

第5章 三相电路

5.3 对称三相电路的计算

5.4 不对称三相电路示例

开课教师： 王灿

开课单位： 机电学院--电气工程学科



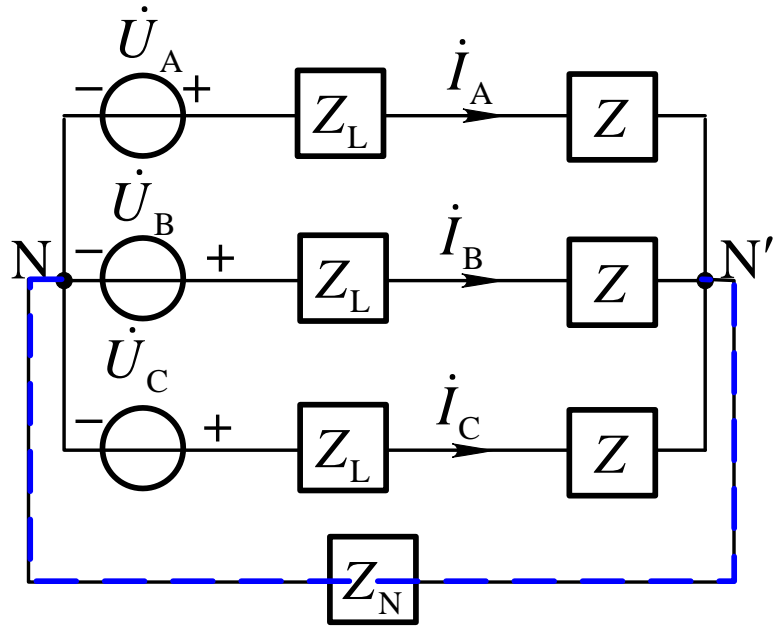
5.3 对称三相电路的计算

基本要求：熟练掌握对称三相电路的单相计算方法。

主要内容

- 一、对称三相Y-Y联结正弦电流电路
- 二、复杂对称三相正弦电流电路

一、对称三相Y-Y联结正弦电流电路(1)



对 N' 点列节点电压方程

$$\left(\frac{3}{Z_L + Z} + \frac{1}{Z_N}\right)\dot{U}_{N'N} = \frac{\dot{U}_A + \dot{U}_B + \dot{U}_C}{Z_L + Z}$$

三相电源对称, 则 $\dot{U}_A + \dot{U}_B + \dot{U}_C = 0$

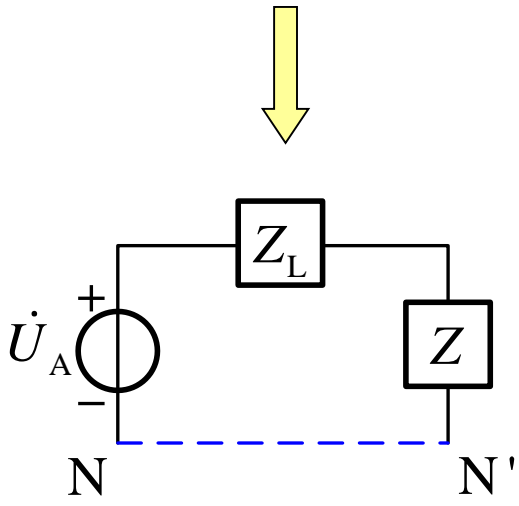
所以 $\dot{U}_{N'N} = 0$

$$\dot{i}_A = \frac{\dot{U}_A}{(Z_L + Z)}$$

$$\dot{i}_B = \frac{\dot{U}_B}{(Z_L + Z)} = \dot{i}_A \angle -120^\circ$$

$$\dot{i}_C = \frac{\dot{U}_C}{(Z_L + Z)} = \dot{i}_A \angle +120^\circ$$

对称性



一、对称三相Y-Y联结正弦电流电路(2)

Y-Y联结对称三相电路特点：

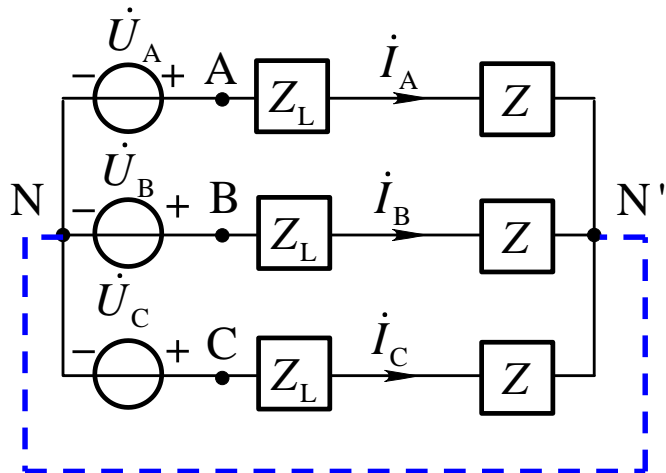
1. Y形联结的各中性点是等电位的，中性线电流恒为零，中性线阻抗对各相、线电压和电流的分布无影响；
2. 由于中性点等电位，各相电流仅决定于各自相电压和相阻抗值，各相计算具有独立性。在计算时，可把各中性点相连组成单相图，任取一相电路进行计算；
3. 因为电路中任一组相、线电压和电流是对称的，所以当用单相图计算出一组相电压和电流之后，其余两相可由对称性直接得到。

四线制工作、取单相计算

【补充5.7】

图示对称三相电路，已知 $Z = (5 + j6)\Omega$ ， $Z_L = (1 + j2)\Omega$ ，

$u_{AB} = 380\sqrt{2} \cos(\omega t + 30^\circ) \text{ V}$ ，试求负载中各电流相量。

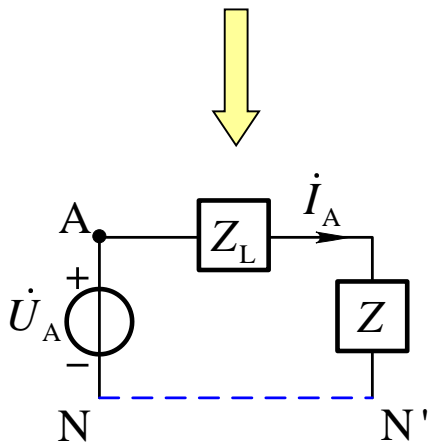


【解】图为对称三相电路，故可以取出一相，按单相电路来计算。

$$\text{已知 } \dot{U}_{AB} = 380 \angle 30^\circ \text{ V}$$

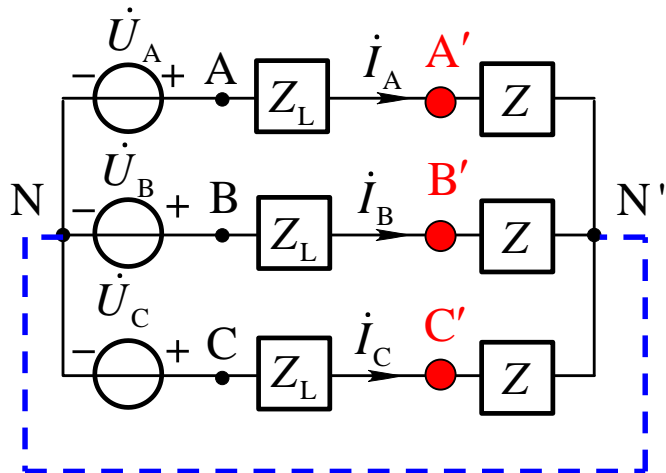
$$\text{则 } \dot{U}_A \approx 220 \angle 0^\circ \text{ V}$$

$$\dot{i}_A = \frac{\dot{U}_A}{Z_L + Z} \approx \frac{220 \angle 0^\circ}{6 + j8} = 22 \angle -53.1^\circ \text{ A}$$



【补充5.7】

图示对称三相电路，已知 $Z = (5 + j6)\Omega$ ， $Z_L = (1 + j2)\Omega$ ， $u_{AB} = 380\sqrt{2} \cos(\omega t + 30^\circ) \text{ V}$ ，试求负载中各电流相量。



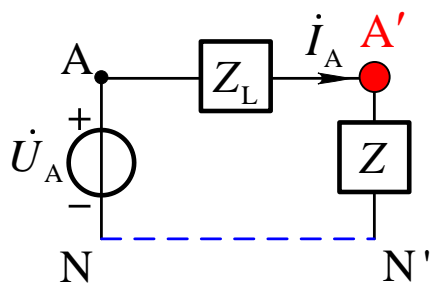
【解】 $\dot{I}_A \approx 22 \angle -53.1^\circ \text{ A}$

根据各相间的对称性可得

$$\dot{I}_B = \dot{I}_A \angle -120^\circ \approx 22 \angle -173.1^\circ \text{ A}$$

$$\dot{I}_C = \dot{I}_B \angle -120^\circ \approx 22 \angle 66.9^\circ \text{ A}$$

请思考负载端的线电压是多少？



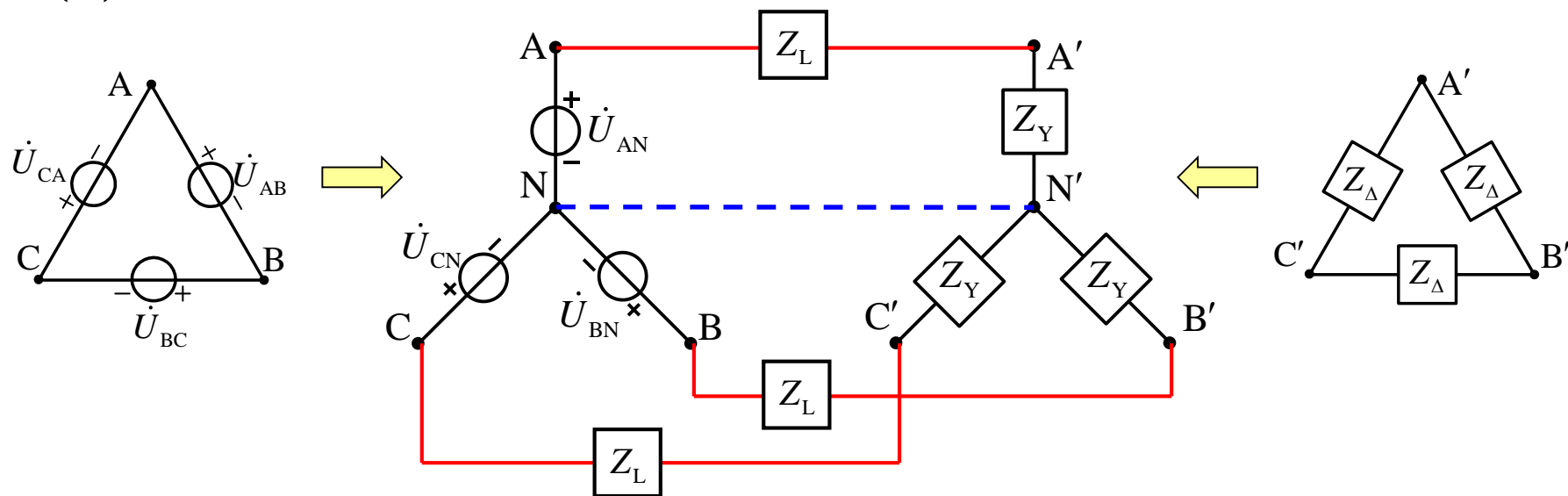
$$\dot{U}_{A'N'} = \dot{I}_A Z = \frac{Z}{Z_L + Z} \dot{U}_A$$

$$\dot{U}_{A'B'} = \sqrt{3} \dot{U}_{A'N'} \angle 30^\circ$$

二、复杂对称三相正弦电路

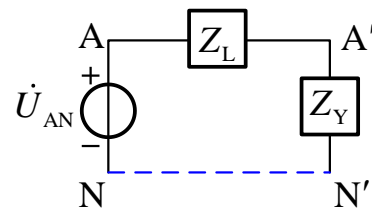
基本思路：化为单相电路进行计算。其步骤为：

(1) 把各三角形联结的电源和负载都等效为星形联结；



(2) 画一条无阻抗的假想中线把电源和负载的中性点连接起来，原有中线上的阻抗均被假想中线短路；

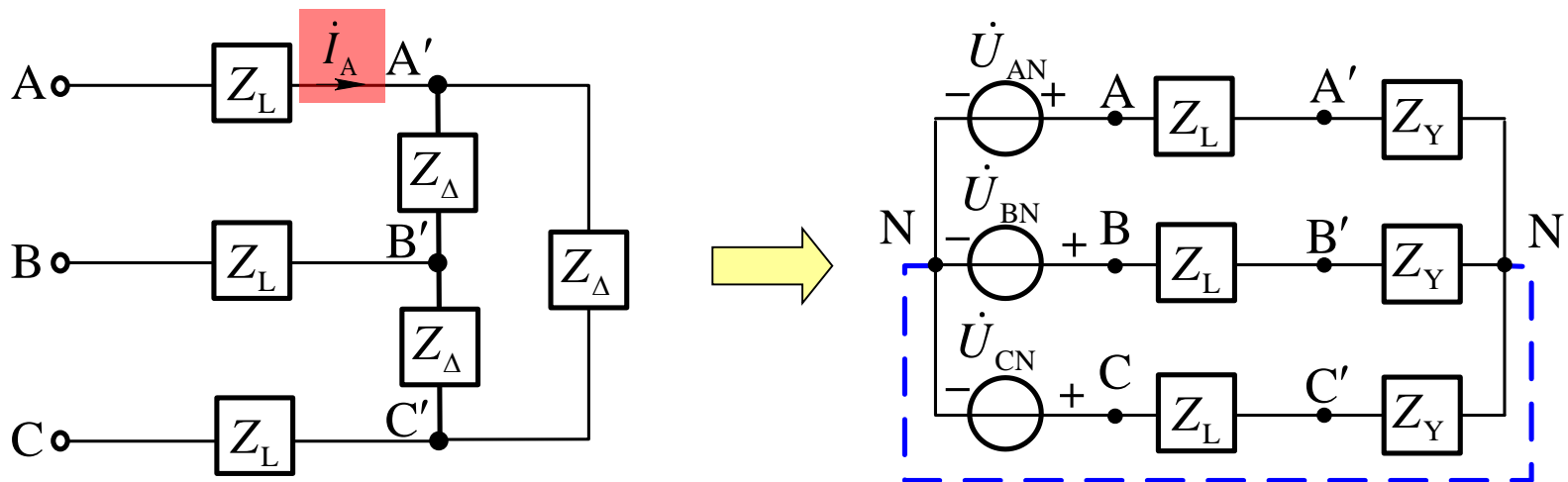
(3) 取出一相进行计算；



(4) 根据对称关系推算其它相(线)电压、电流。

【补充5.8】

如图所示已知对称电源线电压为380V，线阻抗 $Z_L = j2\ \Omega$ ，负载 $Z_\Delta = (24 + j12)\ \Omega$ ，求负载的相电压和相电流有效值。



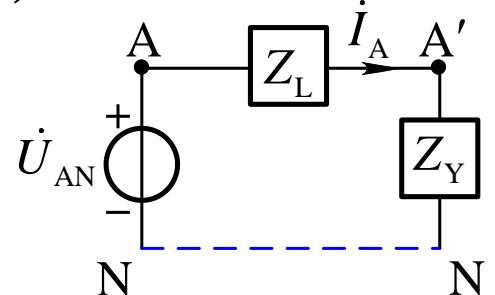
基本思路:

(1) 电源和负载均用星形等效:

$$Z_Y = \frac{1}{3} Z_\Delta = (8 + j4)\ \Omega$$

(2) 作辅助中线，连接各中性点

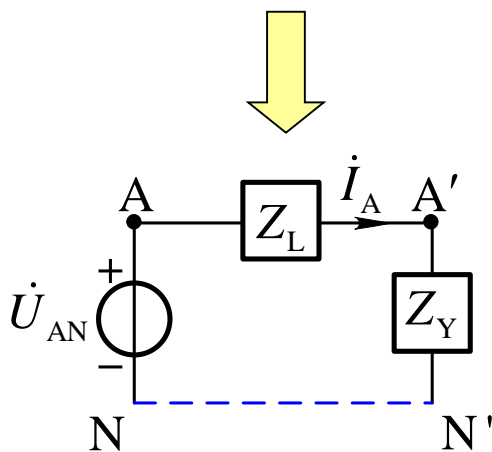
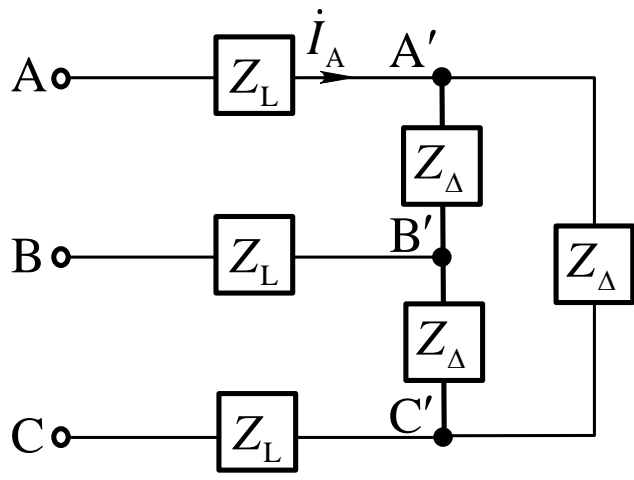
(3) 取出A相计算



(4) 由 Δ 的相、线的关系，求负载的相电压和相电流

【补充5.8】

如图所示已知对称电源线电压为380V，线阻抗 $Z_L = j2\ \Omega$ ，负载 $Z_\Delta = (24 + j12)\ \Omega$ ，求负载的相电压和相电流有效值。



【解】以 \dot{U}_{AN} 为参考正弦量，则

$$\dot{U}_{AN} \approx 220 \angle 0^\circ \text{ V}$$

$$\dot{I}_A = \frac{\dot{U}_{AN}}{Z_L + Z_Y} \approx \frac{220 \angle 0^\circ}{8 + j6} = 22 \angle -36.9^\circ \text{ A}$$

$$\begin{aligned} \dot{U}_{A'N'} &= Z_Y \dot{I}_A \approx (8 + j4) \times 22 \angle -36.9^\circ \\ &= 196.7 \angle -10.3^\circ \text{ V} \end{aligned}$$

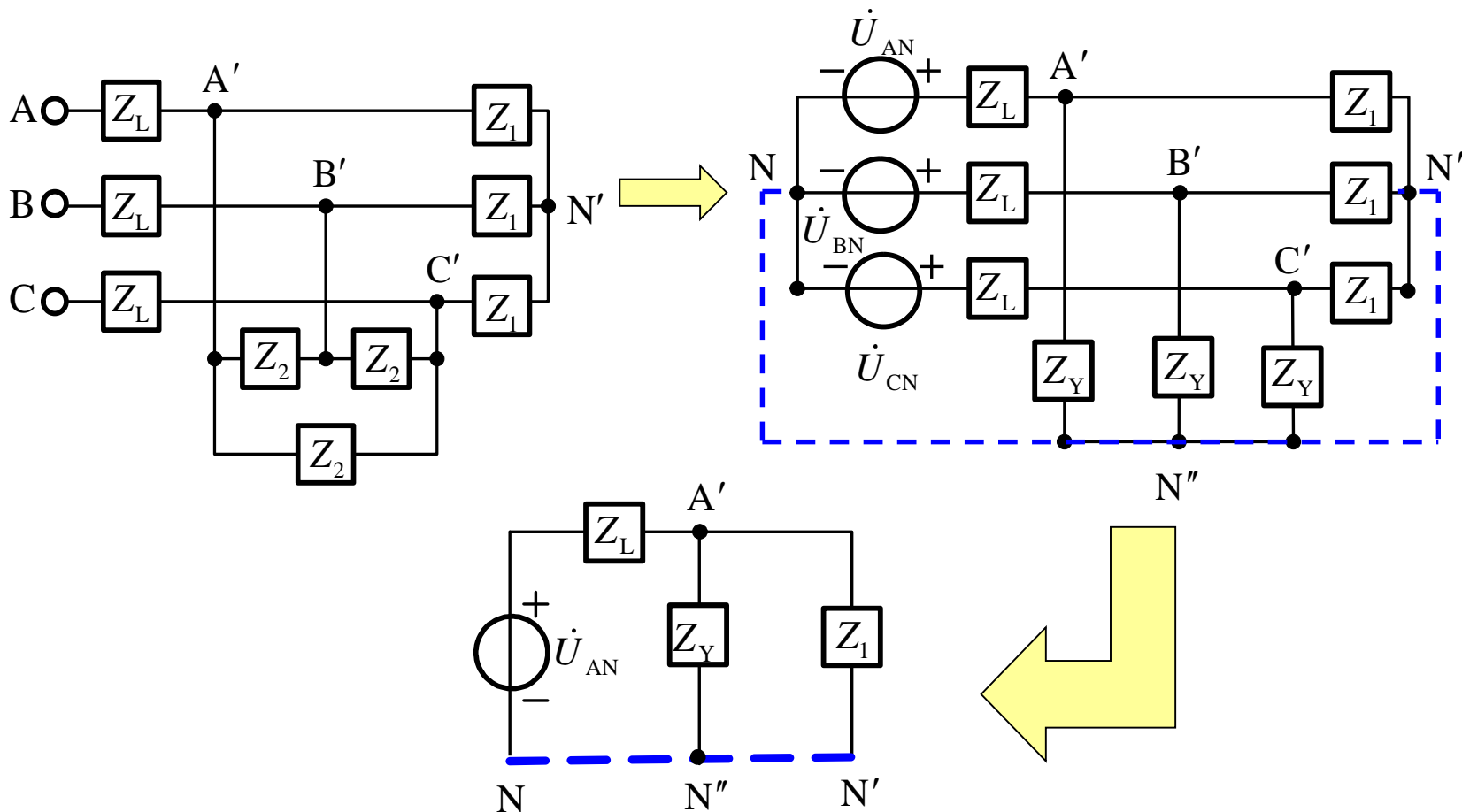
由相线关系求 Δ 负载的相电压和相电流

$$U_{p-\Delta} = U_{A'B'} = \sqrt{3} U_{A'N'} \approx \sqrt{3} \times 196.7 = 340.7 \text{ V}$$

$$I_{p-\Delta} = I_{A'B'} = I_A / \sqrt{3} = 22 / \sqrt{3} \approx 12.7 \text{ A}$$

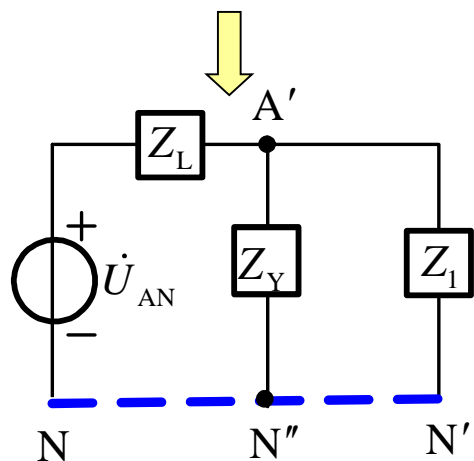
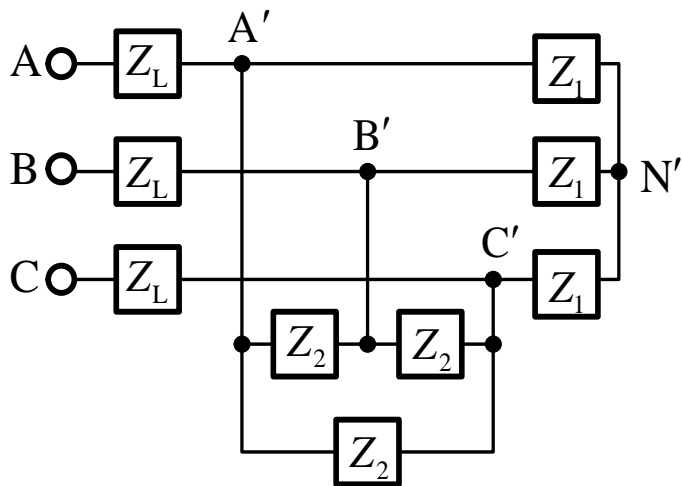
【例题5.2】

对称三相电路如图所示，其中 $Z_1 = 50\Omega$ ， $Z_2 = (90 + j120)\Omega$ ， $Z_L = j5\Omega$ ，设电源电压 $\dot{U}_{AB} = 380\angle 0^\circ \text{V}$ ，
试求各负载的相电压和相电流的相量。



【例题5.2】

对称三相电路如图所示，其中 $Z_1 = 50\Omega$ ， $Z_2 = (90 + j120)\Omega$ ， $Z_L = j5\Omega$ ，设电源电压 $\dot{U}_{AB} = 380\angle 0^\circ \text{V}$ ，试求负载电压和相电流的相量。



【解】图中A相的相电压和等效星形联结负载的阻抗分别为

$$\begin{aligned}\dot{U}_{AN} &= \frac{1}{\sqrt{3}} \dot{U}_{AB} \angle -30^\circ \\ &\approx 220 \angle -30^\circ \text{V}\end{aligned}$$

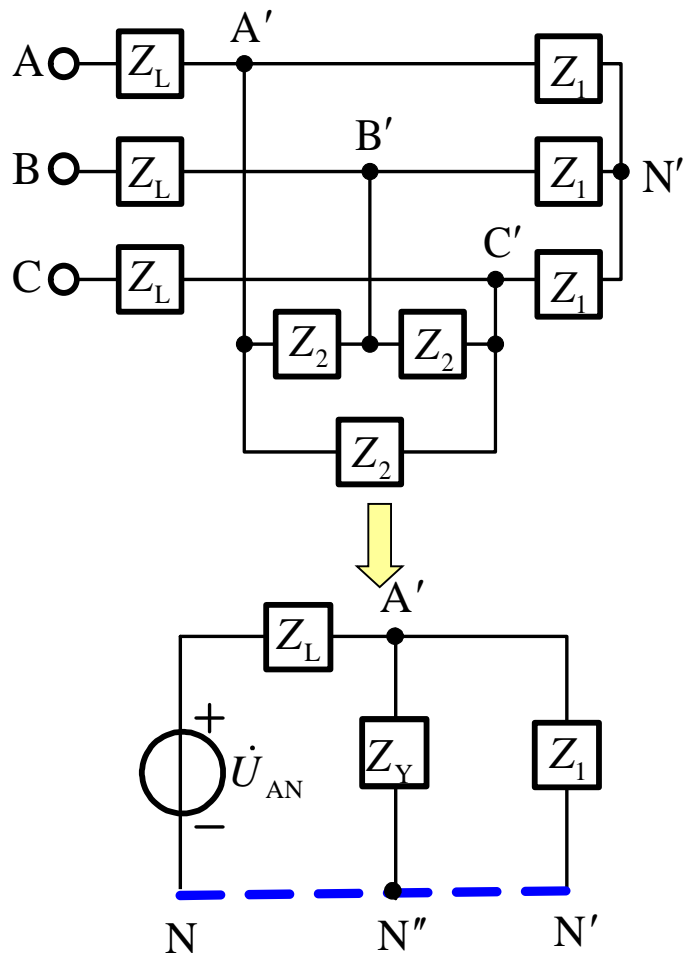
$$Z_Y = \frac{1}{3} Z_2 = (30 + j40)\Omega$$

星形联结负载的相电压为

$$\dot{U}_{A'N''} = \frac{\dot{U}_{AN} / Z_L}{1/Z_1 + 1/Z_Y + 1/Z_L} \approx 202 \angle -38.4^\circ \text{V}$$

【例题5.2】

对称三相电路如图所示，其中 $Z_1 = 50\Omega$ ， $Z_2 = (90 + j120)\Omega$ ， $Z_L = j5\Omega$ ，设电源电压 $\dot{U}_{AB} = 380\angle 0^\circ \text{V}$ ，试求负载电压和相电流的相量。



【解】 $\dot{U}_{A'N'} \approx 202\angle -38.4^\circ \text{V}$

待求的负载电压是指线电压，即

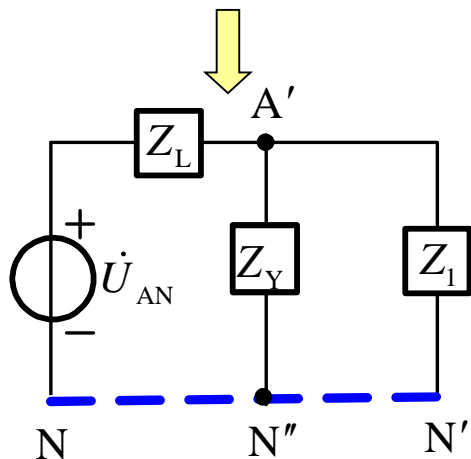
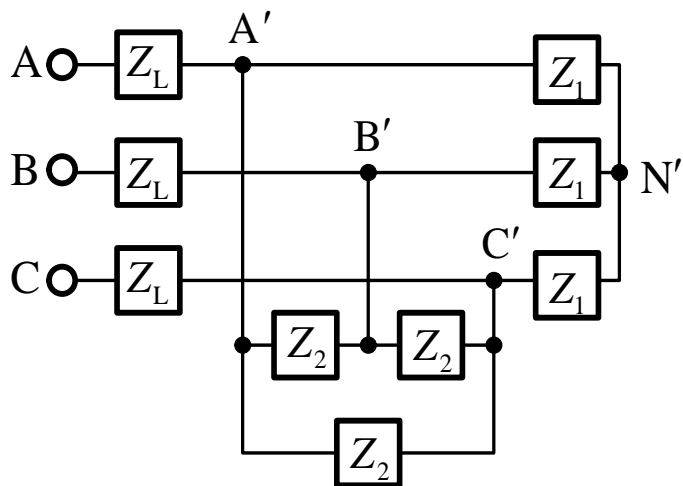
$$\dot{U}_{A'B'} = \sqrt{3}\dot{U}_{A'N'}\angle 30^\circ \approx 350\angle -8.4^\circ \text{V}$$

$$\dot{U}_{B'C'} \approx 350\angle -128.4^\circ \text{V}$$

$$\dot{U}_{C'A'} \approx 350\angle 111.6^\circ \text{V}$$

【例题5.2】

对称三相电路如图所示，其中 $Z_1 = 50\Omega$ ， $Z_2 = (90 + j120)\Omega$ ， $Z_L = j5\Omega$ ，设电源电压 $\dot{U}_{AB} = 380\angle 0^\circ\text{V}$ ，试求负载电压和相电流的相量。



【解】 $\dot{U}_{A'N'} \approx 202\angle -38.4^\circ\text{V}$

星形联结负载 Z_1 的相电流

$$\dot{i}_{A'N'} = \frac{\dot{U}_{A'N'}}{Z_1} \approx \frac{202\angle -38.4^\circ\text{V}}{50\Omega}$$

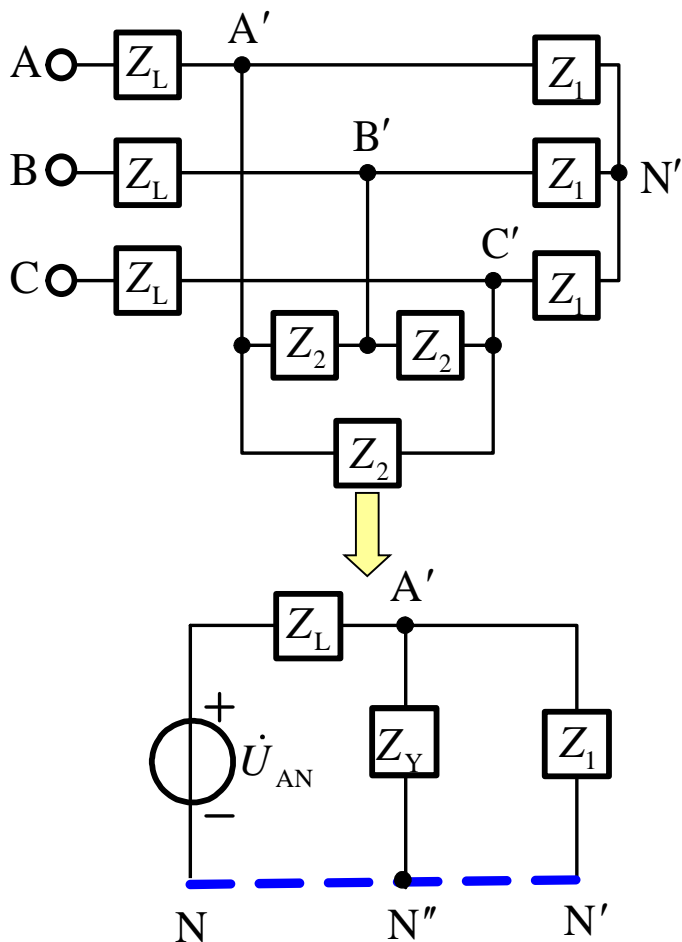
$$\dot{i}_{A'N'} \approx 4.04\angle -38.4^\circ\text{A}$$

$$\dot{i}_{B'N'} \approx 4.04\angle -158.4^\circ\text{A}$$

$$\dot{i}_{C'N'} \approx 4.04\angle 81.6^\circ\text{A}$$

【例题5.2】

对称三相电路如图所示，其中 $Z_1 = 50\Omega$ ， $Z_2 = (90 + j120)\Omega$ ， $Z_L = j5\Omega$ ，设电源电压 $\dot{U}_{AB} = 380\angle 0^\circ\text{V}$ ，试求负载电压和相电流的相量。



【解】 $\dot{U}_{A'B'} \approx 350\angle -8.4^\circ\text{V}$

三角形联结负载 Z_2 的相电流

$$\dot{I}_{A'B'} = \frac{\dot{U}_{A'B'}}{Z_2} \approx \frac{350\angle -8.4^\circ\text{V}}{(90 + j120)\Omega}$$

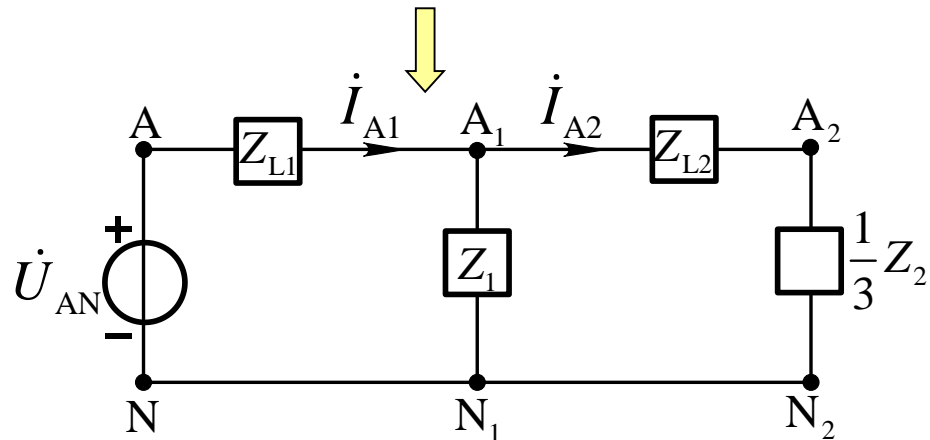
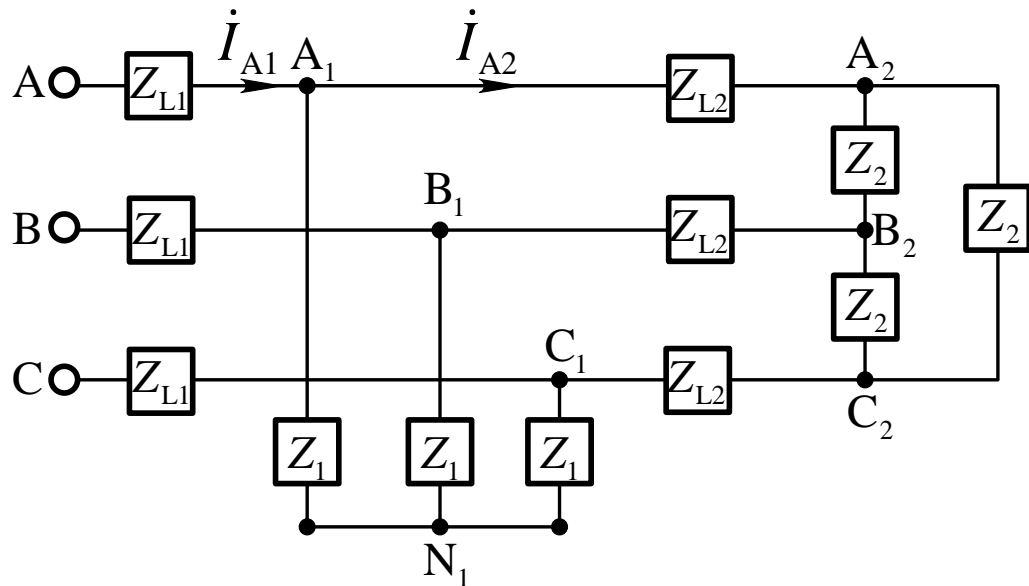
$$\dot{I}_{A'B'} \approx 2.33\angle -61.5^\circ\text{A}$$

$$\dot{I}_{B'C'} \approx 2.33\angle 178.5^\circ\text{A}$$

$$\dot{I}_{C'A'} \approx 2.33\angle 58.5^\circ\text{A}$$

【补充5.9】

对称三相电路如图所示，对称三相电源线电压为 U_1 ，试画出一相等效电路图并求电路中各电压、电流。



【解】

$$\dot{U}_{AN} = \frac{U_1}{\sqrt{3}} \angle 0^\circ$$

电源线电流

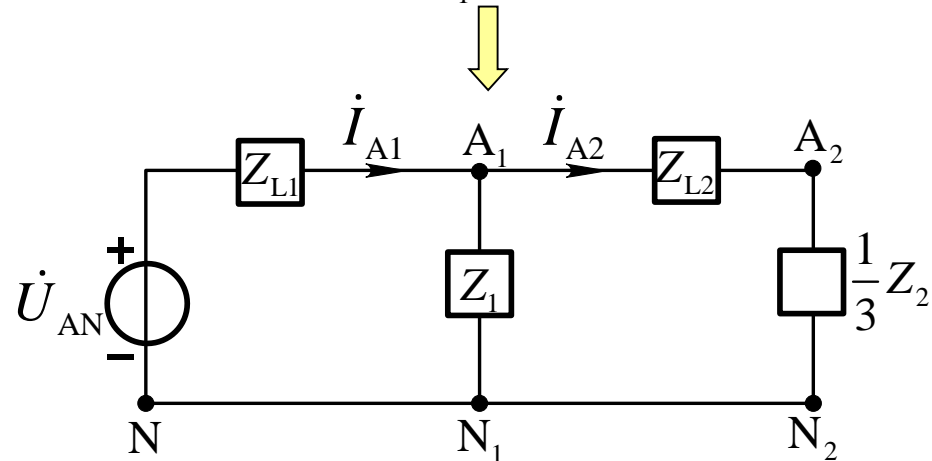
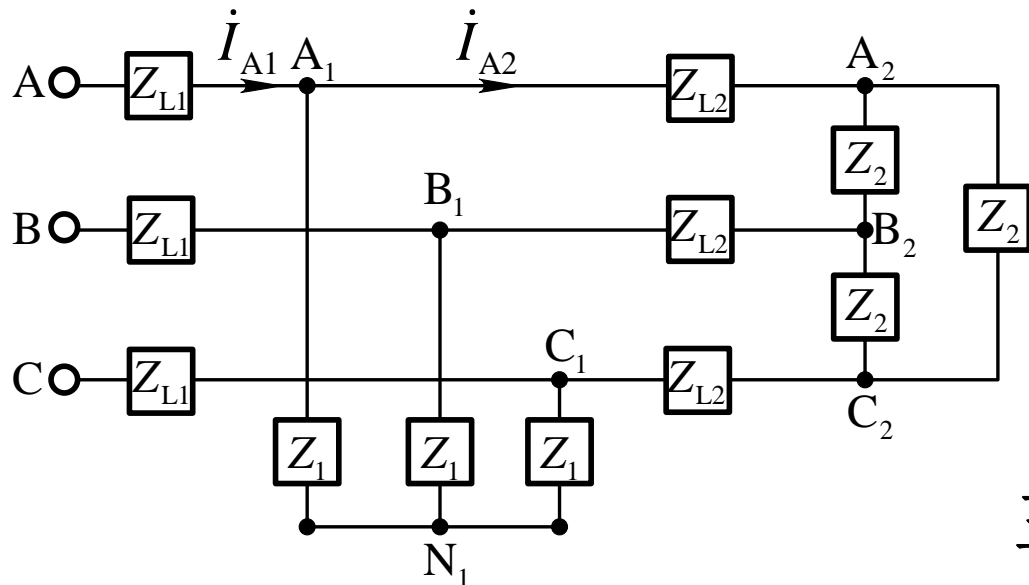
$$\dot{i}_{A1} = \frac{\dot{U}_{AN}}{Z_{L1} + \frac{Z_1(Z_{L2} + Z_2/3)}{Z_1 + (Z_{L2} + Z_2/3)}}$$

星形负载 Z_1 的相电流为

$$\dot{i}_{A1N1} = \frac{(Z_{L2} + Z_2/3)}{Z_1 + (Z_{L2} + Z_2/3)} \dot{i}_{A1}$$

【补充5.9】

对称三相电路如图所示，对称三相电源线电压为 U_1 ，试画出一相等效电路图并求电路中各电压、电流。



【解】 三角形负载 Z_2 的线电流

$$\dot{I}_{A2} = \frac{Z_1}{Z_1 + (Z_{L2} + Z_2 / 3)} \dot{I}_{A1}$$

三角形负载 Z_2 的相电流

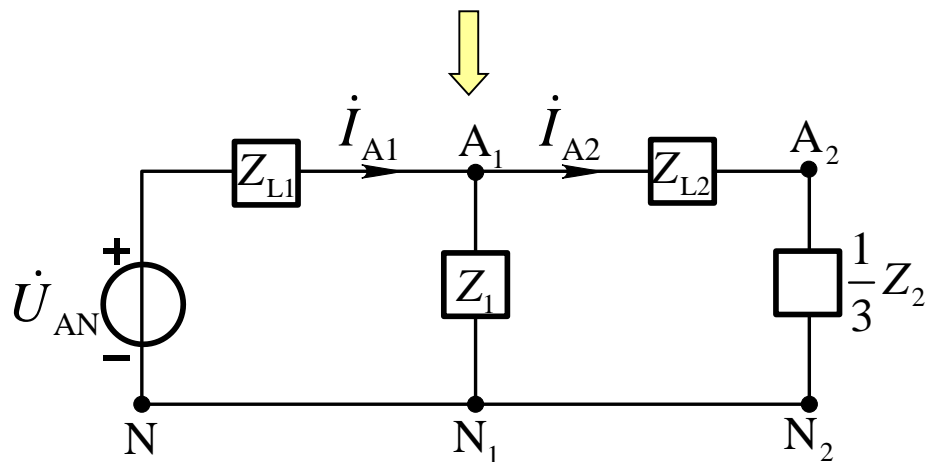
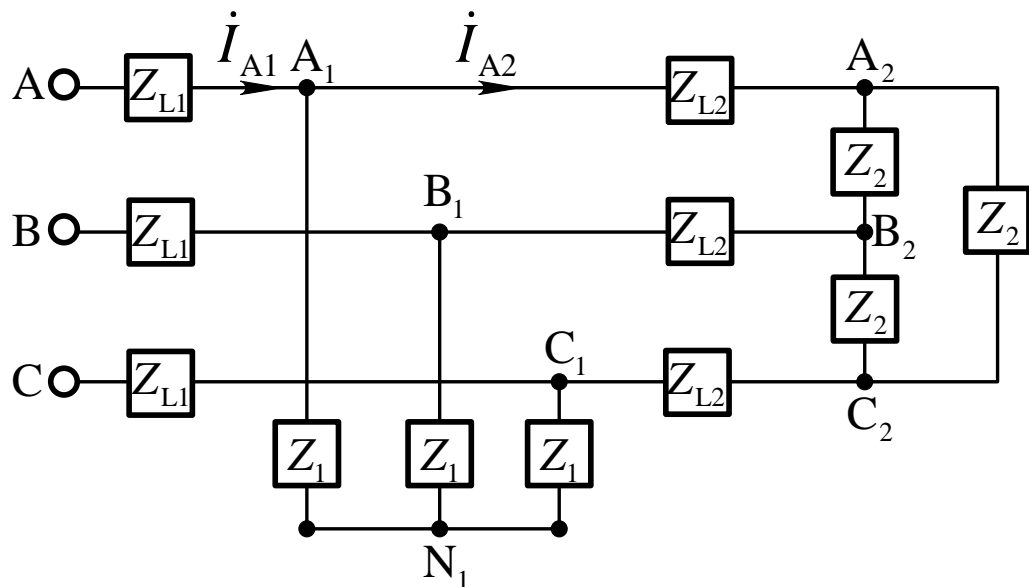
$$\dot{I}_{A_2B_2} = \frac{\dot{I}_{A2}}{\sqrt{3}} \angle 30^\circ$$

三角形负载 Z_2 的相电压

$$\dot{U}_{A_2B_2} = Z_2 \dot{I}_{A_2B_2}$$

【补充5.9】

对称三相电路如图所示，对称三相电源线电压为 U_1 ，试画出一相等效电路图并求电路中各电压、电流。



【解】星形负载 Z_1 的相电压

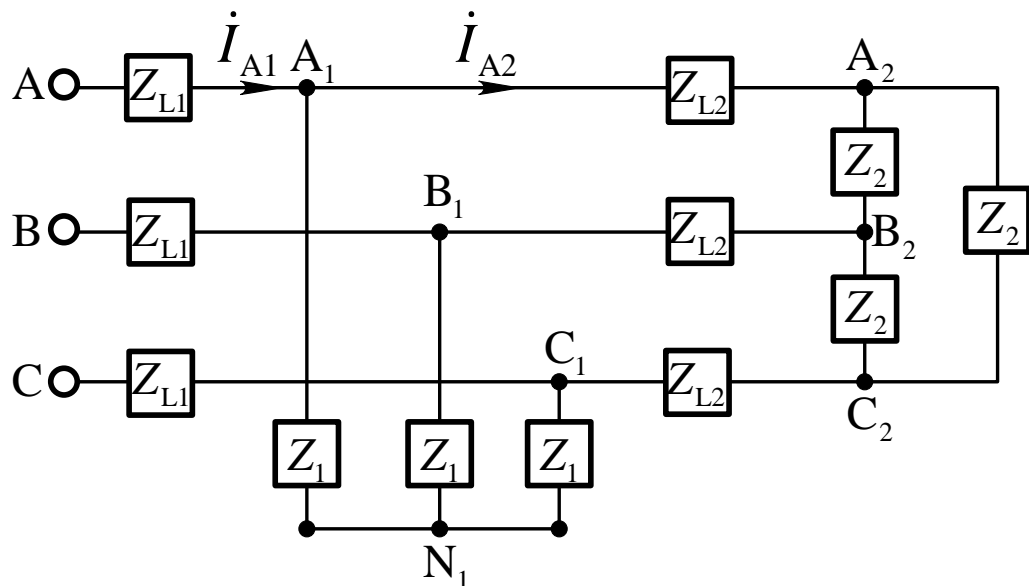
$$\dot{U}_{A_1N_1} = Z_1 \dot{I}_{A_1N_1}$$

星形负载 Z_1 的线电压

$$\dot{U}_{A_1B_1} = \sqrt{3} \dot{U}_{A_1N_1} \angle 30^\circ$$

【补充5.9】

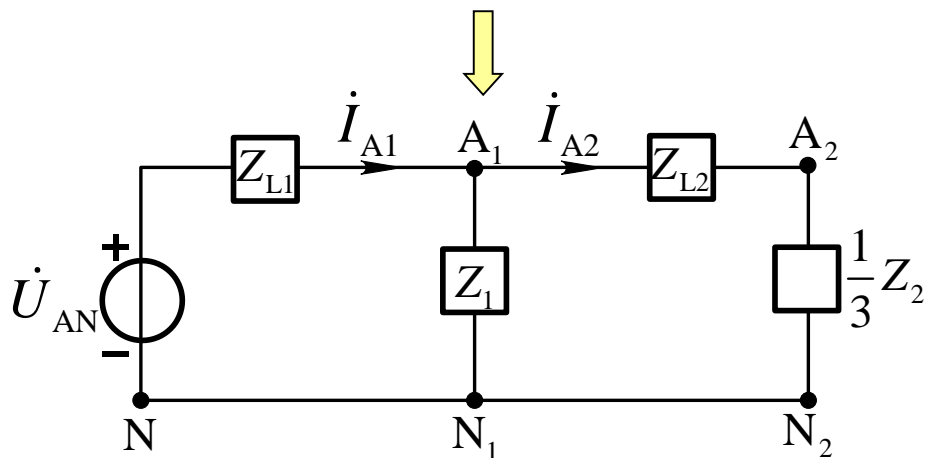
对称三相电路如图所示，对称三相电源线电压为 U_1 ，试画出一相等效电路图并求电路中各电压、电流。



【解】 线路阻抗压降

$$\dot{U}_{L1} = Z_{L1} \dot{I}_{A1}$$

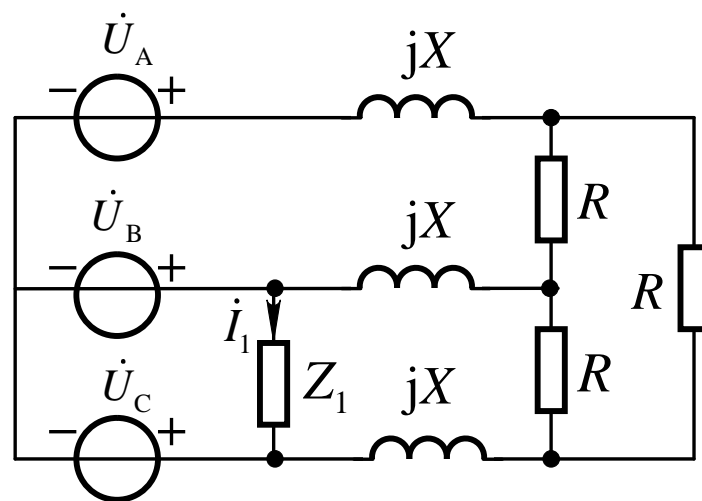
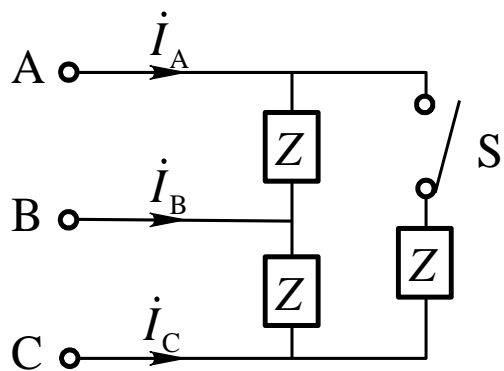
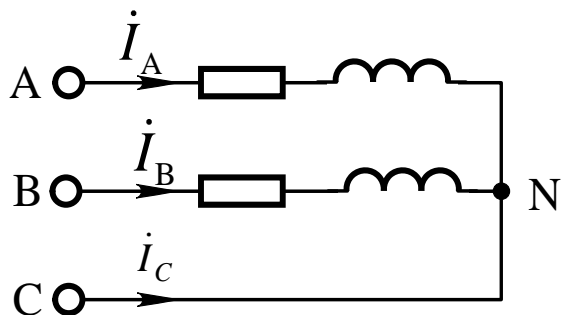
$$\dot{U}_{L2} = Z_{L2} \dot{I}_{A2}$$



按对称性可得到另外两相的电压、电流。

5.4 不对称三相电路示例

当三相电路中电源电压或电路参数不对称时，电路中的电流一般将不再对称，这种电路称为不对称三相电路。



5.4 不对称三相电路示例

基本要求：理解中性点位移，掌握简单不对称三相电路的计算。

主要内容

- 一、产生不对称的原因
- 二、不对称星形负载和中性点位移
- 三、简单不对称三相电路的计算

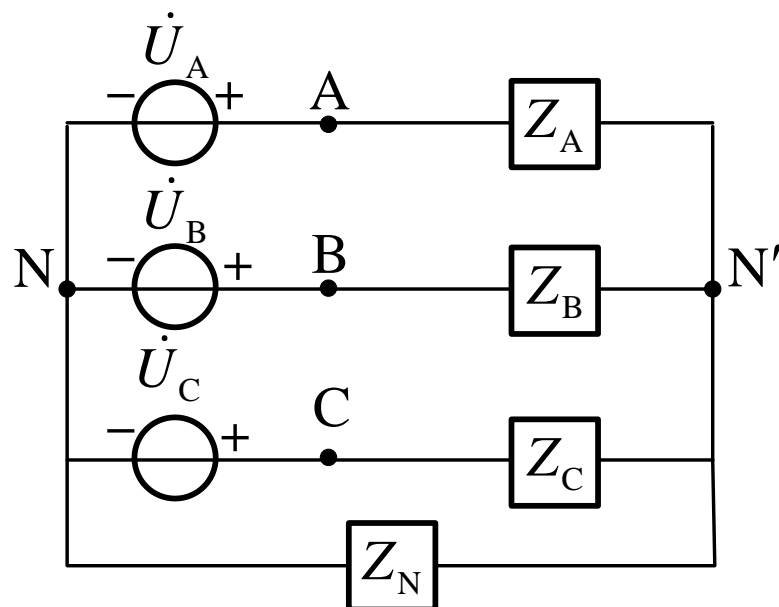
一、产生不对称的原因

1. 三相电路的负载不对称；
2. 对称三相电路发生断路、短路等故障；
3. 利用不对称三相电路的特性而工作的某些电气设备或仪器等等.....

此时，应采用一般正弦电流电路分析方法

二、不对称星形负载和中性点位移

最常见的低压三相四线制系统，**电源**通常是对称的，而**负载**不对称：



列节点电压方程

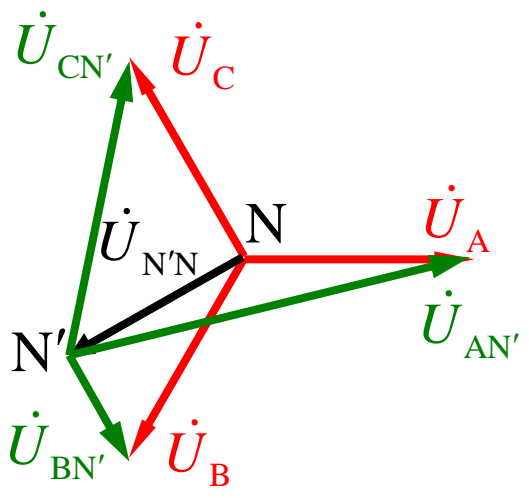
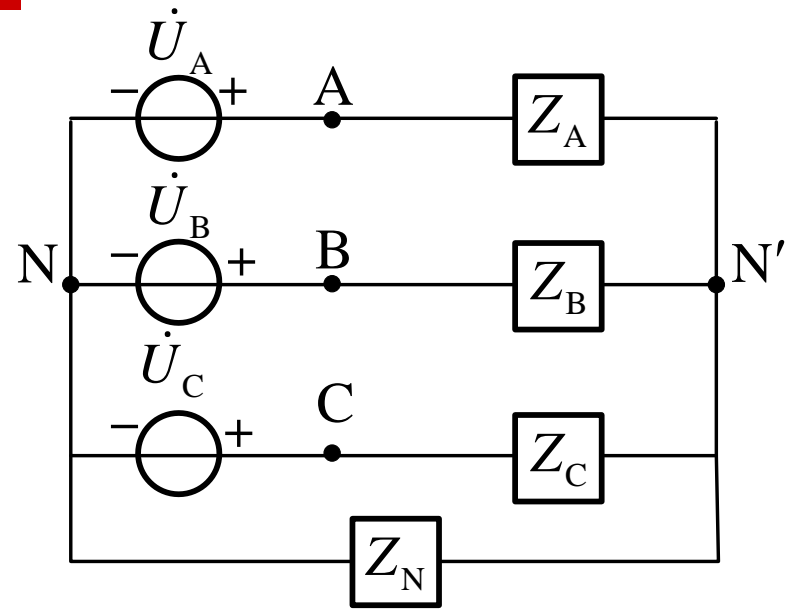
$$\left(\frac{1}{Z_A} + \frac{1}{Z_B} + \frac{1}{Z_C} + \frac{1}{Z_N} \right) \dot{U}_{N'N} = \frac{\dot{U}_A}{Z_A} + \frac{\dot{U}_B}{Z_B} + \frac{\dot{U}_C}{Z_C}$$

$$\dot{U}_{N'N} = \frac{\dot{U}_A / Z_A + \dot{U}_B / Z_B + \dot{U}_C / Z_C}{1 / Z_A + 1 / Z_B + 1 / Z_C + 1 / Z_N} \Rightarrow \dot{U}_{N'N} \neq 0$$

二、不对称星形负载和中性点位移

负载的相电压为：

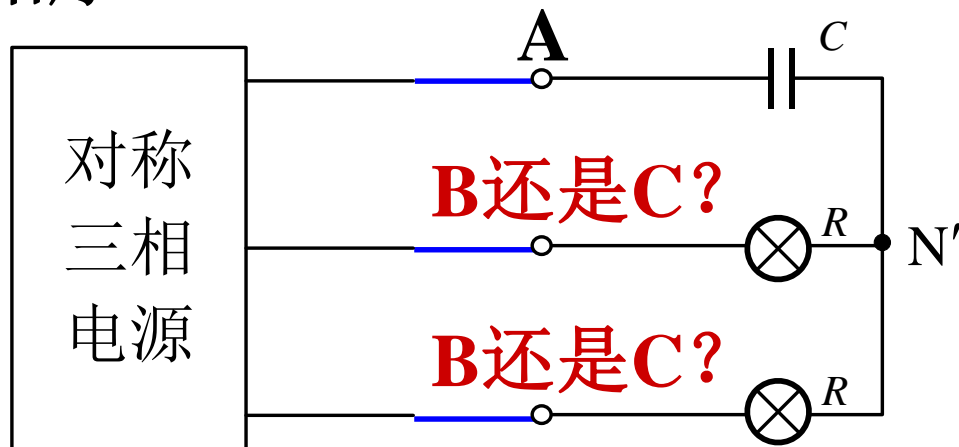
$$\begin{aligned} \dot{U}_{AN'} + \dot{U}_{N'N} &= \dot{U}_A \\ \dot{U}_{AN'} &= \dot{U}_A - \dot{U}_{N'N} \\ \Rightarrow \dot{U}_{BN'} &= \dot{U}_B - \dot{U}_{N'N} \\ \dot{U}_{CN'} &= \dot{U}_C - \dot{U}_{N'N} \end{aligned}$$



为了减少或消除负载中性点位移，应尽量减小中线阻抗 Z_N 。为了在负载阻抗不对称的情况下，也能保持负载相电压对称，保证负载正常工作，低压电网广泛采用三相四线制。

【例题5.3】

图中由电容器和两个相同的白炽灯接成的星形电路可用于测定三相电源的相序，称为相序指示器。设 $R = 1/(\omega C)$ ，试说明如何根据两个白炽灯亮度差异确定对称三相电源的相序。

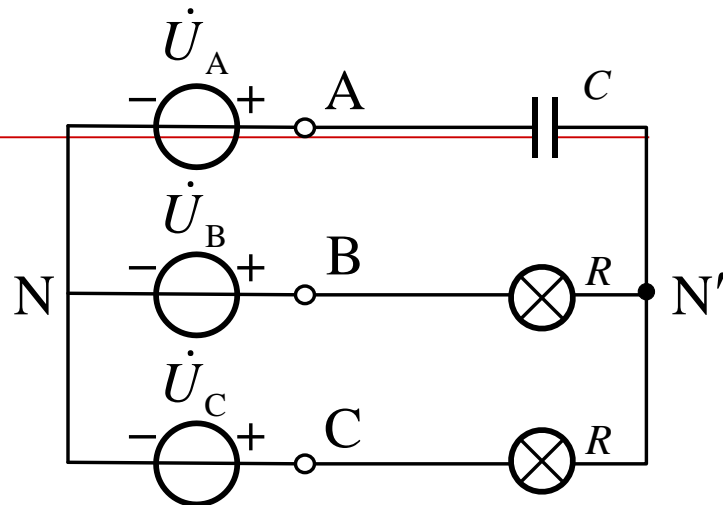


基本思路：假设电容器接A相电源，计算各白炽灯上的电压，从中确定两白炽灯的亮度与三相电源相序的关系。

【例题5.3】

【解】列节点电压方程可得

$$\begin{aligned}\dot{U}_{N'N} &= \frac{j\omega C \dot{U}_A + \dot{U}_B / R + \dot{U}_C / R}{j\omega C + 1/R + 1/R} \\ &= \frac{j + \angle -120^\circ + \angle 120^\circ}{j + 1 + 1} \dot{U}_A \approx (-0.2 + j0.6) \dot{U}_A\end{aligned}$$



B相和C相白炽灯电压为：

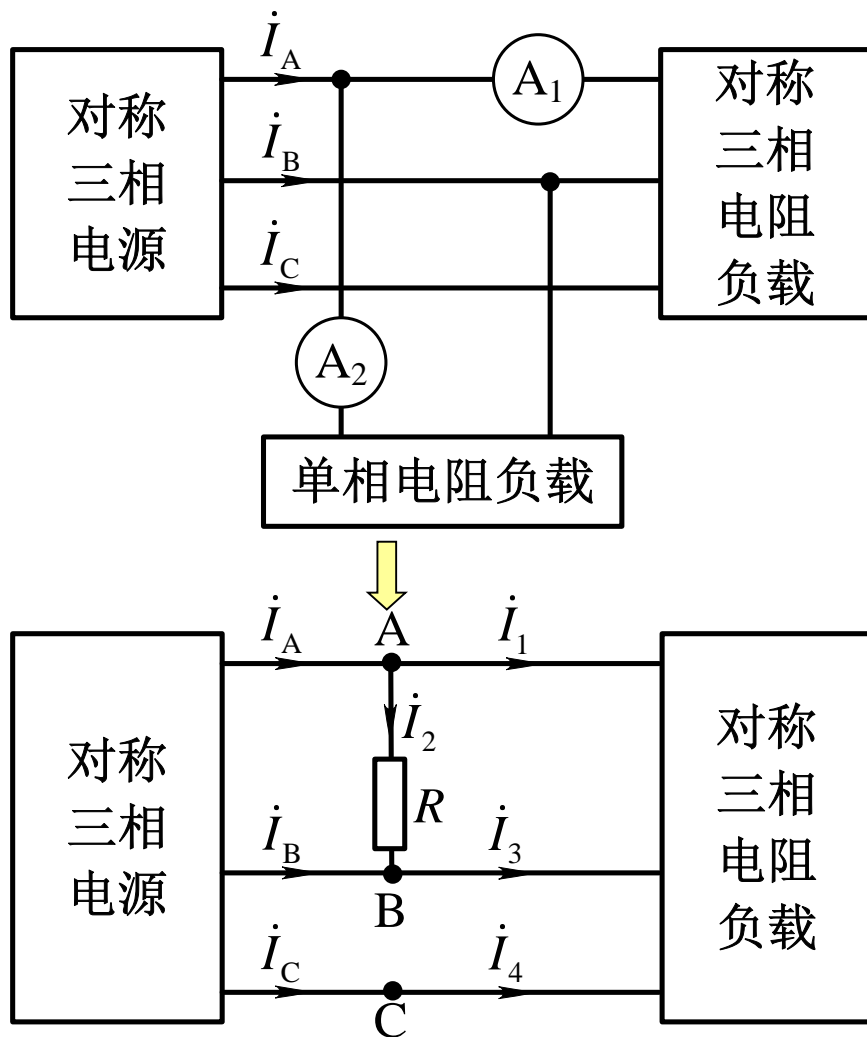
$$\dot{U}_{BN'} = \dot{U}_B - \dot{U}_{N'N} \approx (1.5 \angle -101.5^\circ) \dot{U}_A \longrightarrow U_{BN'} = 1.5U_A \quad \text{大}$$

$$\dot{U}_{CN'} = \dot{U}_C - \dot{U}_{N'N} \approx (0.4 \angle 138^\circ) \dot{U}_A \longrightarrow U_{CN'} = 0.4U_A \quad \text{小}$$

若把接电容器的相作为**A相**，则白炽灯**较亮**的那一相是**B相**，较暗的是**C相**。

三、简单不对称三相电路的计算

【补充5.10】图示电路电流表的读数均为2A，
求电流 I_A 、 I_B 、 I_C



【解】假设对称三相电阻负载为星形联结

参考正弦量 $\dot{I}_1 = 2 \angle 0^\circ \text{ A}$

$$\dot{U}_{AB} = U_{AB} \angle 30^\circ \text{ V}$$

$$\dot{I}_2 = \dot{U}_{AB} / R = 2 \angle 30^\circ \text{ A}$$

$$\dot{I}_A = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 = (2 + \sqrt{3} + j) \text{ A}$$

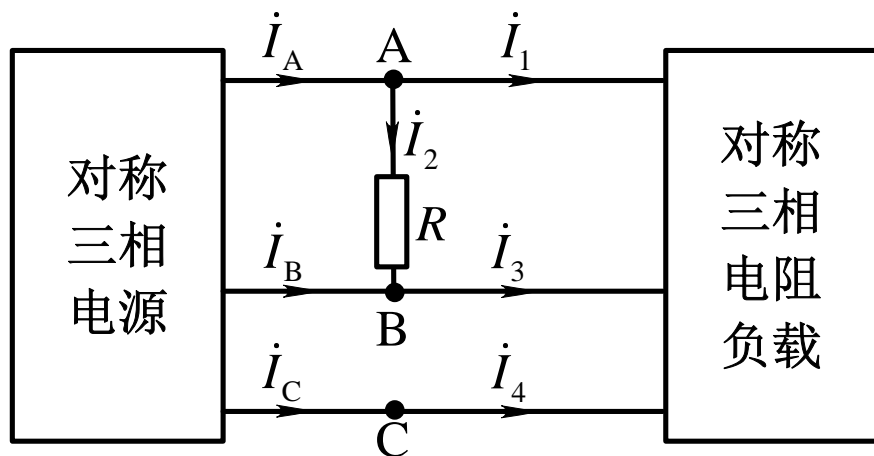
$$I_A = 3.86 \text{ A}$$

$$\dot{I}_B = \dot{I}_3 - \dot{I}_2 = [(2 \angle -120^\circ) - 2 \angle 30^\circ] \text{ A}$$

$$I_B = 3.86 \text{ A}$$

$$I_C = I_4 = I_1 = 2 \text{ A}$$

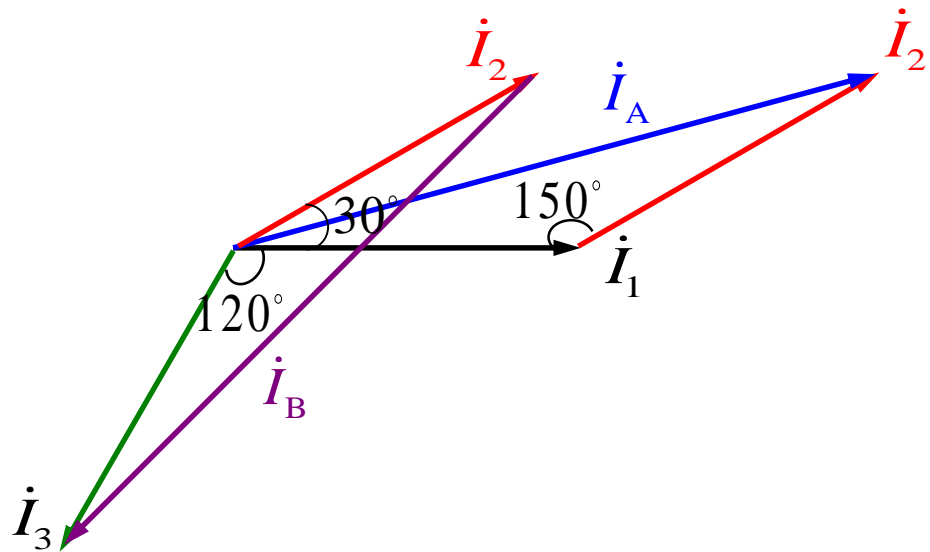
三、简单不对称三相电路的计算



【解】 利用相量图

参考正弦量 $\dot{i}_1 = 2 \angle 0^\circ \text{ A}$

$$\dot{i}_2 = \dot{U}_{AB} / R = 2 \angle 30^\circ \text{ A}$$



$$I_A = (2 \times \cos 15^\circ) \times 2 = 3.86 \text{ A}$$

$$I_B = (2 \times \cos 15^\circ) \times 2 = 3.86 \text{ A}$$

$$I_C = 2 \text{ A}$$

【补充5.11】

一个联结成星形的对称负载接在线电压为380V的对称三相电源上(无中线), 负载每相阻抗 $Z = (8 + j6)\Omega$ 。

- (1)求负载相电压和相电流;
- (2)设C相断线, 求各相电压和相电流;
- (3)设C相负载短路, 再求各相电压和相电流。

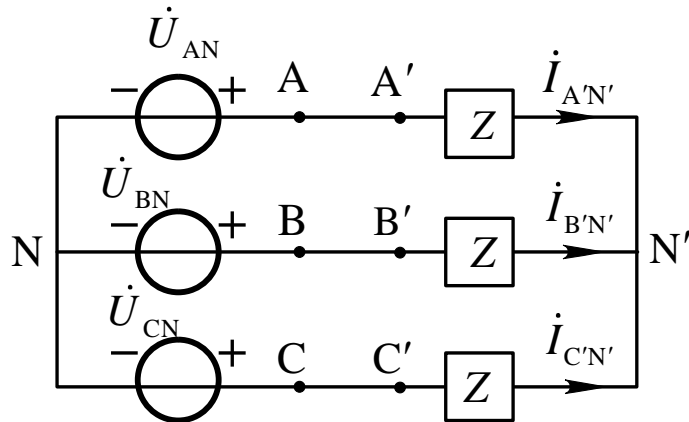
【解】 (1)假设电源为星形联结

令电源A相电压相量为

$$\dot{U}_{AN} \approx 220 \angle 0^\circ \text{V} \quad \dot{U}_{AB} = 380 \angle 30^\circ \text{V}$$

负载相电压: $\dot{U}_{A'N'} = \dot{U}_{AN} \approx 220 \angle 0^\circ \text{V}$

A相负载相电流: $\dot{i}_{A'N'} = \frac{\dot{U}_{A'N'}}{Z} = 22 \angle -36.87^\circ \text{A}$



【补充5.11】

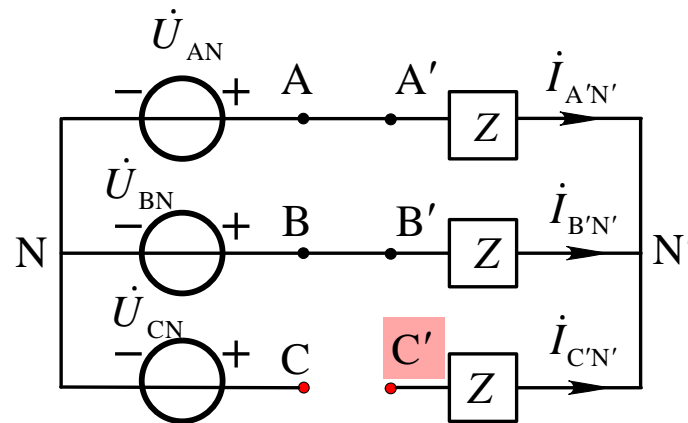
【解】 (2) C相断线时

$$\dot{I}_{C'N'} = 0 \quad \dot{U}_{C'N'} = 0$$

$$\begin{aligned} \dot{I}_{A'N'} &= -\dot{I}_{B'N'} = \frac{\dot{U}_{AB}}{2Z} \\ &= \frac{380 \angle 30^\circ \text{V}}{2 \times 10 \angle 36.87^\circ \Omega} = 19 \angle -6.87^\circ \text{A} \end{aligned}$$

$$\dot{U}_{A'N'} = Z \dot{I}_{A'N'} = -\dot{U}_{B'N'} = 190 \angle 30^\circ \text{V}$$

$$\dot{U}_{C'N'} = \dot{U}_{CA} + \dot{U}_{A'N'} = 380 \angle 150^\circ \text{V} + 190 \angle 30^\circ \text{V} = 329 \angle 120^\circ \text{V}$$



【补充5.11】

【解】 (3) C相负载短路时

$$\dot{U}_{C'N'} = 0$$

$$\dot{U}_{A'N'} = \dot{U}_{AC} = -\dot{U}_{CA}$$

$$= 380 \angle (150^\circ - 180^\circ) = 380 \angle -30^\circ \text{ V}$$

$$\dot{U}_{B'N'} = \dot{U}_{BC} = 380 \angle -90^\circ \text{ V}$$

$$\dot{I}_{A'N'} = \frac{\dot{U}_{A'N'}}{Z} = \frac{\dot{U}_{AC}}{Z} = 38 \angle -66.87^\circ \text{ A}$$

$$\dot{I}_{B'N'} = \frac{\dot{U}_{BC}}{Z} = 38 \angle -126.97^\circ \text{ A}$$

$$\dot{I}_{C'N'} = -\dot{I}_{A'N'} - \dot{I}_{B'N'} = 65.82 \angle 83.13^\circ \text{ A}$$

