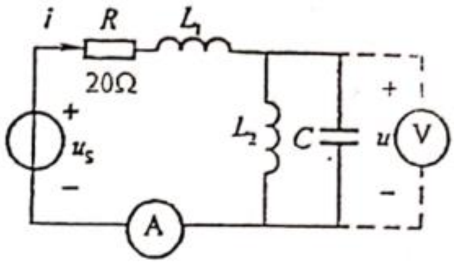
# 电路复习作业 6 非正弦周期电流电路的分析

（共 3 题，总分 30 分） 参考答案

1. （9 分）如图所示电路，$\omega L_1=0.625\Omega$，$1/(\omega C)=45\Omega$，$\omega L_2=5\Omega$，$u_S(t)=100+100\cos(3\omega t+40^\circ)+50\cos(9\omega t-30^\circ)$V。则电流表的读数为 <u>5.30</u> A，电压表的读数为 <u>71.41</u> V，电阻 $R$ 吸收的功率为 <u>562.5</u> W。

（直接写出得数，得出结果后请附上规范分析过程，写详细分析过程不计时）




[解析] 处理非正弦周期电流电路问题，用叠加定理，分别求出各次谐波的响应、

① 直流分量单独作用时，$i_{(0)}=\frac{100}{20}=5A$，$u_{(0)}=0$

② $u_1=100\cos(3\omega t+40^\circ)$ 单独作用时，$3\omega L_2=15\Omega$，$\frac{1}{3\omega C}=15\Omega$，可知此时 $L_2$ 和 C 发生并联谐振，

$i_{(1)}=0$，$u_{(1)}=u_S=100\cos(3\omega t+40^\circ)V$

③ $u_2=50\cos(9\omega t-30^\circ)V$ 单独作用时，$9\omega L_1=\frac{45}{8}\Omega$，$\frac{1}{9\omega C}=5\Omega$，$9\omega L_2=45\Omega$

C 与 $L_2$ 并联等效阻抗为 $Z_{eq}=\frac{j45\times(-j5)}{j45-j5}=\frac{225}{j40}=-\frac{45}{8}j\ \Omega$ 则发生串联谐振，$i_{(2)}=2.5\cos(9\omega t-30^\circ)A$，

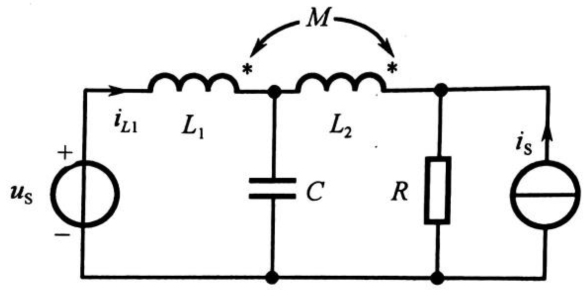
$\dot{U}_{(2)m}=2.5\angle-30^\circ\times(-j\frac{45}{8})=\frac{225}{16}\angle-120^\circ V$、 $\therefore u_2=\frac{225}{16}\cos(9\omega t-120^\circ)V$、

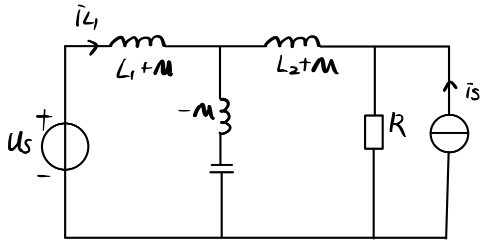
所以，$i(t)=5+2.5(9\omega t-30^\circ)$，$u(t)=100\cos(3\omega t+40^\circ)+\frac{225}{16}\cos(9\omega t-120^\circ)$ V、

电流表示数 $I=\sqrt{5^2+(\frac{2.5}{\sqrt{2}})^2}=\frac{15\sqrt{2}}{4}A\approx5.30A$　　$P=I^2R=562.5W$、

电压表示数 $U=\sqrt{(\frac{100}{\sqrt{2}})^2+(\frac{225}{16\sqrt{2}})^2}\approx71.41V$

2. （11 分）图示非正弦周期电流电路中，已知 $u_S(t)=100+200\sqrt{2}\cos(100t)$V，$i_S(t)=2\sqrt{2}\cos(200t)$A，电路元件参数 $L_1=0.2$H，$L_2=0.3$H，$M=0.2$H，$C=125\mu$F，$R=50\Omega$。求电感 $L_1$ 中的电流 $i_{L1}(t)$ 及其有效值 $I_{L1}$。



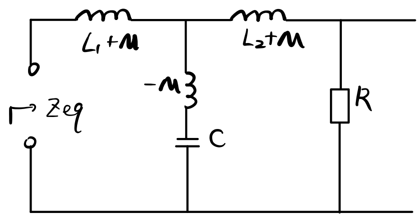




解：(1) 直流分量 $U_{S(0)}=100V$ 单独作用时，互感短路、电路开路，得 $I_{L_1(0)}=\frac{U_{S(0)}}{R}=2A$

(2) 基波分量单独作用时，消去互感后，等效电路如右上图所示

此时电流源不作用，相当于开路、从电压源看进去的等效阻抗为

（$L_2+M+R$ 与 $C-M$ 并联后，再与 $L_1+M$ 串联）




$$Z=j(0.2+0.2)\times100+\frac{[50+j(0.2+0.3)\times100][-j0.2\times100-j\frac{1}{125\times10^{-6}\times100}]}{50+j(0.2+0.3)\times100-j0.2\times100-j\frac{1}{125\times10^{-6}\times100}}$$

$$=j40+\frac{(50+j50)(-j20-j80)}{50+j50-j20-j80}=100+j40\ (\Omega)$$

则基波电感电流相量为 $\dot{I}_{L1(1)}=\frac{200\angle0^\circ}{100+j40}=1.86\angle-21.8^\circ$ A 瞬时表达式为 $i_{L_1(1)}=1.86\sqrt{2}\cos(100t-21.8^\circ)$ A

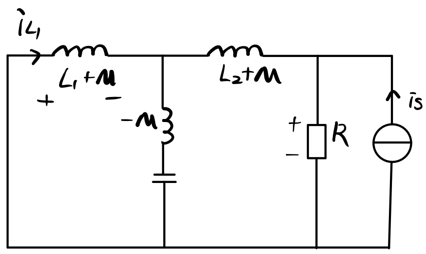
(3) 二次谐波分量单独作用时，去耦合等效电路如右。

此时电压源不作用，相当于短路。

此时左端两支路阻抗分别为

$j\times200\times(0.2+0.2)=j80\Omega$ $\quad -j\times200\times0.2-j\frac{1}{125\times10^{-6}\times200}=-j80\Omega$

所以左端两支路发生并联谐振，相当于开路、则电阻上电流即为 $\dot{I}_S$。




左端两支路的端电压为 $-R\dot{I}_S$

则二次谐波作用时的电感电流相量为 $\dot{I}_{L1(2)}=\frac{-R\dot{I}_S}{j80}=1.25\angle90^\circ$ A

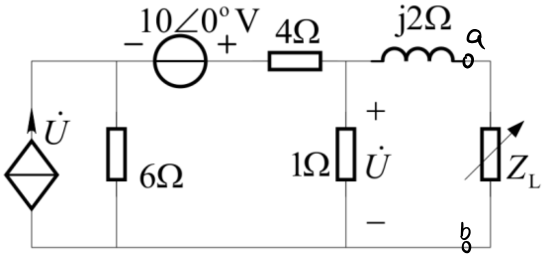
瞬时表达式为 $i_{L_1(2)}=1.25\sqrt{2}\cos(200t+90^\circ)$ A

∴由叠加定理得 $i_{L_1}(t)=I_{L_1(0)}+i_{L_1(1)}+i_{L_1(2)}$

$$=2+1.86\sqrt{2}\cos(100t-21.8^\circ)+1.25\sqrt{2}\cos(200t+90^\circ)\ \text{A}$$

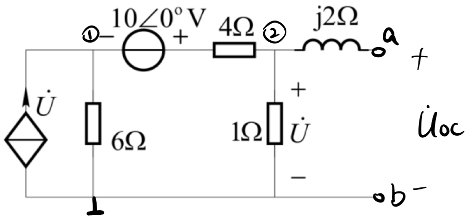
$$I_{L_1}=\sqrt{2^2+1.86^2+1.25^2}=3.00\text{A}$$

3.　【滚动复习】（10 分）某正弦电流电路相量模型如图所示，求负载 $Z_L$ 为何值时可获得最大功率，$Z_L$ 所获得的最大功率是多少？




求从 ab 看进去的戴维南等效电路，

① 求开路电压：



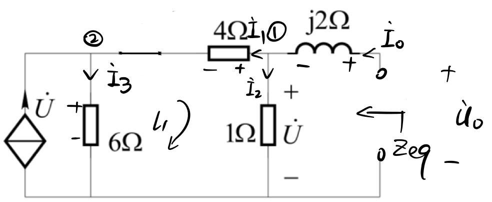

如上图所示，列写相量形式节点电压方程

$$\begin{cases} ①:\left(\frac{1}{6}+\frac{1}{4}\right)\dot{U}_{n1}-\frac{1}{4}\dot{U}_{n2}=\dot{U}-\frac{10\angle 0^\circ}{4} \\ ②:\left(1+\frac{1}{4}\right)\dot{U}_{n2}-\frac{1}{4}\dot{U}_{n1}=\frac{10\angle 0^\circ}{4} \end{cases}$$

补充方程 $\dot{U}_{n2}=\dot{U}$

解得 $\dot{U}_{n2}=2\angle 0^\circ$ V

② 求等效电阻：




在端口外施激励 $\dot{U}_0$，设端口电流为 $\dot{I}_0$。

① 节点 KCL：$\dot{I}_1+\dot{I}_2=\dot{I}_0$

② 节点 KCL：$\dot{U}+\dot{I}_1=\dot{I}_3$

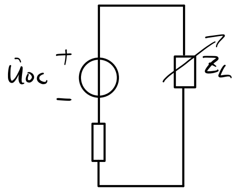
$l_1$ 回路 KVL：$\dot{U}=6\dot{I}_3+4\dot{I}_1$

补充：$\dot{I}_2=\dot{U}$

解得（将所有量都用 $\dot{U}$ 表示）$\dot{I}_1=-0.5\dot{U}$，$\dot{I}_3=0.5\dot{U}$，$\dot{I}_0=0.5\dot{U}$

$\dot{U}_0=\dot{U}+j2\times\dot{I}_0=(1+j)\dot{U}$ $\Rightarrow$ $Z_{eq}=\frac{\dot{U}_0}{\dot{I}_0}=(2+j2)\Omega$

等效后电路如下所示：




则 $Z_L=(2-2j)\Omega$ 时

可获得最大功率，

最大功率为 $P_{max}=\frac{2^2}{4\times 2}=0.5W$