

电路

第2章 线性直流电路

开课教师： 王灿

开课单位： 机电学院--电气工程学科



2.5 节点电压法

节点电压法:

(1) 以节点电压为未知量列写电路方程分析电路的方法，适用于节点较少的电路。

(2) 基本思想:

- ① 选节点电压为未知量，则KVL自动满足，无需列写KVL方程。
- ② 各支路电流、电压可视为节点电压的线性组合，求出节点电压后，则可以方便的得出各支路的电压、电流。

2.5 节点电压法

节点电压法：

(3) 列写的方程数：

节点电压法是列写节点上的KCL方程，故独立方程数量为： $(n-1)$

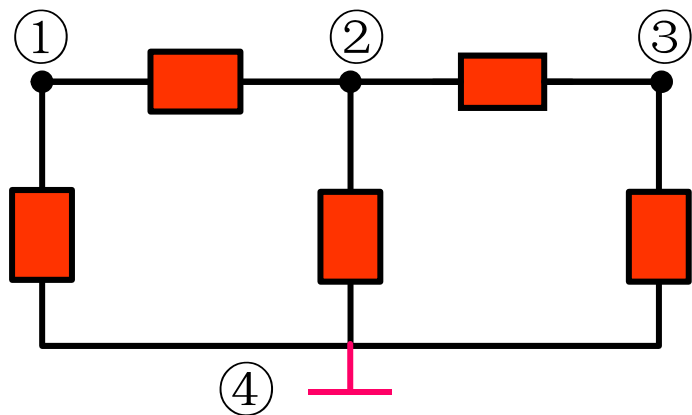
注意：

与支路电流法相比，方程数减少 $b-(n-1)$ 个。

2.5 节点电压法

基本要求：透彻理解节点电压的概念、熟练掌握节点电压法的原理和方程的列写规则。

1. 节点电压：任选一点作为参考点，其它各点与参考点之间的电压称为该点的节点电压或节点电位。



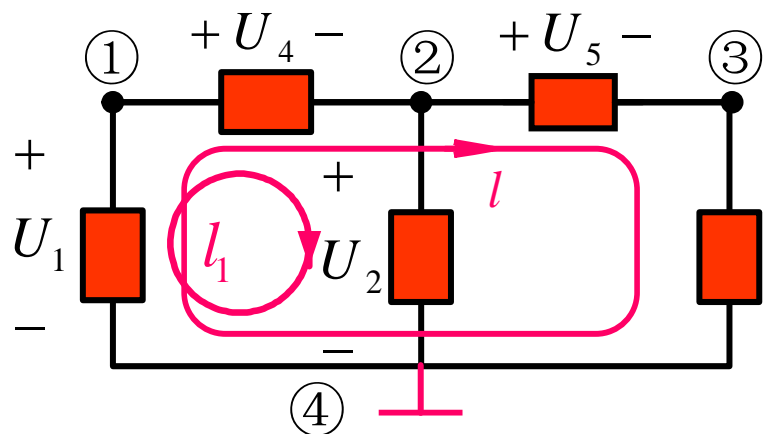
①, ②, ③的节点电压表示:

$$U_{n1} \quad U_{n2} \quad U_{n3}$$

节点电压的特点:

1) 节点电压具有单值性，与路径无关

2.5 节点电压法



2) 任意两点之间的电压可表达成这两个节点电压之差。

$$U_4 = U_1 - U_2 = U_{n1} - U_{n2}$$

$$U_5 = U_2 - U_3 = U_{n2} - U_{n3}$$

3) 当用节点电压表示支路电压时，相当于等价地列了些了KVL方程。

$$-U_1 + U_4 + U_5 + U_3 = 0$$

$$-U_{n1} + (U_{n1} - U_{n2}) + (U_{n2} - U_{n3}) + U_{n3} = 0$$

2. 节点电压法:

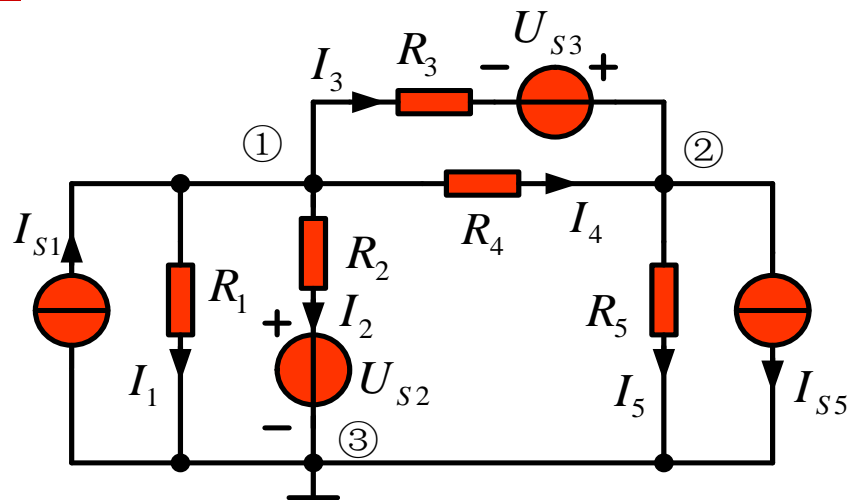
以n-1个节点电压为待求量，对n-1个节点列写KCL方程的方法。

2.5 节点电压法

节点电压方程的列写规则:

1) 以节点③为参考点, 节点①、②的KCL方程为

$$\left. \begin{aligned} I_1 + I_2 + I_3 + I_4 &= I_{S1} \\ -I_3 - I_4 + I_5 &= -I_{S5} \end{aligned} \right\}$$



节点电压法示例

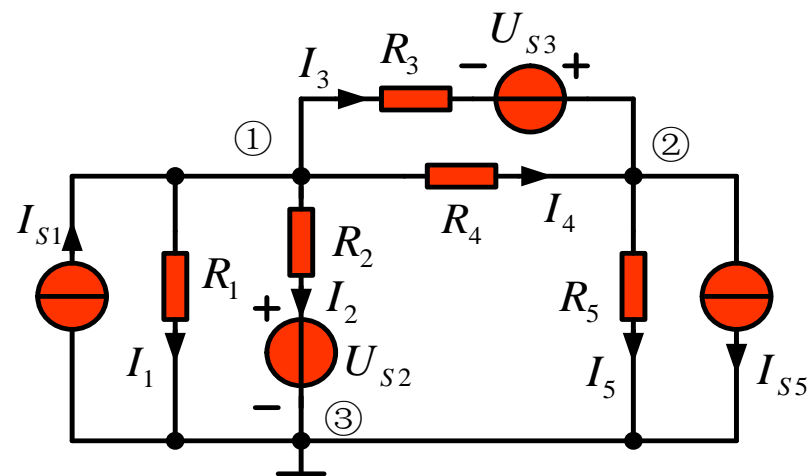
2) 用节点电压表示各个支路电流

$$\frac{U_{n1}}{R_1} + \frac{U_{n1} - U_{S2}}{R_2} + \frac{U_{n1} - U_{n2} + U_{S3}}{R_3} + \frac{U_{n1} - U_{n2}}{R_4} = I_{S1}$$
$$-\frac{U_{n1} - U_{n2} + U_{S3}}{R_3} - \frac{U_{n1} - U_{n2}}{R_4} + \frac{U_{n2}}{R_5} = -I_{S5}$$

2.5 节点电压法

进行整理

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4}\right)U_{n1} - \left(\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4}\right)U_{n2} &= I_{S1} + \frac{U_{S2}}{R_2} - \frac{U_{S3}}{R_3} \\ -\left(\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4}\right)U_{n1} + \left(\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5}\right)U_{n2} &= -I_{S5} + \frac{U_{S3}}{R_3} \end{aligned} \right\}$$



节点电压法示例

3. 标准形式

$$\left. \begin{aligned} G_{11}U_{n1} + G_{12}U_{n2} &= \sum_{\text{节点1}} I_{Sk} + \sum_{\text{节点1}} G_k U_{Sk} \\ G_{21}U_{n1} + G_{22}U_{n2} &= \sum_{\text{节点2}} I_{Sk} + \sum_{\text{节点2}} G_k U_{Sk} \end{aligned} \right\}$$

2.5 节点电压法

推广之：

$$\begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} & \cdots & G_{1(n-1)} \\ G_{21} & G_{22} & \cdots & G_{2(n-1)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ G_{(n-1)1} & G_{(n-1)2} & \cdots & G_{(n-1)(n-1)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{n1} \\ U_{n2} \\ \vdots \\ U_{n(n-1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_1 I_S + \sum_1 G U_S \\ \sum_2 I_S + \sum_2 G U_S \\ \vdots \\ \sum_{n-1} I_S + \sum_{n-1} G U_S \end{bmatrix}$$

节点电导矩阵

节点
电压
向量

节点
源电
流向
量

2.5 节点电压法

规则小结:

1 $G_{11} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4}$, $G_{22} = \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5}$ 分别是与节点①、②

直接相连的各支路电导之和，称为节点①、②的**自导**。

2 $G_{12} = -(\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4})$, $G_{21} = -(\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4})$ 是直接联接在节点①、②

之间的诸支路电导之和并带一负号，称为节点①、②间的**互导**。

3 $\sum_{\text{节点1}} I_{Sk}$, $\sum_{\text{节点2}} I_{Sk}$ 表示与节点①、②相连的电流源电流

代数和，当**电流流入节点时取“+”号**；否则取**“-”号**；

2.5 节点电压法

4 $\sum_{\text{节点1}} G_k U_{Sk}$, $\sum_{\text{节点2}} G_k U_{Sk}$ 分别是与节点①、②相连的电压

源与串联电导乘积的代数和，当电压源正极性端指向节点时，取“+”号；否则取“-”号。

3、4分别称为节点①、②的注入电流或节点源电流。

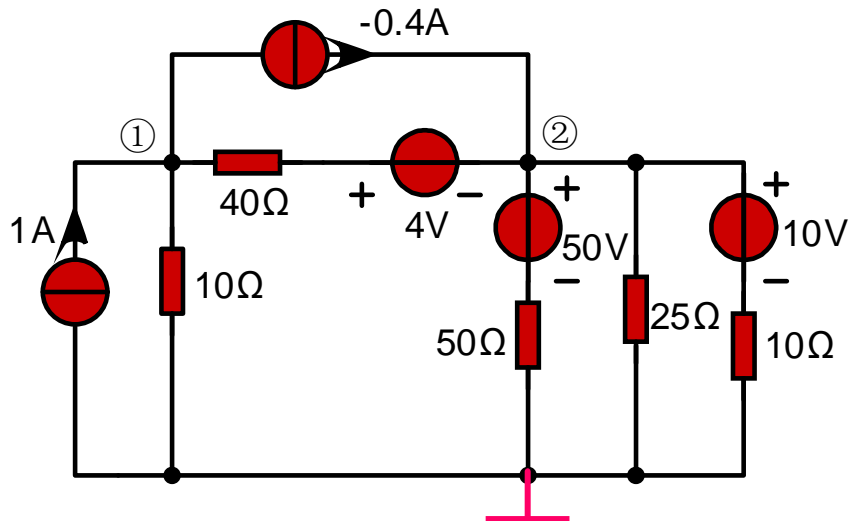
2.5 节点电压法

节点电压法的一般步骤：

- (1) 选定参考节点，标定 $n-1$ 个独立节点；
- (2) 对 $n-1$ 个独立节点，以节点电压为未知量，列写其KCL方程；
- (3) 求解上述方程，得到 $n-1$ 个节点电压；
- (4) 通过节点电压求得各支路电流。

2.5 节点电压法

【例题2.12】求图示电路的节点电压法。



解:选定参考点,给其余节点编号,按一般规则列节点电压法方程

$$\left(\frac{1}{10\Omega} + \frac{1}{40\Omega}\right)U_{n1} - \frac{1}{40\Omega}U_{n2} = 1\text{A} + 0.4\text{A} + \frac{4\text{V}}{40\Omega}$$

$$-\frac{1}{40\Omega}U_{n1} + \left(\frac{1}{40\Omega} + \frac{1}{50\Omega} + \frac{1}{25\Omega} + \frac{1}{10\Omega}\right)U_{n2} = -0.4\text{A} - \frac{4\text{V}}{40\Omega} + \frac{50\text{V}}{50\Omega} + \frac{10\text{V}}{10\Omega}$$

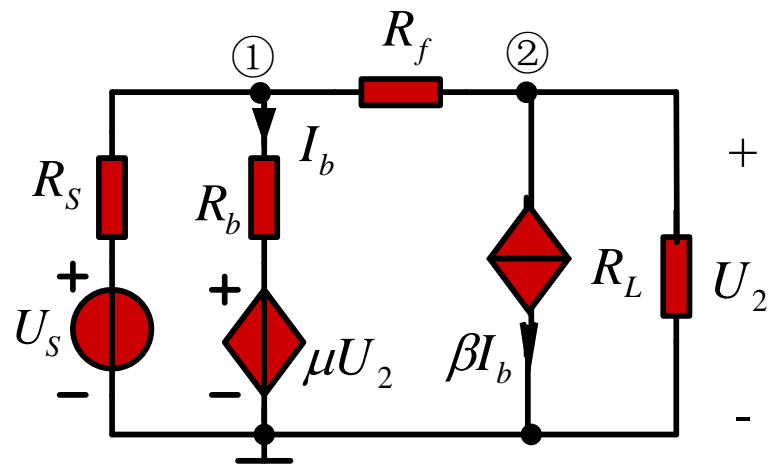
$$\begin{cases} 0.125\text{S} \times U_{n1} - 0.025\text{S} \times U_{n2} = 1.5\text{A} \\ -0.025\text{S} \times U_{n1} + 0.185\text{S} \times U_{n2} = 1.5\text{A} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} U_{n1} = 14\text{V} \\ U_{n2} = 10\text{V} \end{cases}$$

【例题2.13】 列出图示电路的节点电压方程。

解：1. 对节点①、②列出节点电压方程

$$\left(\frac{1}{R_s} + \frac{1}{R_b} + \frac{1}{R_f}\right)U_{n1} - \frac{1}{R_f}U_{n2} = \frac{U_s}{R_s} + \frac{\mu U_2}{R_b}$$

$$-\frac{1}{R_f}U_{n1} + \left(\frac{1}{R_f} + \frac{1}{R_L}\right)U_{n2} = -\beta I_b$$



2 把受控电源的控制量用节点电压来表示

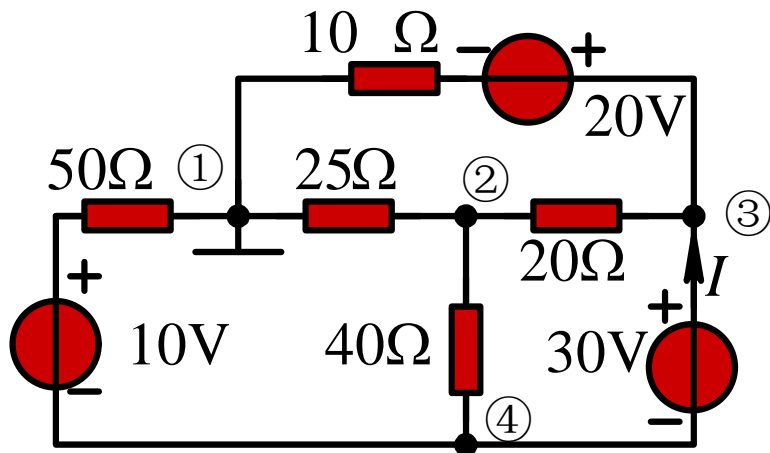
$$U_2 = U_{n2}, \quad I_b = \frac{U_{n1} - \mu U_2}{R_b}$$

3 对方程进行整理：

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{1}{R_s} + \frac{1}{R_b} + \frac{1}{R_f}\right)U_{n1} - \left(\frac{1}{R_f} + \frac{\mu}{R_b}\right)U_{n2} &= \frac{U_s}{R_s} \\ -\left(\frac{1}{R_f} + \frac{\beta}{R_b}\right)U_{n1} + \left(\frac{1}{R_f} + \frac{1}{R_L} - \frac{\beta\mu}{R_L}\right)U_{n2} &= 0 \end{aligned} \right\}$$

2.5 节点电压法

【例题2.14】列出图示电路对应不同参考点的节点电压方程，并计算 25Ω 电阻消耗的功率。



解：将未知电流 I 设为变量列入KCL方程中。

$$\text{节点②: } \left(\frac{1}{25\Omega} + \frac{1}{20\Omega} + \frac{1}{40\Omega}\right)U_{n2} - \frac{1}{20\Omega}U_{n3} - \frac{1}{40\Omega}U_{n4} = 0$$

$$\text{节点③: } -\frac{1}{20\Omega}U_{n2} + \left(\frac{1}{10\Omega} + \frac{1}{20\Omega}\right)U_{n3} = I + \frac{20\text{V}}{10\Omega}$$

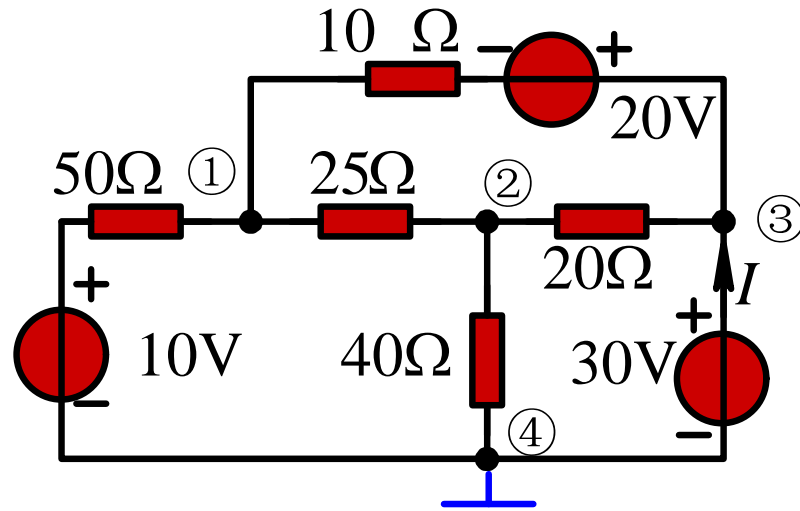
$$\text{节点④: } -\frac{1}{40\Omega}U_{n2} + \left(\frac{1}{40\Omega} + \frac{1}{50\Omega}\right)U_{n4} = -I - \frac{10\text{V}}{50\Omega}$$

2.5 节点电压法

需根据电压源特性列补充方程 $U_{n3} - U_{n4} = 30\text{V}$

要点：1) 将电压源支路的电流设为变量列入方程。
2) 补充电压源两端节点电压之差等于电压源的源电压。

若选择电压源的一端为参考点，则另一端的节点电压便是已知量，问题可以得到简化。



上图以节点④为参考点，则节点③的电压为30V，为已知量

2.5 节点电压法

$$\left(\frac{1}{50\Omega} + \frac{1}{25\Omega} + \frac{1}{10\Omega}\right)U_{n1} - \frac{1}{25\Omega}U_{n2} - \frac{1}{10\Omega} \times 30\text{V} = \frac{10\text{V}}{50\Omega} - \frac{20\text{V}}{10\Omega}$$

$$-\frac{1}{25\Omega}U_{n1} + \left(\frac{1}{25\Omega} + \frac{1}{40\Omega} + \frac{1}{20\Omega}\right)U_{n2} - \frac{1}{20\Omega} \times 30\text{V} = 0$$

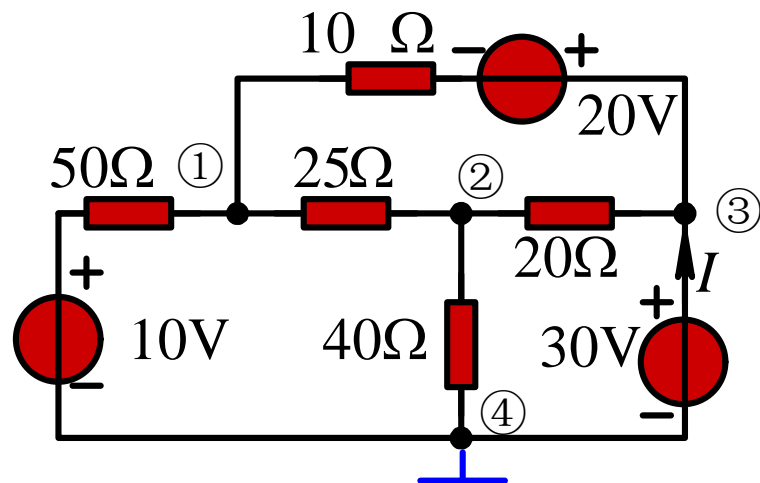
~~$$-\frac{1}{10\Omega}U_{n1} - \frac{1}{20\Omega}U_{n2} + \left(\frac{1}{10\Omega} + \frac{1}{20\Omega}\right)U_{n3} - I = \frac{20\text{V}}{10\Omega}$$~~

$$\begin{cases} 0.16U_{n1} - 0.04U_{n2} = 1.2\text{V} \\ -0.04U_{n1} + 0.115U_{n2} = 1.5\text{V} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} U_{n1} \approx 11.79\text{V} \\ U_{n2} \approx 17.14\text{V} \end{cases}$$

25Ω电阻两端电压及消耗功率分别为：

$$U = U_{n1} - U_{n2} \approx -5.35\text{V}$$

$$P = \frac{U^2}{25\Omega} \approx 1.14\text{W}$$



2.5 节点电压法

【例题2.15】求节点电压及电流源发出的功率。

解： $I_1 + I_2 = 1A$

$$\frac{U_{n1}}{10\Omega} + \frac{U_{n1} - U_{n2} - 20V}{40\Omega} = 1A$$

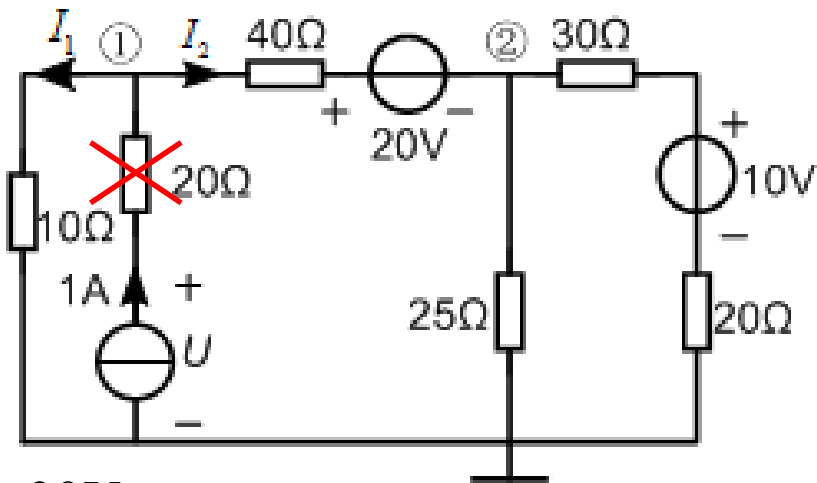
$$\left(\frac{1}{10\Omega} + \frac{1}{40\Omega}\right)U_{n1} - \frac{1}{40\Omega}U_{n2} = 1A + \frac{20V}{40\Omega}$$

$$n_1: \left(\frac{1}{10\Omega} + \frac{1}{40\Omega} + \frac{1}{20\Omega}\right)U_{n1} - \frac{1}{40\Omega}U_{n2} = 1A + \frac{20V}{40\Omega}$$

$$n_2: -\frac{1}{40\Omega}U_{n1} + \left(\frac{1}{40\Omega} + \frac{1}{25\Omega} + \frac{1}{50\Omega}\right)U_{n2} = \frac{10V}{50\Omega} - \frac{20V}{40\Omega}$$

$$\begin{cases} 0.125S \times U_{n1} - 0.025S \times U_{n2} = 1.5A \\ -0.025S \times U_{n1} + 0.085S \times U_{n2} = 0.5A \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} U_{n1} = 14V \\ U_{n2} = 10V \end{cases}$$

$$U = U_{n1} + 20\Omega \times 1A = 14V + 20V = 34V \Rightarrow P = U \times 1A = 34W$$



2.5 节点电压法

【例题2.16】用节点电压法求 I_1 。

解：

$$\textcircled{1}: \left(\frac{1}{1\Omega} + \frac{1}{1\Omega} + \frac{1}{0.5\Omega} \right) U_{n1} - \frac{1}{0.5\Omega} U_{n3} = \frac{3\text{V}}{1\Omega} - 1\text{A}$$

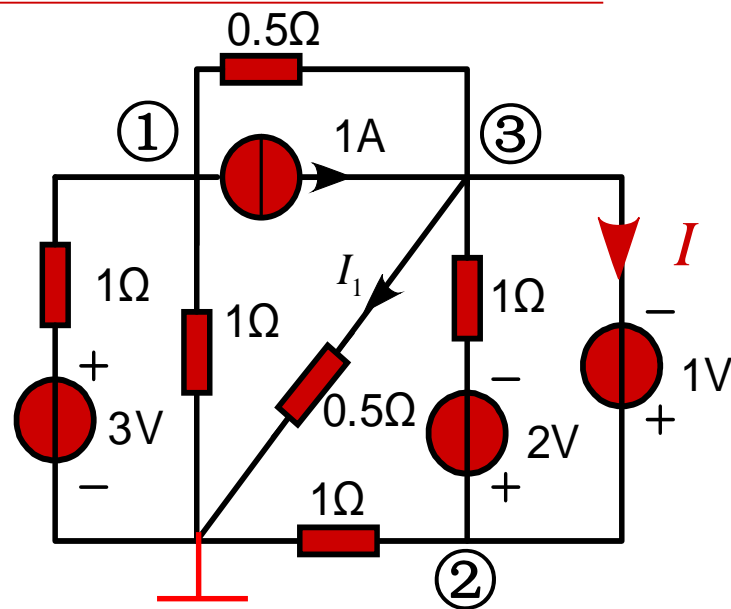
$$\textcircled{2}: \left(\frac{1}{1\Omega} + \frac{1}{1\Omega} \right) U_{n2} - \frac{1}{1\Omega} U_{n3} = \frac{2\text{V}}{1\Omega} + I$$

$$\textcircled{3}: -\frac{1}{0.5\Omega} U_{n1} - \frac{1}{1\Omega} U_{n2} + \left(\frac{1}{0.5\Omega} + \frac{1}{0.5\Omega} + \frac{1}{1\Omega} \right) U_{n3} = 1\text{A} - \frac{2\text{V}}{1\Omega} - I$$

补充

$$U_{n2} - U_{n3} = 1\text{V}$$

$$U_{n1} = 0.625\text{V}, U_{n2} = 1.25\text{V}, U_{n3} = 0.25\text{V}, I_1 = 0.5\text{A}$$



2.5 节点电压法

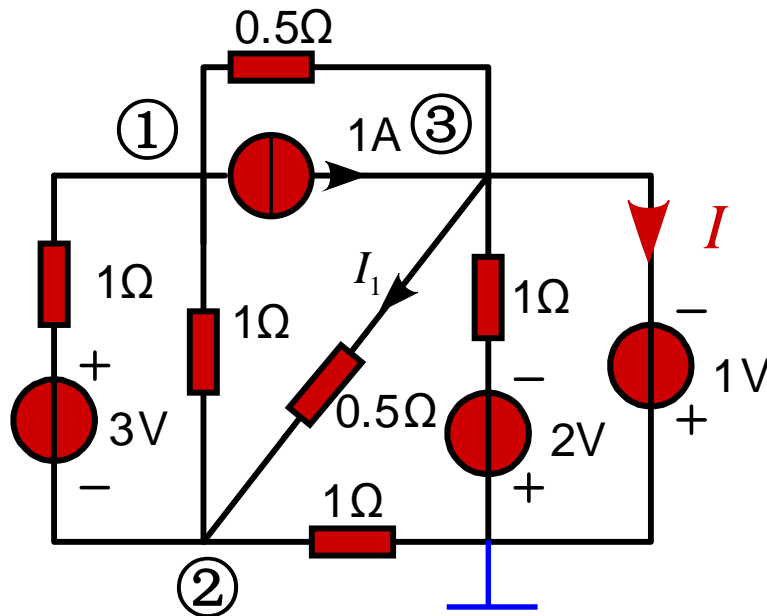
重新编号

$$\textcircled{1}: \left(\frac{1}{1\Omega} + \frac{1}{1\Omega} + \frac{1}{0.5\Omega}\right)U_{n1} - \left(\frac{1}{1\Omega} + \frac{1}{1\Omega}\right)U_{n2} - \frac{1}{0.5\Omega}(-1\text{V}) = \frac{3\text{V}}{1\Omega} - 1\text{A}$$

$$\textcircled{2}: -\left(\frac{1}{1\Omega} + \frac{1}{1\Omega}\right)U_{n1} + \left(\frac{1}{1\Omega} + \frac{1}{1\Omega} + \frac{1}{1\Omega} + \frac{1}{0.5\Omega}\right)U_{n2} - \frac{1}{0.5\Omega}(-1\text{V}) = \frac{-3\text{V}}{1\Omega}$$

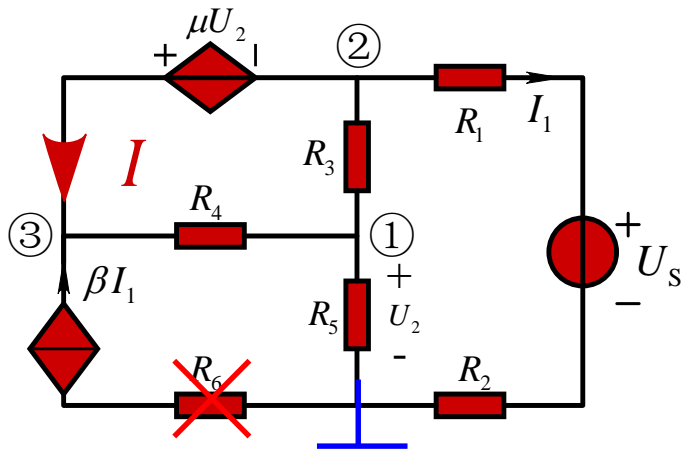
$$U_{n1} = -0.625\text{V}, U_{n2} = -1.25\text{V}, I_1 = 0.5\text{A}$$

参考节点改变之后的各节点电压与原来基准下的相应的节点电压间只差了一个新旧节点之间的电压值



2.5 节点电压法

【例题2.16】列写图示电路的节点电压法方程



补充：

$$\begin{cases} U_{n3} - U_{n2} = \mu U_2 \\ U_2 = U_{n1} \\ I_1 = \frac{U_{n2} - U_S}{R_1 + R_2} \end{cases}$$

解：

$$\textcircled{1} \left(\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} \right) U_{n1} - \frac{1}{R_3} U_{n2} - \frac{1}{R_4} U_{n3} = 0$$

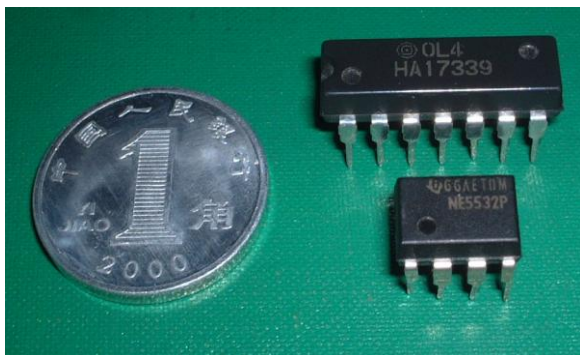
$$\textcircled{2} -\frac{1}{R_3} U_{n1} + \left(\frac{1}{R_1 + R_2} + \frac{1}{R_3} \right) U_{n2} = -I + \frac{U_S}{R_1 + R_2}$$

$$\textcircled{3} -\frac{1}{R_4} U_{n1} + \frac{1}{R_4} U_{n3} = I + \beta I_1$$

2.6 运算放大器

基本要求：掌握实际运算放大器和理想运算放大器的特性。

运算放大器简称运放是一种用集成电路工艺制成的多端元件。



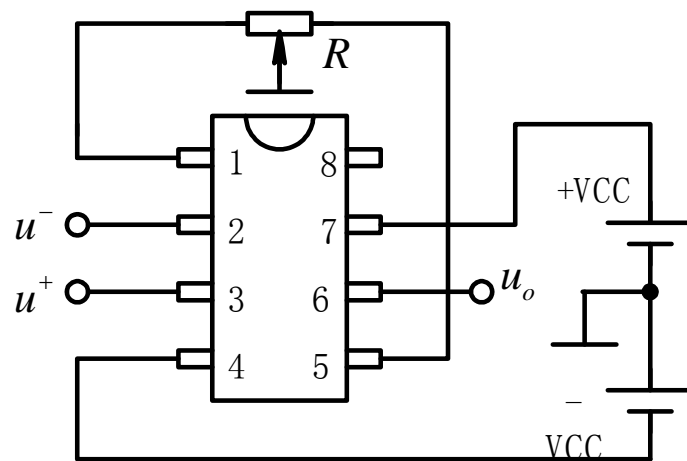
运放的封装图

运放管脚功能介绍

Pin1, Pin5: 调零端。

Pin2: 反相输入端。

Pin3: 同相输入端。



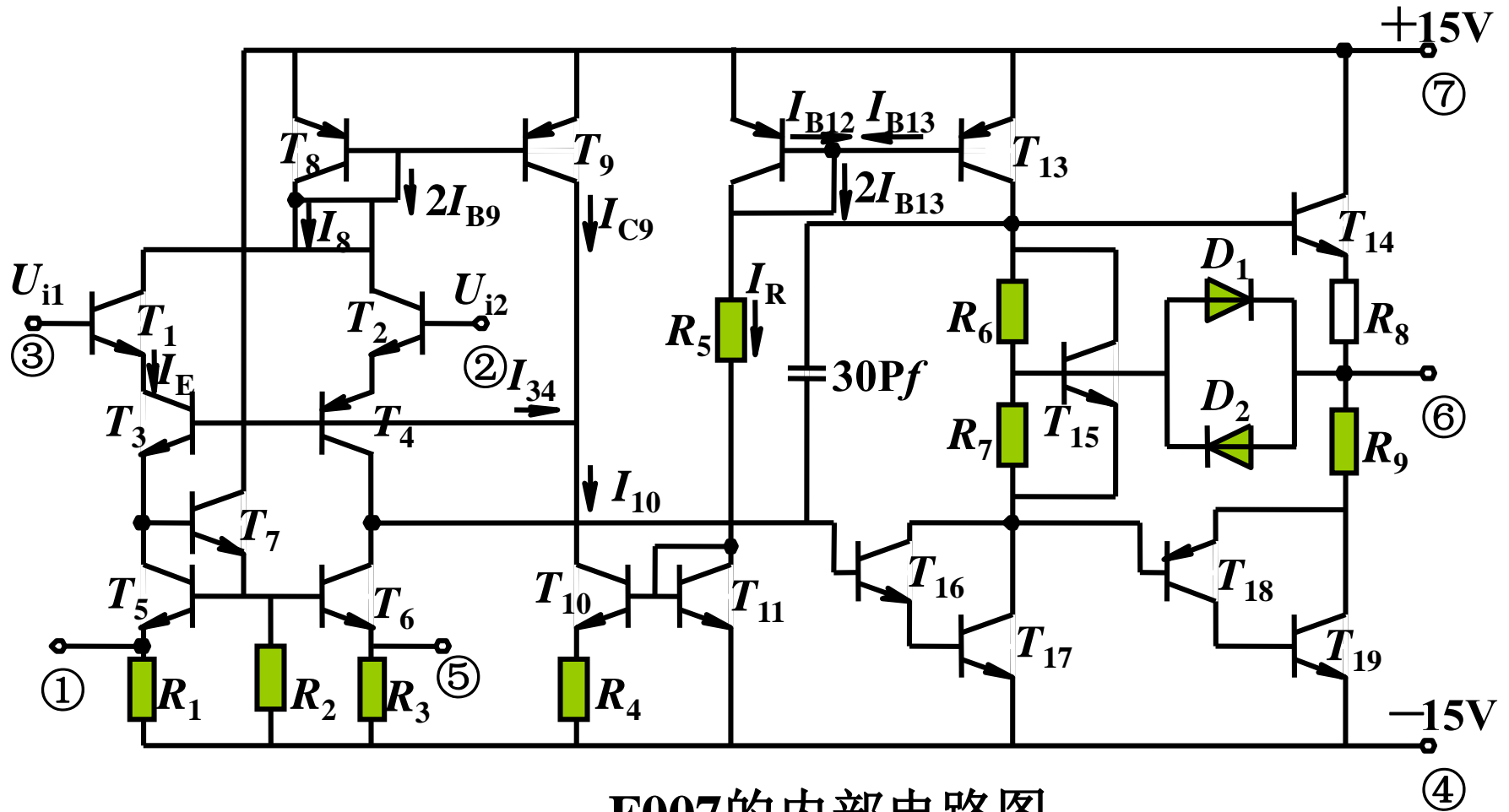
运放的外部接线图

Pin6: 电压输出端。 Pin8: 未用。

Pin4: 负电源接入端。

Pin7: 正电源接入端。

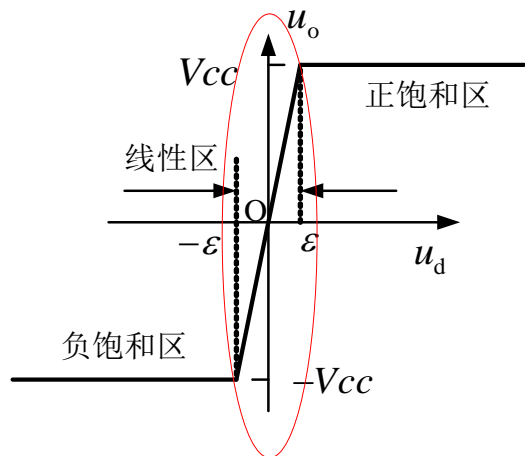
2.6 运算放大器



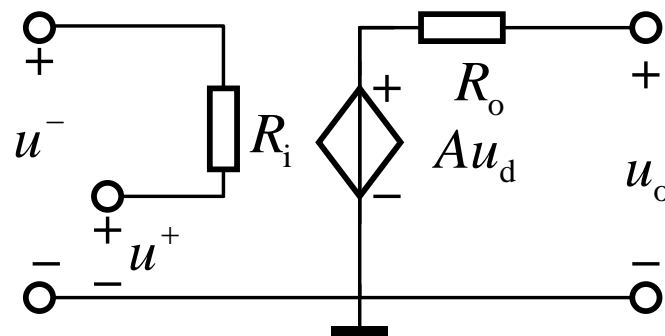
F007的内部电路图

2.6 运算放大器

实际运放的输入输出特性:



运放的输入输出特性



线性区电路模型

$$u_d = u^+ - u^- \quad \text{差分输入电压}$$

$$u_o = A u_d$$

$$\left\{ \begin{array}{l} |u_d| \leq \varepsilon \quad \text{线性区} \\ |u_d| > \varepsilon \quad \text{非线性区} \end{array} \right.$$

A --开环增益或开环电压放大倍数

2.6 运算放大器

运算放大器电路模型中参数的典型取值范围

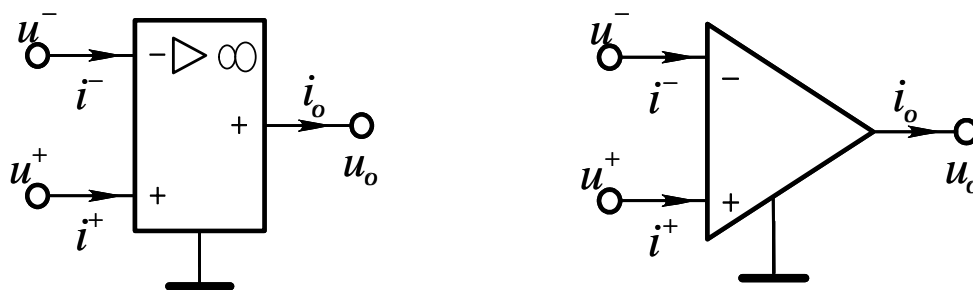
参数名称、符号	典型值	理想值
开环电压增益 A	10^5 到 10^8	∞
输入电阻 R_i	$10^6 \Omega$ 到 $10^{13} \Omega$	∞
输出电阻 R_o	10Ω 到 100Ω	0
工作电压 V_{cc}	5V 到 24V	

注：运放的开环增益非常大，一个微小的输入电压就足以使运放工作到饱和区。因此，为使运放工作在线性区，必须引入负反馈。

2.6 运算放大器

理想运放的模型及特性

理想化条件：无穷大的开环增益、无穷大的输入电阻和零输出电阻。



理想运放的电路符号 (a) 国标符号；(b) 国际通用符号

理想运放的端口特性：

1 因为输入电阻为无穷大，所以输入电流

$$i^- = 0, \quad i^+ = 0$$

电流为零，相当于开路，所以此性质称为**虚断**。

2.6 运算放大器

2 因为开环增益为无穷大，所以输入电压

$$u_d = u^+ - u^- = \frac{u_o}{A} = 0$$

即 $u^+ = u^-$

电压相等，相当于短路，所以此性质称为虚短。



谢

谢！

