

第1章 电路元件与电路基本定律

开课教师： 王灿

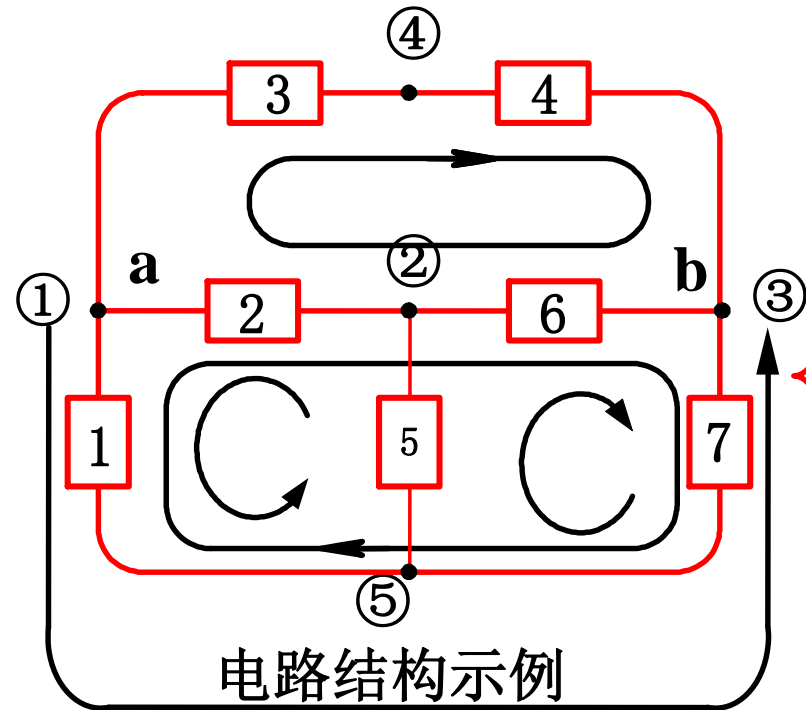
开课单位： 机电学院--电气工程学科



1.7 基尔霍夫定律

基本要求：掌握表述电路结构的基本术语，透彻理解基尔霍夫定律的内容。

1. 电路结构



支路：每个二端元件称为一条支路

节点：若干支路的联接点

路径：在两节点a, b之间, 由m条不同的支路和m-1个不同的节点(不含a和b)依次联接成的一条通路称为a到b的路径

回路：闭合的路径

网孔：平面电路中内部或外部不包含任何支路的回路

1.7 基尔霍夫定律

2. 基尔霍夫电流定律(KCL):

1) 基本表述方式—针对节点

在集中参数电路中，任一时刻流出(或流入)任一节点的支路电流代数和等于零，即

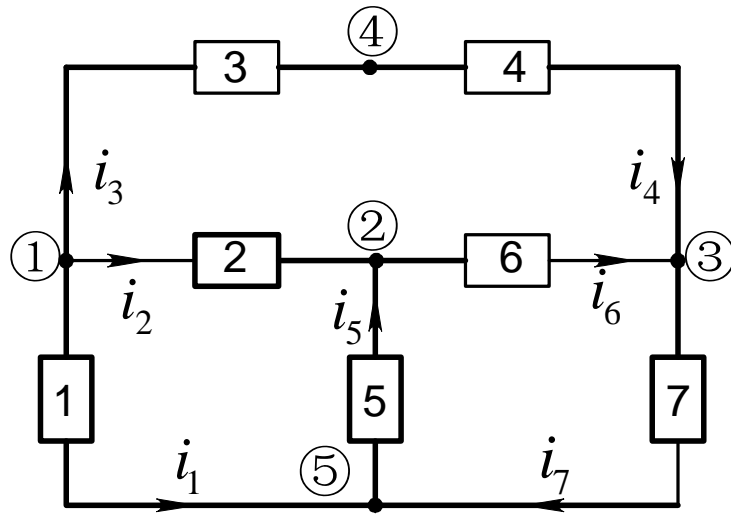
$$\sum i_k = 0 \quad (i_k \text{--第 } k \text{ 条支路的电流})$$

规定：流出节点时， i_k 前面取“+”号；

流入节点时， i_k 前面取“-”号。

1.7 基尔霍夫定律

例：



节点①: $i_1 + i_2 + i_3 = 0$

节点②: $-i_2 - i_5 + i_6 = 0$

节点③: $-i_4 - i_6 + i_7 = 0$

节点④: $-i_3 + i_4 = 0$

节点⑤: $-i_1 + i_5 - i_7 = 0$

推论：

任一时刻，**流出**任一节点电流的代数和**等于流入**该节点电流的代数和，即

$$\sum i_{\text{流入}} = \sum i_{\text{流出}}$$

1.7 基尔霍夫定律

2) 广义表述方式—针对闭合边界

在集中参数电路中，任一时刻流出(或流入)任一**闭合边界 S** 的支路电流代数和等于零，即

$$\sum i_k = 0$$

(i_k 表示与闭合边界相切割的各支路电流)

规定： 流出闭合边界时， i_k 前面取“+”号；
流入闭合边界时， i_k 前面取“-”号。

1.7 基尔霍夫定律

例:

对闭合边界列写KCL方程:

$$-i_2 - i_4 - i_5 + i_7 = 0$$

可证:

广义KCL方程是其内部所含节点上的KCL方程之和,例如

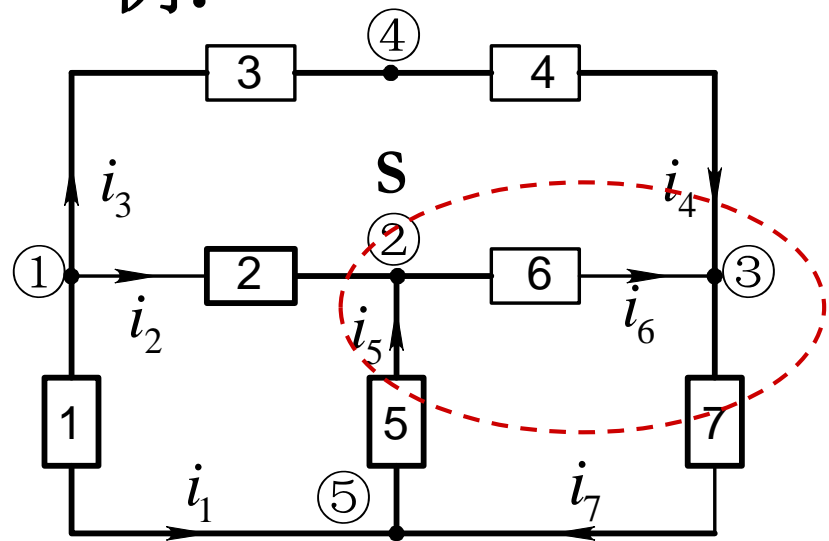
$$\left. \begin{array}{l} \text{节点②: } -i_2 - i_5 + i_6 = 0 \\ \text{节点③: } -i_4 - i_6 + i_7 = 0 \end{array} \right\} +$$

推论:

任一时刻, 流出任一闭合边界电流的代数和等于流入闭合边界电流的代数和, 即

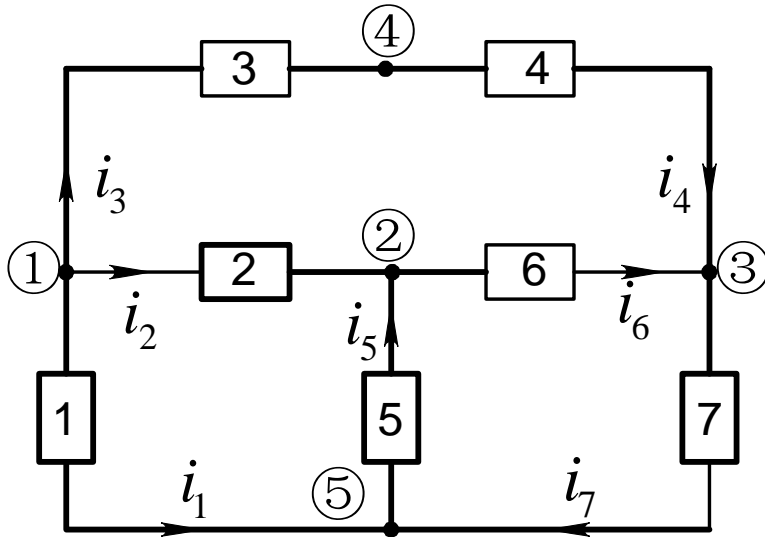
$$\sum i_{\text{流入}} = \sum i_{\text{流出}}$$

$$i_7 = i_2 + i_4 + i_5$$



1.7 基尔霍夫定律

3) 方程的独立性:



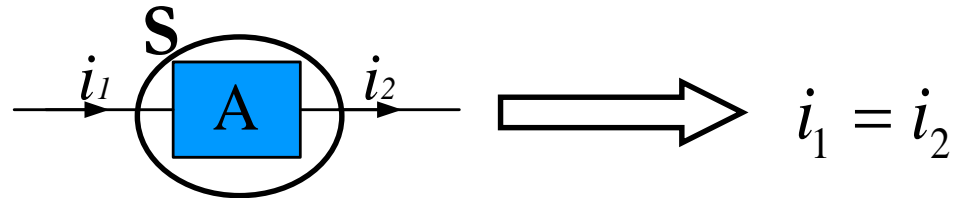
基尔霍夫电流定律示例

$$\left. \begin{aligned} \text{节点①: } & i_1 + \cancel{i_2} + \cancel{i_3} = 0 \\ \text{节点②: } & \cancel{-i_2} - i_5 + \cancel{i_6} = 0 \\ \text{节点③: } & \cancel{-i_4} - \cancel{i_6} + i_7 = 0 \\ \text{节点④: } & \cancel{-i_3} + \cancel{i_4} = 0 \\ \text{节点⑤: } & -i_1 + i_5 - i_7 = 0 \end{aligned} \right\}$$
$$i_1 - i_5 + i_7 = 0$$

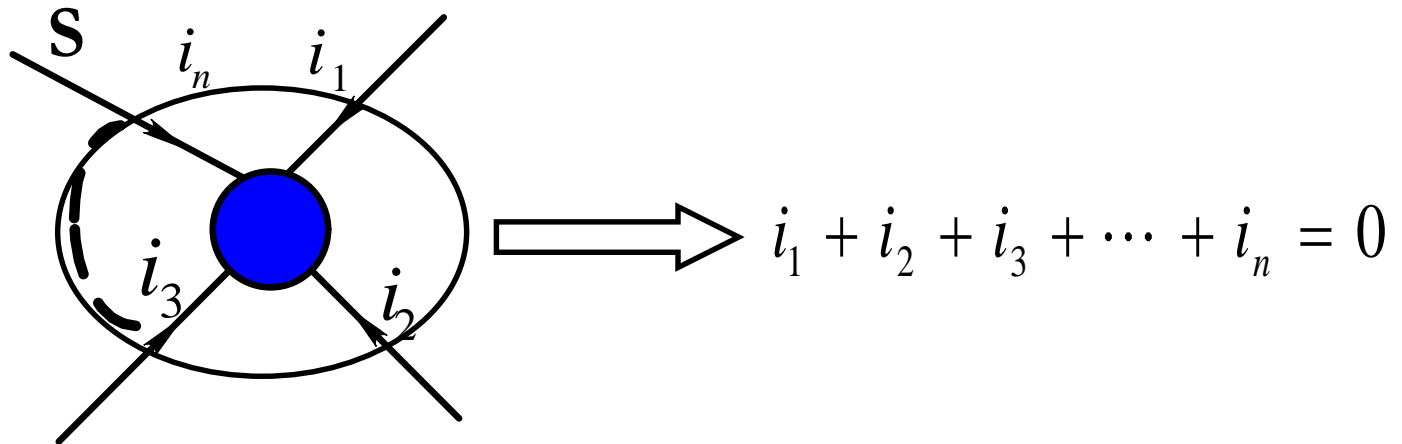
结论: 在含有 n 个节点的电路中, 任一 $n-1$ 个节点的 KCL 方程是一组独立方程, 这些节点称为独立节点。

1.7 基尔霍夫定律

4) 应用于元件:



二端元件流入一个端子的电流等于流出另一个端子的电流，二端元件只有一个电流。



任一时刻，流入或流出一个多端元件的端子电流之和为零

1.7 基尔霍夫定律

【例题1.3】电路如图所示。根据已知支路电流求出其它支路电流。

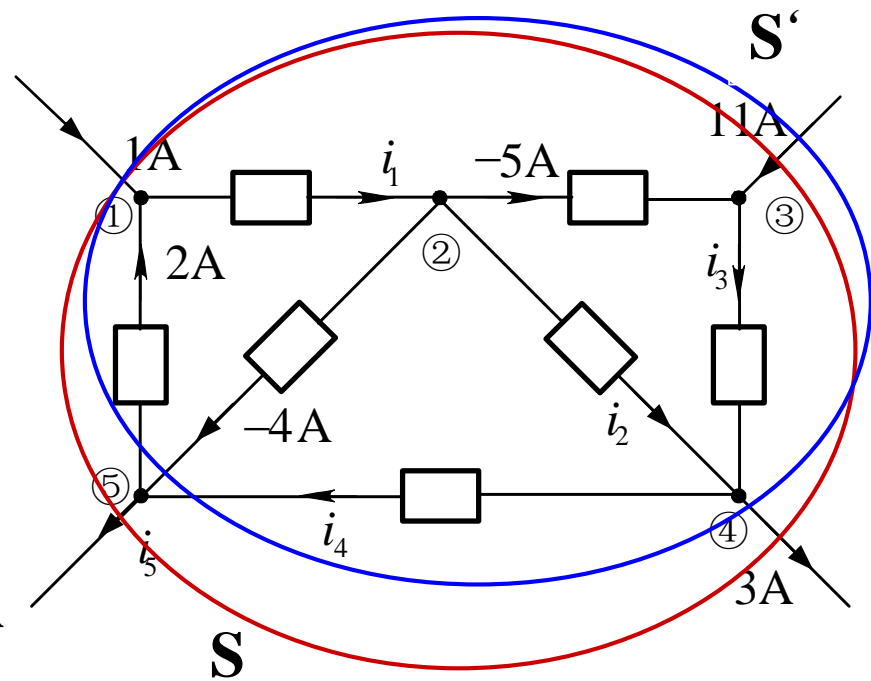
节点①: $i_1 = 1A + 2A = 3A$

节点②: $i_2 = i_1 - (-5)A - (-4)A = 12A$

节点③: $i_3 = 11A + (-5)A = 6A$

节点④: $i_4 = i_2 + 6A - 3A = 15A$

节点⑤: $i_5 = i_4 + (-4)A - 2A = 9A$



若此题只求电流 i_5 ，如何一步求得？

例题1.3图

$$i_5 = 1A + 11A - 3A = 9A$$

若此题只求电流 i_4 ，如何一步求得？

$$i_4 = 2A + 1A + 11A - 3A + 4A = 15A$$

1.7 基尔霍夫定律

1、基尔霍夫电压定律(KVL)：

在集中参数电路中，任一时刻沿任一回路各支路电压的代数和等于零，即

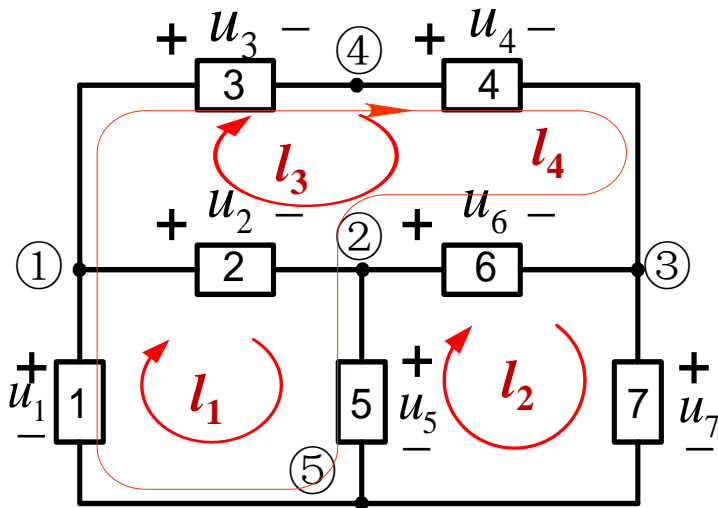
$$\sum u_k = 0$$

(u_k 表示第 k 条支路电压)

规定： u_k 参考方向与回路方向相同时， u_k 的前面取“+”号，否则取“-”号。

1.7 基尔霍夫定律

示例:



基尔霍夫电压定律示例

回路 l_1 : $-u_1 + u_2 + u_5 = 0$

回路 l_2 : $-u_5 + u_6 + u_7 = 0$

回路 l_3 : $u_3 + u_4 - u_6 - u_2 = 0$

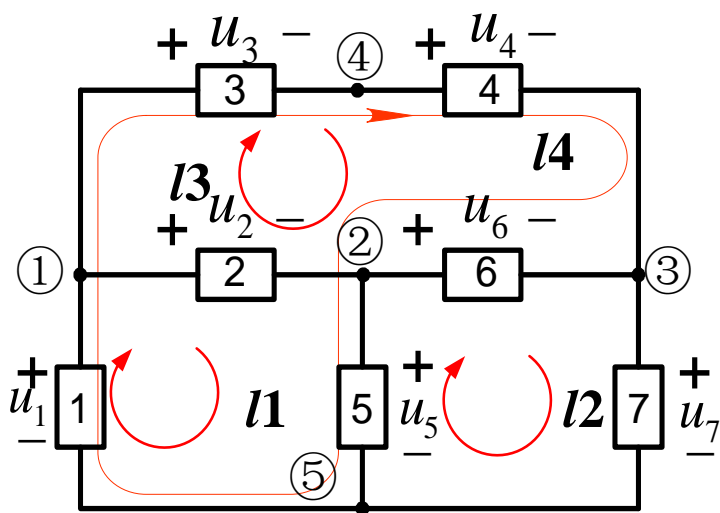
回路 l_4 : $-u_1 + u_3 + u_4 - u_6 + u_5 = 0$

1.7 基尔霍夫定律

2、推论

沿任一回路，各支路电压降(voltage drop)的代数和等于电压升(voltage rise)的代数和，即

$$\sum u_{\text{电压降}} = \sum u_{\text{电压升}}$$



基尔霍夫电压定律示例

$$\text{回路 } l_1: -u_1 + u_2 + u_5 = 0$$

$$\text{回路 } l_2: -u_5 + u_6 + u_7 = 0$$

$$\text{回路 } l_3: u_3 + u_4 - u_6 - u_2 = 0$$

$$\text{回路 } l_4: -u_1 + u_3 + u_4 - u_6 + u_5 = 0$$

$$\text{回路 } l_1: u_2 + u_5 = u_1$$

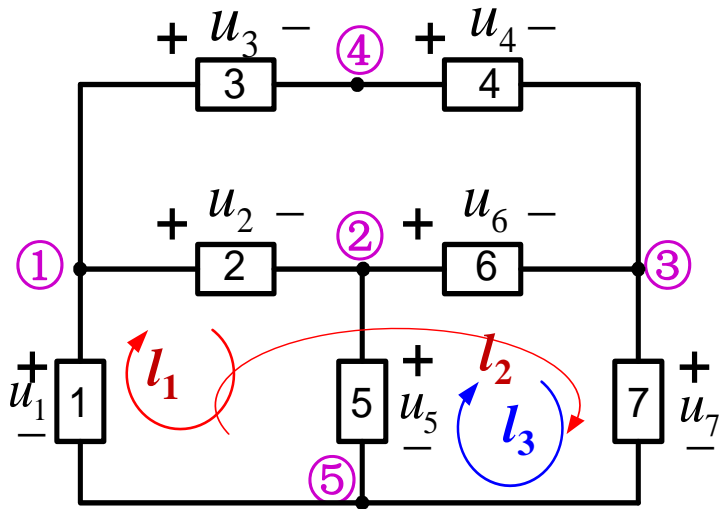
$$\text{回路 } l_2: u_6 + u_7 = u_5$$

$$\text{回路 } l_3: u_3 + u_4 = u_6 + u_2$$

$$\text{回路 } l_4: u_3 + u_4 + u_5 = -u_1 + u_6$$

1.7 基尔霍夫定律

3、应用推论：在集中参数电路中，任意两点之间的电压具有确定值，与计算路径无关。



基尔霍夫电压定律示例

$$u_{15} = u_1$$

$$u_{15} = u_2 + u_5$$

$$u_{15} = u_2 + u_6 + u_7$$

回路 l_1 : $u_1 = u_2 + u_5$

回路 l_2 : $u_1 = u_2 + u_6 + u_7$

$$u_{25} = u_5$$

$$u_{25} = u_1 - u_2$$

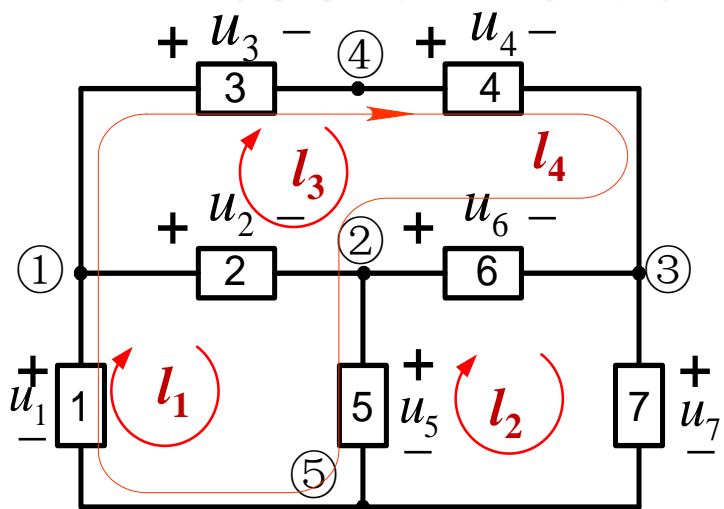
$$u_{25} = u_6 + u_7$$

回路 l_1 : $u_1 - u_2 = u_5$

回路 l_3 : $u_5 = u_6 + u_7$

1.7 基尔霍夫定律

4 KVL方程独立性的讨论



基尔霍夫电压定律示例

$$\left. \begin{aligned}
 \text{回路 } l_1: & -u_1 + \cancel{u_2} + u_5 = 0 \\
 \text{回路 } l_3: & u_3 + u_4 - u_6 - \cancel{u_2} = 0 \\
 \text{回路 } l_2: & -u_5 + u_6 + u_7 = 0 \\
 \text{回路 } l_4: & -u_1 + u_3 + u_4 - u_6 + u_5 = 0 \\
 & -u_1 + u_3 + u_4 - u_6 + u_5 = 0
 \end{aligned} \right\}$$

可以验证：任一回路的KVL方程均是组成该回路的各个网孔上KVL方程的代数和。但是每个网孔的KVL方程却不能表示成其余网孔KVL方程的代数和或其它线性组合。由此可见，平面电路网孔上的KVL方程是一组独立方程。

1.7 基尔霍夫定律

可以证明：

平面电路的网孔数即独立KVL方程的个数，
等于 $b-(n-1)$ 。

选取独立回路的方法：

方法1、网孔法

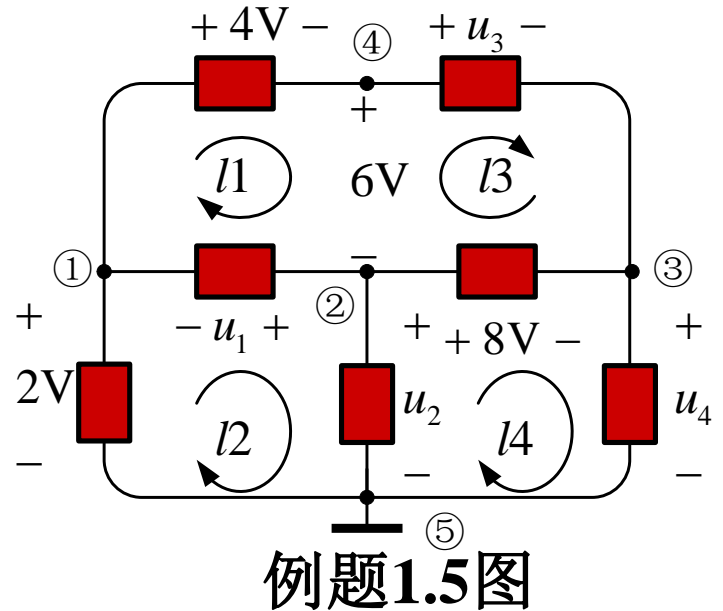
方法2、新支路法--**新增回路中必须有新支路：**

新选的回路中要包含已选的回路中没有的支路，
则新选的回路相对于已选的回路而言是独立的。

1.7 基尔霍夫定律

【例题1.5】 电路如图所示。
已知部分支路电压，
求出其它支路电压。

解：



回路 l_1 : $4\text{V} + 6\text{V} + u_1 = 0 \Rightarrow u_1 = -4\text{V} - 6\text{V} = -10\text{V}$

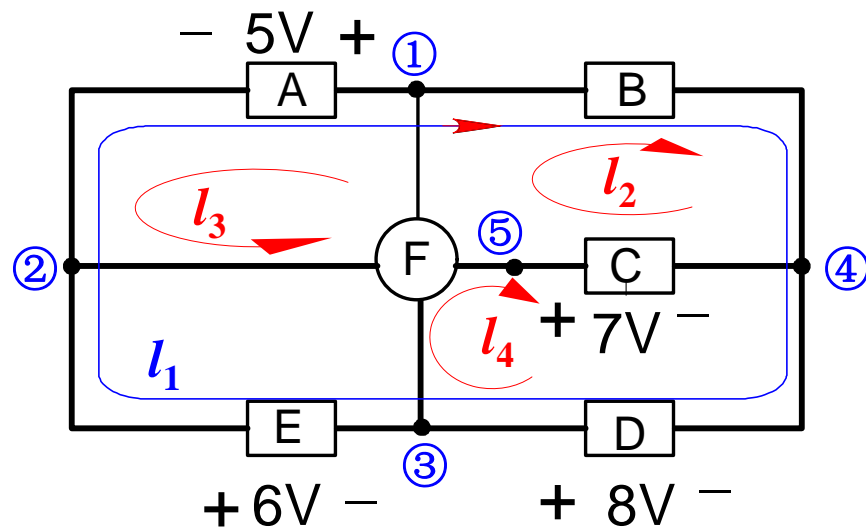
回路 l_2 : $-u_1 + u_2 - 2\text{V} = 0 \Rightarrow u_2 = u_1 + 2\text{V} = -8\text{V}$

回路 l_3 : $u_3 - 6\text{V} - 8\text{V} = 0 \Rightarrow u_3 = 6\text{V} + 8\text{V} = 14\text{V}$

回路 l_4 : $8\text{V} + u_4 - u_2 = 0 \Rightarrow u_4 = -8\text{V} + u_2 = -16\text{V}$

1.7 基尔霍夫定律

【例题1.6】电路如图所示。
已知部分支路电压，
求电压 u_{14} 、 u_{15} 、 u_{52} 、 u_{53} 。



解：

回路 l_1 : $u_{14} = 5V + 6V + 8V = 19V$

回路 l_2 : $u_{15} = u_{14} + u_{45} = 19V - 7V = 12V$

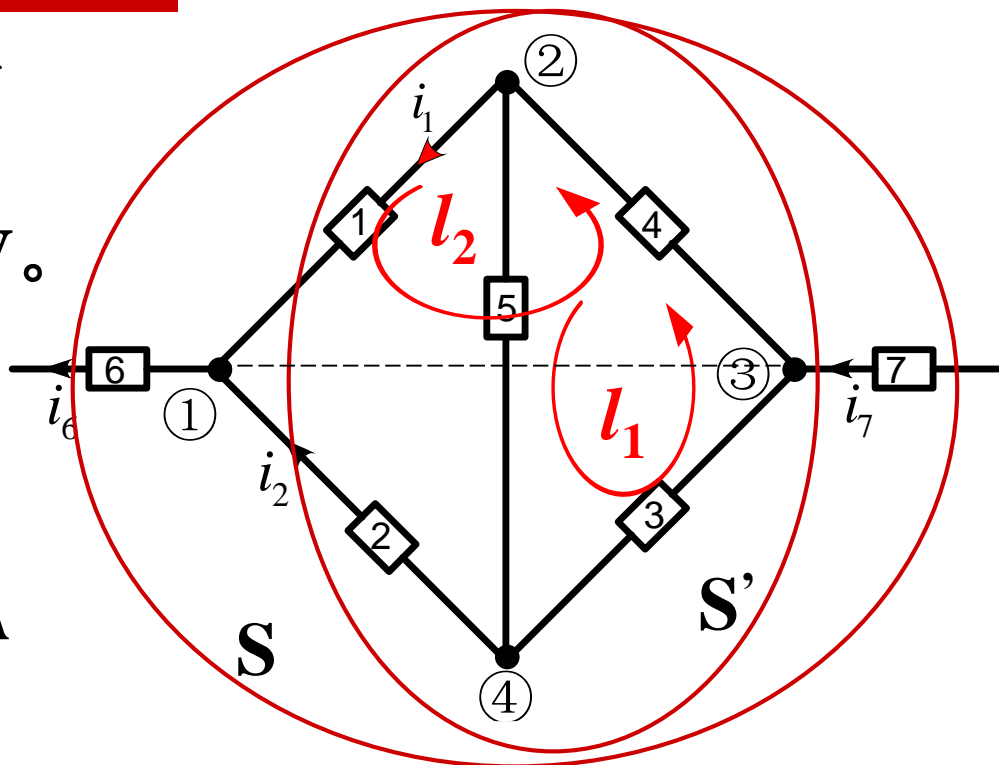
回路 l_3 : $u_{52} = u_{51} + u_{12} = -12V + 5V = -7V$

回路 l_4 : $u_{53} = u_{54} + u_{43} = 7V - 8V = -1V$

例题1.6图

1.7 基尔霍夫定律

【例题1.7】 电路如图所示
已知 $i_2=1\text{A}$, $i_7=2\text{A}$,
 $u_{13}=-3\text{V}$ 、 $u_{24}=5\text{V}$ 、 $u_{34}=2\text{V}$ 。
求支路1发出的功率



解：对S'列KCL方程

$$i_1 = i_7 - i_2 = 2\text{A} - 1\text{A} = 1\text{A}$$

对回路 l_1 列KCL方程

$$u_{24} + u_{43} + u_{32} = 0 \Rightarrow u_{32} = -u_{24} + u_{34} = -5\text{V} + 2\text{V} = -3\text{V}$$

对回路 l_2 列KCL方程

$$u_{32} + u_{21} + u_{13} = 0 \Rightarrow u_{21} = -u_{32} - u_{13} = 3\text{V} + 3\text{V} = 6\text{V}$$

支路1发出的功率为 $p = -u_{21} \times i_1 = -6\text{V} \times 1\text{A} = -6\text{W}$

例题1.7图

1.7 基尔霍夫定律

【例题1.8】 求图示电路中每个电压源发出的功率。

解：1 根据KVL求得各电阻电压

$$u_1 = 4V + 6V = 10V$$

$$u_2 = 8V + 6V = 14V$$

$$u_3 = 8V - 4V = 4V$$

2 由欧姆定律求出各电阻电流

$$i_1 = \frac{u_1}{20\Omega} = 0.5A \quad i_2 = \frac{u_2}{40\Omega} = 0.35A \quad i_3 = \frac{u_3}{80\Omega} = 0.05A$$

3 对各节点列写KCL方程，求得各电压源电流

节点①： $i_4 = i_1 - i_3 = 0.45A$

节点②： $i_5 = i_1 + i_2 = 0.85A$

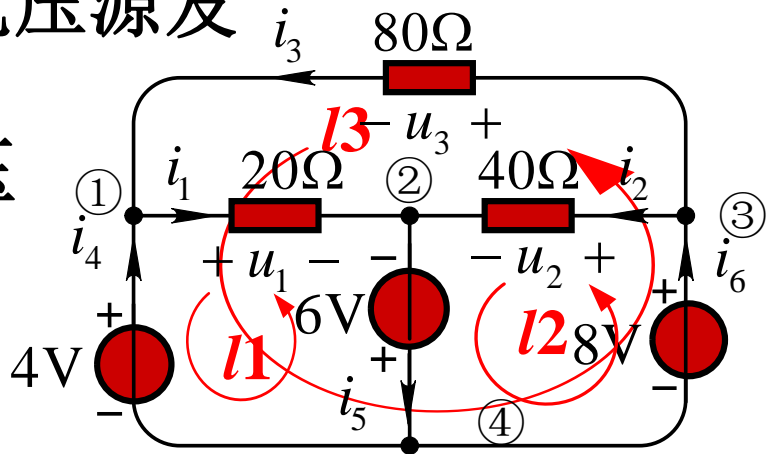
节点③： $i_6 = i_2 + i_3 = 0.4A$

4 计算各电压源发出的功率

$$p_4 = 4V \times i_4 = 1.8W$$

$$p_6 = 6V \times i_5 = 5.1W$$

$$p_8 = 8V \times i_6 = 3.2W$$



1.7 基尔霍夫定律

【例题1.9】 求图示电路中电压源与电流源各自提供的功率。

解：1 由回路 l_1 , l_2 的KVL方程分别求得

$$u_2 = -5V + 1V = -4V$$

$$u_1 = 2\Omega \times 1A + u_2 = -2V$$

2 由欧姆定律求得电阻电流

$$i_2 = \frac{u_2}{1\Omega} = -4A \quad i_4 = \frac{5V}{5\Omega} = 1A$$

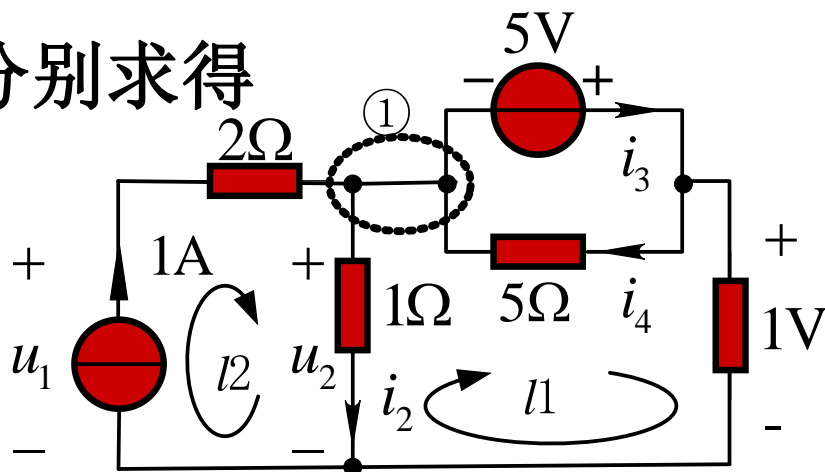
3 由节点①的KCL方程求得
流过电压源的电流

$$i_3 = 1A - i_2 + i_4 = 6A$$

4 电压源和电流源发出功率

$$p_{5V} = 5V \times i_3 = 30W$$

$$p_{1A} = u_1 \times 1A = -2W$$



例题1.9图

1.7 基尔霍夫定律

【例题1.10】求两个受控电源各自发出的功率。

解：

1 对节点②列KCL方程求得 i_1

$$i_1 + 2i_1 = 9\text{A} \Rightarrow i_1 = 3\text{A}$$

2 电阻电压

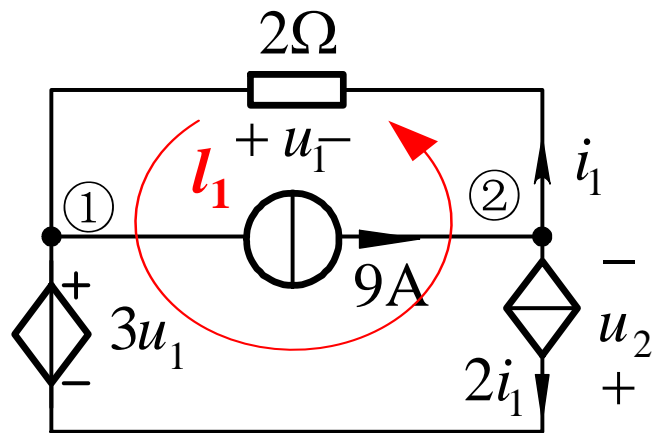
$$u_1 = -(2\Omega \times i_1) = -6\text{V}$$

3 利用KVL方程求得受控电流源端口电压

$$u_2 = -3u_1 + u_1 = 12\text{V}$$

4 受控电流源发出的功率为 $p_{\text{CCCS}} = u_2 \times 2i_1 = 72\text{W}$

5 受控电压源发出的功率为 $p_{\text{VCVS}} = 3u_1 \times 2i_2 = -108\text{W}$



例题1.10图

本章小结

基本物理量

1 电流 $i = \frac{dq}{dt}$ 单位：安培 (A)

2 电压 $u = \frac{dw}{dq}$ 单位：伏特 (V)

3 功率 $p = \frac{dw}{dt} = ui$ 单位：瓦特 (W)

4 能量 $w(t) = \int_{t_0}^t p(\xi) d\xi = \int_{t_0}^t u(\xi) i(\xi) d\xi$ 单位：焦耳 (J)

基本元器件

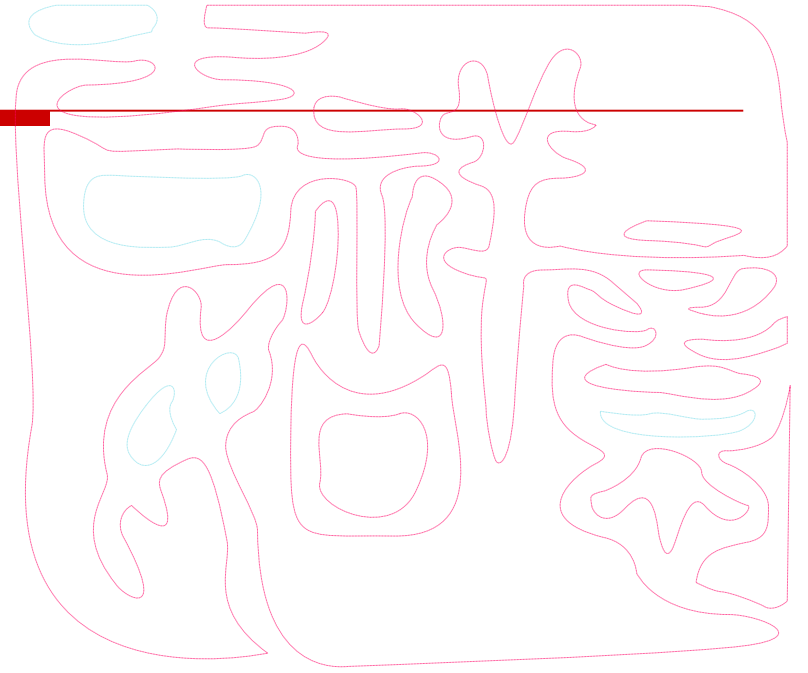
1 电阻元件 2 电容元件 3 电感元件

4 电压源元件 5 电流源元件 6 受控源元件

基本定律

1 基尔霍夫电流定律 $\sum i_k = 0$

2 基尔霍夫电压定律 $\sum u_k = 0$



本章完！

