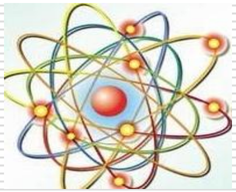
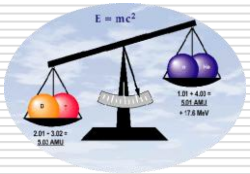




第5章 三相电路

5.5 三相电路的功率

开课教师： 王灿

开课单位：机电学院--电气工程学科

5.5 三相电路的功率

基本要求：掌握对称三相电路瞬时功率的特点及平均功率、无功功率、视在功率的计算。了解三相电路功率的测量。

主要内容

一、对称三相电路功率的计算

二、不对称三相电路功率的计算

三、三相电路功率的测量

一、对称三相电路功率的计算(1)

1. 对称三相电路的瞬时功率

设各相的电压与电流取关联参考方向，且取A相相电压为参考正弦量，即

$$u_A = U_m \cos \omega t \quad i_A = I_m \cos(\omega t - \varphi)$$

A相负载吸收的瞬时功率为：

$$p_A = u_A i_A = U_m I_m \cos \omega t \cos(\omega t - \varphi)$$
$$= 0.5 U_m I_m \cos \varphi + 0.5 U_m I_m \cos(2\omega t - \varphi)$$

B相和C相的瞬时功率分别为：

$$p_B = u_B i_B = 0.5 U_m I_m \cos \varphi + 0.5 U_m I_m \cos(2\omega t - 240^\circ - \varphi)$$
$$p_C = u_C i_C = 0.5 U_m I_m \cos \varphi + 0.5 U_m I_m \cos(2\omega t - 480^\circ - \varphi)$$

三相总瞬时功率：

$$p = p_A + p_B + p_C = 1.5 U_m I_m \cos \varphi$$

一、对称三相电路功率的计算(2)

对称三相正弦电路的瞬时功率等于常量(平均功率)。这种性质称为瞬时功率平衡(balance)。

三相制是一种平衡制，这是三相制的优点之一。

2. 对称三相电路的平均功率

阻抗角

功率因数

$$P = 1.5U_{m}I_{m}\cos\varphi = 3U_{P}I_{P}\cos\varphi = 3U_{P}I_{P}\lambda$$

$$= \sqrt{3}U_{l}I_{l}\lambda$$

对称三相电路的平均功率等于其中一相平均功率的三倍。

对称三相电路的平均功率也等于线电压、线电流和功率因数三者乘积的$\sqrt{3}$倍。

一、对称三相电路功率的计算(3)

3. 对称三相电路的无功功率

$$Q = 1.5U_{\mathrm{m}}I_{\mathrm{m}}\sin\varphi = 3U_{\mathrm{P}}I_{\mathrm{P}}\sin\varphi = \sqrt{3}U_{\mathrm{l}}I_{\mathrm{l}}\sin\varphi$$

对称三相电路的无功功率等于其中一相无功功率的三倍。

对称三相电路的无功功率也等于线电压、线电流和功率因数角正弦三者乘积的 $\sqrt{3}$倍 。

4. 对称三相电路的视在功率

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = 3U_{\mathrm{p}}I_{\mathrm{P}} = \sqrt{3}U_{\mathrm{l}}I_{\mathrm{l}}$$

二、不对称三相电路功率的计算

三相电源或负载的平均功率应等于各相的平均功率之和

$$P = U_A I_A \cos\varphi_A + U_B I_B \cos\varphi_B + U_C I_C \cos\varphi_C$$

负载的阻抗角，
也是相电压与相电流之间的相位差

三相电路的总无功功率

$$Q = U_A I_A \sin\varphi_A + U_B I_B \sin\varphi_B + U_C I_C \sin\varphi_C$$

三相电路的视在功率 $S = \sqrt{P^2 + Q^2}$

三相负载的功率因数 $\lambda = \dfrac{P}{S} = \dfrac{P}{\sqrt{P^2 + Q^2}}$

【补充5.12 】

对称三相电路线电压是**380V**，负载各相阻抗$Z=(6+j8)\Omega$，分别计算负载接成星形和三角形时所吸收的平均功率。

【解】1、星形联结时 $U_l=380V$

$$I_{\mathrm{l}}=I_{\mathrm{p}}=\frac{U_{\mathrm{p}}}{|Z|}=\frac{U_{\mathrm{l}}/\sqrt{3}}{|Z|}=\frac{38}{\sqrt{3}}\mathrm{A}$$

$$\lambda=\cos\varphi=\frac{6}{\sqrt{6^2+8^2}}=0.6$$

$$P_{\mathrm{Y}}=3U_{\mathrm{p}}I_{\mathrm{p}}\lambda=\sqrt{3}U_{\mathrm{l}}I_{\mathrm{l}}\lambda=\sqrt{3}\times380\mathrm{V}\times\frac{38}{\sqrt{3}}\mathrm{A}\times0.6=8664\mathrm{W}$$

【补充5.12 】

对称三相电路线电压是380V，负载各相阻抗$Z=(6+j8)\Omega$，分别计算负载接成星形和三角形时所吸收的平均功率。

【解】2、三角形联结时$U_p=U_l=380V$

$$I_l=\sqrt{3}I_p=\sqrt{3}\cdot\frac{U_p}{|Z|}=\frac{380\sqrt{3}V}{|Z|}=38\sqrt{3}\,A$$

$$\lambda=\cos\varphi=\frac{6}{\sqrt{6^2+8^2}}=0.6$$

$$P_\Delta=3U_pI_p\lambda=\sqrt{3}U_lI_l\lambda=\sqrt{3}\times380V\times38\sqrt{3}A\times0.6=25992W$$

$$P_Y=8664W \qquad P_\Delta=25992W$$

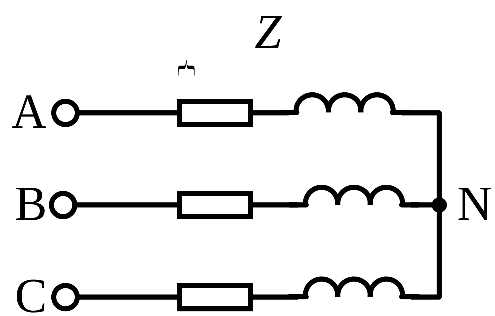
在线电压和负载完全相同的情况下，三角形联结时负载的平均功率是星形联结的3倍。

【例题5.4】

已知对称三相星形负载(感性)的线电压、线电流及平均功率分别为 $U_l = 380\text{V}$、$I_l = 10\text{A}$、$P = 5.7\text{kW}$。(1)求三相负载的功率因数及等效阻抗；(2)设C相负载短路，再求各相电流、线电流和平均功率。

【解】 **(1)**

$$\lambda = \cos\varphi = \frac{P}{\sqrt{3}U_l I_l} = \frac{5700\text{W}}{\sqrt{3}\times 380\text{V}\times 10\text{A}} \approx 0.866$$



对称三相负载的等效电路

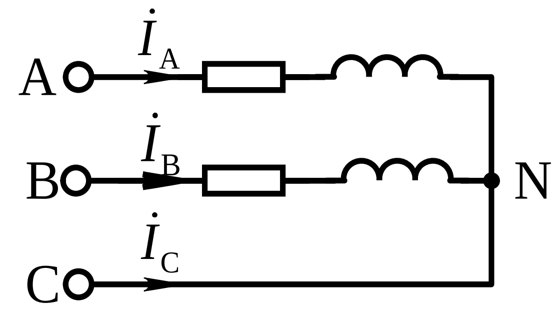
各相等效阻抗的阻抗角

$$\varphi = \arccos 0.866 = 30^\circ$$

等效阻抗 $\boxed{Z = \frac{U_P}{I_P}\angle\varphi} = \frac{220\text{V}}{10\text{A}}\angle 30^\circ = 22\angle 30^\circ\,\Omega$

【例题5.4 】

【解】 (2) C相负载短路时



这时A、B两相负载均承受线电压。取$\dot{U}_{AB}$为参考相量即

$$\dot{U}_{AB} = 380\angle 0^\circ \text{V} \quad \dot{U}_{BC} = 380\angle -120^\circ \text{V} \quad \dot{U}_{CA} = 380\angle 120^\circ \text{V}$$

$$\dot{I}_A = \frac{\dot{U}_{AN}}{Z} = \frac{-\dot{U}_{CA}}{Z} = \frac{-380\angle 120^\circ \text{V}}{22\angle 30^\circ \Omega} \approx 17.3\angle -90^\circ \text{A} = -\text{j}17.3\text{A}$$

$$\dot{I}_B = \frac{\dot{U}_{BC}}{Z} = \frac{380\angle -120^\circ \text{V}}{22\angle 30^\circ \Omega} \approx 17.3\angle -150^\circ \text{A} \approx -17.3(0.866 + \text{j}0.5)\text{A}$$

$$\dot{I}_C = -\dot{I}_A - \dot{I}_B = \text{j}17.3\text{A} + 17.3(0.866 + \text{j}0.5)\text{A} \approx 30\angle 60^\circ \text{A}$$

$$P = U_{AN} I_A \cos 30^\circ + U_{BN} I_B \cos 30^\circ$$

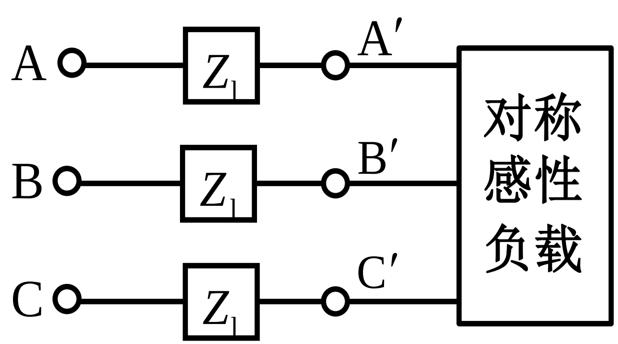
$$= 380 \times 17.3 \times \cos 30^\circ + 380 \times 17.3 \times \cos 30^\circ \approx 11.4\text{kW}$$

【例题5.5 】

图示对称三相电路，已知负载额定电压为380V，额定功率为3.3kW，功率因数为0.5(感性)，线路阻抗 $Z_l = (1 + j4)\Omega$

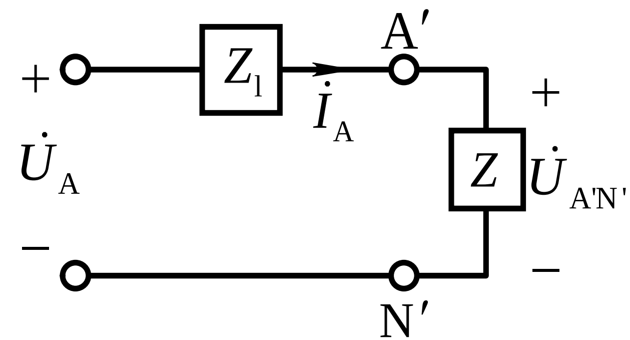
(1)若要求负载端线电压为额定电压，问电源线电压应为多少？

(2)电源线电压为380V，求负载端线电压和负载实际消耗的平均功率。



【例题5.5 】

(1)若要求负载端线电压为额定电压，问电源线电压应为多少？



【解】设负载为星形联结，取出A相

取 $\dot{U}_{A'N'}$ 为参考相量，即 $\dot{U}_{A'N'} = \dfrac{380}{\sqrt{3}}\angle 0^\circ \text{V} \approx 220\angle 0^\circ \text{V}$

线电流：$I_A = I_l = \dfrac{P}{\sqrt{3}U_l\lambda} = \dfrac{3.3\times 10^3 \text{W}}{\sqrt{3}\times 380\text{V}\times 0.5} \approx 10 \text{ A}$

感性负载 $\varphi = \arccos\lambda = \arccos 0.5 = 60^\circ$ $\Rightarrow \quad \dot{I}_A = 10\angle -60^\circ \text{A}$

电源相电压：$\dot{U}_A = \dot{U}_{A'N'} + Z_l\dot{I}_A$

$= 220\text{V} + (1+\text{j}4)\Omega \times (10\angle -60^\circ)\text{A} \approx 260\angle 2.5^\circ \text{ V}$

电源线电压：$U_{AB} = \sqrt{3}U_A \approx 450 \text{ V}$

【例题5.5 】

(2)电源线电压为380V，求负载端线电压和负载实际消耗的平均功率。

【解】

当电源线电压为380V时，根据响应与激励的齐性关系，可得:

$$\frac{U_L}{380\text{V}} = \frac{380\text{V}}{450\text{V}}$$

求得负载线电压： $U_L = \frac{380}{450} \times 380\text{V} \approx 321\text{V}$

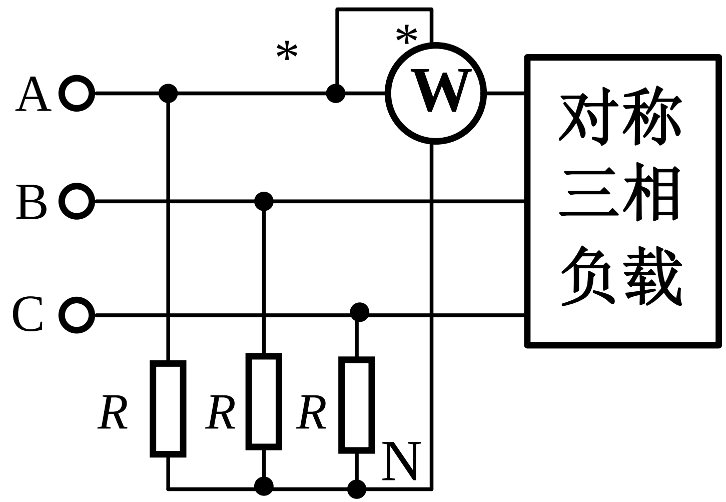
由于功率与电压的平方成正比，所以当电源电压为380V时，负载消耗的平均功率为

$$P = (\frac{321}{380})^2 \times 3.3 \times 10^3\text{W} \approx 2355\text{W}$$

三、三相电路功率的测量

1. 对称三相电路功率的测量

测量对称三相电路的功率时，只需用一个功率表测量其一相功率，然后乘以3。



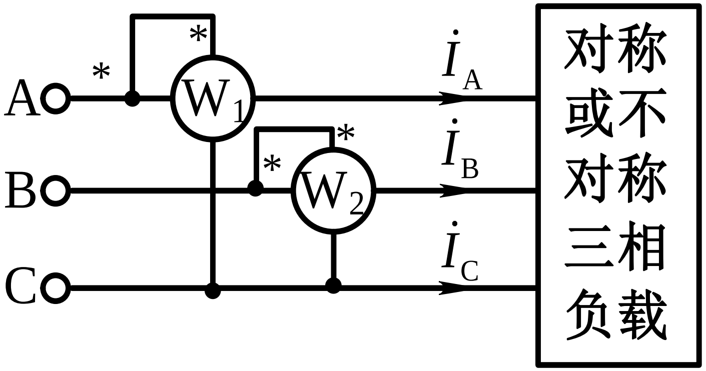
如果星形联结的负载中性点不易引出，或负载为三角形联结时，此时需要制造一个人工中性点，即用三个相等的适当电阻连成星形并引出其中性点。

三、三相电路功率的测量

2. 任意三相三线制功率的测量

测量任意(对称或不对称)三相三线制的功率需用两个功率表，即二功率表法。两个功率表读数的代数和等于总功率。

$$P_{W1}+P_{W2}=\mathrm{Re}[\dot{U}_{AC}\overset{*}{I}_A]+\mathrm{Re}[\dot{U}_{BC}\overset{*}{I}_B]$$



$$=\mathrm{Re}[(\dot{U}_{AN}-\dot{U}_{CN})\overset{*}{I}_A]+\mathrm{Re}[(\dot{U}_{BN}-\dot{U}_{CN})\overset{*}{I}_B]$$

$$=\mathrm{Re}[\dot{U}_{AN}\overset{*}{I}_A+\dot{U}_{BN}\overset{*}{I}_B+\dot{U}_{CN}(-\overset{*}{I}_A-\overset{*}{I}_B)]$$

$$=\mathrm{Re}[\dot{U}_{AN}\overset{*}{I}_A+\dot{U}_{BN}\overset{*}{I}_B+\dot{U}_{CN}\overset{*}{I}_C]$$

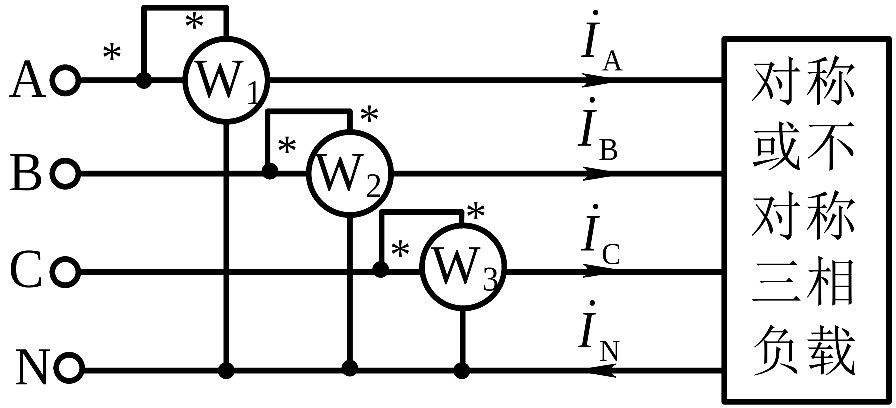
$$=P_{W总}$$

注意：在一定的条件下，两个功率表之一的读数可能为负，求代数和时该读数应取负值。

三、三相电路功率的测量

3. 三相四线制功率的测量

在对称或不对称三相四线制中要应用三个功率表，即三功率表法，才能测量功率。



三功率表法也可用来测量三线制的功率，这只要把各功率表的电压线圈的另一端彼此连接在一起即可。

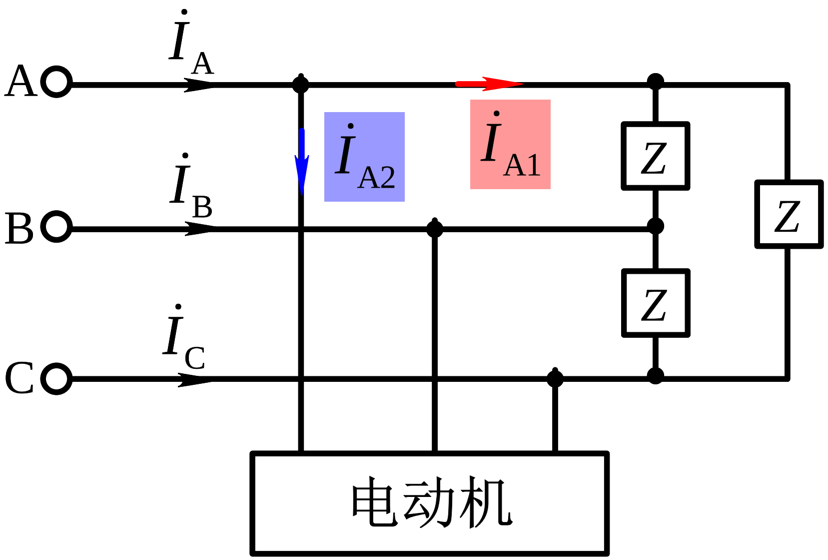
【补充5.15 】

对称三相电路如图所示，对称三相电源线电压为380V，对称三相负载阻抗 $Z=(20+j20)\Omega$。三相电动机功率为1.7kW，功率因数 $\cos\varphi_2=0.82$ (感性)。

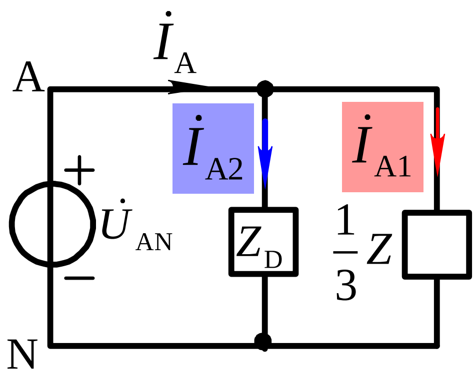
(1)求线电流 I_A、I_B和 I_C 。

(2)求三相电源发出的总功率。

(3)若用两表法测三相总功率，试画出两个功率表的接线图。



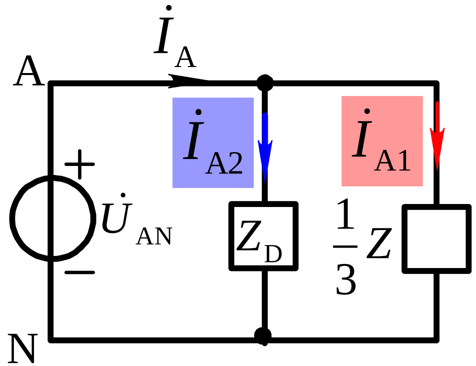
【解】

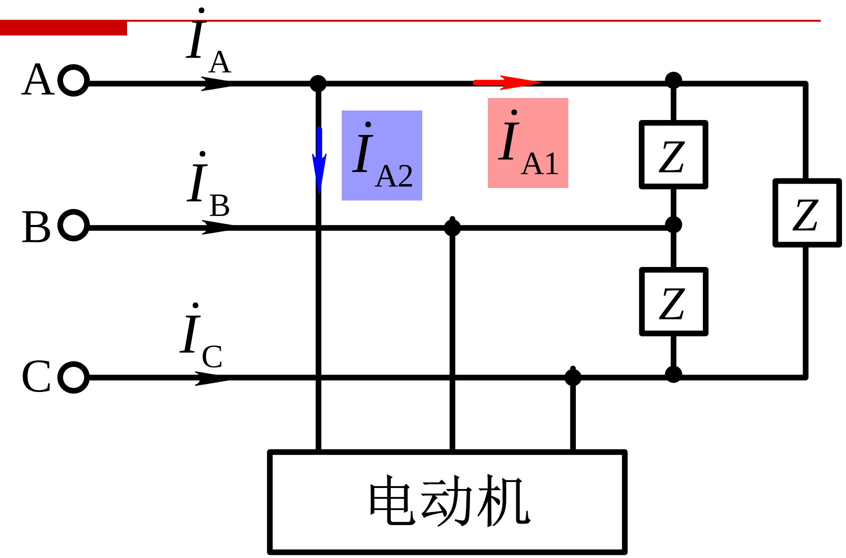


设 $\dot{U}_{AN}\approx 220\angle 0^\circ$ V

【补充5.15 】

(1)求线电流 I_A 、I_B 和 I_C 。





$$\dot{I}_{A1} = \frac{\dot{U}_{AN}}{Z/3} \approx \frac{220\angle 0^\circ}{(20+\mathrm{j}20)/3} \approx 23.34\angle -45^\circ \text{ A}$$

$$I_{A2} = \frac{P}{\sqrt{3}U_l \cos\varphi_2} = \frac{1.7\text{kW}}{\sqrt{3}\times 380\times 0.82} \approx 3.15 \text{ A}$$

$$\varphi_2 = \arccos 0.82 \approx 34.9^\circ$$

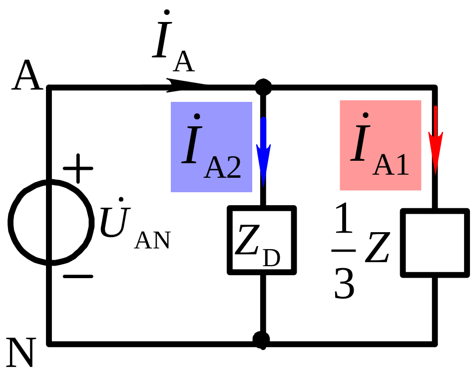
$$\Rightarrow \dot{I}_{A2} \approx 3.15\angle -34.9^\circ \text{ A}$$

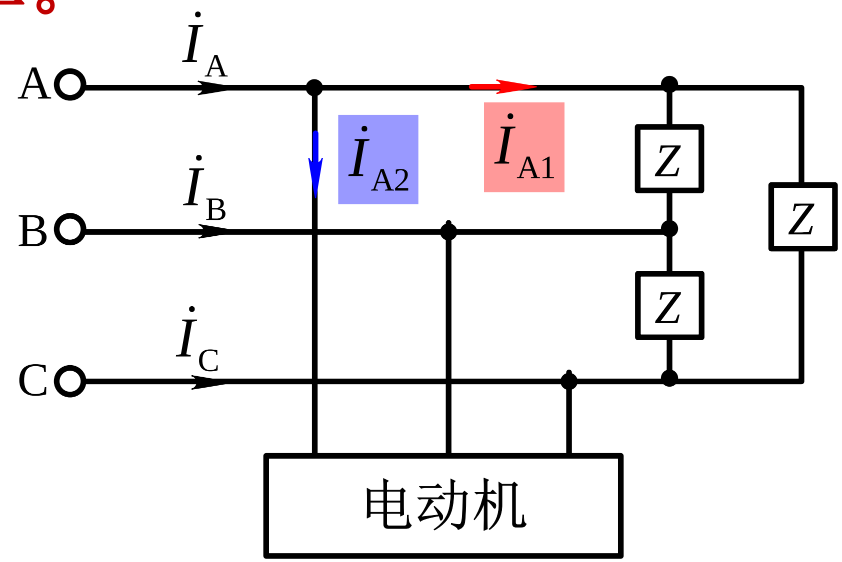
$$\dot{I}_A = \dot{I}_{A1} + \dot{I}_{A2} = 26.44\angle -43.8^\circ \text{A}$$

$$I_A = I_B = I_C = 26.44 \text{ A}$$

【补充5.15 】

(2)求三相电源发出的总功率。





【解】

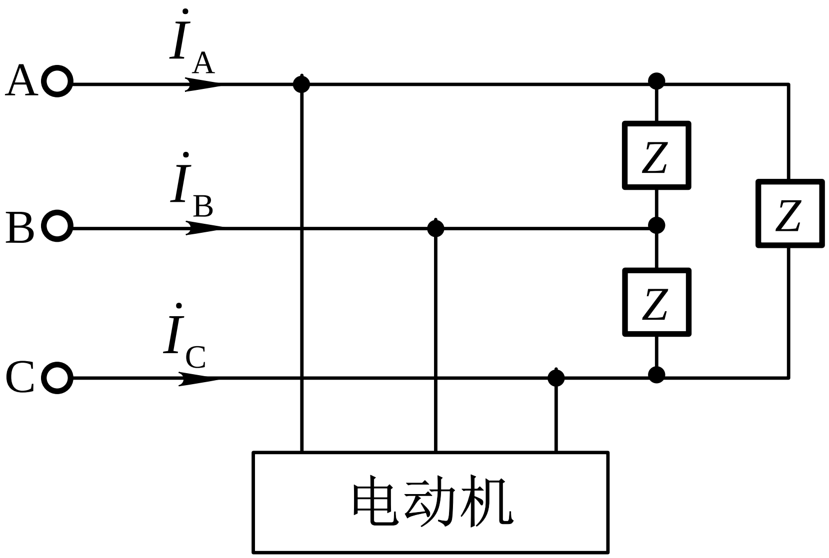
$$\dot{I}_A = 26.44\angle -43.8^\circ \text{A} \quad \Rightarrow \quad I_l = I_A = 26.44$$

$$\dot{U}_{AN} \approx 220\angle 0^\circ \text{ V} \quad \Rightarrow \quad \varphi = 0^\circ - (-43.8^\circ) = 43.8^\circ$$

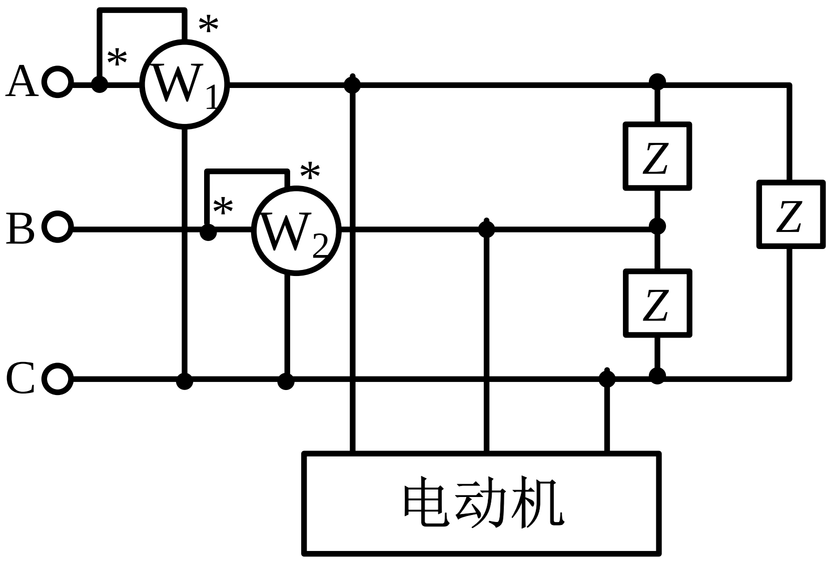
$$P = \sqrt{3}U_l I_l \cos\varphi \approx \sqrt{3} \times 380 \times 26.44 \cos 43.8^\circ = 12.6\text{kW}$$

【补充5.15 】

(3)若用两表法测三相总功率，试画出两个功率表的接线图。



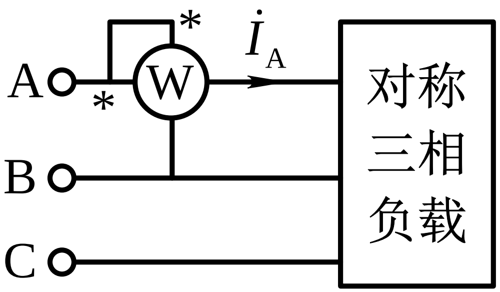
【解】



【补充5.16 】

图示电路，对称三相感性负载接到三相对称电源上，在两线间接一功率表如图所示。

若电源线电压 $U_{AB}=380\text{V}$，负载功率因数 $\cos\varphi=0.6$，功率表读数 $P=275\text{W}$。求线电流 I_A 及三相负载的总功率。



【解】 令 $\dot{U}_{AB}=380\angle 0^{\circ}\,\text{V}$

则 $\dot{U}_A=220\angle -30^{\circ}\,\text{V}$

负载的阻抗角： $\varphi=\arccos 0.6=53.13^{\circ}$

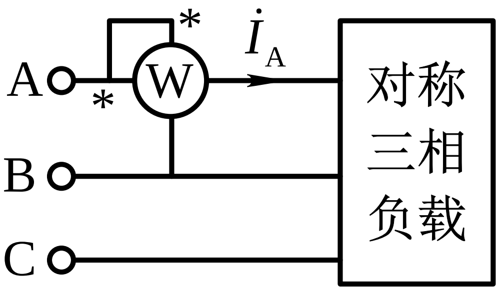
感性负载： $\dot{I}_A=I_A\angle(-30^{\circ}-\varphi)\text{A}$

$\dot{U}_{AB}$ 与 $\dot{I}_A$ 相位差： $\varphi_1=0^{\circ}-(-30^{\circ}-\varphi)=30^{\circ}+\varphi$

功率表的读数 $P_W=U_{AB}I_A\cos\varphi_1=U_{AB}I_A\cos(30^{\circ}+\varphi)$

【补充5.16 】

【解】



线电流： $$I_A = \frac{P_W}{U_{AB}\cos(30^\circ + 53.13^\circ)}$$

$$= \frac{275}{380 \times \cos 83.13^\circ} = 6.05\text{A}$$

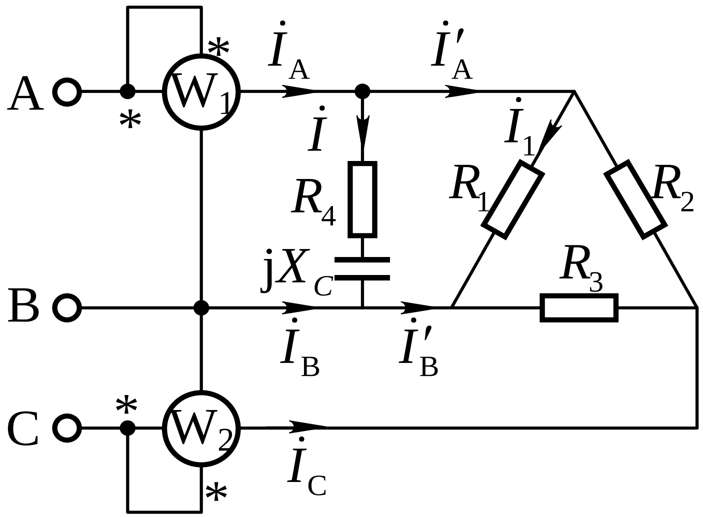
三相负载的总功率

$$P = \sqrt{3} U_1 I_1 \cos\varphi$$

$$= \sqrt{3} \times 380 \times 6.05 \times 0.6 = 2389.12\text{W}$$

【补充5.17】

三相电路中，设$\dot{U}_{AB}=380\angle 0^\circ V$，$R_1=R_2=R_3=R_4=10\Omega$，$X_C=-10\Omega$，试求两个功率表W$_1$和W$_2$的读数。



【解】 三角形联结的电阻为一组对称负载：

$$\dot{I}'_A=\sqrt{3}\dot{I}_1\angle-30^\circ=\sqrt{3}\frac{\dot{U}_{AB}}{R}\angle-30^\circ$$

$$=\sqrt{3}\frac{380}{10}\angle-30^\circ=38\sqrt{3}\angle-30^\circ A$$

根据对称性： $\dot{I}_C=\dot{I}'_A\angle120^\circ=38\sqrt{3}\angle90^\circ A$

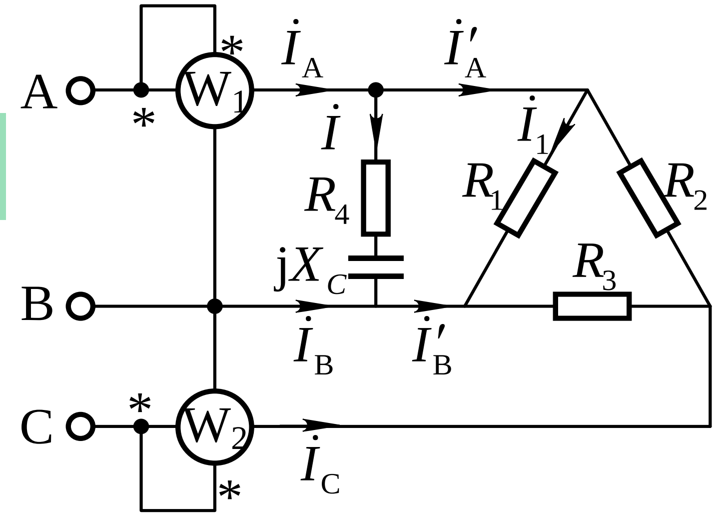
单相负载的电流： $\dot{I}=\frac{\dot{U}_{AB}}{R_4+jX_C}=\frac{380\angle0^\circ}{10-j10}=19\sqrt{2}\angle45^\circ A$

A相总电流：

$$\dot{I}_A=\dot{I}'_A+\dot{I}=38\sqrt{3}\angle-30^\circ+19\sqrt{2}\angle45^\circ=77.26\angle-10.37^\circ A$$

【补充5.17 】

【解】



$\dot{I}_A = 77.26\angle -10.37^\circ\ A$ $\dot{I}_C = 38\sqrt{3}\angle 90^\circ\ A$

$\dot{U}_{AB} = 380\angle 0^\circ V$

$\dot{U}_{CB} = -\dot{U}_{BC} = -380\angle -120^\circ = 380\angle 60^\circ V$

功率表W_1测量的是A、B两相间的线电压和线电流$\dot{I}_A$，则W_1的读数为:

$$P_1 = U_{AB}I_A\cos(\varphi_{u_{AB}} - \varphi_{i_A}) = 380\times 77.26\times\cos(10.37^\circ) = 28.88\text{kW}$$

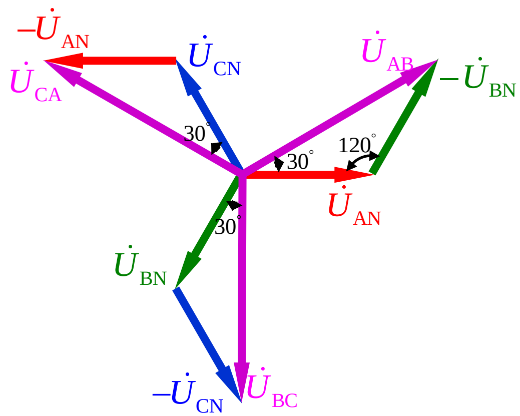
W_2的读数为:

$$P_2 = U_{CB}I_C\cos(\varphi_{u_{CB}} - \varphi_{i_C}) = 380\times 38\sqrt{3}\times\cos(60^\circ - 90^\circ) = 21.66\text{kW}$$

本章小结

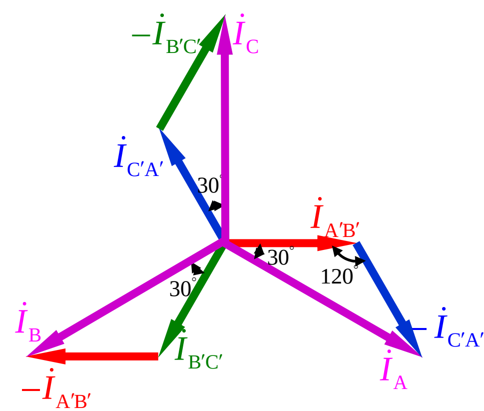
1. 在星形联结的三相正弦电流电路中，线电流等于相电流，若相电压对称，则线电压有效值为相电压有效值的$\sqrt{3}$倍。

$$\left.\begin{aligned}\dot{U}_{AB} &= \sqrt{3}\dot{U}_{AN}\angle 30^\circ \\ \dot{U}_{BC} &= \sqrt{3}\dot{U}_{BN}\angle 30^\circ \\ \dot{U}_{CA} &= \sqrt{3}\dot{U}_{CN}\angle 30^\circ\end{aligned}\right\}$$



2. 在三角形联结的三相正弦电流电路中，线电压等于相电压，若相电流对称，则线电流的有效值为相电流有效值的$\sqrt{3}$倍。

$$\left.\begin{aligned}\dot{I}_{A} &= \sqrt{3}\dot{I}_{A'B'}\angle -30^\circ \\ \dot{I}_{B} &= \sqrt{3}\dot{I}_{B'C'}\angle -30^\circ \\ \dot{I}_{C} &= \sqrt{3}\dot{I}_{C'A'}\angle -30^\circ\end{aligned}\right\}$$



本章小结

3．对称三相正弦电流电路负载不论接成星形或三角形，其平均功率都等于 $P = 3U_{p}I_{p}\cos\varphi = \sqrt{3}U_{l}I_{l}\cos\varphi$

φ是相电流滞后于相电压的相位差。

对称三相电路无功功率 $Q = 3U_{p}I_{p}\sin\varphi = \sqrt{3}U_{l}I_{l}\sin\varphi$

对称三相电路视在功率 $S = 3U_{p}I_{p} = \sqrt{3}U_{l}I_{l}$

4．计算对称星形联结的电路时，可用无阻抗的中线将各中性点连接，然后取出一相进行计算，若对称三相电路中有三角形联结的部分，则应先将其等效变换为星形联结，再取出一相计算。

5．不对称三相电路不能直接取出一相计算，应视为一般正弦电流电路选择适当的分析方法。