No.

Date

电路理论基础

第0章 绪论

1.电 是一种优越的能量形式、重要的信息载体

特点：易于变换、易于传输、易于控制

2.电的理论基础

①电磁学 奠基工作是{奥斯特发现电流的磁效应；法拉第揭示电磁感应原理}

②电子学 洛伦兹建立古典电子理论

3.电路元件

每个电器件的损特征用一个或若干个理想化的电路元件来表征，

每一种电路元件只表示一种电磁特性

分类：①{线性元件 元件的电磁特性为线性关系；非线性元件}

②{时变参数元件 参数随时间而变化；非时变参数元件}

③{集中参数电路 元件各向尺寸远小于电磁量工作频率所对应的电磁波波长，从而无需考虑电磁量的空间分布 eg.工频的电气设备；分散参数电路 需要考虑电磁量的空间分布性 eg.无线电接收机的天线、远距离输电}

4.电路分析：从给定的电路模型(不是实际电路)研究其行为

电路综合：从要求的电路行为探讨如何构建一个符合要求的电路模型

$$\underbrace{\text{实际电路} \underset{\text{实现}}{\overset{\text{建模}}{\rightleftarrows}} \text{电路模型}}_{\text{专业学科}} \underbrace{\underset{\text{综合}}{\overset{\text{分析}}{\rightleftarrows}} \text{电路行为}}_{\text{电路理论}}$$

5.本书只涉及电路分析，且主要是线性、非时变、集中参数电路的分析.

KOKUYO

第1章 电路元件与电路基本定律

§1.1 电路变量　描述电路行为的物理量

1、电流

定义：大小：单位时间 dt 内通过某截面的电荷量的代数和 dq　$i=\frac{dq}{dt}$

方向：正电荷定向移动的方向

单位：安培 A　$1A=1C/1s$

分类：直流 DC：量值和方向不随时间变化的电流，用大写字母 I 表示

交流 AC：随时间作周期性变化且平均值为零的电流，用 i 或 $i(t)$ 表示

2.电压（电位差、电位降）

定义：大小：电场力将电量为 dq 的正电荷由电路的 a 点移动到 b 点，所做的功为 dW_{ab}

$u_{ab}=\frac{dW_{ab}}{dq}$　电压是绝对量，电位是相对量，与参考点（零电位电）的选取有关

方向：从高电位指向低电位　两点之间的电压=两点之间的电位差

单位：伏特 V

分类：直流电压　同上

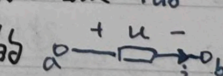
交变电压

3.电流和电压的参考方向

- 在列写电路方程时任意假设的一个方向，选定后电流/电压就是代数值

若按参考方向列写方程，求得的电流/电压为正值，表明其真实方向与参考方向一致，否则相反

对某一电流/电压，若选取不同的参考方向，则其绝对值相等而符号相反　$i_{ab}=-i_{ba}$，$u_{ab}=-u_{ba}$

- 关联参考方向：将一个元件上的电压与电流的参考方向取成相同的 

4.电动势

定义：大小：电源使正电荷 dq 从负极经电源内部移至正极所做的功 dW，$e=\frac{dW}{dq}$

方向：低电位指向高电位，与电压方向相反

5.电功率

定义：大小：在 dt 时间内，消耗或吸收能量 dW　$p=\frac{dW}{dt}$

单位：瓦特 W　$1W=1V\times1A$

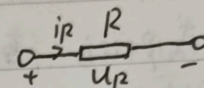
$p=\frac{dW}{dt}=ui$ 电流电压参考方向：

	关联	非关联
$p>0$	吸收	发出
$p<0$	发出	吸收

一般在电源处取非关联，在负载处取关联

§1.2 电路元件

1.电阻元件



满足欧姆定律 关联：$u=Ri$、$i=Gu$

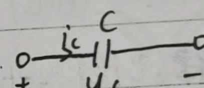
其中R为电阻，单位欧姆Ω，G为电导，单位西门子 S，对同一电阻元件，$RG=1$

对于正电阻，只能吸收电能，称为无源元件、耗能元件

关联 $p=ui=Ri^2=Gu^2\geq 0$

$W=\int_{-\infty}^{t}p(\xi)d\xi=\int_{-\infty}^{t}u(\xi)i(\xi)d\xi=R\int_{-\infty}^{t}i^2(\xi)d\xi=G\int_{-\infty}^{t}u^2(\xi)d\xi$ ←焦耳定律

2.电容元件



其电气特性为电荷与电压的关系 $q=Cu$

其中C为电容，单位法拉 F $F=C/V=\frac{A\cdot S}{V}=\frac{S}{\Omega}$

对于平行板电容器，其电容 $C=\frac{\varepsilon A}{d}$

关联 $i=C\frac{du}{dt}$ 说明电容电压不能突变，而电容电流可以

$u(t)=\frac{q(t)}{C}=\frac{1}{C}\int_{-\infty}^{t}i(\xi)d\xi$ 为电容的u−i关系 $u(t)=u(t_0)+\frac{1}{C}\int_{t_0}^{t}i(\xi)d\xi$

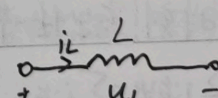
电容吸收的总能量 $W_e(t)=\frac{1}{2}Cu^2=\frac{q^2}{2C}$ 储存在电场中

电容是记忆元件、储能元件、无损元件

电容串联：$\frac{1}{C_{eq}}=\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}$

电容并联：$C_{eq}=C_1+C_2$

3.电感元件



其电气特性为磁链与电流的关系 $\psi=Li$

其中L为电感，单位亨利 H，ψ为磁链，单位韦伯 Wb $Wb=V\cdot S$ $H=\frac{Wb}{A}=\frac{V\cdot S}{A}=\Omega\cdot S$

由楞次定律 关联 $u=-e=-(-\frac{d\psi}{dt})=\frac{d\psi}{dt}$ 得 $u=L\frac{di}{dt}$ 说明电感电流不能突变

$i(t)=\frac{\psi(t)}{L}=\frac{1}{L}\int_{-\infty}^{t}u(\xi)d\xi$ 为电感的u−i关系 $i(t)=i(t_0)+\frac{1}{L}\int_{t_0}^{t}u(\xi)d\xi$

电感吸收的总能量 $W_m=\frac{1}{2}Li^2=\frac{\psi^2}{2L}$ 储存在磁场中

电感是记忆元件、储能元件、无损元件

电感串联：$L_{eq}=L_1+L_2$

电感并联：$\frac{1}{L_{eq}}=\frac{1}{L_1}+\frac{1}{L_2}$

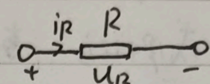
$p=\frac{dW}{dt}=ui$ 电流电压参考方向：

	关联	非关联
$p>0$	吸收	发出
$p<0$	发出	吸收

一般在电源处取非关联，在负载处取关联

§1.2 电路元件

1.电阻元件



满足欧姆定律 关联：$u=Ri$、$i=Gu$

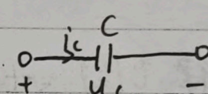
其中R为电阻，单位欧姆Ω，G为电导，单位西门子 S，对同一电阻元件，$RG=1$

对于正电阻，只能吸收电能，称为无源元件、耗能元件

关联 $p=ui=Ri^2=Gu^2\geq 0$

$W=\int_{-\infty}^{t}p(\xi)d\xi=\int_{-\infty}^{t}u(\xi)i(\xi)d\xi=R\int_{-\infty}^{t}i^2(\xi)d\xi=G\int_{-\infty}^{t}u^2(\xi)d\xi$ ←焦耳定律

2.电容元件



其电气特性为电荷与电压的关系 $q=Cu$

其中C为电容，单位法拉 F $F=C/V=\frac{A\cdot s}{V}=\frac{s}{\Omega}$

对于平行板电容器，其电容 $C=\frac{\varepsilon A}{d}$

关联 $i=C\frac{du}{dt}$ 说明电容电压不能突变，而电容电流可以

$u(t)=\frac{q(t)}{C}=\frac{1}{C}\int_{-\infty}^{t}i(\xi)d\xi$ 为电容的 $u-i$ 关系 $u(t)=u(t_0)+\frac{1}{C}\int_{t_0}^{t}i(\xi)d\xi$

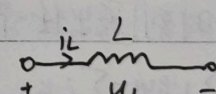
电容吸收的总能量 $W_e(t)=\frac{1}{2}Cu^2=\frac{q^2}{2C}$ 储存在电场中

电容是记忆元件、储能元件、无损元件

电容串联：$\frac{1}{C_{eq}}=\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}$

电容并联：$C_{eq}=C_1+C_2$

3.电感元件



其电气特性为磁链与电流的关系 $\psi=Li$

其中L为电感，单位亨利 H，ψ为磁链，单位韦伯 Wb $Wb=V\cdot s$ $H=\frac{Wb}{A}=\frac{V\cdot s}{A}=\Omega\cdot s$

由楞次定律 关联 $u=-e=-(-\frac{d\psi}{dt})=\frac{d\psi}{dt}$ 得 $u=L\frac{di}{dt}$ 说明电感电流不能突变

$i(t)=\frac{\psi(t)}{L}=\frac{1}{L}\int_{-\infty}^{t}u(\xi)d\xi$ 为电感的 $u-i$ 关系 $i(t)=i(t_0)+\frac{1}{L}\int_{t_0}^{t}u(\xi)d\xi$

电感吸收的总能量 $W_m=\frac{1}{2}Li^2=\frac{\psi^2}{2L}$ 储存在磁场中

电感是记忆元件、储能元件、无损元件

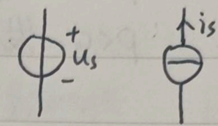
电感串联：$L_{eq}=L_1+L_2$

电感并联：$\frac{1}{L_{eq}}=\frac{1}{L_1}+\frac{1}{L_2}$

4.独立电源

电压源：能提供确定的电源电压 u_s，即 u_s 与流过电压源的电流无关，该电流由外电路确定

电流源：能提供确定的端口电流 i_s



独立源的 u、i 常取非关联参考方向

功率 $p=u_s i$ 或 $p=u i_s$　当 $p>0$ 时，独立源发出功率，向外供电，当 $p<0$ 时，独立源吸收功率

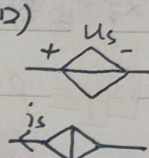
电流源可短接不可开路，电压源可开路不可短接

5.受控电源

受控源有两个端口，属二端口元件（将流过相同电流的两个端子称为一个端口）

分类：①压控电压源 $u_s=\alpha u_c$　②流控电压源 $u_s=r i_c$

③压控电流源 $i_s=g u_c$　④流控电流源 $i_s=\beta i_c$



§1.3 基尔霍夫定律

是电路的结构约束，只适用于集中参数电路

1.KCL

表述一：任一时刻流出(或流入)任一节点的支路电流的代数和为零，$\sum i_k=0$　i_k 表示第 k 条支路的电流

规定 i_k 的参考方向流出节点时，i_k 前取"+"号；流入节点时，i_k 前取"-"号

推广：任一时刻流出(或流入)任一闭合边界 S 的支路电流的代数和为零，$\sum i_k=0$

其中 i_k 表示与闭合边界 S 相切割的第 k 条支路的电流，i_k 的符号取法同上

表述二：任一时刻，流出任一节点(或闭合边界)电流的代数和等于流入该节点(或闭合边界)电流的代数和

$\sum i_{流出}=\sum i_{流入}$

本质：电荷守恒在电路节点上的反映

2.KVL

表述一：任一时刻，沿任一回路各支路电压的代数和为零　$\sum u_k=0$　u_k 表示第 k 条支路的电压

规定 u_k 的参考方向与回路方向相同时 u_k 前面取"+"号，否则取"-"号

表述二：任一时刻，沿任一回路，各支路电压降的代数和等于电压升的代数和

推广：广义KVL，KVL也可用于包含假想支路的回路

本质：能量守恒在回路上的反映

第2章 线性直流电路

一、等效

等效是指被等效网络与等效网络的对应端口特性相同，即端口u-i关系方程相同

等效只是对外电路等效，对内不等效

1.电阻的等效

①串联　N个电阻串联时，其等效电阻 $R_{eq}=\sum_{i=1}^{N}R_i$

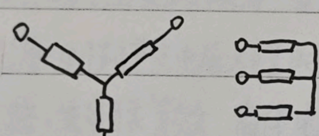
串联时各电阻上的分压与电阻成正比 $\frac{U_1}{U_2}=\frac{R_1}{R_2}$

②并联　N个电阻并联时，其等效电导 $G_{eq}=\sum_{i=1}^{N}G_i$

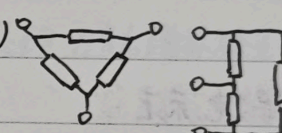
并联时各电阻上的分流与电阻成反比 $\frac{I_1}{I_2}=\frac{R_2}{R_1}$

③星、三角互换

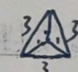
星形联结（Y形）



三角形联结（△形）



当三个电阻大小相等时，有 $R_Y=\frac{1}{3}R_\Delta$　Y小△大　记忆

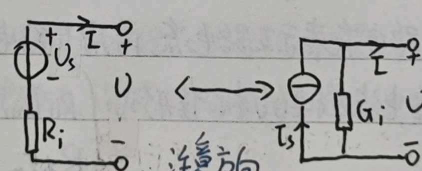


2.含源支路的等效

①戴维南电路⟷诺顿电路

变换条件：$U_s=I_sR_i$，$R_i=\frac{1}{G_i}$

要求：R_i、G_i不为0

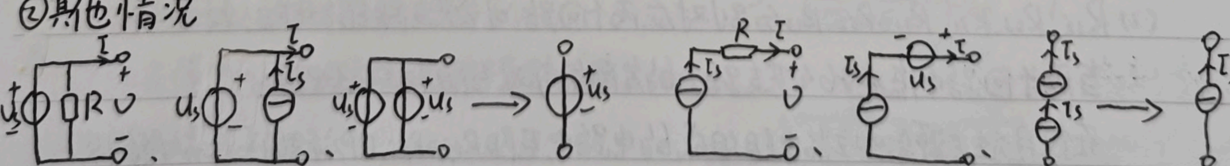


注意方向

⇒理想电压、电流源不能相互等效，是相互独立的两种电源模型

注：若电源为受控源，也可进行戴维南⟷诺顿等效，但在变换过程中应保持控制量的位置不变

②其他情况



两个电压源串联 $U_s=U_{s1}\pm U_{s2}$
两个电流源并联 $I_s=I_{s1}\pm I_{s2}$
} 注意参考方向，方向相同时相加

二、线性电路一般分析方法

设给定的线性电路有b条支路、n个节点，其中各电源、元件参数已知，要求确定各支路的电流/电压

1.支路电流法

以b条未知的支路电流作为待求量，对n-1个节点列出独立的KCL方程，对b-(n-1)个回路列出独立的KVL方程，b个方程解b个未知数

注：(1) 对n-1个节点列出的KCL方程是一组独立方程

独立KVL方程的列写方法 ①网孔法：对全部内网孔(共b-(n-1)个)列出KVL方程

②新支路法：在每选取一个回路时至少包括一条新支路

(2) 列写KVL方程时，支路电压用支路电流表示 (如 $U_i=I_iR_i$)

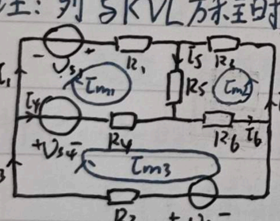
(3) 若有受控源，则增补方程

2.回路电流法

①回路电流：因为电流具有连续性，可以假设在每个回路中分别存在一个闭合流动的回路电流

②回路电流法：选取b-(n-1)个独立回路，以各回路电流为待求量列写KVL方程

注：列写KVL方程时，用回路电流表示支路电流，再用支路电流表示支路电压 (如 $U_5=R_5(I_{m1}+I_{m2})$)

eg.


回路电流方程的标准形式：

$$\begin{cases} R_{11}I_{m1}+R_{12}I_{m2}+R_{13}I_{m3}=\sum\limits_{网孔1}U_s \\ R_{21}I_{m1}+R_{22}I_{m2}+R_{23}I_{m3}=\sum\limits_{网孔2}U_s \\ R_{31}I_{m1}+R_{32}I_{m2}+R_{33}I_{m3}=\sum\limits_{网孔3}U_s \end{cases}$$

一般规则：(1) R_{11}、R_{22}、R_{33}分别是组成回路1.2.3的各支路上的电阻之和，称为回路的自阻，取正

(2) R_{12}、R_{23}、R_{31}、R_{21}、R_{32}、R_{13}分别对应两个回路间公共支路上的电阻，称为互阻

当两个回路电流在此公共支路上的方向相同时互阻取正；否则取负

在仅由独立源和二端电阻组成的电路中，互阻$R_{ij}=R_{ji}$，即方程的系数有对称性

(3) $\sum U_s$分别为沿回路1.2.3电压源电位升的代数和，电位升取正号，电位降取负号

注：(1) 若有受控源，则除上述标准形式方程外，需增补方程

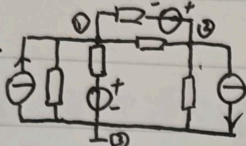
(2) 若遇无伴电流源：适当选回路，使其中属于一个回路，从而减少待求量

或设其两端电压为U，直接列入回路电流方程的右端

3、节点电压法

以n-1个节点电压为待求量，对n-1个节点列写KCL方程

注：列写KCL方程时，用节点电压表示支路电压，再用支路电压表示支路电流

eg.


节点电压方程的标准形式

$$\begin{cases} G_{11}U_{n1}+G_{12}U_{n2}=\sum\limits_{节点1} I_{Sk}+\sum\limits_{节点1} G_k U_{Sk} \\ G_{21}U_{n1}+G_{22}U_{n2}=\sum\limits_{节点2} I_{Sk}+\sum\limits_{节点2} G_k U_{Sk} \end{cases}$$

一般规则 (1) G_{11}、G_{22}分别是与节点①②直接相连的各支路电导之和，称为节点的自导，取正

(2) G_{12}、G_{21}是直接连接在节点①、②之间的诸支路电导之和，称为互导，取负

(3) 等式右边分别是往节点①、②"注入"的电流，注入电流取正

注：(1) 不需对参考点列写节点电压方程

特殊情况

(2) 有伴电压源、多电阻支路视为一整体，不列其内部简单节点的方程

(3) 若有受控源，则列节点电压方程时，仍将受控源按独立源处理，随后增补方程

(4) 多电阻支路：先串联等效，有伴电流源：直接去掉其电阻

(5) 无伴电压源 法一：选其一端作为参考点，则另一端节点电压已知，可不列方程

法二：假设其电流为I，多列一个方程

(6) 在仅由独立源和线性二端电阻组成的电路中，互导$G_{ij}=G_{ji}$，即方程的系数具有对称性

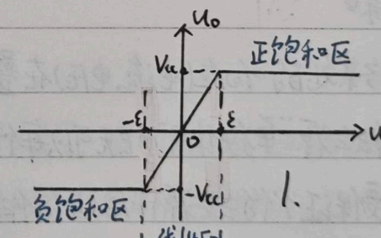
(7) 列写含运放电路的节点电压方程时，若无需求输出电流，则无需列该节点的方程

三、运算放大器

1. 输入端口电压：差分输入电压，$u_d=u^+-u^-$

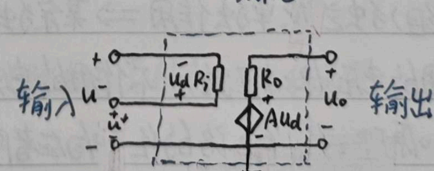
输出电压与输入电压之比称为开环增益 $A=\frac{u_o}{u_d}$

运放的输入输出特性如图1.



1.

工作在线性区时运放的电路模型如图2

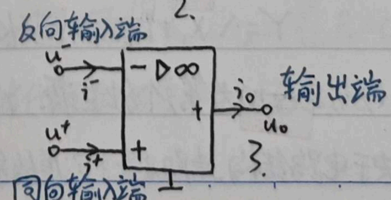


2.

2. 理想运放

条件：无穷大的开环增益A，无穷大的输入电阻R_i，零输出电阻R_o

理想运放是一个四端元件，其电路符号如图3



3.

理想运放端口特性：☆虚短：$u^+=u^-$，虚断：$i^+=i^-=0$

理想运放的输出电压u_o和输出电流i_o由外电路决定

3. 理想运放电路分析：书P52 电路复杂时，用节点电压法分析 ☆输出端也是一个节点，列写其方程时加上输出电流

No.

Date

第7章 电路定理

一、置换定理

在任意线性和非线性电路中，若已知某一端口的电压U或电流I，则可用$U_s=U$的电压源或$I_s=I$的电流源来置换此一端口，而不影响电路中其他部分的电压和电流

注：若已知U和I，也可用一阻值$R=\frac{U}{I}$的电阻来置换

要求：1. 置换后的电路有唯一解，即置换后的电路不存在只由电压源构成的回路，也不存在只与电流源相连的节点。

2. 除被置换的部分发生变化外，其余部分电路不发生变化

二、齐性定理 线性方程的齐次性

在一线性电路中$\boxed{\text{只有}}$一个(或一组)激励X作用，设任一响应为Y 记为$Y=f(X)$

若将该激励乘以K(或该组激励同时乘以K)，则对应的响应Y'也为原来Y的K倍，即

$$Y=f(X) \Rightarrow Y'=f(KX)=Kf(X)=KY$$

即：若线性电路中只有一个激励，则响应与激励成正比，比值定义为网络函数

注：独立源才能做激励，受控源不可以

三、叠加定理 线性方程的可加性

在线性唯一解电路中，由几个独立源共同作用产生的响应等于各个独立源单独作用时产生相应响应的代数和

注：1. 电路某处的响应(电流、电压)在叠加时要注意方向，均为同一方向时才是相加

2. 各独立源"单独作用"，既可以每个独立源逐个作用，也可以分组后逐组作用，还可将某个独立源分多次作用，但要保证每个独立源作用了且仅作用了一次

3. 某个(组)独立源单独作用 ⟹ 其余独立源不作用(置零)

不作用的电压源：短路　不作用的电流源：断路

4. 功率与U、I不是线性关系，不能直接用叠加定理来计算

齐性定理+叠加原理：线性电路的任一响应都是电路中所有独立源的线性组合，即：

$$Y=K_1X_1+K_2X_2+\cdots+K_nX_n$$

其中X_j($j=1,2,\cdots,n$)为第j个独立源，Y为任一响应，K_j($j=1,2,\cdots,n$)为常系数，

K_j取决于电路结构、电阻及受控源的参数，与独立源无关

直流电路中$\boxed{无源}$一端口网络(仅由线性电阻和受控源组成)对外可等效成:电阻R

1)纯电阻:串并联等效、△↔Y等效、电桥平衡

2)含受控源:外施激励法(加压求流法或加流求压法) $R_{in}=\frac{u}{i}$

四、等效电源定理

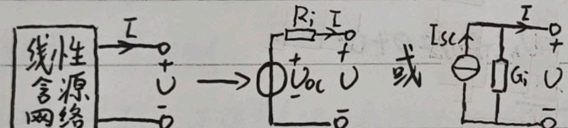
线性$\boxed{含源}$一端口网络的对外作用可以用一个戴维南电路或诺顿电路来等效代替

其中 戴维南电路的 电压源电压U_{oc}等于此一端口网络的开路电压(求开路电压时保留独立源)

电阻R_i 等于此网络内部各独立源置零后的等效电阻

诺顿电路的 电流源电流I_{sc} 等于此一端口网络的短路电流(求短路电流时保留独立源)

电导G_i 等于此网络内部各独立源置零后的等效电导

即 

其中 $R_i=\frac{1}{G_i}=\frac{U_{oc}}{I_{sc}}$

注:1.特殊情况,若$R_i=0$,则只能等效成戴维南电路,并成为一电压源

若$G_i=0$,则只能等效成诺顿电路,并成为一电流源

2、被等效部分与电路其余部分之间应无耦合(如无受控源联系)

五、特勒根定理 对所有集中参数电路都成立

1. 设有N和$\hat{N}$两个电路,满足以下条件

①支路数b、节点数n相同 ②支路和节点的连接关系相同 ③对应支路、节点的编号分别相同

④同一个电路的各支路电流电压参考方向的取法一致(全为关联或全为非关联)

⑤两个电路中对应的电流、电压参考方向也要一致

则:电路N中各支路电压u_k与电路$\hat{N}$中对应支路电流$\hat{i}_k$的乘积之和为零

即 $\sum_{k=1}^{b}u_k\hat{i}_k=0$,$\sum_{k=1}^{b}\hat{u}_k i_k=0$

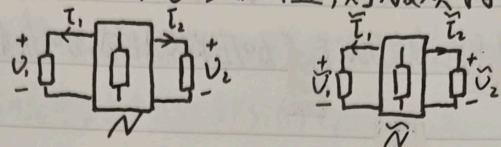
2.特别地,若将特勒根定理用于一个电路N(即$N=\hat{N}$),便有$\sum_{k=1}^{b}u_k i_k=\sum_{k=1}^{b}P_k=0$

即:在任一瞬间,一个完整电路中各支路吸收功率的代数和为零 ⇒ 功率守恒

六、互易定理

对于线性电路N和$\hat{N}$，若方框内电路完全相同且仅含二端电阻，则服从特勒根定理，进而有：

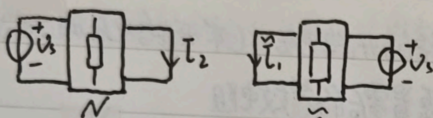
$U_1\hat{I}_1+U_2\hat{I}_2=\hat{U}_1I_1+\hat{U}_2I_2$



注：1.电路N和$\hat{N}$只有两个端口所接元件不同，可以是电压源、电流源、短路等

2.使用时：注意电压、电流的参考方向，必须为全关联或全非关联

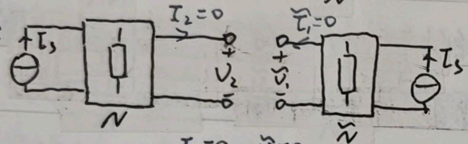
形式一：



由 $U_s\hat{I}_1+0=0+U_sI_2$

$\Rightarrow \hat{I}_1=I_2$

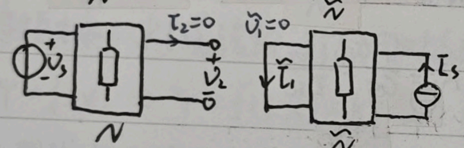
形式二：



由 $0+U_2(-I_s)=\hat{U}_1(-I_s)+0$

$\Rightarrow U_2=\hat{U}_1$

形式三：



由 $U_s\hat{I}_1+U_2(-I_s)=0+0$

$\Rightarrow \frac{U_2}{U_s}=\frac{\hat{I}_1}{I_s}$

七、对偶原理

如果电路中某一定理（或方程、关系式等）是成立的，则将其中的概念（变量、参数、元件、结构等）用其对偶因素置换后所得到的对偶表述也一定是成立的

第4章 正弦电流电路

一、正弦量

1、指随时间按正弦规律变化的电路变量 $f(t)=A_m\cos(\omega t+\varphi)$

eg. 正弦电流 $i=I_m\cos(\omega t+\psi_i)$ i为电流的瞬时值 I_m为幅值，恒为正

ψ_i为初相 $\omega t+\psi_i$为相角 ω为角频率 $\omega=\frac{2\pi}{T}=2\pi f$ 工频：$f=50Hz$ $\omega=100\pi rad/s$

2、任何周期量的有效值：方均根值（RMS） $I=\sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T i^2dt}$

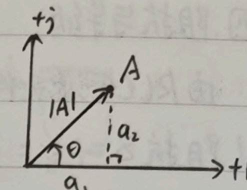
正弦量的有效值：幅值的$\frac{1}{\sqrt{2}}$ $I=\frac{I_m}{\sqrt{2}}$

No.
Date

二、复数

设A为一复数,可用两种方式表示　直角坐标: $A=a_1+ja_2$

极坐标: $A=|A|e^{j\theta}\triangleq|A|\angle\theta$



欧拉公式: $e^{j\theta}=\cos\theta+j\sin\theta$

变换公式: $a_1=|A|\cos\theta$, $a_2=|A|\sin\theta$, $|A|=\sqrt{a_1^2+a_2^2}$, $\theta=\arctan\frac{a_2}{a_1}$

常用变换: $1\angle90^\circ=j$, $1\angle-90^\circ=-j$

作复数的加减用直标式,乘除用极标式

三、正弦量的相量表示

1. 正弦量 $f(t)=A_m\cos(\omega t+\psi)\Longleftrightarrow$ 相量 $\dot{A}_m$ 或 $\dot{A}$, 其中 $\dot{A}_m=A_m\angle\psi$, $\dot{A}=A\angle\psi$

2. 相量运算规则

(1) 唯一性　正弦量 $f_1(t)=f_2(t)\Longleftrightarrow$ 相量 $\dot{A}_1=\dot{A}_2$

(2) 线性性　若 $f_k(t)\rightleftharpoons\dot{A}_k$ 则 $\sum_k b_kf_k(t)\rightleftharpoons\sum_k b_k\dot{A}_k$

(3) 微分/积分规则　若 $f(t)\rightleftharpoons\dot{A}$ 则 $\frac{d}{dt}f(t)\rightleftharpoons j\omega\dot{A}$　$\int f(t)dt\rightleftharpoons\frac{1}{j\omega}\dot{A}$

3. 相量形式的基尔霍夫定律

电流、电压相量满足KCL、KVL,有效值不满足

4. 相量形式的元件约束

(1) 电阻　$u=Ri\Rightarrow\dot{U}_R=R\dot{I}\Rightarrow U_R=RI$, $\psi_u=\psi_i$

在电阻R上电压、电流有效值(或振幅)之比等于R,电压与电流同相位

(2) 电感　$u=L\frac{di}{dt}\Rightarrow\dot{U}_L=j\omega L\dot{I}$　记 $X_L=\omega L$, $\dot{U}_L=jX_L\dot{I}\Rightarrow U_L=X_LI$, $\psi_u=\psi_i+90^\circ$

在电感L上电压、电流有效值之比等于感抗 X_L,电压超前电流90°

(3) 电容　$i=C\frac{du}{dt}\Rightarrow\dot{U}_C=\frac{1}{j\omega C}\dot{I}$　记 $X_C=-\frac{1}{\omega C}$, $\dot{U}_C=jX_C\dot{I}\Rightarrow U_C=|X_C|I$, $\psi_u=\psi_i-90^\circ$

在电容C上电压、电流有效值之比等于容抗的绝对值 $|X_C|$,电压滞后电流90°

No.

Date

四、阻抗与导纳

由RLC无源元件所构成的交流一端口网络对外电路可等效成一个阻抗或导纳

1. 阻抗 $Z=|Z|\angle\varphi$ $\dot{U}=Z\dot{I} \Rightarrow \frac{U}{I}=|Z|,\ \psi_u-\psi_i=\varphi$

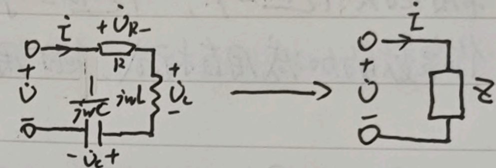
阻抗端口电压、电流有效值之比等于阻抗模，端口电压超前于电流的相位差等于阻抗角 φ

若阻抗角 $\varphi>0$，则称电路呈感性；$\varphi=0$ 呈阻性；$\varphi<0$ 呈容性

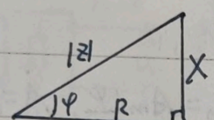
2. RLC串联电路的阻抗

$Z=R+j(\omega L-\frac{1}{\omega C})=R+j(X_L+X_C)=R+jX=|Z|\angle\varphi$

阻抗　感抗　容抗　电抗　阻抗模　阻抗角



阻抗三角形



$|Z|=\sqrt{R^2+(X_L+X_C)^2}=\sqrt{R^2+X^2}$

$\varphi=\mathrm{atan}\frac{X_L+X_C}{R}=\mathrm{atan}\frac{X}{R}$

$\Rightarrow \dot{U}=Z\dot{I}$ 欧姆定律的相量形式

3. 导纳 $Y=|Y|\angle\varphi_Y$ $\dot{I}=Y\dot{U} \Rightarrow \frac{I}{U}=|Y|,\ \psi_i-\psi_u=\varphi_Y$

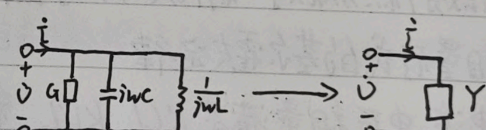
导纳端口电流与电压有效值之比等于导纳模，端口电流超前于电压的相位差等于导纳角 φ_Y

若导纳角 $\varphi_Y<0$，则称电路呈感性；$\varphi_Y=0$ 呈阻性；$\varphi_Y>0$ 呈容性

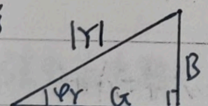
4. GCL并联电路的导纳

$Y=G+j(\omega C-\frac{1}{\omega L})=G+j(B_C+B_L)=G+jB=|Y|\angle\varphi_Y$

导纳　电导　容纳　感纳　电纳



导纳三角形



$|Y|=\sqrt{G^2+(B_C+B_L)^2}=\sqrt{G^2+B^2}$

$\varphi_Y=\mathrm{atan}\frac{B_C+B_L}{G}=\mathrm{atan}\frac{B}{G}$

$\Rightarrow \dot{I}=Y\dot{U}$ 欧姆定律的相量形式

5. 阻抗与导纳的关系

对同一个端口，其等效的阻抗与导纳的关系为 $Z=\frac{1}{Y}$ $\Rightarrow |Z|=\frac{1}{|Y|},\ \angle\varphi=-\angle\varphi_Y$

即等效阻抗和导纳是"倒数"关系

五、正弦电流电路的相量分析法

将公式中的 电阻→阻抗 电导→导纳 恒定电压、电流→电压、电流相量

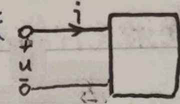
就可用三种一般方法计算，此时所列方程为复系数线性代数方程

Campus

六、正弦电流电路的功率

设如右图所示的一端口网络的端口电压、电流的正弦量为

关联



$u=\sqrt{2}U\cos(\omega t+\psi_u)$　　$i=\sqrt{2}I\cos(\omega t+\psi_i)$

1、瞬时功率

$p=ui=UI\cos(\psi_u-\psi_i)+UI\cos(2\omega t+\psi_u+\psi_i)$

2、平均功率/有功功率　$P=UI\cos\varphi$　瓦(W)

即瞬时功率在一个周期内的平均值

$P=UI\cos\varphi=UI\lambda=UI\cos(\psi_u-\psi_i)$

其中λ恒正，称为功率因数，$\varphi=\psi_u-\psi_i$为阻抗角，称为功率因数角

电阻R：$\varphi=0$　$\lambda=1$　$P_R=UI=I^2R=\frac{U^2}{R}$

电感L：$\varphi=90°$　$\lambda=0$　$P_L=0$

电容C：$\varphi=-90°$　$\lambda=0$　$P_C=0$

（电感、电容）无损无件，不消耗有功

⇒在正弦电流电路中，同相位的电流与电压产生平均功率，且等于其有效值之积

相位正交的电流与电压不产生平均功率

3、无功功率　$Q=UI\sin\varphi$　乏(var)

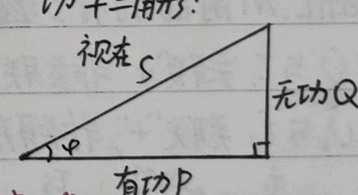
用于衡量能量交换

电阻R：$Q=0$　　电阻不消耗无功

电感L：$Q_L=UI=I^2\omega L=\frac{U^2}{\omega L}$　　感性无功为正

电容C：$Q_C=-UI=-\frac{I^2}{\omega C}=-U^2\omega C$　　容性无功为负

功率三角形：



4、视在功率　$S=UI=\sqrt{P^2+Q^2}$　伏安(V·A)

5、复功率　$\bar{S}=\dot{U}\overset{*}{I}=P+jQ$　$|\bar{S}|=S$，$\arg\bar{S}=\varphi=\psi_u-\psi_i$　伏安(V·A)

$\bar{S}=P+jQ=ZI^2=RI^2+jXI^2\Rightarrow P=I^2R\quad Q=I^2X$

有功功率、无功功率、复功率均具有守恒性，视在功率不具有守恒性☆

6、功率因数的提高

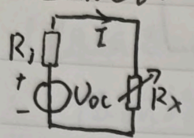
为提高感性负载的功率因数，可在其两端并联电容

此时：端口的有功功率不变，总无功功率减小　$Q'=Q+Q_C$，$Q_C<0$，$Q>0$

无功功率守恒：$Q'=Q+(-\omega CU^2)$ ⇒并联电容 $C=\frac{Q-Q'}{\omega U^2}=\frac{-Q_C}{\omega U^2}$

七、最大功率传输定理 指平均功率

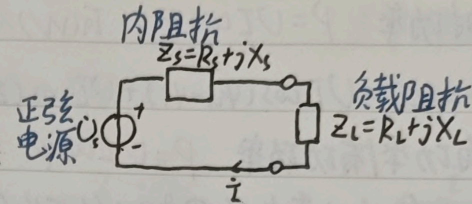
1.直流电路



当 $R_x=R_i$ 时，R_x获得最大功率

$P_{max}=\frac{U_{oc}^2}{4R_x}$

2、正弦电流电路、负载任意可变



当负载与电源共轭匹配，即 $Z_L=\overline{Z_s}$ 时，

Z_L 获得最大功率 $P_{Lmax}=\frac{U_s^2}{4R_s}$

此时，由于 $R_s=R_L$，电路的传输效率为 50%

3、正弦电流电路、负载阻抗模 $|Z_L|$ 可变

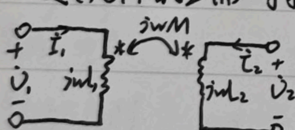
当负载阻抗模与电源内阻抗模相等，即 $|Z_L|=|Z_s|$ 时，

Z_L获得最大功率 $P_{Lmax}=\frac{U_s^2\cos\varphi_L}{2|Z_s|[1+\cos(\varphi_s-\varphi_L)]}$ 把条件代入电路去计算，不要记公式

八、耦合电感

两个线圈之间存在磁耦合时，形成二端口电感，称为互感元件

1.互感元件的端口特性方程



$$\begin{cases}\dot U_1=\pm j\omega L_1\dot I_1\pm j\omega M\dot I_2\\ \dot U_2=\pm j\omega L_2\dot I_2\pm j\omega M\dot I_1\end{cases}$$

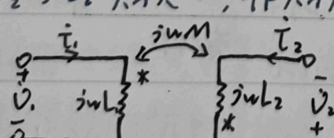
时域 $$\begin{cases}u_1=\frac{d\psi_1}{dt}=\pm L_1\frac{di_1}{dt}\pm M\frac{di_2}{dt}\\ u_2=\frac{d\psi_2}{dt}=\pm L_2\frac{di_2}{dt}\pm M\frac{di_1}{dt}\end{cases}$$

判断L、M前面的符号：逐项判断法　列写时注意 1.方向 2.是否有开路等造成缺项

① $\dot U_1$与$\dot I_1$关联"+" 非关联"−"　② $\dot U_1$与$\dot I_2$相对星标同向"+"，反向"−"

③ $\dot U_2$与$\dot I_2$关联"+"，非关联"−"　④ $\dot U_2$与$\dot I_1$相对星标同向"+"，反向"−"

eg.



$$\begin{cases}\dot U_1=j\omega L_1\dot I_1-j\omega M\dot I_2\\ \dot U_2=-j\omega L_2\dot I_2+j\omega M\dot I_1\end{cases}$$

2.耦合系数 $k=\frac{M}{\sqrt{L_1L_2}}$

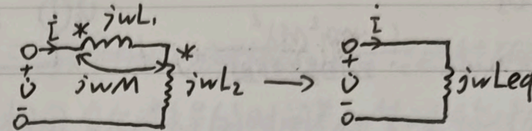
用于衡量互感耦合的程度，$k\in[0,1]$

$k=1$ 时称互感全耦合，$k=0$ 时两线圈无耦合

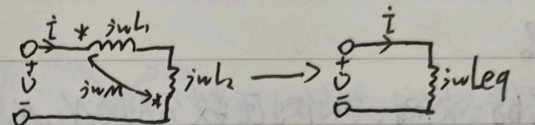
3、互感元件的去耦合等效

(1) 串联等效

正串：$L_{eq}=L_1+L_2+2M$

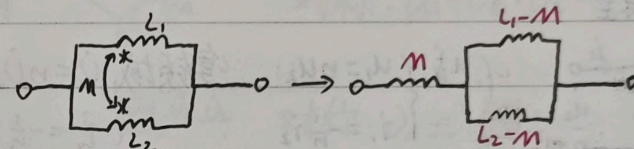


反串：$L_{eq}=L_1+L_2-2M$

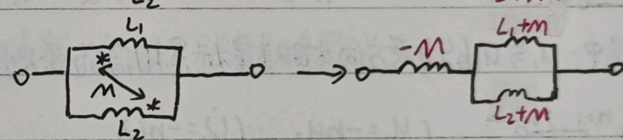


(2) 并联等效

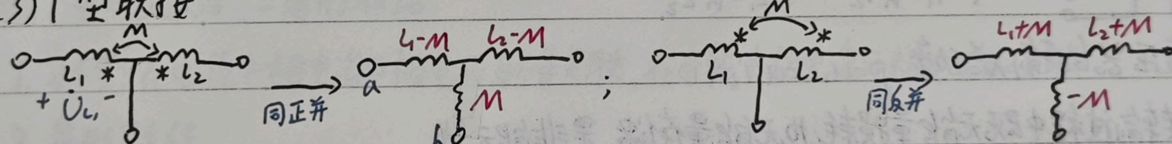
正并 $\begin{cases} L_a=M \\ L_b=L_1-M \\ L_c=L_2-M \end{cases}$ $L_{eq}=\dfrac{L_1L_2-M^2}{L_1+L_2-2M}$



反并 $\begin{cases} L_a=-M \\ L_b=L_1+M \\ L_c=L_2+M \end{cases}$ $L_{eq}=\dfrac{L_1L_2-M^2}{L_1+L_2+2M}$



(3) T型联接



注意：T型变换前后电压的对应关系 $\dot{U}_{L_1}=\dot{U}_{ab}$

4. 含互感元件的正弦电流电路

互感元件方程：用电流表示电压，故一般方法：支路电流法/回路电流法

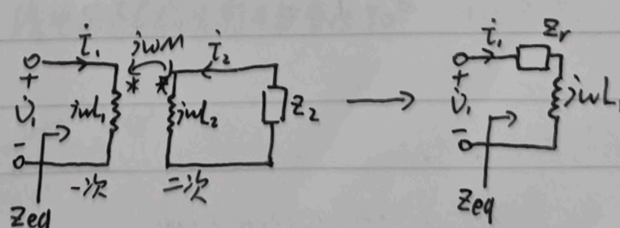
可用上述等效方法化简含互感的电路

5. 互感线圈两侧电路的等效变换

(1) 二次侧向一次侧等效

$Z_r=\dfrac{(\omega M)^2}{Z_2+j\omega L_2}=\dfrac{(\omega M)^2}{\text{二次侧回路总阻抗}}$

$Z_{eq}=Z_r+j\omega L_1$



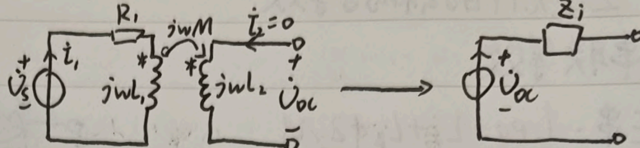
变性：感性=容性，容性=感性

Z_2 ⟨ 感性 → Z_r感性；容性 → Z_r不定，看Z_2和$j\omega L_2$谁占上风

(2) 一次侧向二次侧等效

$$\dot{U}_{oc}=\frac{j\omega M}{R_1+j\omega L_1}\dot{U}_S$$

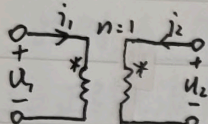
$$Z_i=\frac{(\omega M)^2}{R_1+j\omega L_1}+j\omega L_2=\frac{(\omega M)^2}{\text{一次侧回路总阻抗}}+j\omega L_2$$



九、理想变压器

理想变压器的一次侧、二次侧匝数分别为 N_1、N_2，则 $n=\frac{N_1}{N_2}$ 称变比或匝数比

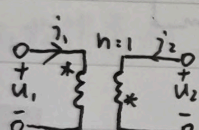
1. 特性方程



时域 $\begin{cases} u_1=nu_2 \\ i_1=-\frac{1}{n}i_2 \end{cases}$　　相量 $\begin{cases} \dot{U}_1=n\dot{U}_2 \\ \dot{I}_1=-\frac{1}{n}\dot{I}_2 \end{cases}$

注：方程中，u_1 与 u_2 的参考方向相对星标是相同的，否则加一负号，i_1 与 i_2 同理

eg.



$\begin{cases} u_1=-nu_2 \\ i_1=\frac{1}{n}i_2 \end{cases}$　$\begin{cases} \dot{U}_1=-n\dot{U}_2 \\ \dot{I}_1=\frac{1}{n}\dot{I}_2 \end{cases}$

2. 理想变压器的输入总功率 $p=u_1i_1+u_2i_2=0$

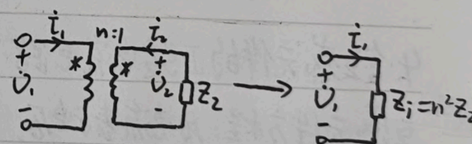
即传输过程中既无能量损耗，也无能量存储，是非能元件

3. 理想变压器变换阻抗

$Z_i=n^2Z_2$　　该变换与同名端取法无关

即变压器二次侧接阻抗 Z_2 时折算到一次侧等效为 n^2Z_2

同理若一次侧接阻抗 Z_1，折算到二次侧等效为 $\frac{1}{n^2}Z_1$



4. 含理想变压器的电路分析

理想变压器是二端口元件，其端口电压、电流不服从欧姆定律，采用节点电压法

同时增加端口电流 $\dot{I}_1$、$\dot{I}_2$ 为变量

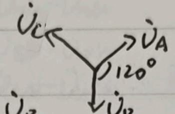
第5章 三相电路

一、三相电源和三相电路

1. 三相电源具有三个电压源，能同时发出三个频率相同、波形相同而变化进程不同的交变电压 u_A、u_B、u_C，称为三相电压；当 u_A、u_B、u_C 幅值相同、变化进程的时间差相等时，称对称三相电压

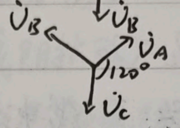
2. 对称三相电压的相序

① 正序/顺序　$\overset{超前}{A} \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow \overset{滞后}{A}$



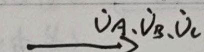
对称：$\dot U_A+\dot U_B+\dot U_C=0$

② 负序/逆序　$A \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow A$



对称：$\dot U_A+\dot U_B+\dot U_C=0$

③ 零序



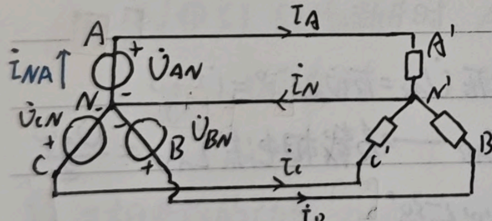
对称：$\dot U_A=\dot U_B=\dot U_C$

3. 三相电路 = 三相电源 + 导线 + 三相负载（包括个别单相负载）

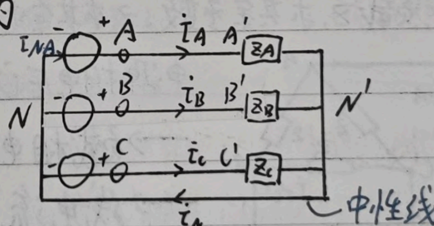
二、星形联结、三角形联结

1. 习惯：在电源中相电流与相电压取非关联，在负载中相电流与相电压取关联

2. 星形联结



或画为



① 若为对称三相电路，则 $\dot I_N=0$，可省去中性线，成为三相三线制

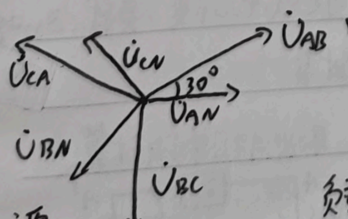
② 星形联结，线电流就是相电流 $I_L=I_P$

$$\begin{cases} \dot U_{AB}=\dot U_{AN}-\dot U_{BN} \\ \dot U_{BC}=\dot U_{BN}-\dot U_{CN} \\ \dot U_{CA}=\dot U_{CN}-\dot U_{AN} \end{cases} \xrightarrow{对称电路}$$

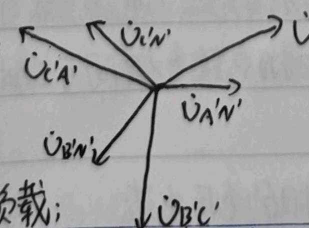
线电压对称，且有效值是相电压 $\sqrt3$ 倍 $U_L=\sqrt3 U_P$

线电压超前先行相电压30°

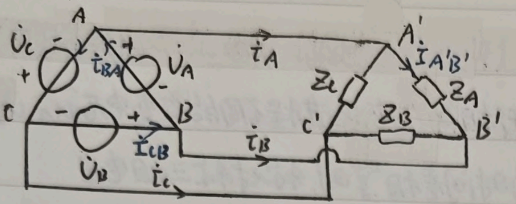
源：



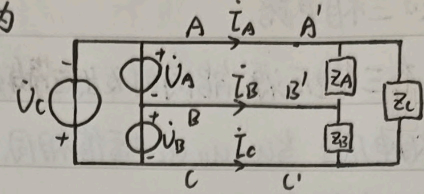
负载：



3.三角形联结



或画为



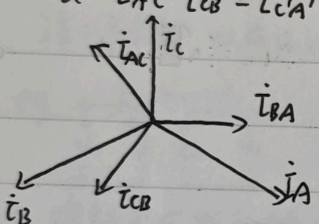
①只有对称三相电源才可以接成三角形

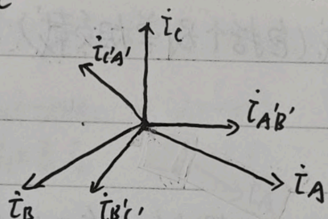
②三角形联结,相电压就是线电压 $U_L=U_P$

$$\begin{cases}\dot I_A = \dot I_{BA} - \dot I_{AC} = \dot I_{A'B'} - \dot I_{C'A'} \\ \dot I_B = \dot I_{CB} - \dot I_{BA} = \dot I_{B'C'} - \dot I_{A'B'} \\ \dot I_C = \dot I_{AC} - \dot I_{CB} = \dot I_{C'A'} - \dot I_{B'C'}\end{cases} \xrightarrow{\text{对称电路}}$$

线电流对称,且有效值是相电流√3倍 $I_L=\sqrt3 I_P$

线电流滞后于后续(电源端)/先行(负载端)相电流30°

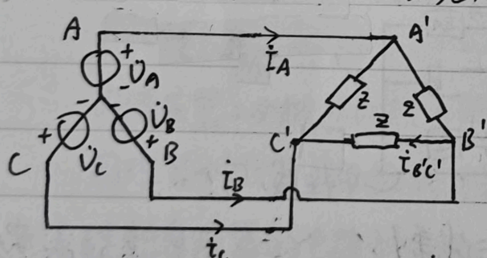




多画相量图!

4.三相四线制低压电网的相电压为220V ⟶ 线电压为380V

例:如下图所示对称三相电路,已知$\dot U_A$、Z,求其余电路参数



电源相电压 $\dot U_A$ ⟶ 线电压 $\dot U_{AB}=\sqrt3\dot U_A\angle30°$

⟶负载相电压 $\dot U_{A'B'}=\dot U_{AB}$ ⟶ 负载相电流 $\dot I_{A'B'}=\frac{\dot U_{A'B'}}{Z}$

⟶线电流 $\dot I_A=\sqrt3\,\dot I_{A'B'}\angle-30°$

法二:用下述一般计算法

三、对称三相电路的计算

依据:对称星形联结三相电路中,负载中性点与电源中性点等势$U_{NN'}=0$,可假想一导线将N.N'连接

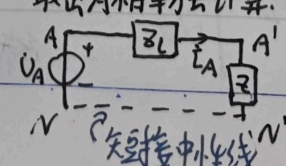
步骤:①把三角形联结的电源和负载等效为星形联结. 电源端:使线电压不变 负载:$Z_Y=\frac{1}{3}Z_\Delta$

②假想一无阻抗的中性线连接中性点,使三相电路各相可独立计算

③取出一相单独计算

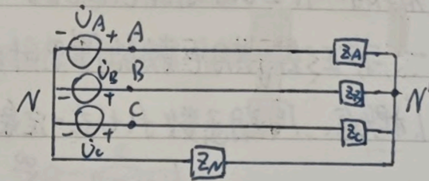
④根据对称关系(A→B→C→A)推系其他两相的电压电流

取出A相单独计算:



四、不对称三相电路分析

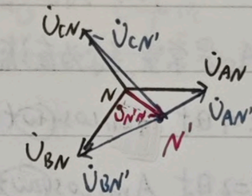
1. 三相四线制系统，若负载不对称，则中性线上有电压



节点电压方程 $\left(\frac{1}{Z_A}+\frac{1}{Z_B}+\frac{1}{Z_C}+\frac{1}{Z_N}\right)\dot{U}_{N'N}=\frac{\dot{U}_A}{Z_A}+\frac{\dot{U}_B}{Z_B}+\frac{\dot{U}_C}{Z_C}$

$\Rightarrow \dot{U}_{N'N}=\dfrac{\frac{\dot{U}_A}{Z_A}+\frac{\dot{U}_B}{Z_B}+\frac{\dot{U}_C}{Z_C}}{\frac{1}{Z_A}+\frac{1}{Z_B}+\frac{1}{Z_C}+\frac{1}{Z_N}}$

再由KVL写出负载各相电压 $\begin{cases}\dot{U}_{AN'}=\dot{U}_{AN}-\dot{U}_{N'N}\\ \dot{U}_{BN'}=\dot{U}_{BN}-\dot{U}_{N'N}\\ \dot{U}_{CN'}=\dot{U}_{CN}-\dot{U}_{N'N}\end{cases}$



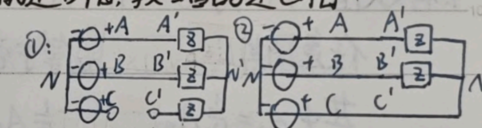
中心点的位移

2. 为减小中性线上电压，应减小中性线阻抗 Z_N

若中性线为短路线 $Z_N=0$，则 $\dot{U}_{N'N}=0$，尽管负载阻抗不对称，负载相电压也对称

例：相序指示器：将接电容的作为A相，则白炽灯较亮的是B相，较暗的是C相

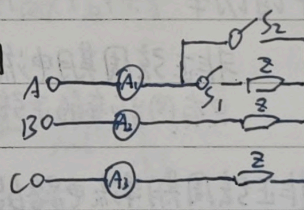
2、三相三线制对称电路



① C相断线：相当于只有一个回路

② C相负载短路：此时负载相电压即为线电压(注意正负)

3. 如图，电源对称、负载相同，当S1闭合、S2断开时，$A1=A2=A3=\sqrt{3}A$



则 ① S1、S2均断开时，$A1=0$ $A2=1.5A$ $A3=1.5A$

② S2闭合时，$A2=3A$ $A3=3A$

五、三相电路的功率

1. 对称三相电路

平均功率 $P=3U_pI_p\lambda=\sqrt{3}U_LI_L\lambda$ 对称三相电路的瞬时功率=平均功率

无功功率 $Q=3U_pI_p\sin\varphi=\sqrt{3}U_LI_L\sin\varphi$

视在功率 $S=3U_pI_p=\sqrt{3}U_LI_L=\sqrt{P^2+Q^2}$

其中 $\lambda=\cos\varphi$ 是负载各相的功率因数，也是对称三相负载的功率因数

上式对电源或负载接成星形或三角形均成立

2. 不对称三相电路

平均功率 $P=P_A+P_B+P_C=U_AI_A\cos\varphi_A+U_BI_B\cos\varphi_B+U_CI_C\cos\varphi_C$ 其中 φ_A、φ_B、φ_C 是各相的阻抗角

无功功率 $Q=Q_A+Q_B+Q_C=U_AI_A\sin\varphi_A+U_BI_B\sin\varphi_B+U_CI_C\sin\varphi_C$

功率因数定义为 $\lambda=\frac{P}{S}=\frac{P}{\sqrt{P^2+Q^2}}$

No.

Date

第6章 非正弦周期电流电路

一、非正弦周期函数的傅里叶级数

1.概念、周期函数 $f(t)$ 在一定条件下可分解为如下的傅里叶级数

$$f(t)=A_0+\sum_{k=1}^{\infty}A_{mk}\cos(k\omega t+\psi_k)$$

① A_0 是常量,称为直流分量

② $k=1$ 时, $A_{m1}\cos(\underline{\omega}t+\psi_1)$ 称为基波、一次谐波

③ $k=2$ 时, $A_{m2}\cos(\underline{\underline{2\omega}}t+\psi_2)$ 称为二次谐波…

二、非正弦周期量的有效值、平均功率

1.有效值 $A=\sqrt{A_0^2+A_1^2+A_2^2+\cdots}$

任意周期量的有效值等于它的恒定分量、基波分量与各谐波分量有效值的平方和的平方根

其中 $A_1=\frac{1}{\sqrt{2}}A_{m1}$, $A_2=\frac{1}{\sqrt{2}}A_{m2}$, …

2.平均功率 $P=P_0+\sum_{k=1}^{\infty}P_k=U_0I_0+U_1I_1\cos\varphi_1+U_2I_2\cos\varphi_2+\cdots$

非正弦周期电流电路的平均功率等于其恒定分量、基波与各谐波分量分别产生的平均功率之和

只有同频率的正弦电流、电压才能形成平均功率

三、非正弦周期电流电路的计算

步骤 ① 非正弦周期性激励 ⟶ 直流分量 + 正弦交流分量

② 分别计算上述各分量单独作用下的响应,注意电感、电容对不同的频率呈现不同的电抗

③ 根据叠加定理,将各响应的瞬时表达式进行叠加

④ 根据响应的时间函数,可进一步求有效值和平均功率

第7章 频率特性与谐振现象

一、网络函数与频率特性

1.网络函数 选取网络中某一电压或电流为响应 $\dot{Y}$,将单一电源的源电压或源电流作为激励 $\dot{X}$,根据齐性定理, $\dot{Y}$ 与 $\dot{X}$ 成正比,比值记作 $H(j\omega)=\frac{\dot{Y}}{\dot{X}}=\frac{\text{响应相量}}{\text{激励相量}}$

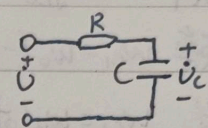
$H(j\omega)$ 称为网络函数,决定于电路结构、元件参数和电源频率,与激励相量无关

$H(j\omega)=|H(j\omega)|\angle\theta(\omega)$

2、频率特性 $\begin{cases}\text{幅频特性} & |H(j\omega)| \quad \text{响应和激励有效值之比与频率的关系} \\ \text{相频特性} & \theta(\omega) \quad \text{响应超前于激励的相位差与频率的关系}\end{cases}$

3、RC串联电路的频率特性

$H(j\omega)=\frac{\dot{U}_C}{\dot{U}}=\frac{1}{1+j\omega CR}$ 低通网络



固有频率、自然频率 $\omega_0=\frac{1}{RC}$

截止频率（半功率点） $\omega_c=\omega_0=\frac{1}{RC}$ 通带 $0\sim\omega_c$ 阻带 $\omega_c\sim\infty$

$|H(j\omega)|$下降到其最大值的$\frac{1}{\sqrt{2}}$时所对应的频率

二、谐振现象

1、谐振：对一含电感和电容的一端口电路，在一定条件下呈纯阻性，即端口电压与电流同相位

2、串联谐振：条件：$Im[Z]=0$

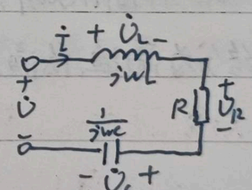
现象：LC串联谐振部分相当于短路 整个电路对外等效成一电阻

3、并联谐振：条件：$Im[Y]=0$

现象：LC并联谐振部分相当于开路 整个电路对外等效成一电导

4、RLC串联谐振

发生谐振时 $Im[Z]=0 \Rightarrow \omega L=\frac{1}{\omega C} \Rightarrow \omega_0=\frac{1}{\sqrt{LC}},\ L_0=\frac{1}{\omega_0^2 C},\ C_0=\frac{1}{\omega_0^2 L}$



称ω_0为RLC串联电路的谐振角频率，$f_0=\frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$ 为谐振频率

特性阻抗 $\rho=\omega_0 L=\frac{1}{\omega_0 C}=\sqrt{\frac{L}{C}}$

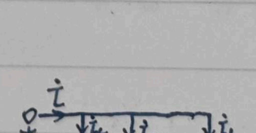
品质因数 $Q=\frac{\rho}{R}=\frac{\omega_0 L}{R}=\frac{1}{R\omega_0 C}=\frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}$

谐振时，电流 $\dot{I}_0=\frac{\dot{U}}{R}$ 达到最大 电压 $\dot{U}_R=\dot{U}$，$\dot{U}_L+\dot{U}_C=0$ 电路总无功$Q=0$，有功 $P_{\omega_0}=\frac{U^2}{R}$

有效值 $U_L=U_C=QU$

5、GCL并联谐振

发生谐振时，$Im[Y]=0 \Rightarrow \omega C=\frac{1}{\omega L} \Rightarrow \omega_0=\frac{1}{\sqrt{LC}}$ 为谐振角频率



特性阻抗 $\rho'=\omega_0 C=\frac{1}{\omega_0 L}=\sqrt{\frac{C}{L}}$

品质因数 $Q=\frac{\rho'}{G}=\frac{\omega_0 C}{G}=\frac{1}{G\omega_0 L}=\frac{1}{G}\sqrt{\frac{C}{L}}$

谐振时，电压 $\dot{U}_0=\frac{\dot{I}}{G}$ 达到最大 电流 $\dot{I}_G=\dot{I}$，$\dot{I}_L+\dot{I}_C=0$

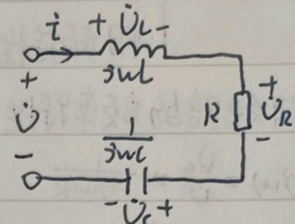
有效值 $I_L=I_C=QI$

No.

Date

三、RLC串联电路的频率特性 R-L-C：带-高-低通

1. 以电阻电压$\dot{U}_R$为响应，带通网络 $H_R(j\omega)=\frac{\dot{U}_R}{\dot{U}}$



谐振角频率 $\omega_0=\frac{1}{\sqrt{LC}}$

截止频率 $\omega_{C1}=\omega_0\left(-\frac{1}{2Q}+\sqrt{\frac{1}{4Q^2}+1}\right)$

$\omega_{C2}=\omega_0\left(\frac{1}{2Q}+\sqrt{\frac{1}{4Q^2}+1}\right)$

通带宽度 $\Delta\omega=\frac{\omega_0}{Q}$，$\Delta f=\frac{f_0}{Q}$

通带 $\omega_{C1}\sim\omega_{C2}$

$\dot{U}=\dot{U}_L+\dot{U}_R+\dot{U}_C$

$H_R(j\omega)+H_L(j\omega)+H_C(j\omega)=1$

2. 以电感电压$\dot{U}_L$为响应 高通网络 $H_L(j\omega)=\frac{\dot{U}_L}{\dot{U}}$

3. 以电容电压$\dot{U}_C$为响应 低通网络 $H_C(j\omega)=\frac{\dot{U}_C}{\dot{U}}$

一般分析方法：

① 列出$H(j\omega)=\frac{\dot{Y}}{\dot{X}}$的计算式并化简　若$\dot{Y}$与$\dot{X}$分别为电压和电流，则$H(j\omega)$为电阻或电导

若$\dot{Y}$与$\dot{X}$均为电压或均为电流，则$H(j\omega)$为分压或分流

② 将$H(j\omega)$分解成 $H(j\omega)=|H(j\omega)|\angle\theta(\omega)$，并取$\omega=0, \omega_0, +\infty$等特殊值，

由$|H(j\omega)|$分析幅频特性，由$\angle\theta(\omega)$分析相频特性

③ 归类，网络分为高通、低通、带通、带阻四种

第8章 线性动态电路暂态过程的时域分析

一、动态电路的暂态过程

1.概念

动态电路：含有动态元件(电容元件和电感元件)的电路

稳态：电路中电流和电压都是常量或周期量的稳定状态

换路：引起电路工作状态变动的因素，如开关S接通或断开

暂态：动态电路换路后，在过渡过程中电路的工作状态

二、电路量的初始值

$t=0_-$ 时 $u(0_-)$、$i(0_-)$ 为原始值，$t=0_+$ 时 $u(0_+)$ $i(0_+)$ 为初始值

1、$u_c(0_+)$、$i_L(0_+)$ 的确定

换路定律：换路瞬间(即 $t=0$ 时)若没有冲激电源，则 $u_c(0_+)=u_c(0_-)$ $i_L(0_+)=i_L(0_-)$

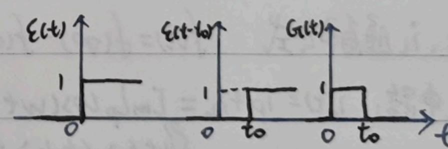
2.其余初始值的确定

根据换路定律确定 $u_c(0_+)$ 和 $i_L(0_+)$ 后，在 $t=0_+$ 时电容相当于一直流电压源，电感相当于一直流电流源，用电压源和电流源置换电容和电感后，当作直流电路来分析

三、阶跃函数和冲激函数

1. 单位阶跃函数 $\varepsilon(t)=\begin{cases}0 & t<0\\ 1 & t>0\end{cases}$ 延迟单位阶跃函数 $\varepsilon(t-t_0)=\begin{cases}0 & t<t_0\\ 1 & t>t_0\end{cases}$

幅值为1的矩形脉冲 $G(t)=\varepsilon(t)-\varepsilon(t-t_0)$



2. 单位冲激函数 $\delta(t)=\begin{cases}0 & t\neq 0\\ \int_{-\infty}^{+\infty}\delta(t)dt=1\end{cases}$ 单位 s^{-1}

单位冲激函数的运算

冲激函数的筛分性

$$\begin{cases}\delta(t)=\delta(-t)\\ \delta(t-t_0)=\delta(t_0-t)\end{cases}\quad \begin{cases}f(t)\delta(t)=f(0)\delta(t)\\ f(t)\delta(t-t_0)=f(t_0)\delta(t-t_0)\end{cases}\quad \begin{cases}\int_{-\infty}^{+\infty}f(t)\delta(t)dt=f(0)\\ \int_{-\infty}^{+\infty}f(t)\delta(t-t_0)dt=f(t_0)\end{cases}$$

单位冲激函数是单位阶跃函数的导数 $\delta(t)=\varepsilon'(t)$ $\int_{-\infty}^{t}\delta(t)dt=\varepsilon(t)$

No.
Date

四. 一阶电路的响应

	零输入	零状态	全响应
原始储能	✓	×	✓
独立源作用	×	✓	✓

1. 零输入响应

u_C、i_L通解公式：$f(t)=f(0_+)e^{-\frac{t}{\tau}}$ $(t>0)$

RC电路：$f(0_+)=u_C(0_+)=u_C(0_-)$ $\tau=R_{eq}C$

RL电路：$f(0_+)=i_L(0_+)=i_L(0_-)$ $\tau=G_{eq}L=\frac{L}{R_{eq}}$

注 ① R_{eq}为换路后，各独立源置零后，从动态元件两端看进去的戴维南等效电阻

② 同一电路中，所有响应具有相同的时间常数τ

2、阶跃响应 阶跃电源作用下的零状态响应

u_C、i_L通解公式 $f(t)=f(\infty)(1-e^{-\frac{t}{\tau}})$ $(t>0)$ $=f(\infty)(1-e^{-\frac{t}{\tau}})\varepsilon(t)$

单位阶跃特性：线性电路的阶跃响应与阶跃电源的幅值之比，记为$s(t)$

$$s(t)=\frac{u_C(t)}{U_s} \text{ 或 } \frac{i_L(t)}{I_s}$$

3. 冲激响应 冲激电源作用下的零状态响应

单位冲激特性：线性电路的冲激响应用电源的冲激强度(积分值)之比，记为$h(t)$

$$h(t)=s'(t)$$

求冲激响应的步骤：① 求单位阶跃特性$s(t)$ ② 求导得$h(t)$ ③ 再乘以冲激强度

4. 正弦响应 正弦电源作用下的零状态响应

u_C、i_L通解公式 $f(t)=f(\infty)-f(\infty)|_{0_+}e^{-\frac{t}{\tau}}$ $(t>0)$

RL电路：$i(t)=i_p+i_h=I_{mLp}\cos(\omega t+\varphi_i)-(I_{mLp}\cos\varphi_i)e^{-\frac{t}{\tau}}$ $(t>0)$

特解 稳态分量 强制分量　　通解 暂态分量、自由分量

5、全响应

全响应=零输入响应+零状态响应=强制分量+自由分量

6. 三要素法

对任意响应$f(t)$. ① 初始值$f(0_+)$ ② 时间常数τ ③ 特解(强制分量)$f_p(t)$ (若有稳态则为稳态分量)

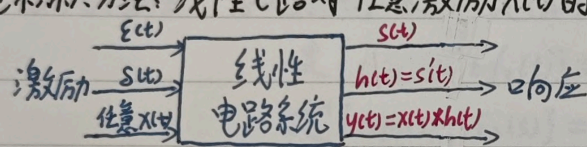
$$f(t)=f_p(t)+[f(0_+)-f_p(0_+)]e^{-\frac{t}{\tau}}=f(\infty)+[f(0_+)-f(\infty)|_{0_+}]e^{-\frac{t}{\tau}}$$

强制分量$f_p(t)$的函数形式取决于独立源$g(t)$的形式　大写字母均为系数

$g(t)$	k	kt	kt^2	$k\cos(\omega t+\varphi)$
$f_p(t)$	A	$A+Bt$	$A+Bt+Ct^2$	$A\cos(\omega t+B)$

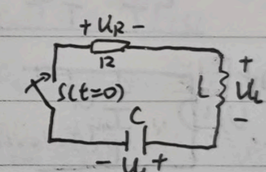
五、卷积积分法

1. 定义：函数$f_1(t)$与$f_2(t)$的卷积"$*$"　$f_1(t)*f_2(t)=\int_0^t f_1(\xi)f_2(t-\xi)d\xi$
2. 性质：卷积计算满足交换律　$f_1(t)*f_2(t)=f_2(t)*f_1(t)$
3. 卷积积分法：线性电路对任意激励$x(t)$的零状态响应$y(t)$等于$x(t)$与单位冲激特性$h(t)$的卷积



六、二阶电路暂态过程

以无独立源的RLC串联电路为例



衰减系数$\alpha=\frac{R}{2L}$，谐振角频率$\omega_0=\frac{1}{\sqrt{LC}}$

1. $\alpha>\omega_0$时，即$R>2\sqrt{\frac{L}{C}}=2\rho$，　$Q<\frac{1}{2}$　非振荡，过阻尼
2. $\alpha=\omega_0$时，即$R=2\sqrt{\frac{L}{C}}=2\rho$，　$Q=\frac{1}{2}$　非振荡，临界阻尼
3. $\alpha<\omega_0$时，即$R<2\sqrt{\frac{L}{C}}=2\rho$，　$Q>\frac{1}{2}$　振荡，欠阻尼

七、状态变量分析

1. 状态变量：u_C和i_L
2. 电路的状态方程：由电路的状态变量及其一阶导数组成的一阶微分方程组

　标准形式：$\dot{X}=AX+BV$

　$X=[u_{C1},u_{C2},\cdots,i_{L1},i_{L2},\cdots]^T$称为状态向量，$\dot{X}$为状态变量的一阶导数向量

　$V=[u_{S1},u_{S2},\cdots,i_{S1},i_{S2},\cdots]^T$称为输入向量，由各独立源构成

　A为$n\times n$方阵，n为状态变量个数，B为$m\times m$方阵，m为外加独立源个数

3. 输出方程　标准形式　$Y=CX+DV$

　$Y=[u_1,u_2,\cdots,i_1,i_2,\cdots]^T$称为输出向量，由各输出变量构成

3、状态方程列写方法

步骤 ①对连接一个电容的任一节点列写KCL方程，$i_C = C\dot{u}_C$ 代替

②对包含一个电感的一个回路列写KVL方程，$u_L = L\dot{i}_L$ 代替

③为消去上述方程中的非状态变量，用电压源 $u_S = u_C$；电流源 $i_S = i_L$ 分别置换电路中的所有电容和电感，成为一纯电阻电路，求出待消去的非状态变量

④整理成状态方程的标准形式 $\dot{x} = Ax + Bv$

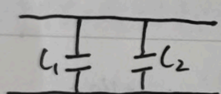
注：

1、电容的串联 $C = \frac{C_1C_2}{C_1+C_2}$　并联 $C = C_1 + C_2$

电感的串联 $L = L_1 + L_2$　并联 $L = \frac{L_1L_2}{L_1+L_2}$

2、若在伪二阶电路中换路后出现以下电路，则电容电荷重新分配，不满足换路定律

① t>0时

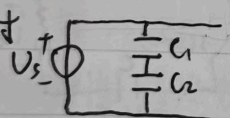


增量相反 $\Delta Q_{C_1} = -\Delta Q_{C_2}$

$C_1\Delta U_{C_1} = -C_2\Delta U_{C_2}$

$$\Rightarrow \begin{cases} U_1(0_+) = U_2(0_+) \\ C_1(U_1(0_+) - U_1(0_-)) = -C_2(U_2(0_+) - U_2(0_-)) \end{cases}$$

② t>0时



增量相同 $\Delta Q_{C_1} = \Delta Q_{C_2}$

$C_1\Delta U_{C_1} = C_2\Delta U_{C_2}$

$$\Rightarrow \begin{cases} U_1(0_+) + U_2(0_+) = U_S \\ C_1(U_1(0_+) - U_1(0_-)) = C_2(U_2(0_+) - U_2(0_-)) \end{cases}$$

No.

Date

第9章 线性动态电路暂态过程的复频域分析

一、拉普拉斯变换

1. 函数$f(t)$的拉普拉斯变换：$F(s)=\mathscr{L}\{f(t)\}=\int_{0_-}^{\infty}f(t)e^{-st}dt$ 其中s为复变量 $s=\sigma+j\omega$

称$F(s)$为$f(t)$的象函数，$f(t)$为$F(s)$的原函数，$f(t)$与$F(s)$构成拉普拉斯变换对

2. 拉普拉斯逆变换 $f(t)=\mathscr{L}^{-1}\{F(s)\}=\frac{1}{2\pi j}\int_{\sigma-j\infty}^{\sigma+j\infty}F(s)e^{st}ds$

3. 拉普拉斯变换的基本性质

① 唯一性

② 线性性 若$\mathscr{L}\{f_1(t)\}=F_1(s)$，$\mathscr{L}\{f_2(t)\}=F_2(s)$，$\forall a,b\in R$，有

$$\mathscr{L}\{af_1(t)+bf_2(t)\}=aF_1(s)+bF_2(s)$$

$$\mathscr{L}^{-1}\{aF_1(s)+bF_2(s)\}=af_1(t)+bf_2(t)$$

③ 时域微分性质 若$\mathscr{L}\{f(t)\}=F(s)$，则 $\mathscr{L}\{f'(t)\}=sF(s)-f(0_-)$

④ 时域积分性质 若$\mathscr{L}\{f(t)\}=F(s)$ 则 $\mathscr{L}\{\int_{0_-}^{t}f(\xi)d\xi\}=\frac{F(s)}{s}$

⑤ 时域延迟性质 若$\mathscr{L}\{f(t)\}=F(s)$ 则 $\mathscr{L}\{f(t-t_0)\varepsilon(t-t_0)\}=e^{-st_0}F(s)$

⑥ 复频域位移性质 若$\mathscr{L}\{f(t)\}=F(s)$ 则 $\mathscr{L}\{e^{at}f(t)\}=F(s-a)$

⑦ 初值、终值定理 若$\mathscr{L}\{f(t)\}=F(s)$ 则 $f(0_+)=\lim\limits_{t\to 0_+}f(t)=\lim\limits_{s\to\infty}sF(s)$

$$f(\infty)=\lim_{t\to\infty}f(t)=\lim_{s\to 0}sF(s)$$

⑧ 卷积定理 若$\mathscr{L}\{f_1(t)\}=F_1(s)$ $\mathscr{L}\{f_2(t)\}=F_2(s)$则 $\mathscr{L}\{f_1(t)*f_2(t)\}=F_1(s)F_2(s)$

$$\mathscr{L}^{-1}\{F_1(s)F_2(s)\}=f_1(t)*f_2(t)$$

4. 常用函数的拉普拉斯变换对

原函数$f(t)$	A或$A\varepsilon(t)$	$\delta(t)$	$\delta'(t)$	Ae^{at}	t^n	$\sin(\omega t+\varphi)$	$\cos(\omega t+\varphi)$
象函数$F(s)$	$\frac{A}{s}$	1	s	$\frac{A}{s-a}$	$\frac{n!}{s^{n+1}}$	$\frac{s\sin\varphi+\omega\cos\varphi}{s^2+\omega^2}$	$\frac{s\cos\varphi-\omega\sin\varphi}{s^2+\omega^2}$

二、拉普拉斯逆变换的计算法

电路中出现的象函数均为有理分式 $F(s)=\frac{F_1(s)}{F_2(s)}=\frac{b_ms^m+\cdots+b_1s+b_0}{a_ns^n+\cdots+a_1s+a_0}$

其中$a_0,a_1,\cdots,b_0,a_1,\cdots$均为实系数，以下分两种情况讨论

① $m\geq n$时，大除法

② $n>m$ 时 $F(s)$ 可展开

i 若 $F_2(s)=0$ 只有单根，则 $F(s)=\frac{A_1}{s-p_1}+\frac{A_2}{s-p_2}+\cdots+\frac{A_n}{s-p_n}$ p_i 是 $F_2(s)=0$ 的根，称为 $F(s)$ 的极点.

计算待定系数 $A_k=\lim\limits_{s\to p_k}F(s)(s-p_k)=\frac{F_1(s)}{F_2'(s)}\Big|_{s=p_k}$

从而 $f(t)=\mathcal{L}^{-1}\{F(s)\}=A_1e^{p_1t}+A_2e^{p_2t}+\cdots+A_ne^{p_nt}$

ii 若 $F_2(s)=0$ 有共轭复根，设 $F(s)=\frac{A}{s-p}+\frac{A^*}{s-p^*}$

仍用上述方法求出 A，记 $p=\alpha+j\beta$，$A=|A|\angle\theta$，则

$f(t)=\mathcal{L}^{-1}\{F(s)\}=2|A|e^{\alpha t}\cos(\beta t+\theta)$

iii 若 $F_2(s)=0$ 含有重根 设 $F_2(s)=a_n(s-p_1)(s-p_2)\cdots(s-p_{n-m})(s-p_n)^m$

展开 $F(s)=\frac{F_1(s)}{F_2(s)}=\left(\sum\limits_{n=1}^{n-m}\frac{A_k}{s-p_k}\right)+\frac{B_m}{(s-p_n)^m}+\frac{B_{m-1}}{(s-p_n)^{m-1}}+\cdots+\frac{B_1}{s-p_n}$

单根对应的待定系数 A_k 计算法同上

重根对应的待定系数 $B_m=\lim\limits_{n\to p_n}\frac{F_1(s)}{F_2(s)}(s-p_n)^m$ $B_{m-1}=\lim\limits_{n\to p_n}\frac{d}{ds}\left[\frac{F_1(s)}{F_2(s)}(s-p_n)^m\right]$

且 $\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{A}{s-p_n}\right\}=Ae^{p_nt}$ $\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{A}{(s-p_n)^2}\right\}=Ate^{p_nt}$

三、复频域中的电路定律和电路模型

1. 复频域中的基尔霍夫定律

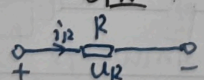
① 流出(或流入)任意节点的各支路电流象函数代数和为零 $\sum I_k(s)=0$

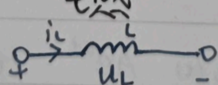
② 沿任一回路各支路电压象函数的代数和为零 $\sum U_k(s)=0$

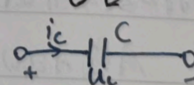
2. 复频域中元件VCR方程及电路模型

电阻 电感 电容

时域模型







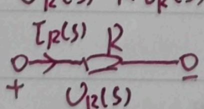
时域VCR

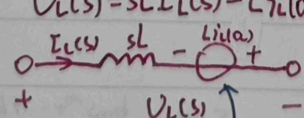
$u_R=Ri_R$ $u_L=L\frac{di_L}{dt}$ $i_C=C\frac{du_C}{dt}$

复频域VCR

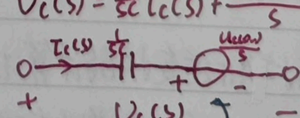
$U_R(s)=RI_R(s)$ $U_L(s)=sLI_L(s)-Li_L(0_-)$ $U_C(s)=\frac{1}{sC}I_C(s)+\frac{u_C(0_-)}{s}$

复频域模型





电感续流方向



电容放电方向

四、用拉氏变换分析线性动态电路的暂态过程

步骤：① 由换路前的电路求出所有的 $u_c(0_-)$ 和 $i_L(0_-)$　不关心初始值 $u_c(0_+)$、$i_L(0_+)$ 了

② 根据换路后的电路画出运算电路，其中激励变换为象函数，$u_c(0_-)$、$i_L(0_-)$ 的作用由附加电源表示，参数 R、L、C 用复频域阻抗表示

③ 将直流电路的分析方法推广至运算电路，求出响应的象函数（注意 $U_L(s)$ 和 $U_c(s)$ 包括附加源的电压）

④ 将响应象函数变换为原函数

五、网络函数

1、网络函数

在只有一个独立电源作用的线性零状态电路中，响应象函数 $Y(s)$ 与激励象函数 $X(s)$ 成正比，比值定义为复频域中的网络函数 $H(s) \overset{def}{=} \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{\text{零状态响应象函数}}{\text{激励象函数}}$

$H(s)$ 是反映网络暂态过程的特征函数，只与网络结构、参数有关，与激励大小、形式无关

性质：网络函数是网络单位冲激特性的象函数

$$H(s) = \mathcal{L}\{h(t)\}$$

因此，网络函数 $H(s)$ 的极点 p_k 的位置决定了单位冲激特性的性质，反映了网络的固有特性

$$H(s) = \frac{N(s)}{D(s)} = \sum_{k=1}^{n} \frac{A_k}{s-p_k}$$

① 若 p_k 位于复平面的左半平面，对应的暂态过程是稳定的；位于右半平面是不稳定的

p_k 位于虚轴是临界稳定

② 若 p_k 位于实轴上，响应是非振荡的，否则均是振荡的暂态过程

2. 复频域网络函数与复数网络函数的关系

$$H(j\omega) = H(s)\big|_{s=j\omega} \qquad H(s) = H(j\omega)\big|_{j\omega=s}$$