电路IA复习（9）
线性动态电路暂态过程的复频域分析

2022.8

本讲主要内容

ppt目录	对应教材章节
9 线性动态电路暂态过程的复频域分析	第9章
9.1 常用函数的拉普拉斯变换	9.1&9.2
9.2 拉普拉斯反变换	9.3
9.3 复频域中电路定律与电路模型	9.4-9.5
9.4 复频域网络函数	9.6

9.1 常用函数的拉普拉斯变换

复频率 $s=\sigma+\mathrm{j}\omega$

$$f(t)=\mathbf{L}^{-1}\{F(s)\}=\frac{1}{2\pi\mathrm{j}}\int_{\sigma-\mathrm{j}\infty}^{\sigma+\mathrm{j}\infty}F(s)\mathrm{e}^{st}\mathrm{d}s$$

拉普拉斯逆变换

$$f(t)=\mathbf{L}^{-1}\{F(s)\}$$

$$F(s)=\mathbf{L}\{f(t)\}$$

象函数　原函数

电路常用到符号: $U(s)=\mathrm{L}\{u(t)\}$, $u(t)=\mathrm{L}^{-1}\{U(s)\}$

$I(s)=\mathrm{L}\{i(t)\}$, $i(t)=\mathrm{L}^{-1}\{I(s)\}$

9.1　常用函数的拉普拉斯变换

1．单位阶跃函数

$$\mathrm{L}\{\varepsilon(t)\}=\frac{1}{s},\quad \mathrm{L}^{-1}\left\{\frac{1}{s}\right\}=\varepsilon(t)$$

2．指数函数

$$\mathrm{L}\{e^{at}\}=\frac{1}{s-a},\quad \mathrm{L}^{-1}\left\{\frac{1}{s-a}\right\}=e^{at}$$

3．单位冲激函数

$$\mathrm{L}\{\delta(t)\}=1,\quad \mathrm{L}^{-1}\{1\}=\delta(t)$$

线性性质

$$\mathrm{L}\{af_1(t)+bf_2(t)\}=aF_1(s)+bF_2(s)$$

$$\mathrm{L}^{-1}\{aF_1(s)+bF_2(s)\}=af_1(t)+bf_2(t)$$

9.2 拉普拉斯反变换

集中参数电路的象函数F(s)可表示成下列有理分式:

$$F(s)=\frac{N(s)}{D(s)}=\frac{b_m s^m+b_{m-1}s^{m-1}+\cdots+b_1 s+b_0}{a_n s^n+a_{n-1}s^{n-1}+\cdots+a_1 s+a_0}$$

下面求此求象函数的原函数

1、$n>m$:

(1) $D(s)=0$ 只有单根时:

$$F(s)=\frac{A_1}{s-p_1}+\frac{A_2}{s-p_2}+\cdots+\frac{A_k}{s-p_k}+\cdots+\frac{A_n}{s-p_n}=\sum_{k=1}^{n}\frac{A_k}{s-p_k}$$

$$f(t)=\mathbf{L}^{-1}\{F(s)\}=\mathbf{L}^{-1}\{\sum_{k=1}^{n}\frac{A_k}{s-p_k}\}=\sum_{k=1}^{n}A_k\mathrm{e}^{p_k t}$$

9.2 拉普拉斯反变换

1、$n > m$:

$$F(s)=\frac{A_1}{s-p_1}+\frac{A_2}{s-p_2}+\cdots+\frac{A_k}{s-p_k}+\cdots+\frac{A_n}{s-p_n}=\sum_{k=1}^{n}\frac{A_k}{s-p_k}$$

(1) $D(s)=0$ 只有单根时:

$$f(t)=\mathbf{L}^{-1}\{F(s)\}=\mathbf{L}^{-1}\{\sum_{k=1}^{n}\frac{A_k}{s-p_k}\}=\sum_{k=1}^{n}A_k e^{p_k t}$$

求 A_k:

$$F(s)(s-p_k)=\frac{A_1(s-p_k)}{s-p_1}+\frac{A_2(s-p_k)}{s-p_2}+\cdots+A_k+\cdots+\frac{A_n(s-p_k)}{s-p_n}$$

$$A_k=\lim_{s\to p_k}F(s)(s-p_k)=\lim_{s\to p_k}\frac{N(s)(s-p_k)}{D(s)}\qquad (k=1,2,\cdots,n)$$

用洛比达法则求系数A_k:

$$A_k=\lim_{s\to p_k}\frac{N(s)(s-p_k)}{D(s)}=\lim_{s\to p_k}\frac{N(s)+N'(s)(s-p_k)}{D'(s)}=\frac{N(p_k)}{D'(p_k)}$$

9.2拉普拉斯反变换

1 求 $F(s)=\dfrac{4s+5}{s^2+5s+6}$ 的原函数

自己先计算一下吧!

9.2拉普拉斯反变换

1 求 $F(s)=\dfrac{4s+5}{s^2+5s+6}$ 的原函数

$$f(t)=\mathrm{L}^{-1}\left[\frac{4s+5}{s^2+5s+6}\right]=\mathrm{L}^{-1}\left[\frac{4s+5}{(s+2)(s+3)}\right]=\mathrm{L}^{-1}\left[\frac{A_1}{(s+2)}+\frac{A_2}{(s+3)}\right]$$

$$A_1=(s+2)\cdot F(s)\big|_{s=-2}=(s+2)\cdot\left.\frac{4s+5}{(s+2)(s+3)}\right|_{s=-2}=-3$$

$$A_2=(s+3)\cdot F(s)\big|_{s=-3}=(s+3)\cdot\left.\frac{4s+5}{(s+2)(s+3)}\right|_{s=-3}=7$$

$$f(t)=-3\mathrm{e}^{-2t}+7\mathrm{e}^{-3t}$$

用洛比达法则求系数A_k：

$$A_k=\lim_{s\to p_k}\frac{N(s)(s-p_k)}{D(s)}=\lim_{s\to p_k}\frac{N(s)+N'(s)(s-p_k)}{D'(s)}=\boxed{\frac{N(p_k)}{D'(p_k)}}$$

$$A_1=\left.\frac{4s+5}{(2s+5)}\right|_{s=-2}=-3 \qquad A_2=\left.\frac{4s+5}{(2s+5)}\right|_{s=-3}=7$$

9.2拉普拉斯反变换

1、$n>m$:

(2) $D(s)=0$ 有单复根时→共轭复根

$$F(s)=\frac{A}{s-p}+\frac{\overset{*}{A}}{s-\overset{*}{p}}$$

若：$p=\alpha+\mathrm{j}\beta$　$A=|A|\angle\theta$

则：$\overset{*}{P}=\alpha-\mathrm{j}\beta$　$\overset{*}{A}=|A|\angle-\theta$

$$f(t)=\mathrm{L}^{-1}\{F(s)\}=A\mathrm{e}^{pt}+\overset{*}{A}\mathrm{e}^{\overset{*}{p}t}=|A|\mathrm{e}^{at}[\mathrm{e}^{\mathrm{j}(\beta t+\theta)}+\mathrm{e}^{-\mathrm{j}(\beta t+\theta)}]$$

$$=2|A|\mathrm{e}^{at}\cos(\beta t+\theta)\quad(t\geq 0)$$

9.3 复频域中电路定律与电路模型

2 求 $F(s)=\dfrac{s+1}{s^3+2s^2+2s}$ 的原函数。

自己先计算一下吧!

9.3 复频域中电路定律与电路模型

2 求 $F(s)=\dfrac{s+1}{s^3+2s^2+2s}$ 的原函数。

$p_1=0$

$p_2=a+\mathrm{j}\beta=-1+\mathrm{j}$

$p_3=\overset{*}{p_2}=-1-\mathrm{j}$

$$F(s)=\frac{A_1}{s-p_1}+\frac{A_2}{s-p_2}+\frac{A_3}{s-p_3}$$

$D(s)=s^3+2s^2+2s=0$ 根为：

$$A_1=\frac{F_1(p_1)}{F_2'(p_1)}=\left.\frac{s+1}{3s^2+4s+2}\right|_{s=p_1}=0.5$$

$$A_2=\frac{F_1(p_2)}{F_2'(p_2)}=\left.\frac{s+1}{3s^2+4s+2}\right|_{s=p_2}$$

$$=|A_2|\angle\theta=0.25\sqrt{2}\angle-135^{\circ}$$

$A_3=\overset{*}{A_2}$

$$f(t)=\mathbf{L}^{-1}\{F(s)\}=A_1\mathrm{e}^{p_1t}+2|A_2|\mathrm{e}^{at}\cos(\beta t+\theta)$$

$$=0.5+0.5\sqrt{2}\mathrm{e}^{-t}\cos(t-135^{\circ})\qquad(t\geq 0)$$

9.2 拉普拉斯反变换

1、$n > m$：

(3) $D(s)=0$**有重根时**

若 $F(s) = \underbrace{\frac{A_1}{s-p_1} + \cdots + \frac{A_k}{s-p_k}}_{\text{若干个单根}} + \underbrace{\frac{B_1}{s-p} + \frac{B_2}{(s-p)^2}}_{\text{重根}} + \cdots$

$$B_2 = \lim_{s \to p} F(s)(s-p)^2$$

$$B_1 = \lim_{s \to p} \frac{d}{ds}\left[F(s)(s-p)^2\right]$$

2、$n \le m$：

9.2 复频域中电路定律与电路模型

3

求 $F(s)=\dfrac{10s^2+4}{s(s+1)(s+2)^2}$ 的原函数

自己先计算一下吧!

9.2 复频域中电路定律与电路模型

3 求 $F(s)=\dfrac{10s^2+4}{s(s+1)(s+2)^2}$ 的原函数

【解】展开式: $F(s)=\dfrac{A_1}{s}+\dfrac{A_2}{s+1}+\dfrac{B_2}{(s+2)^2}+\dfrac{B_1}{s+2}$

确定系数:

$$A_1=\lim_{s\to 0}\frac{10s^2+4}{s(s+1)(s+2)^2}s=1$$

$$A_2=\lim_{s\to -1}\frac{10s^2+4}{s(s+1)(s+2)^2}(s+1)=-14$$

$$B_2=\lim_{s\to -2}\frac{10s^2+4}{s(s+1)(s+2)^2}(s+2)^2=22$$

$$B_1=\lim_{s\to -2}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}s}\left[\frac{10s^2+4}{s(s+1)(s+2)^2}(s+2)^2\right]=13$$

$$f(t)=\mathbf{L}^{-1}\{F(s)\}=A_1+A_2\mathrm{e}^{-t}+(B_2t+B_1)\mathrm{e}^{-2t}$$

$$=1-14\mathrm{e}^{-t}+(22t+13)\mathrm{e}^{-2t}$$

9.2 拉普拉斯反变换

1、$n > m$:

(3) $D(s)=0$有重根时

若 $F(s) = \underbrace{\frac{A_1}{s-p_1} + \cdots + \frac{A_k}{s-p_k}}_{若干个单根} + \underbrace{\frac{B_1}{s-p} + \frac{B_2}{(s-p)^2}}_{重根} + \cdots$

$$B_2 = \lim_{s\to p} F(s)(s-p)^2$$

$$B_1 = \lim_{s\to p} \frac{d}{ds}\left[F(s)(s-p)^2\right]$$

2、$n \le m$:

利用多项式的除法，化为真分式

补充：$\mathrm{L}^{-1}\{s\} = \delta'(t)$

9.3 复频域中电路定律与电路模型

4 求 $F(s)=\dfrac{s^4+9s^3+24s^2+22s+1}{s^3+7s^2+10s}$ 的原函数

自己先计算一下吧!

9.3 复频域中电路定律与电路模型

4 求 $F(s)=\dfrac{s^4+9s^3+24s^2+22s+1}{s^3+7s^2+10s}$ 的原函数

化为真分式:

$$F(s)=s+2+\frac{2s+1}{s^3+7s^2+10s}$$

$$\begin{array}{r@{\,}l} & s+2 \\ s^3+7s^2+10s \,\big) & s^4+9s^3+24s^2+22s+1 \\ & s^4+7s^3+10s^2 \\ \hline & 2s^3+14s^2+22s+1 \\ & 2s^3+14s^2+20s \\ \hline & 2s+1 \end{array}$$

$$=s+2+\left(\frac{0.1}{s}+\frac{0.5}{s+2}+\frac{-0.6}{s+5}\right)$$

$$\mathrm{L}^{-1}\{s\}=\delta'(t)$$

$$f(t)=\delta'(t)+2\delta(t)+0.1+0.5\mathrm{e}^{-2t}-0.6\mathrm{e}^{-5t}$$

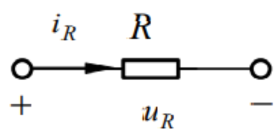
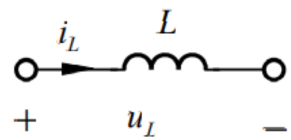
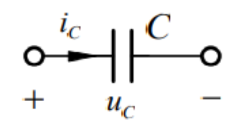
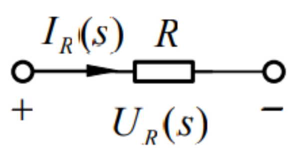
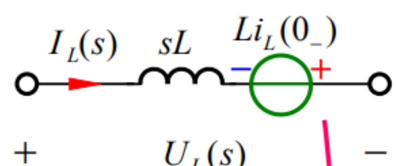
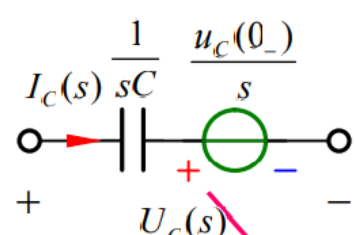
9.3 复频域中电路定律与电路模型

1.复频域中的基尔霍夫定律

时 域		复 频 域
KCL： $\sum i_k(t)=0$	→	$\sum I_k(s)=0$
		在集中参数电路中，流出(入)节点的各支路电流象函数的代数和为零。
KVL： $\sum u_k(t)=0$	→	$\sum U_k(s)=0$
		在集中参数电路中，沿任一回路各支路电压象函数的代数和为零。

9.3 复频域中电路定律与电路模型

2.复频域电路模型

	电阻	电感	电容
时域模型			
时域VCR	$u_R = Ri_R$	$u_L = L\frac{\mathrm{d}i_L}{\mathrm{d}t}$	$i_C = C\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}$
复频域VCR	$U_R(s) = RI_R(s)$	$U_L(s) = sLI_L(s) - Li_L(0_-)$	$I_C(s) = sCU_C(s) - Cu_C(0_-)$ $U_C(s) = \frac{1}{sC}I_C(s) + \frac{u_C(0_-)}{s}$
复频域模型			

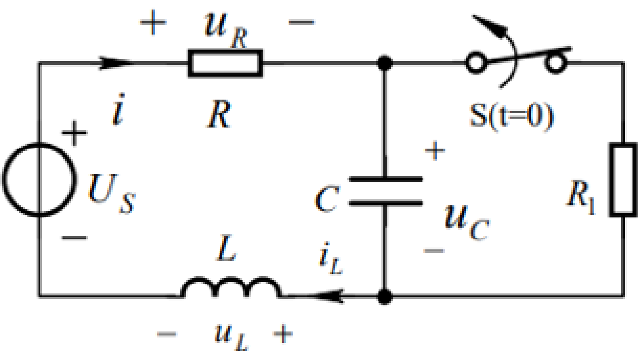
电感续流的方向

电容放电的方向

9.3 复频域中电路定律与电路模型

2.复频域电路模型

自己画出左边电路的运算电路图吧!

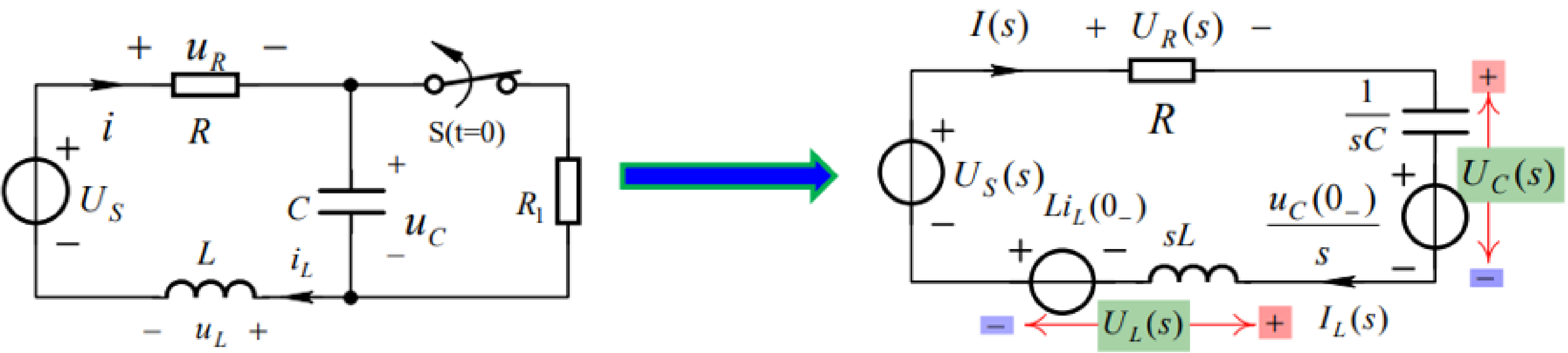


$$i_L(0\_)=i(0\_)=\frac{U_S}{R+R_1}\neq 0$$

$$u_C(0\_)=R_1 i(0\_)\neq 0$$

9.3 复频域中电路定律与电路模型

2.复频域电路模型



$$i_L(0_-) = i(0_-) = \frac{U_S}{R+R_1} \neq 0$$

$$u_C(0_-) = R_1 i(0_-) \neq 0$$

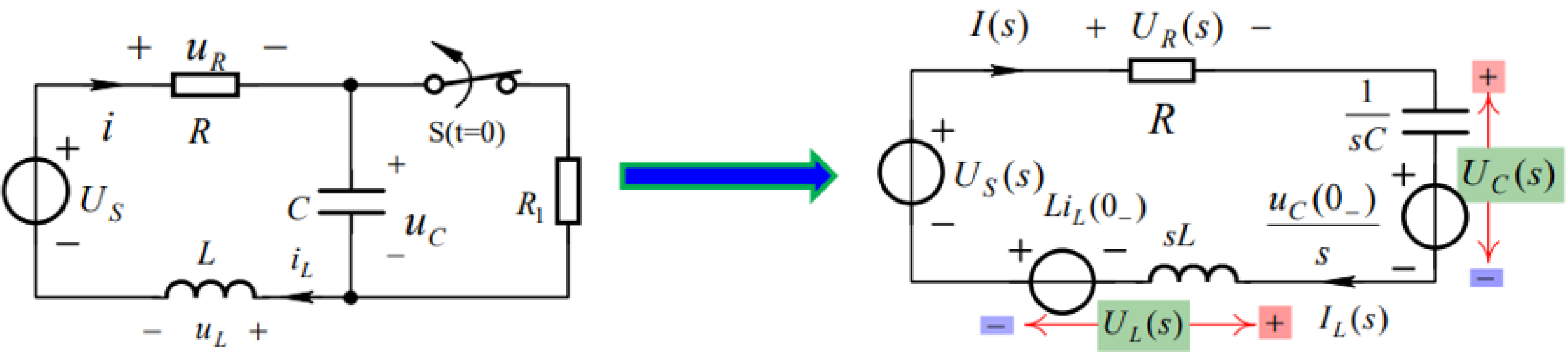
$$U_R(s) + U_C(s) + U_L(s) = U_S(s)$$

$$RI(s) + [\frac{1}{sC}I(s) + \frac{u_C(0_-)}{s}] + [sLI(s) - Li_L(0_-)] = U_S(s)$$

$$(R + sL + \frac{1}{sC})I(s) = U_S(s) + Li_L(0_-) - \frac{u_C(0_-)}{s}$$

9.3 复频域中电路定律与电路模型

2.复频域电路模型



$$i_L(0_-)=i(0_-)=\frac{U_S}{R+R_1}\neq 0$$

$$u_C(0_-)=R_1 i(0_-)\neq 0$$

$$U_R(s)+U_C(s)+U_L(s)=U_S(s)$$

$$RI(s)+[\frac{1}{sC}I(s)+\frac{u_C(0_-)}{s}]+[sLI(s)-Li_L(0_-)]=U_S(s)$$

$$\boxed{(R+sL+\frac{1}{sC})}I(s)=U_S(s)+Li_L(0_-)-\frac{u_C(0_-)}{s}$$

9.3 复频域中电路定律与电路模型

零状态时 $u_C(0_-)=0$

$i_L(0_-)=0$

$$Z(s)=R+sL+\frac{1}{sC}$$

运算阻抗:

$$\frac{U_S(s)}{I(s)}=Z(s)$$

运算导纳

$$\frac{I(s)}{U_S(s)}=\frac{1}{Z(s)}=Y(s)$$

9.3 复频域中电路定律与电路模型

运算电路具体计算步骤

1.将激励的时域函数变换成象函数;

2.确定换路前电路全部电容电压和电感电流:$u_C(0_-)$、$i_L(0_-)$;

3.画出换路后电路的运算电路图:

$u_C(0_-)$、$i_L(0_-)$的作用用附加电压源表示;

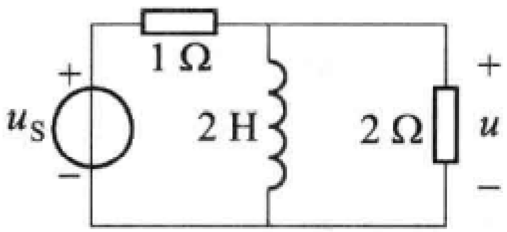
R、L、C用运算阻抗表示;

电压、电流用象函数表示;

4.解出所求响应的像函数后，将其变换为时域原函数。

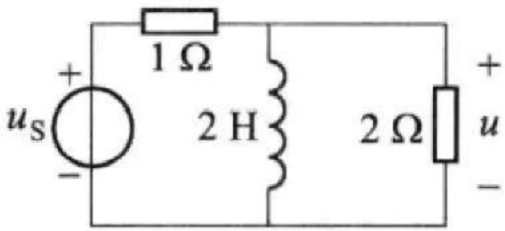
9.3 复频域中电路定律与电路模型

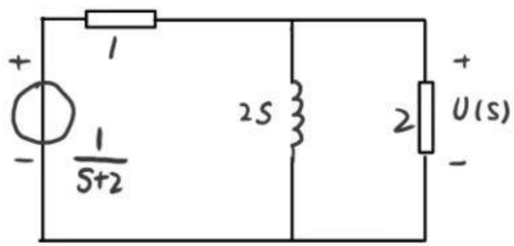
例1：图示电路，已知$u_s = e^{-2t}\varepsilon(t)\,V$，求零状态响应$u$。



9.3 复频域中电路定律与电路模型

例1：图示电路，已知$u_s = e^{-2t}\varepsilon(t)$V，求零状态响应$u$。





$$U_S(S) = \mathcal{L}\{e^{-2t}\varepsilon(t)\} = \frac{1}{S+2}$$

(分压) $U(S) = \dfrac{\frac{2\times 2S}{2+2S}}{1+\frac{2\times 2S}{2+2S}} U_S(S) = \dfrac{2S}{(S+2)(3S+1)}$

$$= \frac{\frac{2}{3}S}{(S+2)(S+\frac{1}{3})} = \frac{A_1}{S+\frac{1}{3}} + \frac{A_2}{S+2}$$

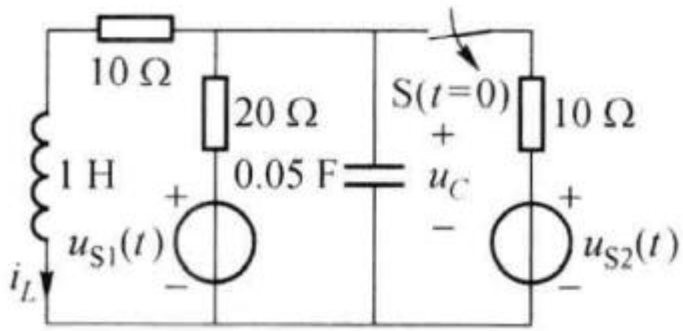
其中 $A_1 = \left.\dfrac{\frac{2}{3}S}{S+2}\right|_{S=-\frac{1}{3}} = -\dfrac{2}{15}$，$A_2 = \left.\dfrac{\frac{2}{3}S}{S+\frac{1}{3}}\right|_{S=-2} = 0.8$

$$U(S) = -\frac{2}{15}\frac{1}{S+\frac{1}{3}} + \frac{4}{5}\frac{1}{S+2}$$

所以 $u(t) = \left(0.8e^{-2t} - \frac{2}{15}e^{-\frac{1}{3}t}\right)V$

9.3 复频域中电路定律与电路模型

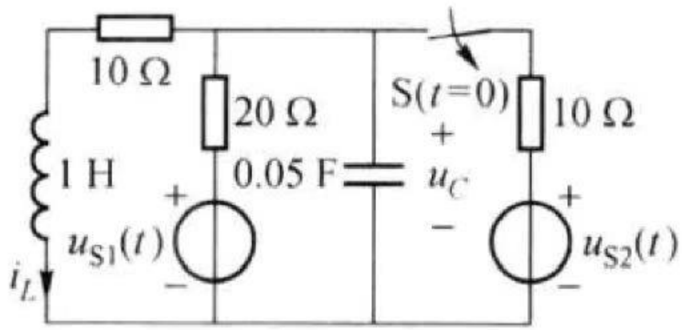
例2：　图示电路原处于稳态，$u_{S1}=2\delta(t)$ V，$u_{S2}=25$ V。$t=0$ 时开关 S 由闭合突然断开，试用拉普拉斯变换方法求 $t>0$ 时的电压 $u_C(t)$。



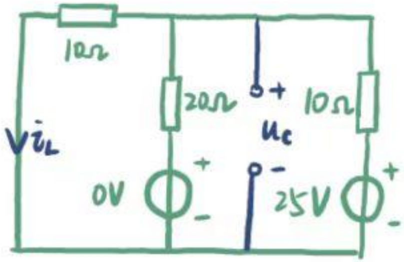
9.3 复频域中电路定律与电路模型

例2:　图示电路原处于稳态，$u_{S1}=2\delta(t)$ V，$u_{S2}=25$ V。$t=0$ 时开关 S 由闭合突然断开，试用拉普拉斯变换方法求 $t>0$ 时的电压 $u_C(t)$。

$U_{S1}(s)=2$



换路前的等效电路:

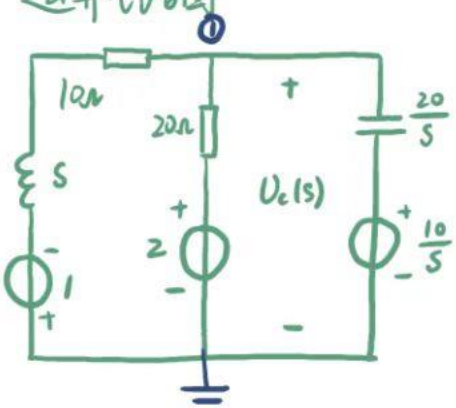


当t<0时，电感短路，电容开路

$$u_c(0_-)=\frac{\frac{10\times20}{10+20}}{\frac{10\times20}{10+20}+10}\times25V=10V \text{ (分压)}$$

$$i_L(0_-)=\frac{u_c(0_-)}{10\Omega}=1A$$

运算电路图



当t<0时，画出运算电路如图所示

列写节点电压方程:

$$\left(\frac{1}{20}+\frac{s}{20}+\frac{1}{s+10}\right)U_{n1}(s)=\frac{2}{20}+\frac{10/s}{20/s}-\frac{1}{s+10}$$

$$U_c(s)=U_{n1}(s)=\frac{12s+100}{s^2+11s+30}=\frac{A_1}{s+5}+\frac{A_2}{s+6}$$

其中 $A_1=\left.\frac{12s+100}{s+6}\right|_{s=-5}=40$，$A_2=\left.\frac{12s+100}{s+5}\right|_{s=-6}=-28$

$$u_c(t)=\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{40}{s+5}-\frac{28}{s+6}\right\}=\left[40e^{-5t}-28e^{-6t}\right]V$$

9.4 复频域网络函数

复频域

$$\text{网络函数}H(s)=\frac{\text{零状态响应象函数}}{\text{激励象函数}}=\frac{Y(s)}{X(s)}$$

$H(s)$与$h(t)$关系

$$h(t)=\mathbf{L}^{-1}\{H(s)\}$$

网络函数就是网络单位冲激特性的象函数；
网络函数的原函数就是网络的单位冲激特性。

9.4 复频域网络函数

$H(s)$与$H(\mathrm{j}\omega)$关系

频　域　　网络函数$H(\mathrm{j}\omega)=\dfrac{\text{响应相量}}{\text{激励相量}}=\dfrac{\dot{Y}}{\dot{X}}$

复频域　　网络函数$H(s)=\dfrac{\text{零状态响应象函数}}{\text{激励象函数}}=\dfrac{Y(s)}{X(s)}$

$$s=\sigma+\mathrm{j}\omega$$

令 $\sigma=0$

则 $s=\mathrm{j}\omega$ ➡ $H(s)\rightarrow H(\mathrm{j}\omega)$

9.4 复频域网络函数

H(s)极点位置与h(t)的关系

通过$H(s)$求响应：$Y(s)=H(s)X(s)=\dfrac{N(s)}{D(s)}\cdot\dfrac{P(s)}{Q(s)}=\dfrac{F_1(s)}{F_2(s)}$

$F_2(s)=D(s)Q(s)=0$的根包括：

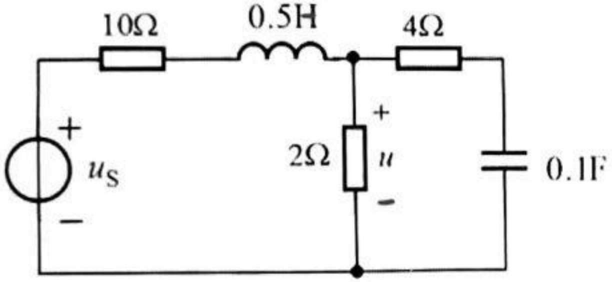
$D(s)=0$ 由网络的结构与参数（网络函数）决定，属于自由分量

$Q(s)=0$ 由外加激励的函数形式决定，属于强制分量

9.4 复频域网络函数

例3.1：电路如图所示，求网络函数$H(s)=U(s)/U_S(s)$。

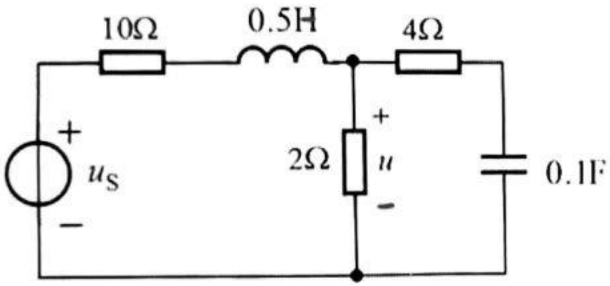
以及当$u_S=\left(100\sqrt{2}\cos 10t\right)$V时的正弦稳态电压。



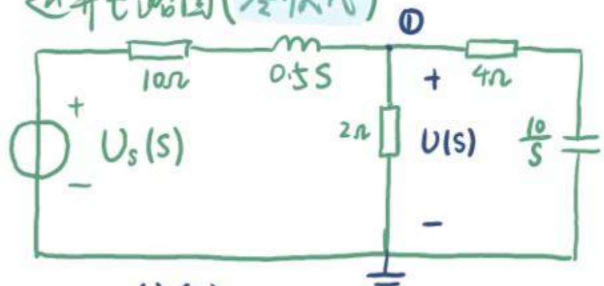
9.4 复频域网络函数

例3.1：电路如图所示，求网络函数$H(s)=U(s)/U_{\mathrm{S}}(s)$。

以及当$u_{\mathrm{S}}=\left(100\sqrt{2}\cos 10t\right)$V时的正弦稳态电压。



运算电路图(零状态)



节点电压方程：$\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{10+0.5S}+\frac{1}{4+0.1S}\right)U(s)=\frac{U_s(s)}{10+0.5S}$

$$H(s)=\frac{U(s)}{U_s(s)}=\frac{8s+20}{3s^2+73s+120}$$

$$H(j\omega)=\frac{8j\omega+20}{3(j\omega)^2+73j\omega+120}=\frac{20+j8\omega}{120-3\omega^2+j73\omega}$$

$H(s)\,U_s(s)=U(s)$ $\Longleftarrow$ $H(s)\,X(s)=Y(s)$

$H(j\omega)\,\dot{U}_s=\dot{U}$ $\qquad$ $H(j\omega)\cdot\dot{X}=\dot{Y}$

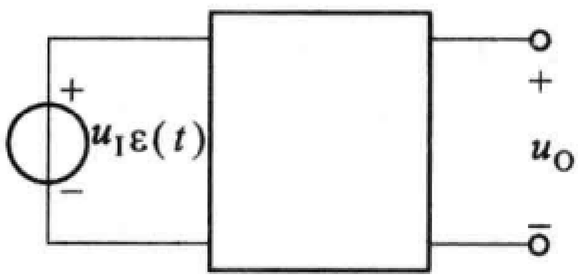
所以 $\dot{U}=H(j10)\times\dot{U}_s=\frac{20+j80}{120-300+j730}\times 100\text{V}$

$=10.967\angle-27.89°\text{V}$

$u=10.967\sqrt{2}\cos(10t-27.89°)\text{V}$

9.4 复频域网络函数

例3.2： 图示电路网络函数为 $H(s)=\dfrac{U_o(s)}{U_i(s)}=\dfrac{1}{(s+1)(s+2)}$，若输入正弦电压相量为 $\dot{U}_i=(-28+j24)$ V，角频率为 $\omega=4$ rad/s，又已知 $u_O(0_+)=0$，$\left.\dfrac{du_O}{dt}\right|_{t=0_+}=0$。试求全响应 u_O。

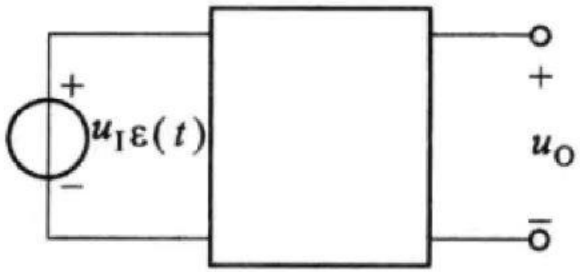


9.4 复频域网络函数

例3.2： 图示电路网络函数为 $H(s)=\dfrac{U_o(s)}{U_i(s)}=\dfrac{1}{(s+1)(s+2)}$，若输入正弦电压相量为 $\dot{U}_i=(-28+j24)$ V，角频率为 $\boxed{\omega=4\ \text{rad/s}}$，又已知 $u_0(0_+)=0$，$\left.\dfrac{du_0}{dt}\right|_{t=0_+}=0$。试求全响应 u_0。

$\rightarrow H(j\omega)=\dfrac{1}{(j4+1)(j4+2)}=\dfrac{1}{-14+j12}$

已知ω，可以



由网络函数极点性质决定

全响应 = 强制分量 + 自由分量

一般由外加激励决定

$u_0=u_{op}+u_{oh}$

强制分量：$\dot{U}_{op}=H(j\omega)\dot{U}_i=H(j4)\dot{U}_i=\dfrac{-28+j24}{-14+j12}=2$

$u_{op}=2\sqrt{2}\cos(4t)$

自由分量：$u_{oh}=Ae^{-t}+Be^{-2t}$

$H(s)=\dfrac{1}{(s+1)(s+2)}\Rightarrow Y_h=\dfrac{A}{s+1}+\dfrac{B}{s+2}$

$\Rightarrow y_h=\mathcal{L}^{-1}\{Y_h\}=Ae^{-t}+Be^{-2t}$

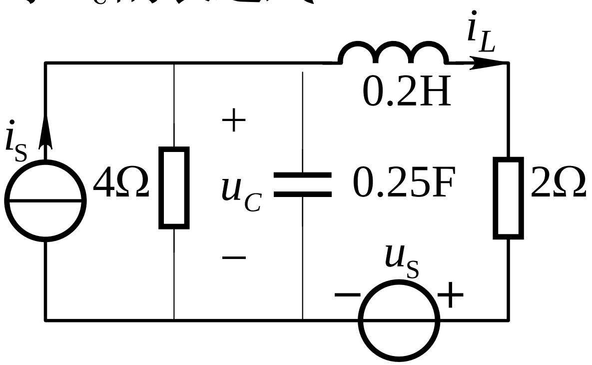
全响应：$u_0(t)=2\sqrt{2}\cos(4t)+Ae^{-t}+Be^{-2t}$

$\begin{cases} u(0_+)=2\sqrt{2}+A+B=0 \\ \left.\dfrac{du}{dt}\right|_{t\to 0^+}=-A-2B=0 \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} A=-4\sqrt{2} \\ B=2\sqrt{2} \end{cases}$

所以 $u_0=2\sqrt{2}\cos 4t-4\sqrt{2}e^{-t}+2\sqrt{2}e^{-2t}$ V　$t>0$　注意时间范围

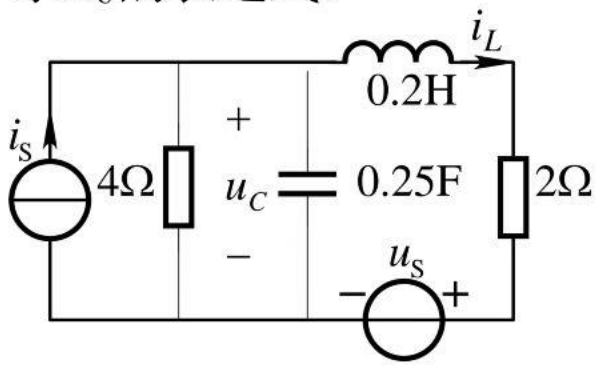
9.4 复频域网络函数

例4：图示电路，$i_S=3\varepsilon(t)\,\mathrm{A}$，$u_S=2\,\mathrm{Wb}\times\delta(t)$，$u_C(0_-)=1$，$i_L(0_-)=2\,\mathrm{A}$。求$u_c$的表达式。



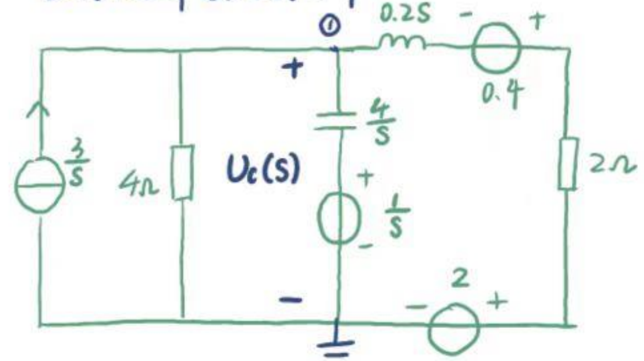
9.4 复频域网络函数

例4：图示电路，$i_S = 3\varepsilon(t)\,\text{A}$，$u_S = 2\,\text{Wb}\times\delta(t)$，$u_C(0_-) = 1$，$i_L(0_-) = 2\,\text{A}$。求$u_c$的表达式。



$I_S(s) = \mathcal{L}\{3\varepsilon(t)\} = \frac{3}{s}$, $U_S(s) = \mathcal{L}\{2\delta(t)\} = 2$

画出运算电路图如下：



列节点电压方程得

$$\left(\frac{1}{4} + \frac{s}{4} + \frac{1}{0.2s+2}\right)U_{n1}(s) = \frac{3}{s} + \frac{1/s}{4/s} + \frac{2-0.4}{2+0.2s}$$

解得 $U_c(s) = U_{n1}(s) = \dfrac{s^2+54s+120}{s(s+5)(s+6)} = \dfrac{A_1}{s} + \dfrac{A_2}{s+5} + \dfrac{A_3}{s+6}$

其中 $A_1 = \left.\dfrac{s^2+54s+120}{(s+5)(s+6)}\right|_{s=0} = 4$

$A_2 = \left.\dfrac{s^2+54s+120}{s(s+6)}\right|_{s=-5} = 25$

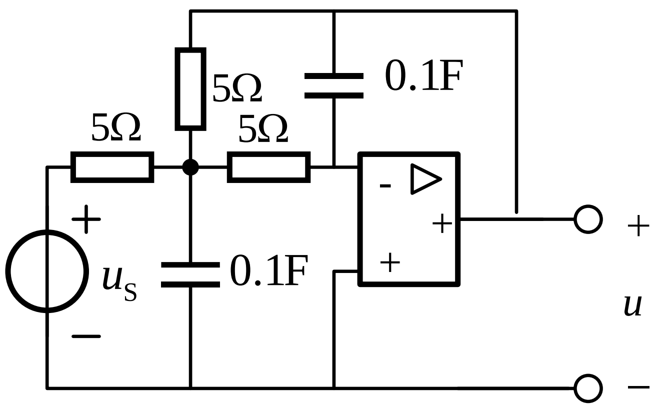
$A_3 = \left.\dfrac{s^2+54s+120}{s(s+5)}\right|_{s=-6} = -28$

反变换得 $u_c(t) = \mathcal{L}^{-1}\left\{\dfrac{4}{s} + \dfrac{25}{s+5} - \dfrac{28}{s+6}\right\}$

$= [4 + 25e^{-5t} - 28e^{-6t}]\,\text{V}$

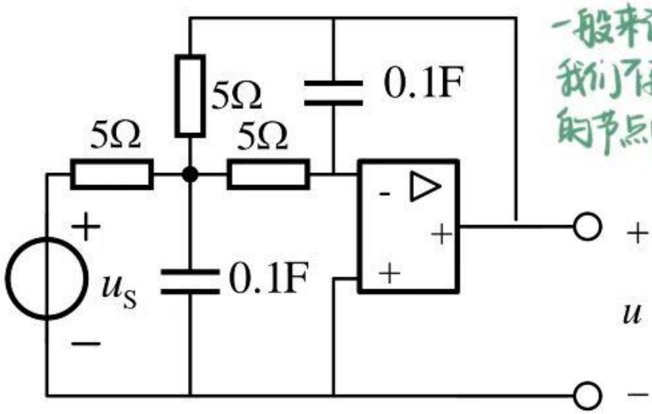
9.4 复频域网络函数

例5：求图示电路的网络函数$H(s)=U(s)/U_S(s)$及其单位冲激特性$h(t)$。

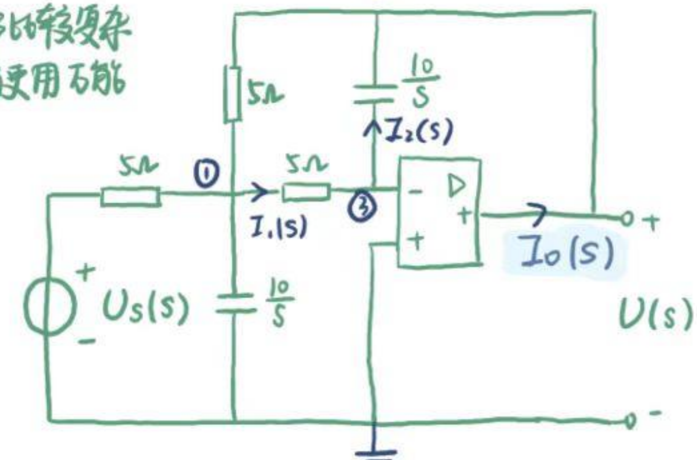


9.4 复频域网络函数

例5：求图示电路的网络函数$H(s)=U(s)/U_S(s)$及其单位冲激特性$h(t)$ ②



一般来说第九章和运放综合的题目电路都比较复杂
我们不再从虚短、虚断出发逐步分析，直接使用万能
的节点电压法，再结合运放性质来列方程



列节点电压方程

$$\begin{cases}\left(\frac{1}{5}+\frac{1}{5}+\frac{1}{5}+\frac{s}{10}\right)U_{n1}(s)-\frac{1}{5}U_{n2}(s)-\frac{1}{5}U_{n3}(s)=\frac{U_S(s)}{5} & (\text{节点①})\\ \left(\frac{1}{5}+\frac{10}{s}\right)U_{n3}(s)-\frac{1}{5}U_{n1}(s)-\frac{s}{10}U_{n2}(s)=0 & (\text{节点③})\\ \left(\frac{1}{5}+\frac{10}{s}\right)U_{n2}(s)-\frac{1}{5}U_{n1}(s)-\frac{s}{10}U_{n3}(s)=I_0(s) & (\text{节点②})\end{cases}$$

此方程引入了一个不需要的未知数
实际上去掉这个方程仍不影响求解

补充方程：$U_{n2}(s)=U(s)$

$U_{n3}(s)=0$（虚短）

解得 $U(s)=-\frac{4}{s^2+6s+4}U_S(s)$，$H(s)=\frac{U(s)}{U_S(s)}=\frac{-4}{s^2+6s+4}=\frac{-0.894}{s+0.764}+\frac{0.894}{s+5.236}$

反变换得 $h(t)=L^{-1}\{H(s)\}=0.894e^{-0.764}-0.894e^{-5.236}$

方程组也可以如此來列：

① 对节点1列节点电压方程

② $I_1(s)=\frac{U_{n1}(s)-0}{5\Omega}$，$I_2(s)=\frac{0-U_{n2}(s)}{10/s}$（虚短）

$I_1(s)=I_2(s)$（虚断）

$\Rightarrow \frac{1}{5}U_{n1}(s)+\frac{s}{10}U_{n2}(s)=0$

③ $U_{n2}(s)=U(s)$

本讲内容结束
谢谢！

2022.8