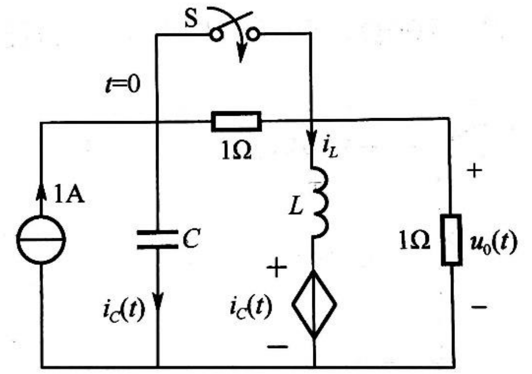
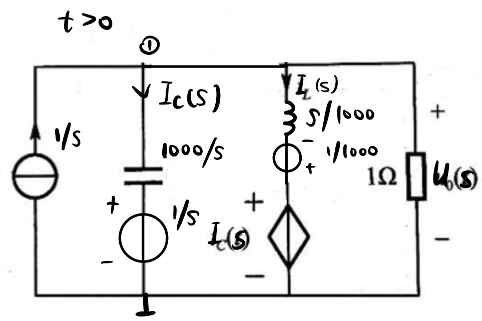
电路复习作业 9　线性动态电路暂态过程的复频域分析

（共 4 题，总分 40 分）请通过雨课堂拍照提交

1．（10 分）图示电路在换路之前已处于稳态，t＝0 时开关闭合，L＝1mH，C＝1000μF。用复频域分析法求开关闭合后的电压 u_0(t)。





解：开关闭合前电路处于稳态、电容在直流稳态下相当于开路，$i_C(t)=0$，

故受控电压源上也无电压升降、电感相当于短路、

则电路相当于 1A 电流源与 1Ω 电阻串联、 $i_L(0-)=1A$，$u_C(0-)=1V$

开关闭合后，画出运算电路如右下所示、利用节点电压法：

对节点①：$\frac{1}{s}+\frac{1}{1000}+\frac{I_C(s)-\frac{1}{1000}}{s/1000}=\left(1+\frac{1000}{s}+\frac{s}{1000}\right)U_{n1}(s)$

补充方程 $\frac{1}{s}+\frac{1000}{s}\times I_C(s)=U_{n1}(s) \Rightarrow I_C(s)=-\frac{1}{1000}+\frac{s}{1000}U_{n1}(s)$

代入上式，有 $\frac{1}{s}+\frac{1}{1000}-\frac{2}{s}=\frac{10^6+s^2}{1000s}U_{n1}(s)$

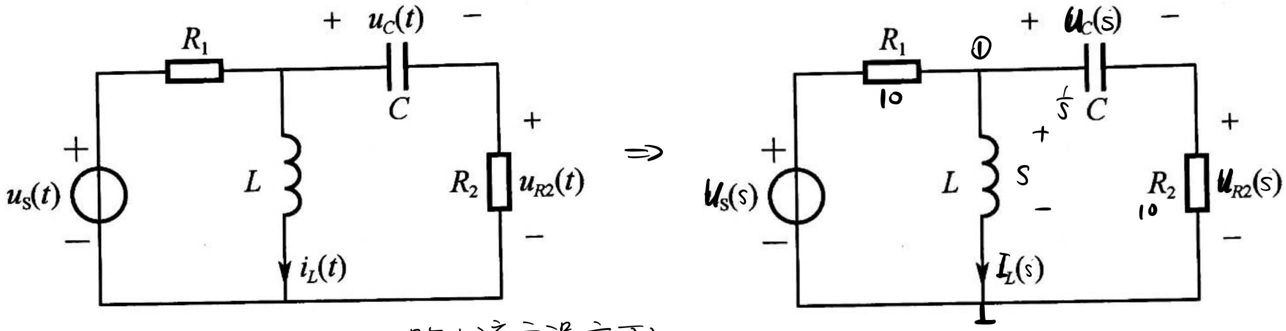
$$\therefore U_0(s)=U_{n1}(s)=\frac{-1000+s}{s^2+10^6}=\frac{\frac{1}{2}-\frac{1}{2}j}{s+1000j}+\frac{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}j}{s-1000j}$$

$A=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}j=\frac{\sqrt{2}}{2}\angle 45°$

$$\therefore u_0(t)=\mathcal{L}^{-1}\{U_0(s)\}=2|A|e^{at}\cos(\omega t+\theta)=\sqrt{2}\cos(1000t+45°)$$

$$=[\cos(1000t)-\sin(1000t)]\,V$$

2．（10 分）如图所示电路中，已知 $R_1=R_2=10\,\Omega$，$L=1\text{H}$，$C=1\text{F}$，求：(1) 网络函数 $H(s)=I_L(s)/U_S(s)$；(2) 设 $i_L(0_-)=0$，$u_C(0_-)=0$，且 $u_S(t)=\delta(t)$时，试说明 $u_{R2}(t)$是否振荡。



解：(1) 列节点电压方程（回路电流方程亦可）

$$\left(\frac{1}{10}+\frac{1}{s}+\frac{1}{10+\frac{1}{s}}\right)U_{n1}(s)=\frac{U_S(s)}{10}$$

得 $$U_{n1}(s)=\frac{U_S(s)/10}{\frac{1}{10}+\frac{1}{s}+\frac{1}{10+\frac{1}{s}}}=\frac{U_S(s)\,(10+\frac{1}{s})s}{(10+\frac{1}{s})s+10(10+\frac{1}{s})+10s}=\frac{U_S(s)\times s\times(10+\frac{1}{s})}{\frac{10}{s}+101+20s}$$

而 $U_{n1}(s)=s\times I_L(s)$ ∴ $$I_L(s)=\frac{U_S(s)\times(10+\frac{1}{s})}{\frac{10}{s}+101+20s}$$

∴网络函数 $$H(s)=\frac{I_L(s)}{U_S(s)}=\frac{10+\frac{1}{s}}{\frac{10}{s}+101+20s}=\frac{10s+1}{10+101s+20s^2}$$

(2) 由于此时动态元件没有初始储能，所以不用另画运算电路，原运算电路即可使用。
（不用补充由初始储能造成的附加电压源）

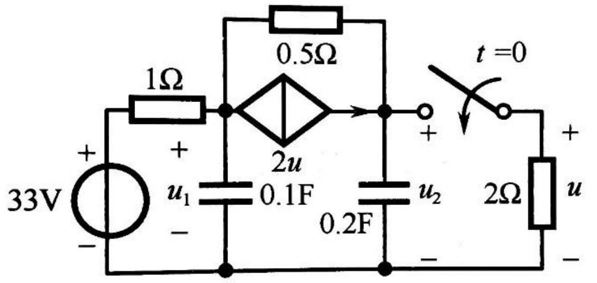
由(1)，$$U_{n1}(s)=\frac{U_S(s)\times s\times(10+\frac{1}{s})}{\frac{10}{s}+101+20s}$$

由串联分压公式，$$U_{R2}(s)=\frac{10}{10+\frac{1}{s}}U_{n1}(s)=\frac{10s\,U_S(s)}{\frac{10}{s}+101+20s}$$

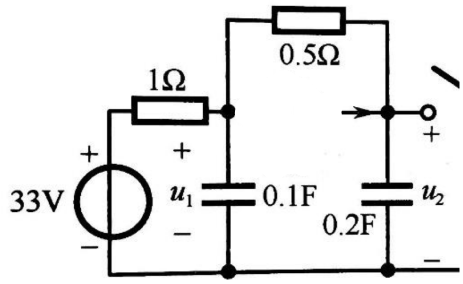
又由于此时 $u_S(t)=\delta(t)$，∴ $U_S(s)=1$，∴ $$U_{R2}(s)=\frac{10s^2}{10+20s^2+101s}$$

该函数的极点全为实数，所以对应的时域函数 $u_{R2}(t)$ 不振荡。

3.（10 分） 图示电路 $t<0$ 时处于稳态，$t=0$ 时开关接通。(1)求 u_1 和 u_2 的象函数。(2)求时域函数 $u_1(t)$，$t>0$。



解：$t<0$ 处于稳态时，电容相当于开路，且 $u=0$，电路可简化为：

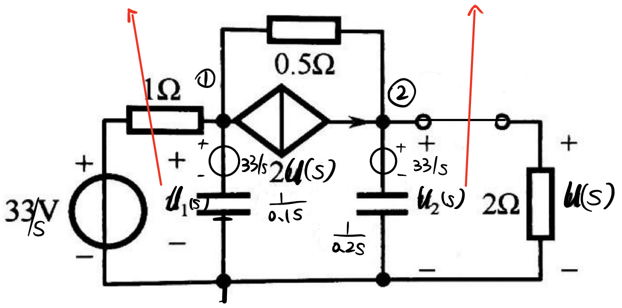


可知电阻上全无压降（无电流）

$u_1(t)=33V$，$u_2(t)=33V$

换路后，画出运算电路如下：

注：$U_1(s)$、$U_2(s)$ 都包括因动态储能而产生的大小为 33/s 的附加电压源



(如果出错，先对照左图看看自己的运算电路哪里有错！)

列节点电压方程：

$$(1+0.1s+2)U_{n1}(s)-2U_{n2}(s)=3.3+\frac{33}{s}-2U(s)$$

$$(2+0.2s+\frac{1}{2})U_{n2}(s)-2U_{n1}(s)=\frac{33}{s}+2U(s)$$

补充方程：$U(s)=U_{n2}(s)$，

解得

$$U_{n1}(s)=\frac{3.3+\frac{33}{s}}{3+0.1s}=\frac{33s+330}{s(s+30)}$$

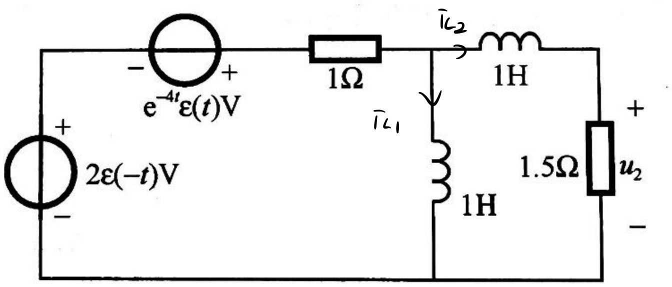
$$U_{n2}(s)=\frac{2U_{n1}(s)+\frac{33}{s}}{\frac{1}{2}+\frac{1}{5}s}=\frac{33s^2+1320s+330}{s(s+2.5)(s+30)}$$

$\Rightarrow U_1(s)=U_{n1}(s)=\frac{33s+330}{s(s+30)}$

$U_2(s)=U_{n2}(s)=\frac{33s^2+1320s+3300}{s(s+2.5)(s+30)}$

(2) $U_1(s)=\frac{11}{s}+\frac{22}{s+30}$ $\Rightarrow$ $u_1(t)=\mathcal{L}^{-1}\{U_1(s)\}=11+22e^{-30t}$ V $(t>0)$

4. （**10 分**）图示电路 $t<0$ 时处于稳态，试用复频域分析法（拉普拉斯变换方法）求 $t>0$ 时的电压 $u_2(t)$。

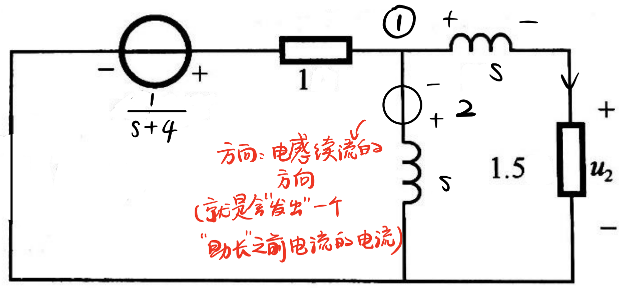


解：可知 $t<0$ 时只有大小为 $2\varepsilon(-t)$ 的电压源作用.

$t<0$ 时 其量值为2V、另一电压源此时量值为0，相当于短路、

此时电感相当于短路，$i_{L_1}=2A$，$i_{L_2}=0$.

$t>0$ 时，画出运算电路如下：（$\mathcal{L}(e^{-4t})=\frac{1}{s+4}$）



列节点电压方程：

$$\left(1+\frac{1}{s}+\frac{1}{s+1.5}\right)U_{n1}(s)=-\frac{2}{s}+\frac{1}{s+4}$$

得
$$U_{n1}(s)=\frac{-\frac{2}{s}+\frac{1}{s+4}}{1+\frac{1}{s}+\frac{1}{s+1.5}}=\frac{\frac{-s-8}{s(s+4)}}{\frac{s^2+1.5s+s+s+1.5}{s(s+1.5)}}=\frac{(-s-8)(s+1.5)}{(s+4)(s^2+3.5s+1.5)}$$

∴由串联分压公式
$$U_2(s)=\frac{1.5}{s+1.5}U_{n1}(s)=\frac{1.5(-s-8)}{(s+4)(s^2+3.5s+1.5)}=\frac{-1.5s-12}{(s+4)(s+3)(s+0.5)}=-\frac{12}{7}\frac{1}{s+4}+3\frac{1}{s+3}-\frac{9}{7}\frac{1}{s+0.5}$$

得 $u_2(t)=\mathcal{L}^{-1}\{U_2(s)\}=-\frac{12}{7}e^{-4t}+3e^{-3t}-\frac{9}{7}e^{-0.5t}$ ✓ $(t>0)$