$的有效值U_{C2}。



(a)

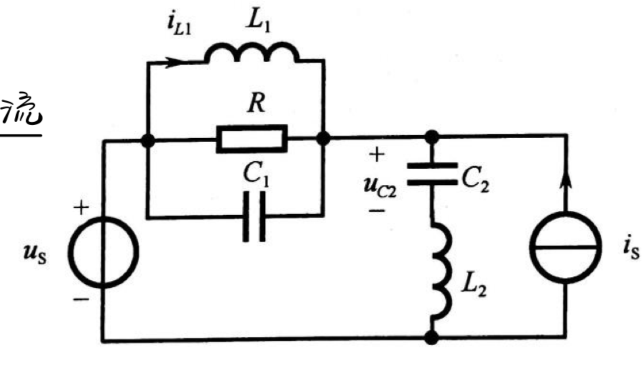
请先独立完成后，再翻到次页查看答案！

例题1

图(a)所示的非正弦交流电路中，已知$R=6\Omega$，$\omega L_1=3\Omega$，$\omega L_2=1\Omega$，$1/(\omega C_1)=3\Omega$，$1/(\omega C_2)=9\Omega$，$i_S=10\sqrt{2}\cos(3\omega t+60^\circ)$A，$u_S=3+5\sqrt{2}\cos\omega t$ V.

求：（1）电感L_1的电流$i_{L1}(t)$和电容C_2的电压$u_{C2}(t)$；

（2）$u_{C2}(t)$的有效值U_{C2}。



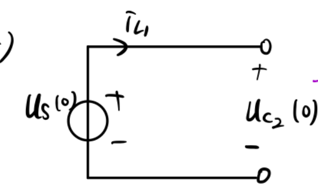
(a)

当电路中的电源含有不同角频率的分量或电源本身性质不同[直流和交流或不同种交流电源(不同频率的电压源和电流源)]时，可把它看成简单的非正弦周期电流电路，用叠加定理求解该类问题。 →用相量法求解

求解时可以让电路中全部的直流分量和各同频率的交流电源(或电源的交流分量)分别作用于电路，求解对应响应，再将不同频率下的瞬时表达式直接相加即可。

→L_1短路掉了电感和电阻

解：① 当电源的直流分量单独作用时，电路改画为(电感即短路、电容即开路)



→电容与电感串联支路为开路

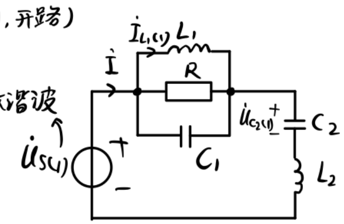
电感上无压降，则电容两端电压即等于电源电压、(直流稳定时电容无电流但可以有电压)

$$I_{L1(0)}=0,\quad U_{C2(0)}=U_{S(0)}=3V$$ (直流分量常用大写表示)

② 当角频率为ω的电源单独作用(即电压源的交流分量单独作用)时，电路改画如右下

(电流源不作用，开路)

此时$\omega L_1=3\Omega=1/(\omega C_1)$，所以$L_1$和$C_1$发生并联谐振，相当于开路



(1)表示为一次谐波

$$\text{此时 }\dot{I}=\frac{\dot{U}_{S(1)}}{R+j\omega L_2-j\frac{1}{\omega C_2}}=\frac{5\angle 0^\circ\ V}{(6+j-j9)\Omega}=0.5\angle 53.1^\circ\ A$$

$$\therefore \dot{U}_{C2(1)}=-j\frac{1}{\omega C_2}\times\dot{I}=4.5\angle -36.9^\circ\ V,$$ 瞬时表达式为$u_{C2(1)}=4.5\sqrt{2}\cos(\omega t-36.9^\circ)$ V

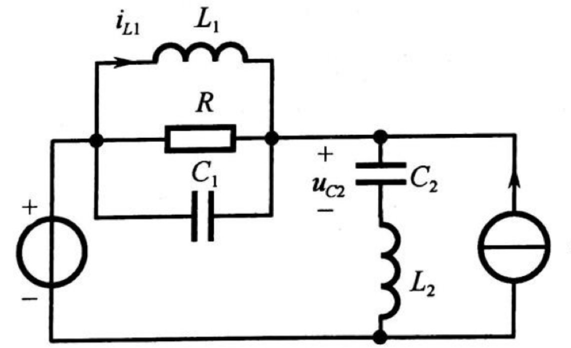
$$\dot{I}_{L1(1)}=\frac{\dot{U}_{L1(1)}}{j\omega L_1}=\frac{R\dot{I}}{j\omega L_1}=\frac{6\times 0.5\angle 53.1^\circ}{j3}=1\angle -36.9^\circ\ A,$$ 瞬时表达式为$i_{L1(1)}=\sqrt{2}\cos(\omega t-36.9^\circ)$ A

例题1

图(a)所示的非正弦交流电路中，已知$R=6\Omega$，$\omega L_1=3\Omega$，$\omega L_2=1\Omega$，$1/(\omega C_1)=3\Omega$，$1/(\omega C_2)=9\Omega$，$i_S=10\sqrt{2}\cos(3\omega t+60^\circ)$A，$u_S=3+5\sqrt{2}\cos\omega t$ V.

求：（1）电感L_1的电流$i_{L1}(t)$和电容C_2的电压$u_{C2}(t)$；

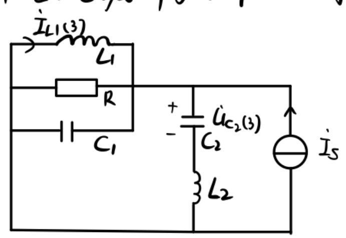
（2）$u_{C2}(t)$的有效值U_{C2}。



(a)

③ 当角频率为 3ω 的电源单独作用（即电流源单独作用）时，

电路改画为（电压源此时不作用，短路）



→ 电流源只有一个分量，无须区分，故不写(3)

此时 $3\omega L_2=3\Omega=\dfrac{1}{3\omega C_2}$，所以 L_2 和 C_2 发生串联谐振，相当于短路，则：

$\dot{I}_{L1(3)}=0$ $\quad$ $\dot{U}_{C2(3)}=\dfrac{-j}{3\omega C_2}\times\dot{I}_S=30\angle-30^\circ$ V

瞬时表达式为 $u_{C2(3)}=30\sqrt{2}\cos(3\omega t-30^\circ)$ V

综上：$i_{L1}(t)=I_{L1(0)}+i_{L1(1)}+i_{L1(3)}=\sqrt{2}\cos(\omega t-36.9^\circ)$A

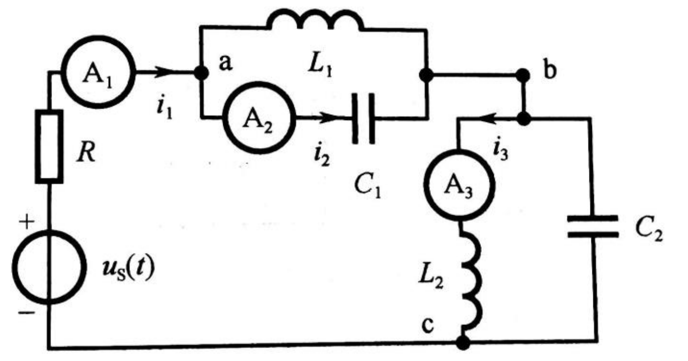
$u_{C2}(t)=U_{C2(0)}+u_{C2(1)}+u_{C2(3)}=3+4.5\sqrt{2}\cos(\omega t-36.9^\circ)+30\sqrt{2}\cos(3\omega t-30^\circ)$ V

$U_{C2}=\sqrt{U_{C2(0)}^2+U_{C2(1)}^2+U_{C2(3)}^2}=\sqrt{3^2+4.5^2+30^2}=30.48$ V.

↓ 各分量有效值的平方和开根号

例题2

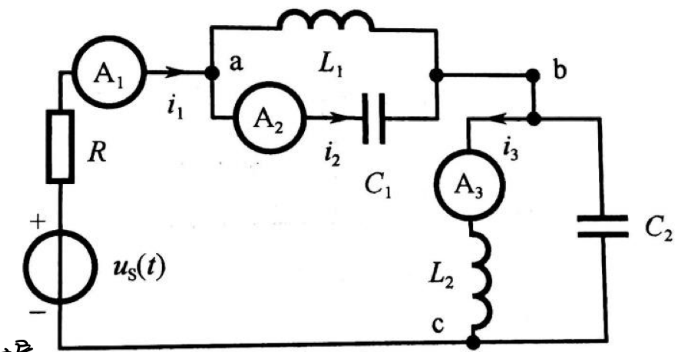
图示电路中，电压$u_S = 30 + 120\cos 1000t + 60\cos(2000t + \pi/4)$V，$R = 30\Omega$，$L_1 = 40$mH，$L_2 = 10$mH，$C_1 = C_2 = 25\mu$F，求图示电路中各电流表的读数。



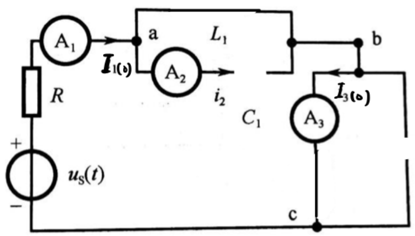
请先独立完成后，再翻到次页查看答案！

例题2

图示电路中，电压$u_S=30+120\cos 1000t+60\cos(2000t+\pi/4)$V，$R=30\Omega$，$L_1=40$mH，$L_2=10$mH，$C_1=C_2=25\mu$F，求图示电路中各电流表的读数。



解：当电压源的直流分量 $U_{S(0)}=30V$ 单独作用时，等效电路如左下所示



$$I_{1(0)}=I_{3(0)}=\frac{U_{S(0)}}{R}=1A$$

当基波分量 $\dot{U}_{Sm(1)}=120\angle 0^\circ$ V 单独作用时，

（此处用幅值相量表示）

此时 $\omega L_1=1/(\omega C_1)=40\Omega$，所以$L_1$和$C_1$发生并联谐振

（L_1与C_2也满足串联谐振条件，但无须考虑，因为L_1与C_1的并联谐振已经确定了电路各部分的电压电流）

此时 $\dot{I}_{1(1)}=\dot{I}_{3(1)}=0$，　$\dot{I}_{2m(1)}=\dot{U}_{Sm(1)}\times(j10^3C_1)=120\angle0^\circ\times j10^3\times25\times10^{-6}=3\angle90^\circ$ A

（电源电压直接加在C_1两端，因为L_2、C_2上没有电流、没有压降）

在正弦激励下，电容、电感上电压不为0⟺电流不为0

为何？因为L_2与C_2电压相同，若L_2与C_2的电压不为0（电流不为0），则L_2与C_2必须发生并联谐振，但是L_2与C_2无法发生并联谐振，所以L_2、C_2上电压/电流只能均为0.

瞬时表达式为 $i_{2(1)}=3\cos(1000t+90^\circ)$ A

当二次谐波分量 $\dot{U}_{Sm(2)}=60\angle45^\circ$ V 单独作用时，此时 $2\omega L_2=1/(2\omega C_2)=20\Omega$

所以L_2与C_2发生并联谐振，该部分相当于开路，所以 $\dot{I}_{1(2)}=\dot{I}_{2(2)}=0$，　$\dot{I}_{3m(2)}=\frac{\dot{U}_{Sm(2)}}{j2000L_2}=\frac{60\angle45^\circ}{j20\Omega}=3\angle-45^\circ$ A

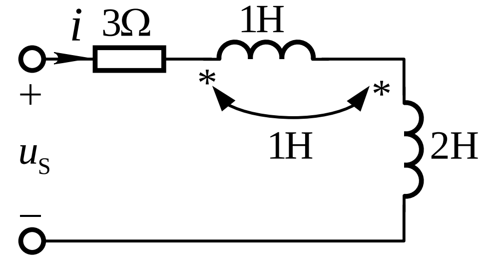
瞬时表达式为 $i_{3(2)}=3\cos(2000t-45^\circ)$ A

∴ $i_1=1A$，$i_2=3\cos(1000t+90^\circ)$，$i_3=1+3\cos(2000t-45^\circ)$ A　　$I_1=1A$，$I_2=\frac{3}{\sqrt{2}}=2.12A$，$I_3=\sqrt{1^2+(\frac{3}{\sqrt{2}})^2}=2.35A$

∴ A_1读数为1A，A_2读数为2.12A，A_3读数为2.35A.

例题3

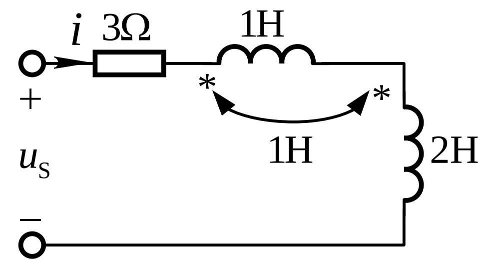
图示电路，电压$u_S=(3+5\sqrt{2}\cos t+5\sqrt{2}\cos 2t)$V，求电阻消耗的功率$P$。



请先独立完成后，再翻到次页查看答案！

例题3

图示电路，电压$u_S = (3 + 5\sqrt{2}\cos t + 5\sqrt{2}\cos 2t)$V，求电阻消耗的功率$P$。



解： 直流$U_{S(0)} = 3$V 单独作用时，耦合电感短路，

故电流 i 的直流分量为：$I_{(0)} = 1$A

耦合电感顺接时等效电感为 $L_{eq} = L_1 + L_2 + 2M = 5$H

基波$\dot{U}_{S(1)} = 5\angle 0°$V 单独作用时，得 端口看进去的等效阻抗

$Z_{(1)} = R + j\omega L_{eq} = (3 + j5) = \sqrt{34}\angle 59°\Omega$

所以 $$I_{(1)} = \frac{U_{(1)}}{|Z_{(1)}|} = \frac{5}{\sqrt{34}}\text{A}$$

①分析直流分量
②分析基波
③分析二次谐波

二次谐波$\dot{U}_{S(2)} = 5\angle 0°$V 单独作用时，得端口看进去的等效阻抗

$Z_{(2)} = R + j2\omega L_{eq} = (3 + j10) = \sqrt{109}\angle 73.3°\Omega$

→不同频率的分量作用时，等效阻抗不同！

所以 $$I_{(2)} = \frac{U_{(2)}}{|Z_{(2)}|} = \frac{5}{\sqrt{109}}\text{A}$$

电阻吸收的平均功率为 $P = RI_{(0)}^2 + RI_{(1)}^2 + RI_{(2)}^2 = 5.894$W

本讲内容结束

谢谢！

2022.8